

Министерство науки и высшего образования
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
Югорский государственный университет

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине «Методы оптимизации»

Выполнил

Студент группы 11626

_____ Панчишин И. Р.

«___» _____ 2019 г.

Принял

Доцент ИЦЭ

_____ Самарин В. А.

«___» _____ 2019 г.

Ханты-Мансийск, 2019

Цель

Освоить аналитический метод поиска минимума функции одной переменной.

Задачи

1. Найти наибольшее и наименьшее значения заданных функций на отрезке.
2. Исследовать заданные функции на выпуклость, найти экстремумы и точки перегиба.

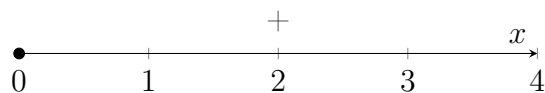
Ход работы

Задание 1:

1. $y = x + \sqrt{x}, x \in [0; 4]$

$$y' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ 2\sqrt{x} + 1 = 0 \implies \sqrt{x} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



ОТВЕТ: $\min = 0, \max = 4$

2. $y = e^{2x} - e^{-2x}, x \in [-2; 1]$

$$y' = 2e^{2x} + 2e^{-2x} = 2(e^{2x} + e^{-2x}) = 0$$

$$e^{2x} + e^{-2x} = 0$$

$$\frac{e^{2x+2x} + 1}{e^{2x}} = 0$$

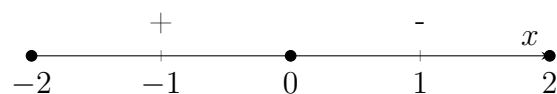
$$\begin{cases} e^{2x} \neq 0 \implies x \not\rightarrow -\infty \\ e^{4x} = -1 \end{cases}$$

ОТВЕТ: $\min = -2, \max = 1$

3. $y = \sqrt{4 - x^2}, x \in [-2; 2]$

$$y' = \frac{1}{2}(4 - x^2)^{-1/2}(-2x) = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 4 - x^2 = 0 \implies x = \pm 2 \end{cases}$$



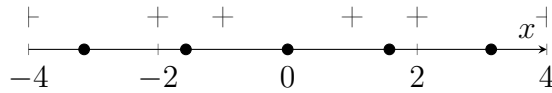
ОТВЕТ: $\min = -2 \cup 2, \max = 0$

$$4. y = \operatorname{tg} x - x, x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$$

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = 0$$

$$\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ (1 - \cos x)(1 + \cos x) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\text{Ответ: } \min = -\frac{\pi}{4}, \max = \frac{\pi}{4}$$

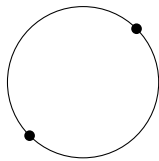
$$5. y = \cos 2x + 2x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y' = 2(-\sin 2x) + 2$$

$$1 - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \implies x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$



$$\text{Ответ: } \min = -\frac{\pi}{2}, \max = \frac{\pi}{2}$$

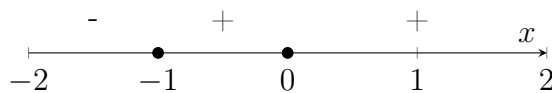
Задание 2:

$$1. y = \ln(1 + x^3)$$

$$1 + x^3 > 0 \implies x > -1$$

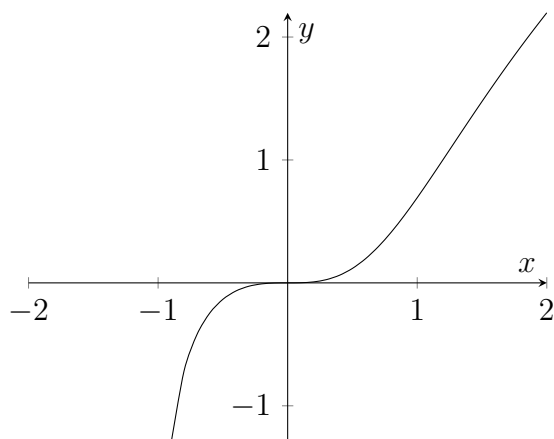
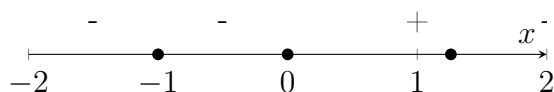
$$y' = \frac{3x^2}{1 + x^3} = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 1 + x^3 \neq 0 \implies x \neq -1 \end{cases}$$



$$y'' = \frac{6x(1 + x^3) - 3x^2 \cdot 3x^2}{(1 + x^3)^2} = \frac{3x(2 - x^3)}{(1 + x^3)^2}$$

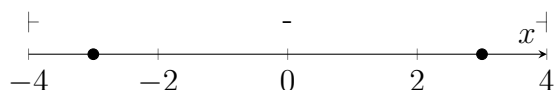
$$\begin{cases} 1 + x^3 \neq 0 \implies x \neq -1 \\ x = 0 \\ x = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$



Дополнительное задание:

1. $f(x) = x^3 - 27x + 5 \rightarrow \min, x \in [-4; 4]$

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \implies x = \pm 3$$



Ответ: $f(3) = 27 - 81 + 5 = -49$

2. $f(x) = x^2 - 3x + x \ln x$

$$f'(x) = 2x - 3 + \ln x + 1 = 2x - 2 + \ln x = 0$$

$$\ln e^{2x} - \ln e^2 + \ln x = 0$$

$$\ln\left(\frac{e^{2x}x}{e^2}\right) = 0$$

По свойству степеней: $a^0 = 1$

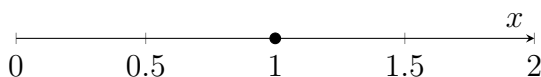
$$\frac{e^{2x}x}{e^2} = 1 \quad \left| \begin{array}{l} 2x = t \\ x = \frac{t}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{te^t}{2e^2} = 1 \implies te^t = 2e^2$$

По определению W-функции Ламберта: $x = W(xe^x)$

$$t = W(te^t) = W(2e^2) = 2$$

$$2x = 2 \implies x = 1$$



Так как каждый локальный минимум является глобальным, f -я унимодальна.

Вывод

Выполнил все задания и освоил аналитический метод поиска минимума функции одной переменной.