Министерство науки и высшего образования
Федеральное государтсвенное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Югорский государственный университет

Отчет о лабораторной работе №1
по дисциплине «Методы оптимизации»

Выполнил

Студент группы 1162б
________________ Панчишин И. Р.
«___» __________ 2019 г.

Принял

Доцент ИЦЭ
________________ Самарин В. А.
«___» __________ 2019 г.

Ханты-Мансийск, 2019

## Цель

Освоить аналитический метод поиска минимума функции одной переменной.

## Задачи

1. Найти наибольшее и наименьшее занчения заданных функций на отрезке.
2. Исследовать заданные функции на выпуклость, найти экстремумы и точки перегиба.

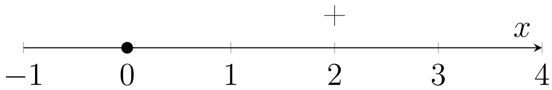
## Ход работы

Задание 1:

1. $y = x + \sqrt{x}, x \in [0; 4]$

   $$y' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}} = 0$$

   $$\begin{cases} x \neq 0 \\ 2\sqrt{x} + 1 = 0 \implies \sqrt{x} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

   Ответ: $min = 0$, $max = 4$

2. $y = e^{2x} - e^{-2x}, x \in [-2; 1]$

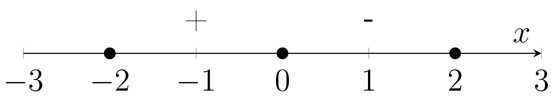
   $$y' = 2e^{2x} + 2e^{-2x} = 2(e^{2x} + 2e^{-2x}) = 0$$
   $$e^{2x} + e^{-2x} = 0$$
   $$\frac{e^{2x+2x} + 1}{e^{2x}} = 0$$
   $$\begin{cases} e^{2x} \neq 0 \implies x \not\to -\infty \\ e^{4x} = -1 \end{cases}$$

   Ответ: $min = -2$, $max = 1$

3. $y = \sqrt{4 - x^2}, x \in [-2; 2]$

   $$y' = \frac{1}{2}(4 - x^2)^{-1/2}(-2x) = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = 0$$

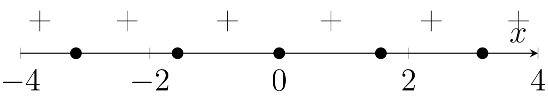
   $$\begin{cases} x = 0 \\ 4 - x^2 \neq 0 \implies x \neq \pm 2 \end{cases}$$

   Ответ: $min = -2 \cup 2$, $max = 0$

4. $y = tgx - x, x \in [-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$

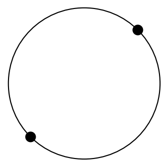
$$y' = \frac{1}{cos^2x} - 1 = 0$$
$$\frac{1 - cos^2x}{cos^2x} = 0$$
$$\begin{cases} cosx \neq 0 \\ (1 - cosx)(1 + cosx) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \\ x = 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$




Ответ: $min = -\frac{\pi}{4}$, $max = \frac{\pi}{4}$

5. $y = cos2x + 2x, x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$y' = 2(-sin2x) + 2$$
$$1 - sin2x = 0$$
$$sin2x = 1$$
$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \implies x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

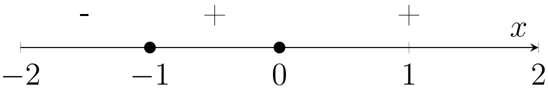


Ответ: $min = -\frac{\pi}{2}$, $max = \frac{\pi}{2}$

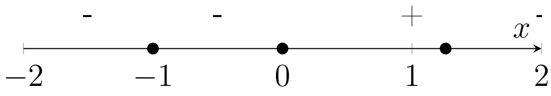
Задание 2:

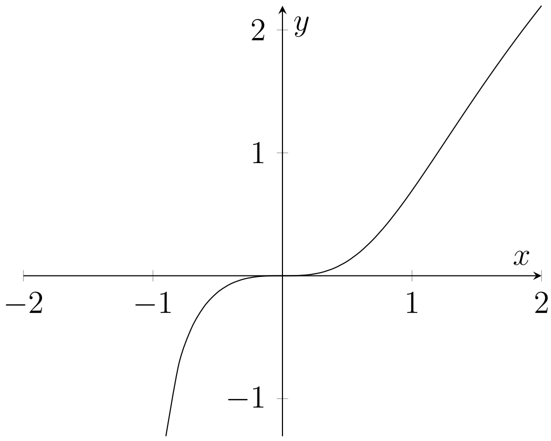
1. $y = ln(1 + x^3)$

$$1 + x^3 > 0 \implies x > -1$$
$$y' = \frac{3x^2}{1 + x^3} = 0$$
$$\begin{cases} x = 0 \\ 1 + x^3 \neq 0 \implies x \neq -1 \end{cases}$$




$$y'' = \frac{6x(1 + x^3) - 3x^2 3x^2}{(1 + x^3)^2} = \frac{3x(2 - x^3)}{(1 + x^3)^2}$$
$$\begin{cases} 1 + x^3 \neq 0 \implies x \neq -1 \\ x = 0 \\ x = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

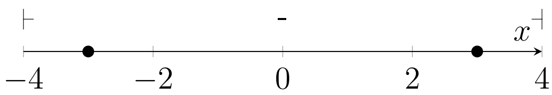



Дополнительное задание:

1. $f(x) = x^3 - 27x + 5 \to min, x \in [-4; 4]$

   $f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \implies x = \pm 3$

   Ответ: $f(3) = 27 - 81 + 5 = -49$

2. $f(x) = x^2 - 3x + xlnx$

   $f'(x) = 2x - 3 + lnx + 1 = 2x - 2 + lnx = 0$
   $lne^{2x} - lne^2 + lnx = 0$

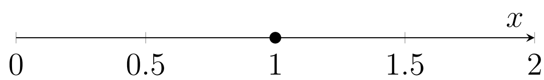
   $ln(\frac{e^{2x}x}{e^2}) = 0$

   По свойству степеней: $a^0 = 1$

   $\frac{e^{2x}x}{e^2} = 1 \left| \begin{array}{l} 2x = t \\ x = \frac{t}{2} \end{array} \right.$
   $\frac{te^t}{2e^2} = 1 \implies te^t = 2e^2$

   По определению W-функции Ламберта: $x = W(xe^x)$

   $t = W(te^t) = W(2e^2) = 2$
   $2x = 2 \implies x = 1$

   Так как каждый локальный минимум является глобальным, ф-я унимодальна.

## Вывод

Выполнил все задания и освоил аналитический метод поиска минимума функции одной переменной.