Министерство науки и высшего образования Федеральное государтсвенное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Югорский государственный университет

Отчет о лабораторной работе \mathbb{N}^2 по дисциплине «Методы оптимизации»

Выполнил	
Студент группы	1162б Панчишин И. Р
«»	_ панчишин и. г _ 2019 г.
Принял	
Доцент ИЦЭ	
	_ Самарин В. А.
«»	_ 2019 г.

Цель

Изучить прямые методы минимизации.

Задачи

- 1. Реализовать следующие три метода минимизации: дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи.
- 2. Изучить зависимость числа вычислений функции (скорости работы) от заданной точности.

Ход работы

Реализовал требуемые методы на языке программирования *Octave* (свободная реализация *Matlab*). Исходный код, представленный ниже, позволяет определить минимум функции (унимодальной), визуализировать изменение отрезка поиска на каждой итерации, а также построить зависимость скорости поиска от заданной точности.

```
addpath(../code);
   set(0, defaultaxesfontsize, 14);
   set(0, defaulttextfontsize, 14);
   % исходные данные
   f = 0(X) X.^4 + exp(-X)
   X = -1:0.01:1;
   [a b] = deal(-0.5, 1)
10
   e = 0.1
11
13
   % минимум
14
   [targetxm, targetym] = fminbnd(f, a, b)
15
16
   % работа алгоритмов
17
   Fm = {@dichotomy, @gold, @fibonacci};
18
   Name = {Дихотомии, Золотого сечения, Фибоначчи};
20
   for i = 1:length(Fm)
21
        subplot(1, 3, i);
22
23
        plot(X, f(X), Color, b);
24
       xlabel(x);
25
       ylabel(y);
26
       hold on;
27
28
        plot(targetxm, targetym, bo, LineWidth, 3);
29
30
        [xm, ym, info] = Fm{i}(f, a, b, e);
32
        title([Name{i}, , Шагов , num2str(info.nstep), , Вычислений , num2str(info.ncalc)]);
33
        segment = plot([info.Approx(1, 1) info.Approx(1, 2)], [0 0], Color, r, LineWidth, 3);
        for j = 1:length(info.Approx) - 1
36
            st = info.Approx(j, :);
37
            en = info.Approx(j+1, :);
38
            if st(1) != en(1)
```

```
shinkseg(st(1), en(1), segment, 1);
40
41
             end
             if st(2) != en(2)
42
                 shinkseg(st(2), en(2), segment, 1);
43
44
             end
        end
45
46
        plot(xm, ym, ro, LineWidth, 3);
47
    end
48
49
    % зависимость от точности
50
   figure;
51
   hold on;
52
53
   E = linspace(0.0001, 0.2, 100);
54
   for i = 1:length(Fm)
55
        N = [];
56
        for e = E
57
             [xm ym info] = Fm{i}(f, a, b, e);
58
            N = [N info.ncalc];
59
60
        end
        plot(E, N);
61
   end
62
63
   legend(Name);
   xlabel(Погрешность);
65
   ylabel(Вычислений);
66
67
68
   pause
69
    % Copyright © 2019 Panchishin Ivan
1
    % метод дихотомии
3
    % dichotomy method
5
   function [xm, ym, info] = dichotomy(f, a, b, e)
        info.nstep = 0;
        info.ncalc = 1;
8
        info.Approx = [a, b];
10
        d = e; %rand() * 2 * e;
11
12
        while ((b - a) / 2 > e)
13
             [x1 \ x2] = deal((a + b - d) / 2, (a + b + d) / 2);
14
15
             if (f(x2) > f(x1))
16
                 b = x2;
             else
18
                 a = x1;
19
             end
20
21
             ++info.nstep;
22
             info.ncalc += 2;
23
             info.Approx = [info.Approx; [a, b]];
24
        end
^{25}
26
        xm = (a + b) / 2;
27
        ym = f(xm);
28
29
   end
```

```
% Copyright © 2019 Panchishin Ivan
1
    % метод Фибоначчи
    % fibonacci method
4
5
   function [xm, ym, info] = fibonacci(f, a, b, e)
6
        info.nstep = 0;
        info.ncalc = 3;
8
        info.Approx = [a, b];
9
10
11
        while (b - a) / e > fibnum(++k) end
12
13
        right = \mathbb{Q}(a, b, k) a + fibnum(k - 1) / fibnum(k) * len(a, b);
14
        left = @(a, b, k) a + fibnum(k - 2) / fibnum(k) * len(a, b);
15
16
        [x1, x2] = deal(left(a, b, k), right(a, b, k));
17
        [y1, y2] = deal(f(x1), f(x2));
19
        while (k > 3) % nocneduue числа 1/3 и 2/3
20
            if (y2 > y1)
21
                b = x2;
                 [x2, y2] = deal(x1, y1);
23
                 x1 = left(a, b, k);
24
                 y1 = f(x1);
25
            else
26
                 a = x1;
27
                 [x1, y1] = deal(x2, y2);
28
29
                 x2 = right(a, b, k);
                 y2 = f(x2);
30
            end
31
32
33
            --k;
34
            ++info.nstep;
35
            ++info.ncalc;
36
            info.Approx = [info.Approx; [a, b]];
37
        end
38
39
        xm = (a + b) / 2;
40
        ym = f(xm);
41
   end
42
43
   function res = fibnum(n)
44
        if (n < 0)
45
            res = -1;
46
        elseif (n == 0)
47
            res = 0;
48
        elseif (n == 1)
49
            res = 1;
50
        else
51
            res = fibnum(n - 1) + fibnum(n - 2);
        end
   end
54
```

-

[%] Copyright © 2019 Panchishin Ivan

```
% метод золотого сечения
    % golden-section method
   function [xm, ym, info] = gold(f, a, b, e)
6
        info.nstep = 0;
7
        info.ncalc = 3;
        info.Approx = [a, b];
9
10
        g = (sqrt(5) - 1) / 2;
11
        right = @(a, b) a + g * len(a, b);
        left = @(a, b) a + (1 - g) * len(a, b);
13
14
        [x1 x2] = deal(left(a, b), right(a, b));
15
        [y1 \ y2] = deal(f(x1), f(x2));
16
17
        % точность для произвольной итерации
18
        %initLen = b - a;
19
        %1/2 * g^n * initLen
20
21
        while ((b - a) / 2 > e)
22
            if (y2 > y1)
23
                b = x2;
24
                [x2, y2] = deal(x1, y1);
25
                x1 = left(a, b);
26
                y1 = f(x1);
28
            else
                a = x1;
29
                [x1, y1] = deal(x2, y2);
30
                x2 = right(a, b);
                y2 = f(x2);
32
            end
33
34
            ++info.nstep;
35
            ++info.ncalc;
36
            info.Approx = [info.Approx; [a, b]];
37
38
        end
        xm = (a + b) / 2;
40
        ym = f(xm);
41
42
    end
    % Copyright © 2019 Panchishin Ivan
   % длина отрезка
   function res = len(a, b)
5
        res = b - a;
6
    end
    % Copyright © 2019 Panchishin Ivan
1
2
    % анимация изменения отрезка
3
    function shinkseg(st, en, line, timeout)
5
        X = get(line, XData);
        for d = st : len(st, en) / 30 : en
8
            if (st > en)
10
                X(2) = d;
```

```
set(line, XData, X);
11
              else
12
                  X(1) = d;
13
                  set(line, XData, X);
14
15
              end
16
             pause(0.01);
17
         end
18
19
         pause(timeout);
20
    end
21
```

Найденный каждым методом минимум отмечен красной точкой на Рис. 1. Синей точкой отмечен минимум, найденный при помощи встроенной функции *fminbnd*. Минимумы не совпадают, так как заданная точность не достаточно велика. Отрезок, выделенный красным, является конечным отрезком поиска минимума.

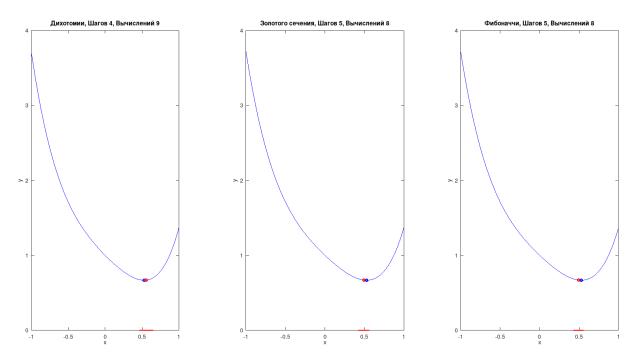


Рис. 1: Минимум функции

Зависимость числа вычислений от точности представлена на Рис. 2. Наблюдается экспоненциальный рост количества вычислений с увеличением точности.

Вывод

Реализовал прямые методы минимизации: дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи. Сравнил их работу. Метод золотого сечения показал себя лучше остальных рассмотренных методов, однако его преимущество становится ощутимым только при большой точности, если точность небольшая, то подойдет любой метод.

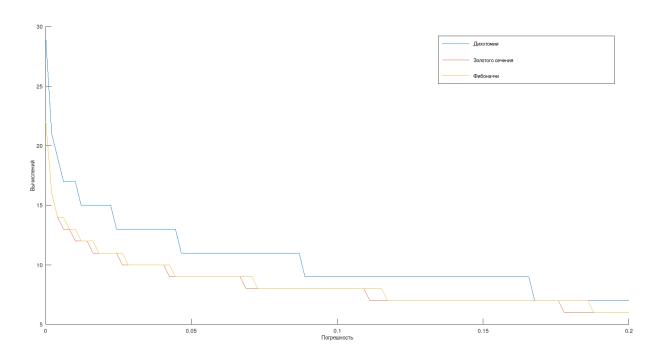


Рис. 2: Зависимость скорости от точности