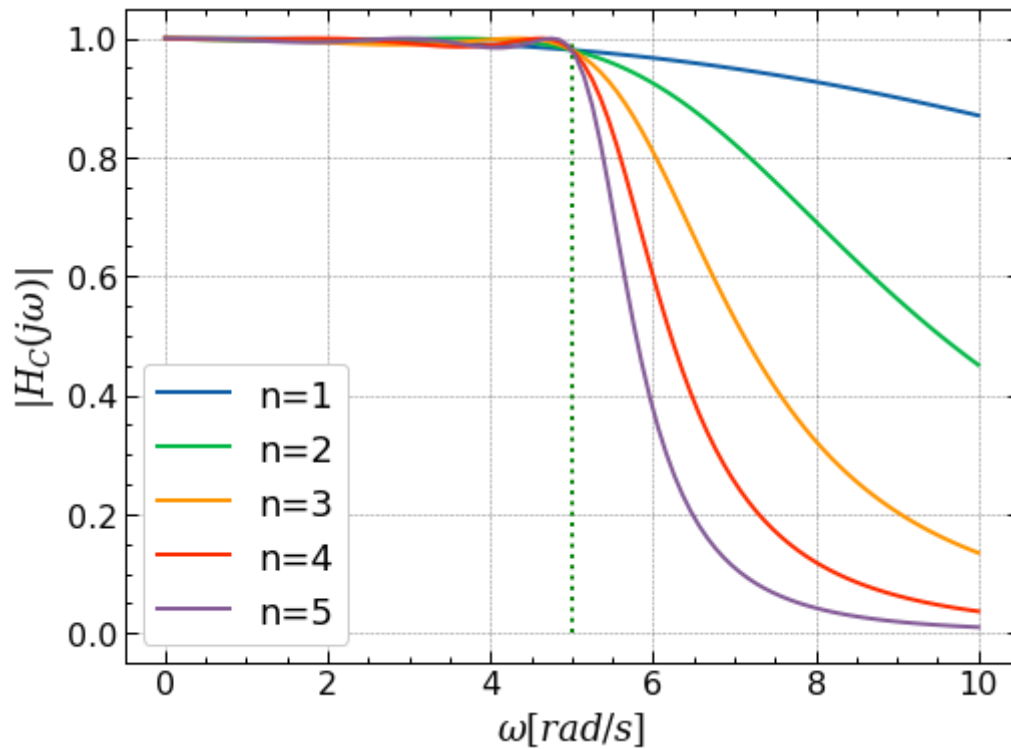


Exercício de fixação de conceitos (EFC) 3 - Filtros analógicos

Aluno: Vinícius de Lima Quadrado - 225357

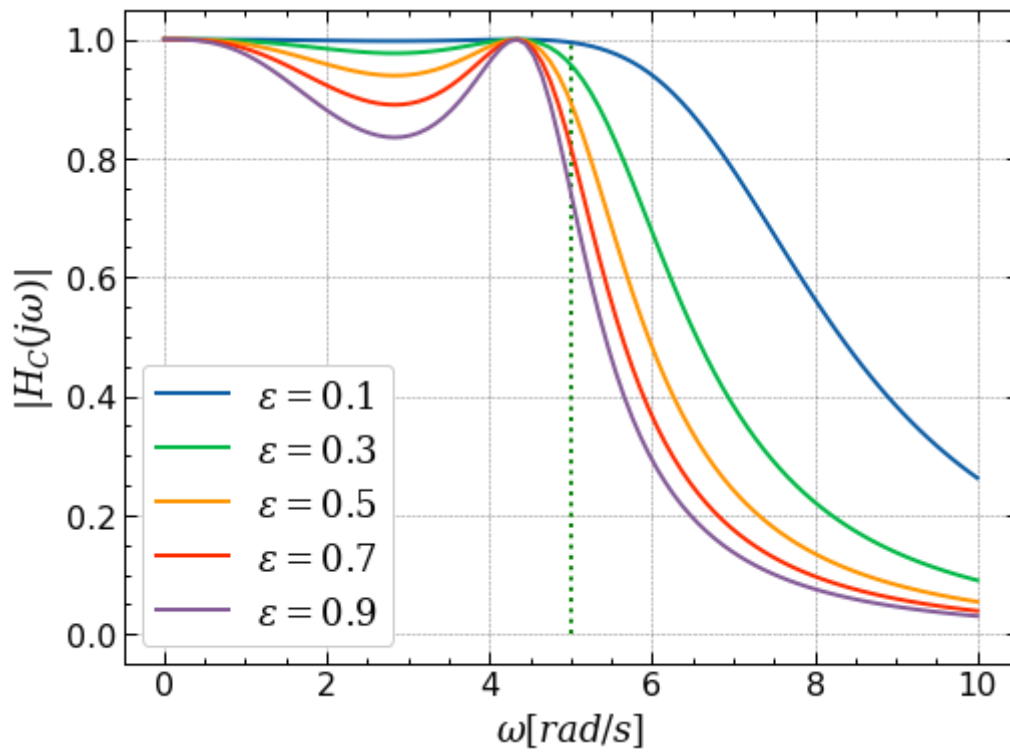
2.1 Filtro de Chebyshev

(a) Filtro de Chebyshev com $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$, $\epsilon = 0,2$ e variando n inteiro, de 1 a 5.



Observa-se com o aumento da ordem do filtro uma aproximação mais íngreme da frequência de corte $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ apesar de cada incremento de ordem não responder linearmente a essa aproximação, de forma que existe retornos diminutivos a cada incremento na ordem.

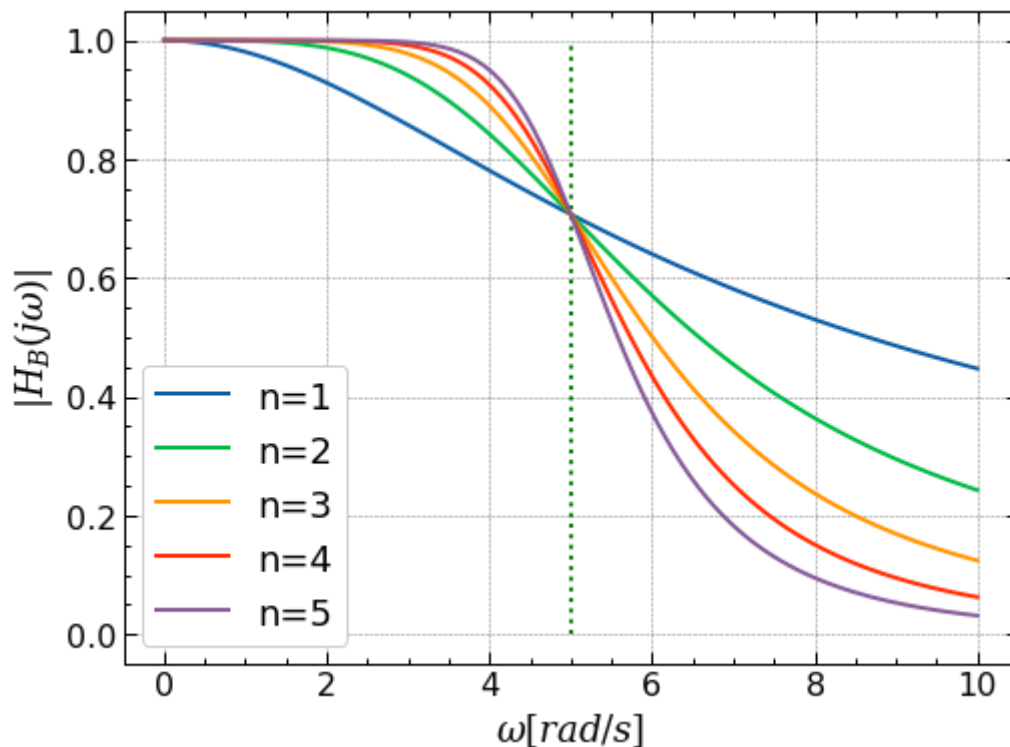
(b) Filtro de Chebyshev com $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$, $n = 3$ e $\epsilon = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ e 0.9



Semelhante a questão anterior observa-se com o aumento da ordem do filtro uma aproximação mais íngreme da frequência de corte $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ no entanto o incremento no ganho também causa um ripple no sinal na região de frequências abaixo da frequência de corte.

2.2 Filtro de Butterworth

(c) Filtro de Butterworth com $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ e variando n inteiro, de 1 a 5.



Observa-se uma aproximação de um filtro ideal através do aumento do valor da ordem do filtro, no entanto ao contrário do filtro de Chebyshev, a atenuação do sinal não acontece ao redor da frequência e também uma pivotação dos sinais ao redor do ponto $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ e $|H_B(j\omega)| \approx 0,7$

2.3 Filtragem de um pulso retangular

(d) Calcule a transformada do sinal retangular dado, sabendo que $\tau = 2\pi/\omega_c$ e apresente o gráfico do módulo da resposta em frequência, com o eixo das frequências variando de 0 a 20 rad/s e $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$

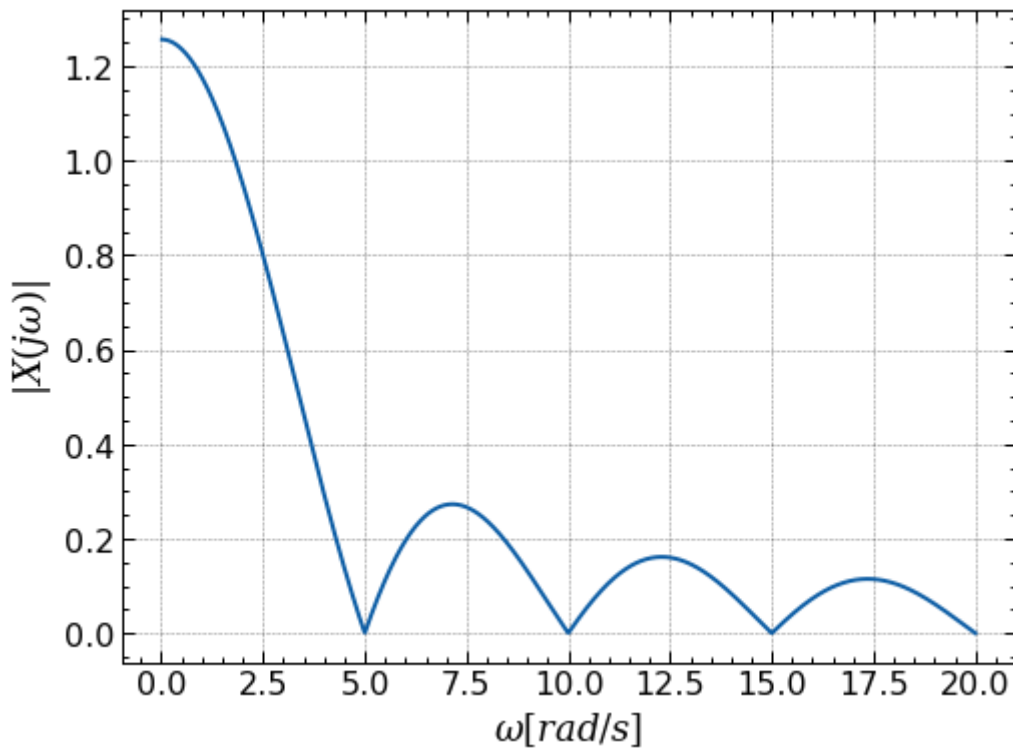
$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt = \left. \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \right|_{t=-\tau/2}^{\tau/2} \\ &= \frac{2\text{sen}(\omega\tau/2)}{\omega} = \frac{\tau}{\omega\tau/2} \text{sen}(\omega\tau/2) = \tau \frac{\text{sen}(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \end{aligned}$$

substituindo $\tau = 2\pi/\omega_c$

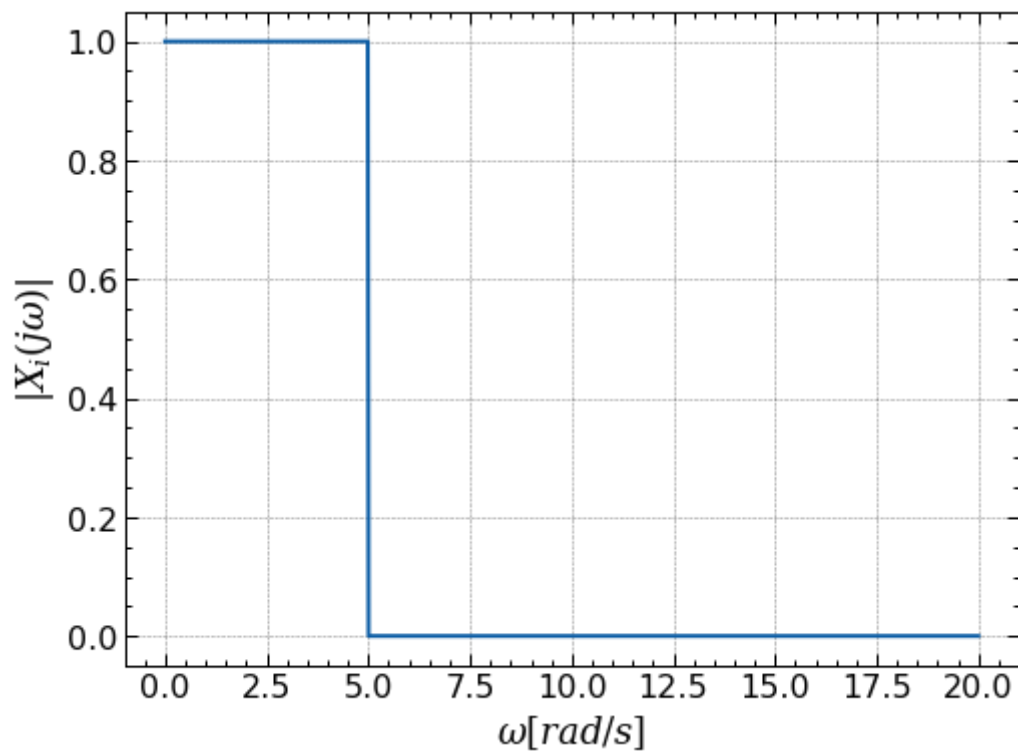
$$X(j\omega) = \frac{2\pi}{\omega_c} \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega 2\pi}{2\omega_c}\right)}{\frac{\omega 2\pi}{2\omega_c}} = 2\pi \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega\pi}{\omega_c}\right)}{\omega\pi}$$

Observa-se que a resposta em frequência é zero nos valores múltiplos da frequência de corte, como se observa na equação acima, equação irá zerar quando o argumento do seno ser

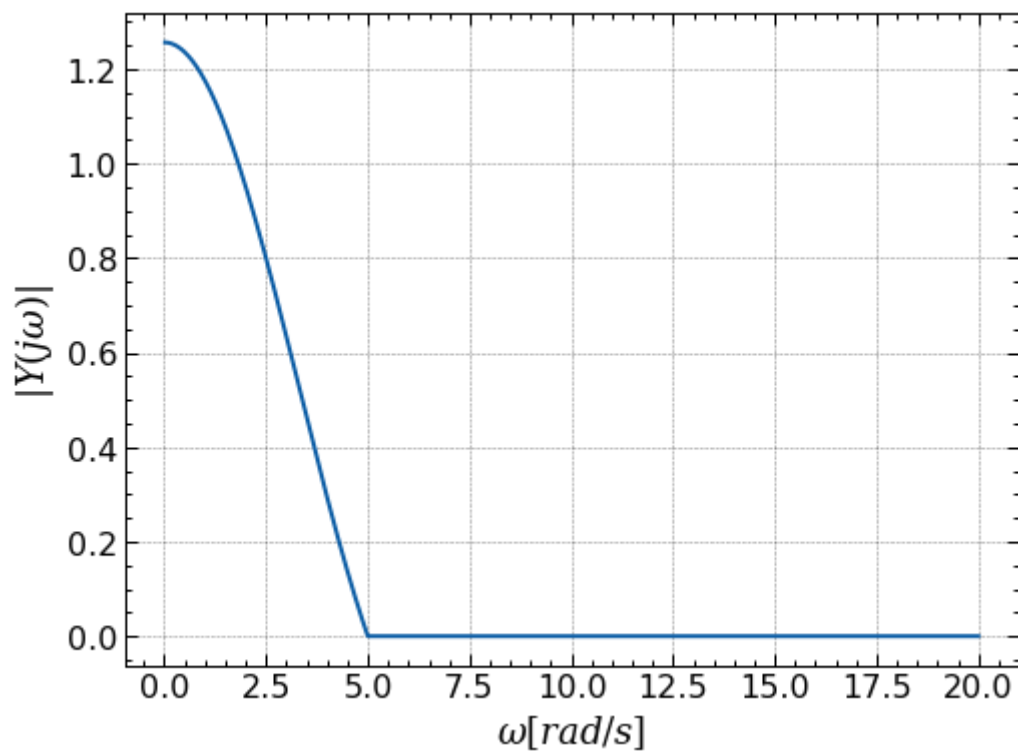
$$\frac{\omega\pi}{\omega_c} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$



(e) O módulo da resposta em frequência do filtro, $|H_{ideal}(j\omega)|$ para $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$:

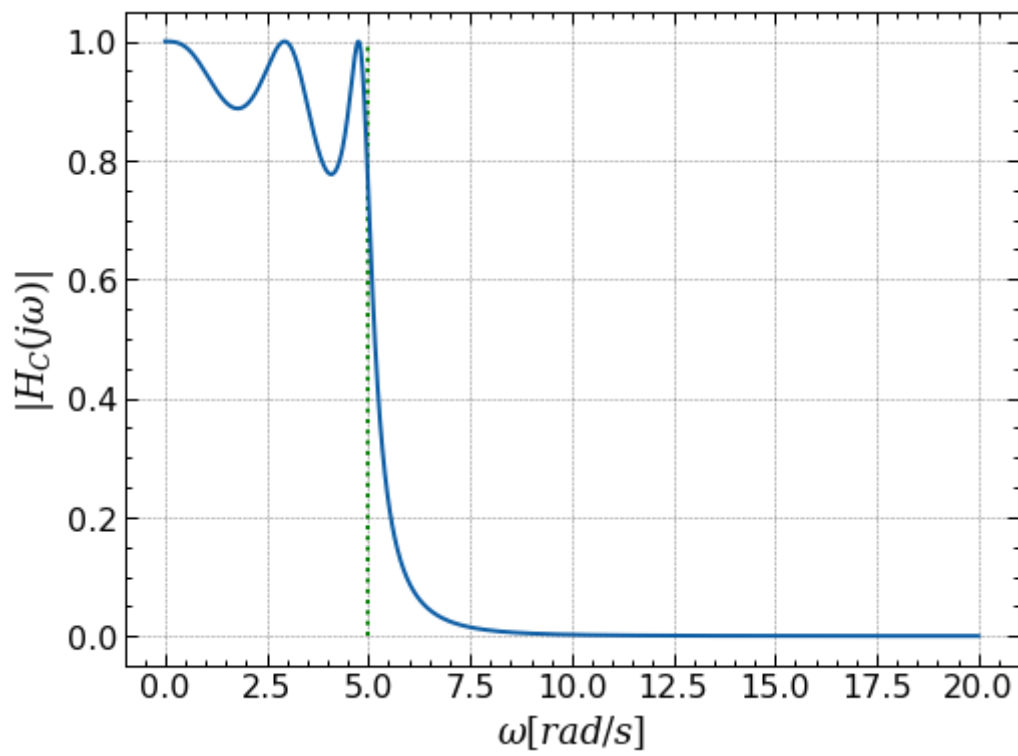


O sinal $X(j\omega)$ filtrado por $|H_{ideal}(j\omega)|$, cuja saída corresponde a $|Y(j\omega)| = |H_{ideal}(j\omega)| \cdot |X(j\omega)|$

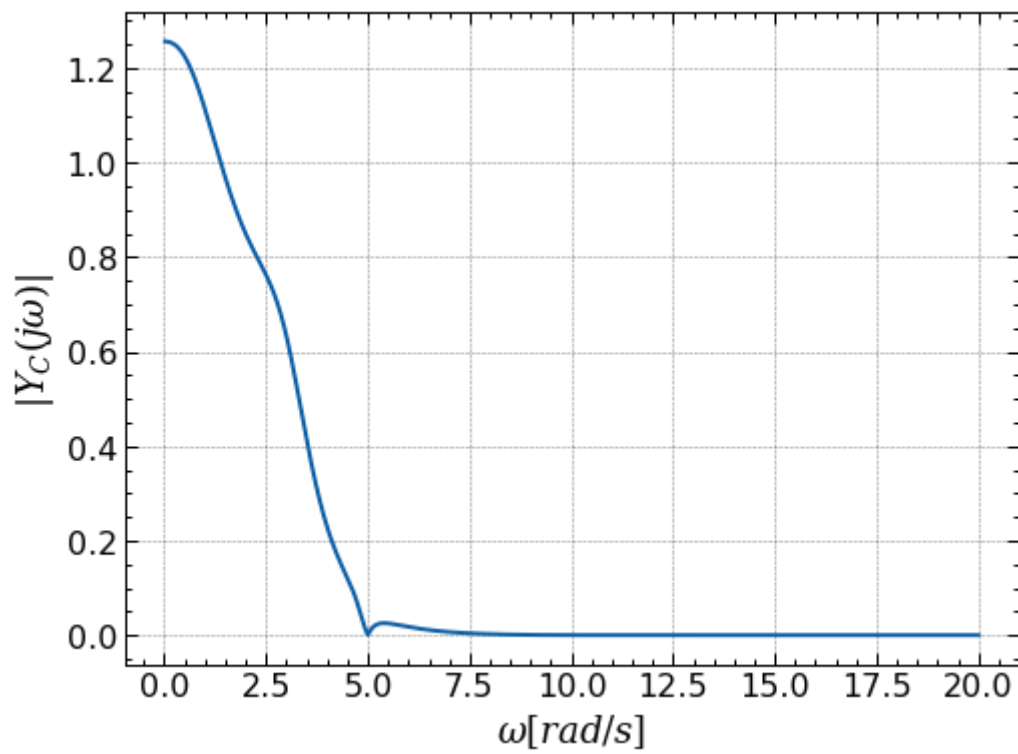


(f) Filtrando $X(j\omega)$ com o filtro de Chebyshev em $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$, $n = 3$ e $\epsilon = 0.9$

O módulo da resposta em frequência do filtro, $|H_C(j\omega)|$:

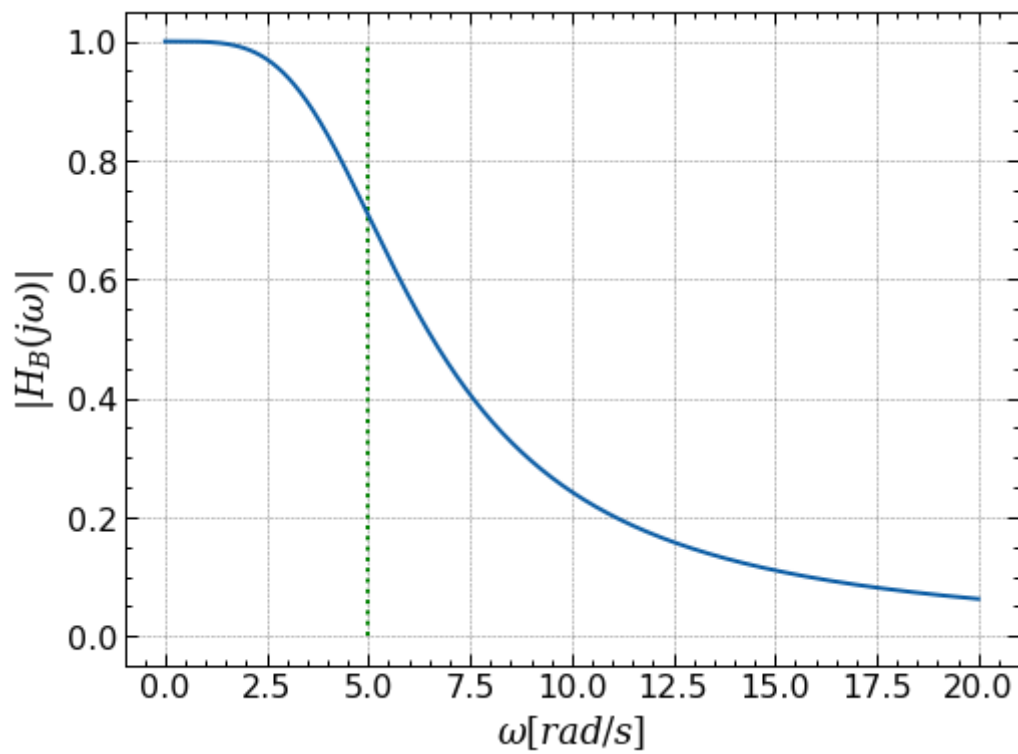


O sinal $X(j\omega)$ filtrado por $|H_C(j\omega)|$, cuja saída corresponde a $|Y_C(j\omega)| = |H_C(j\omega)| \cdot |X(j\omega)|$

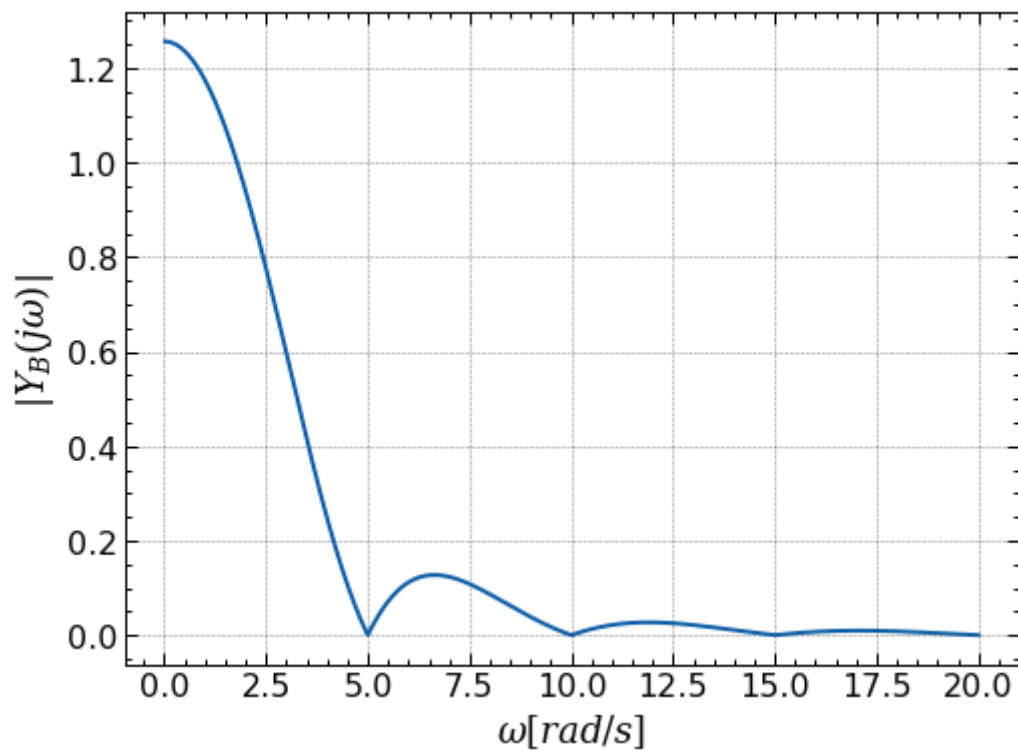


(g) Filtrando $X(j\omega)$ com o filtro de Butterworth em $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ e $n = 2$

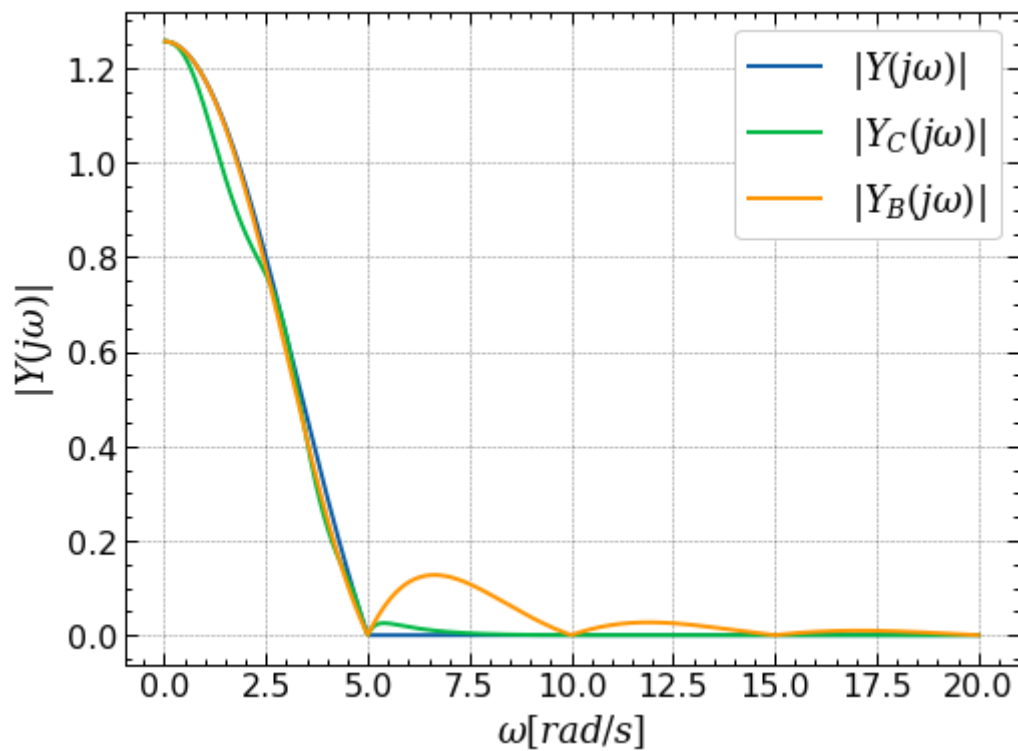
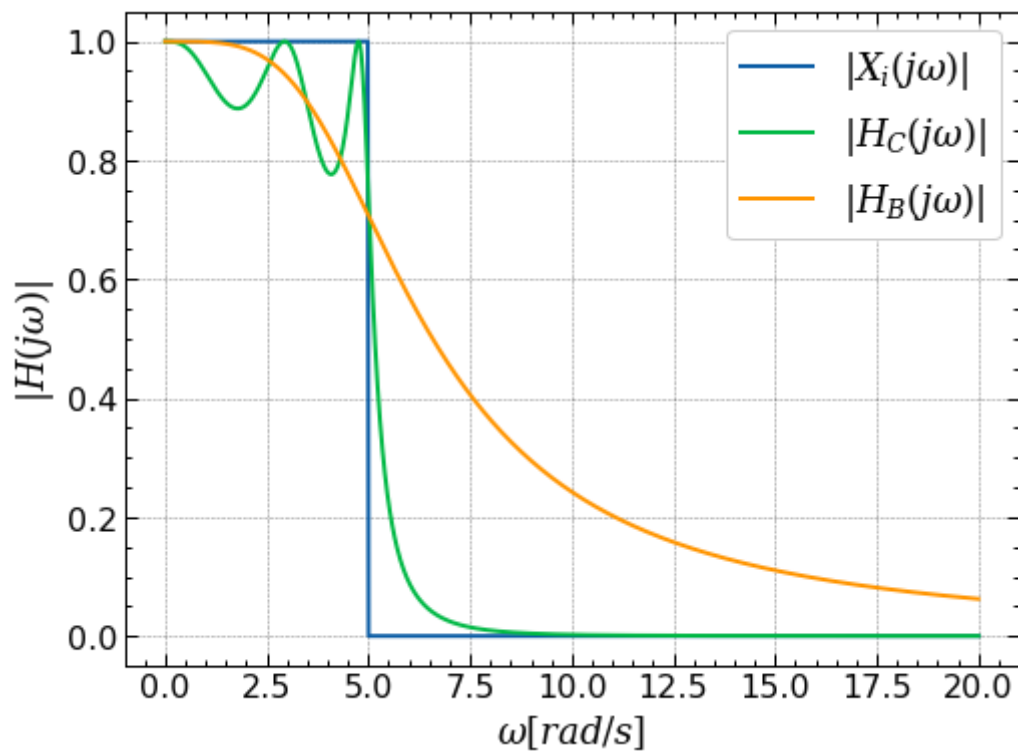
O módulo da resposta em frequência do filtro, $|H_B(j\omega)|$:



O sinal $X(j\omega)$ filtrado por $|H_B(j\omega)|$, cuja saída corresponde a $|Y_B(j\omega)| = |H_B(j\omega)| \cdot |X(j\omega)|$



(h) Compare as saídas obtidas nos itens (f) e (g) com a obtida no item (e), bem como as respostas em frequência de cada um dos filtros. Comente as semelhanças e diferenças entre as respostas dos filtros e como isto se reflete no espectro das saídas obtidas, para frequências inferiores e superiores à frequência de corte.



O filtro ideal possui resposta em frequência de módulo unitário para frequências abaixo da frequência de corte, e módulo zero para frequências mais altas. Como este filtro é muito difícil de ser construído, existem filtros não-ideais que buscam alcançar o mesmo objetivo, apesar de terem limitações, ou seja, o resultado de uma filtragem por filtros não-ideais é uma aproximação do filtro ideal, cuja qualidade da filtragem variam de acordo com a ordem e/ou ganho do filtro, neste caso são os filtros de Chebyshev e Butterworth.

A resposta em frequência do filtro de Chebyshev e Butterworth se assemelham em possuir ponto de inclinação mais negativo ao redor da frequência de corte para que são projetados, para assim terem a ação de filtrar as frequências mais altas que a frequência de corte definida.

E se diferem, na resposta em frequência, principalmente na região de passagem, onde o filtro de Butterworth apresenta uma curva mais suave, sem presença de picos e vales, apesar de ter uma atenuação de cerca de 30% na frequência de corte apenas. Já o filtro de Chebyshev apresenta no módulo de sua resposta em frequência uma queda abrupta em torno da frequência de corte, apesar de possuir um ripple na sua banda de passagem que pode distorcer o sinal que se deseja preservar após a filtragem.

O filtro de Butterworth afeta levemente o sinal de interesse $\omega_c < 5 \text{ rad/s}$ e filtra pouco do sinal que se deseja eliminar entre a primeira e segunda harmônica $5 < \omega_c < 10 \text{ rad/s}$, a partir da segunda harmônica o filtro atenua o sinal não desejado razoavelmente bem.

O filtro de Chebyshev filtra muito bem as frequências acima da frequência de corte, mas como mencionado acima, devido a possuir em sua resposta em frequência um ripple na banda de passagem, esse comportamento causa distorção no sinal de interesse.

Avalia-se que a escolha entre um e outro filtro depende do objetivo do projeto, se o mesmo aceita distorções no sinal desejado, ou prefere distorcer menos o sinal desejado ao custo de não filtrar perfeitamente as frequências acima da frequência de corte, além de custo e complexidade de fabricação do circuito, questões sobre as quais projetistas e engenheiros se debruçam sobre e analisam as necessidades do projeto.