

# Dicionários Avançados: AVL e Árvore Rubro-Negra

# Roteiro

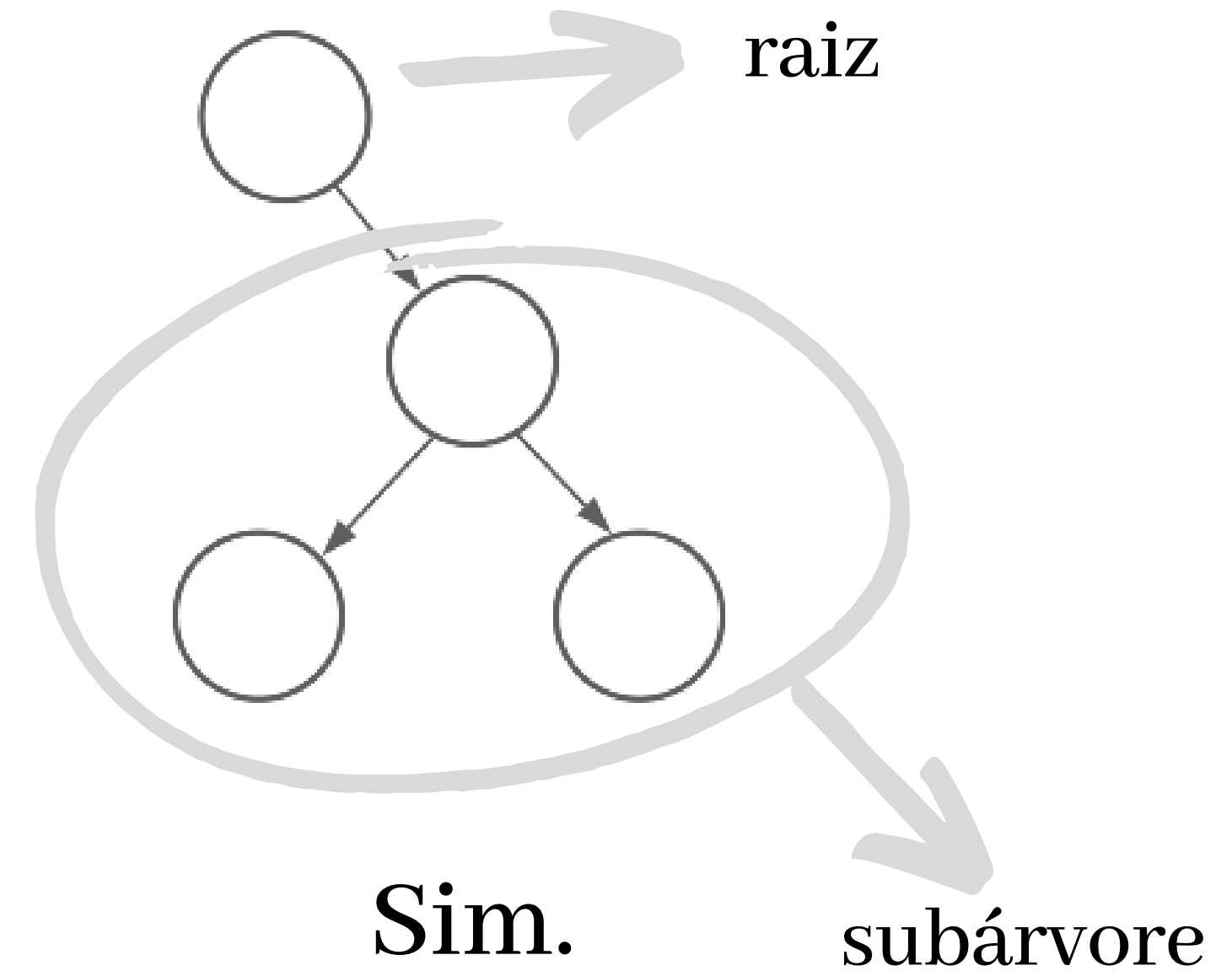
- árvores binárias de busca
- balanceamento em árvores
- propriedades das AVL e Árvores Rubro-Negras
- análises de complexidade dos algoritmos
- exemplos de aplicação de uso
- comparações
- artigos relacionados

# É uma árvore?

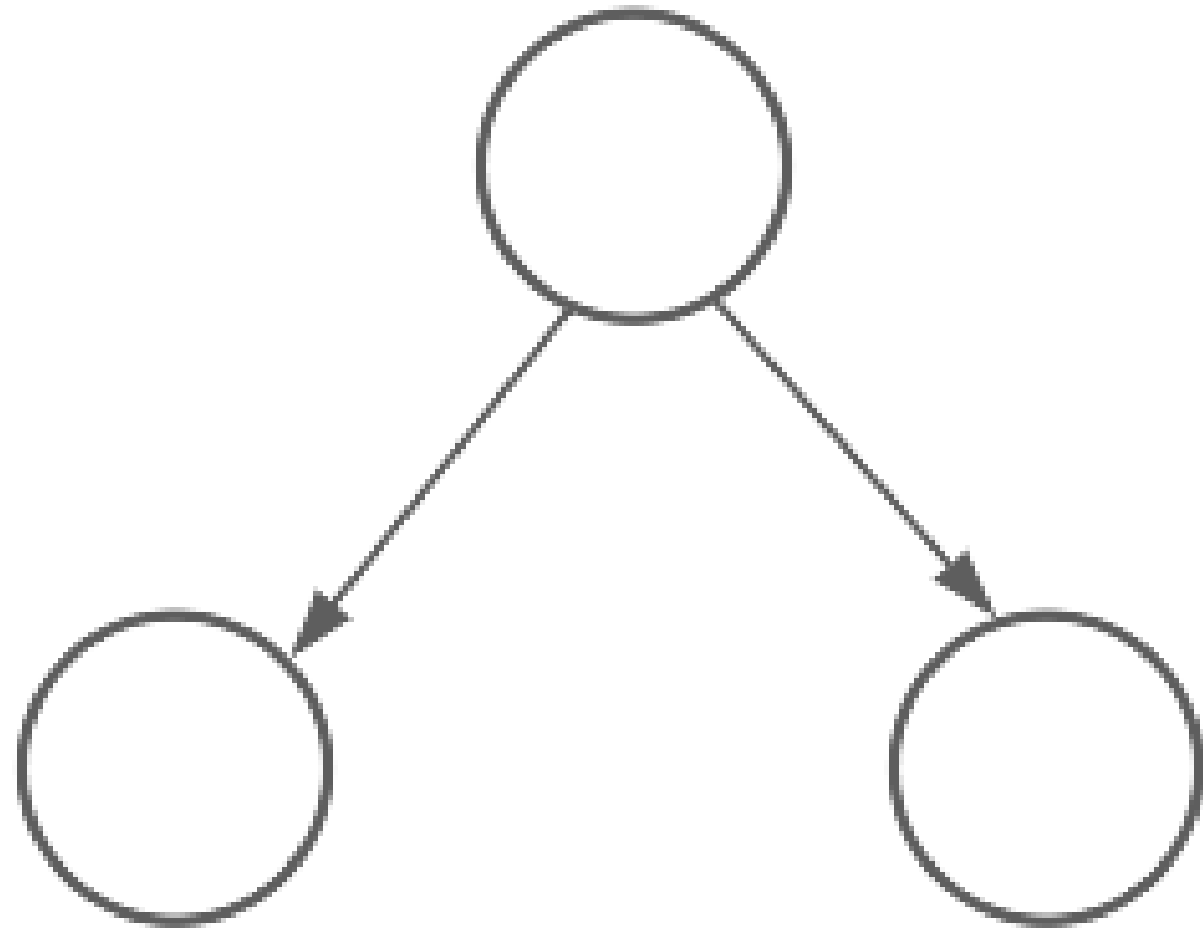
NULL

Sim.

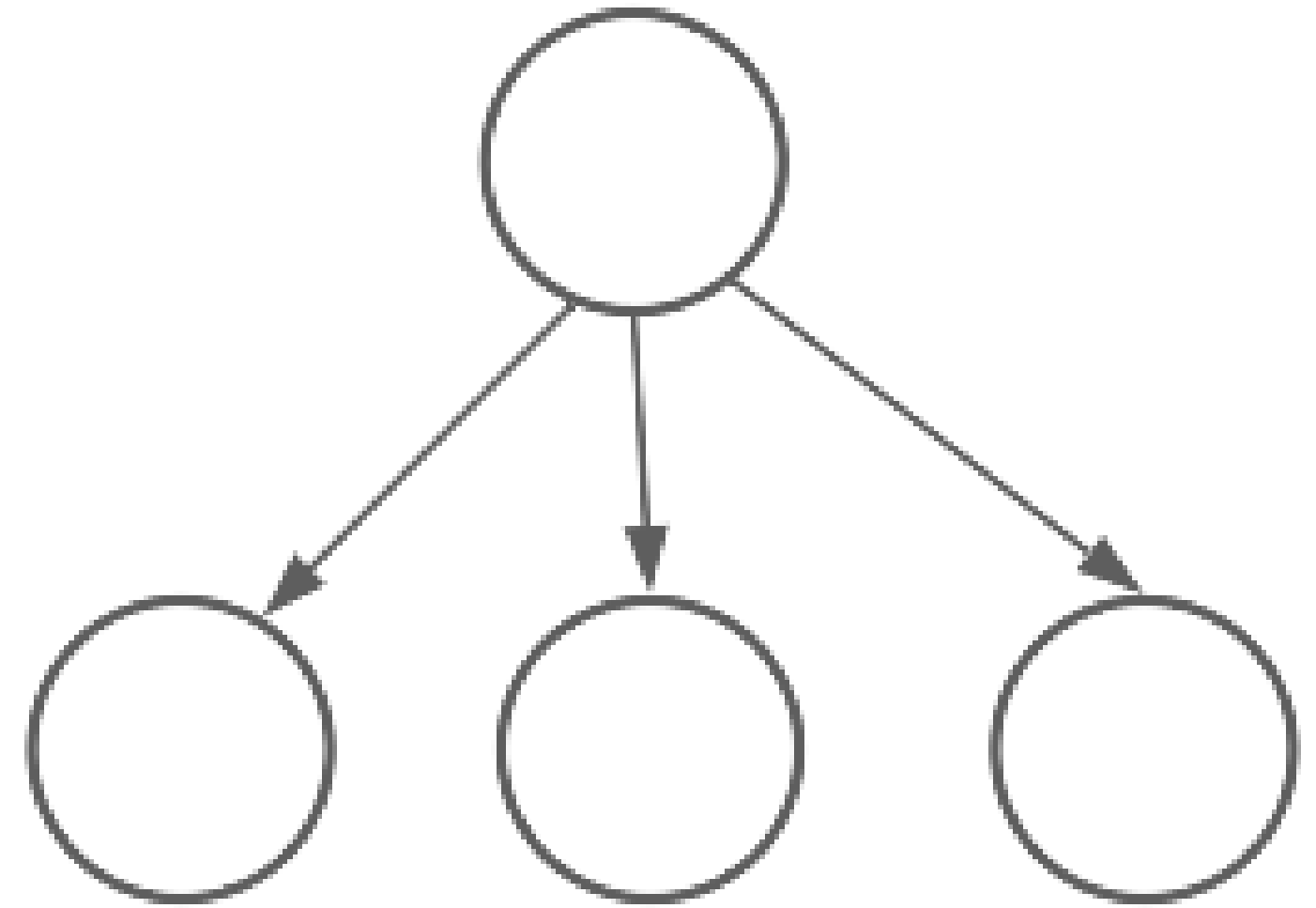
# É uma árvore?



# Árvore Binária

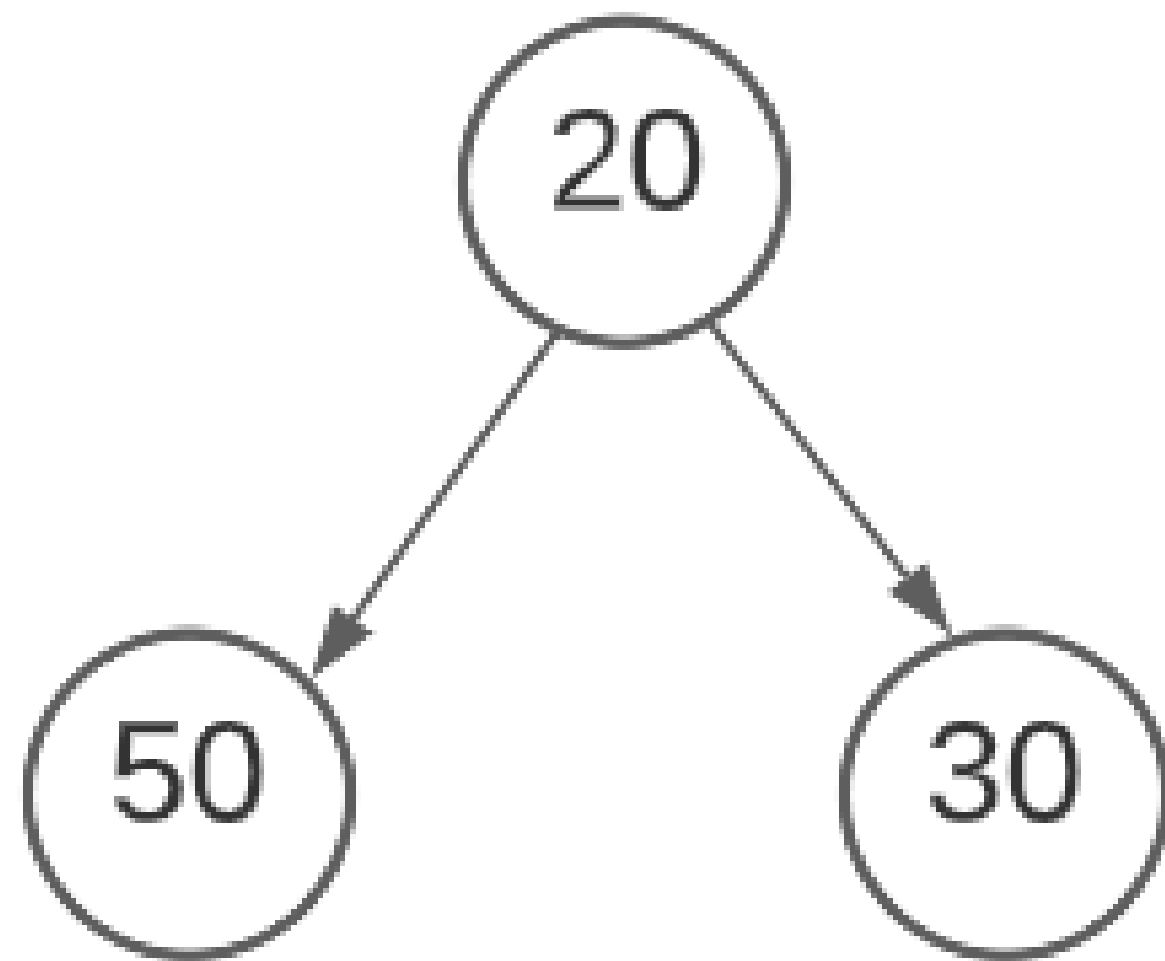


# É uma árvore Binária?



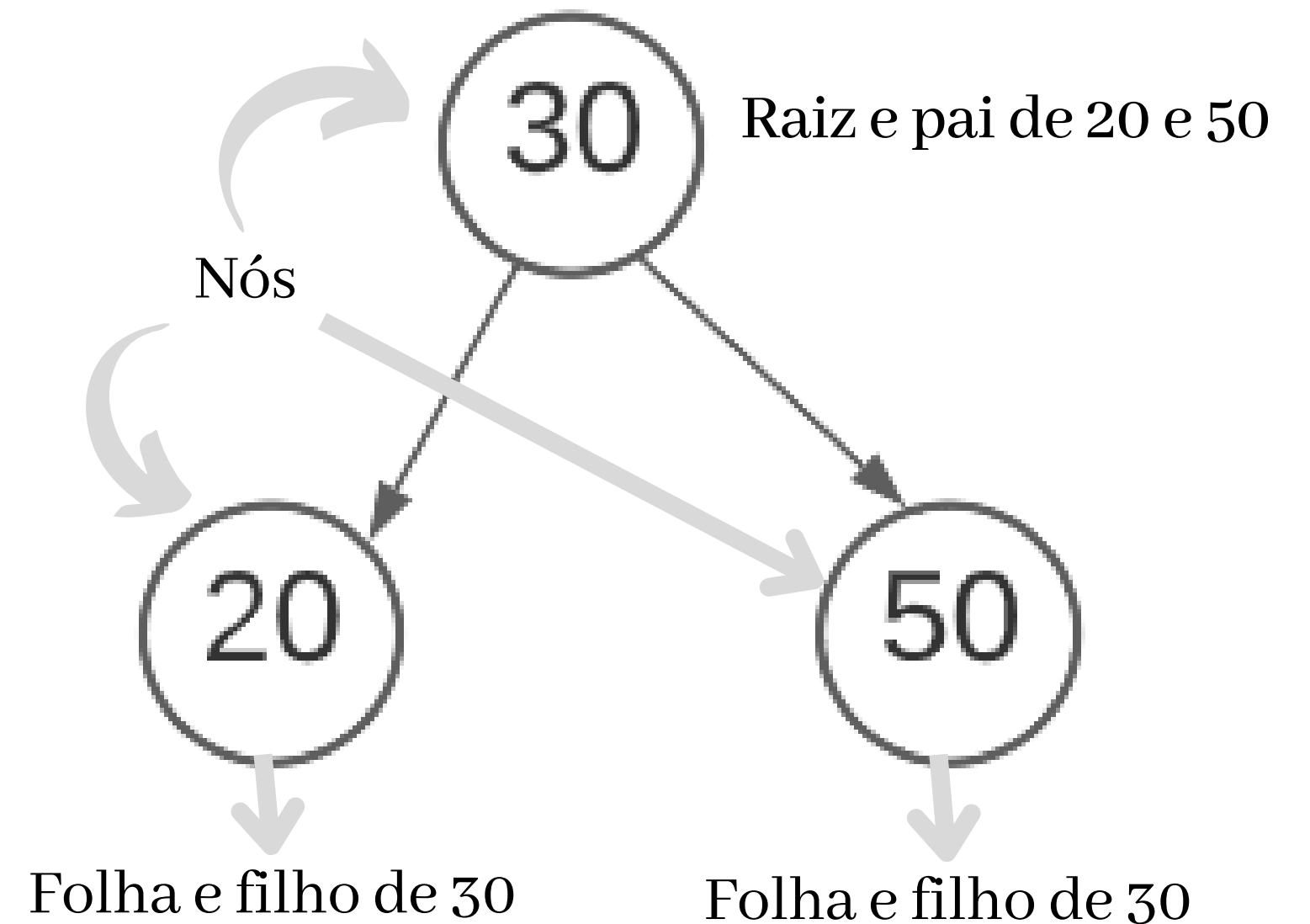
Não.

# Árvore Binária

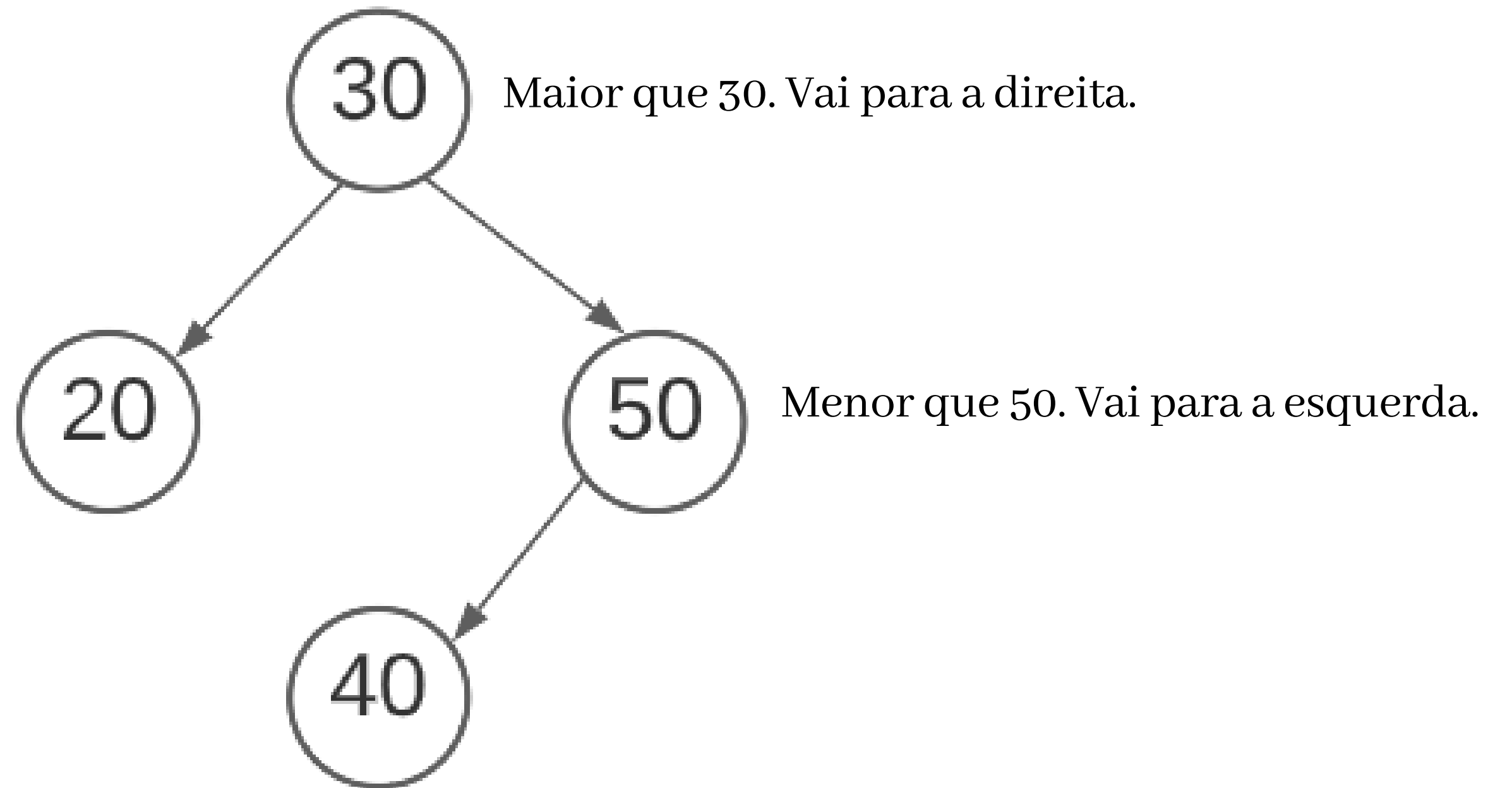


Não é árvore de busca por propriedade.

# Árvore Binária de Busca

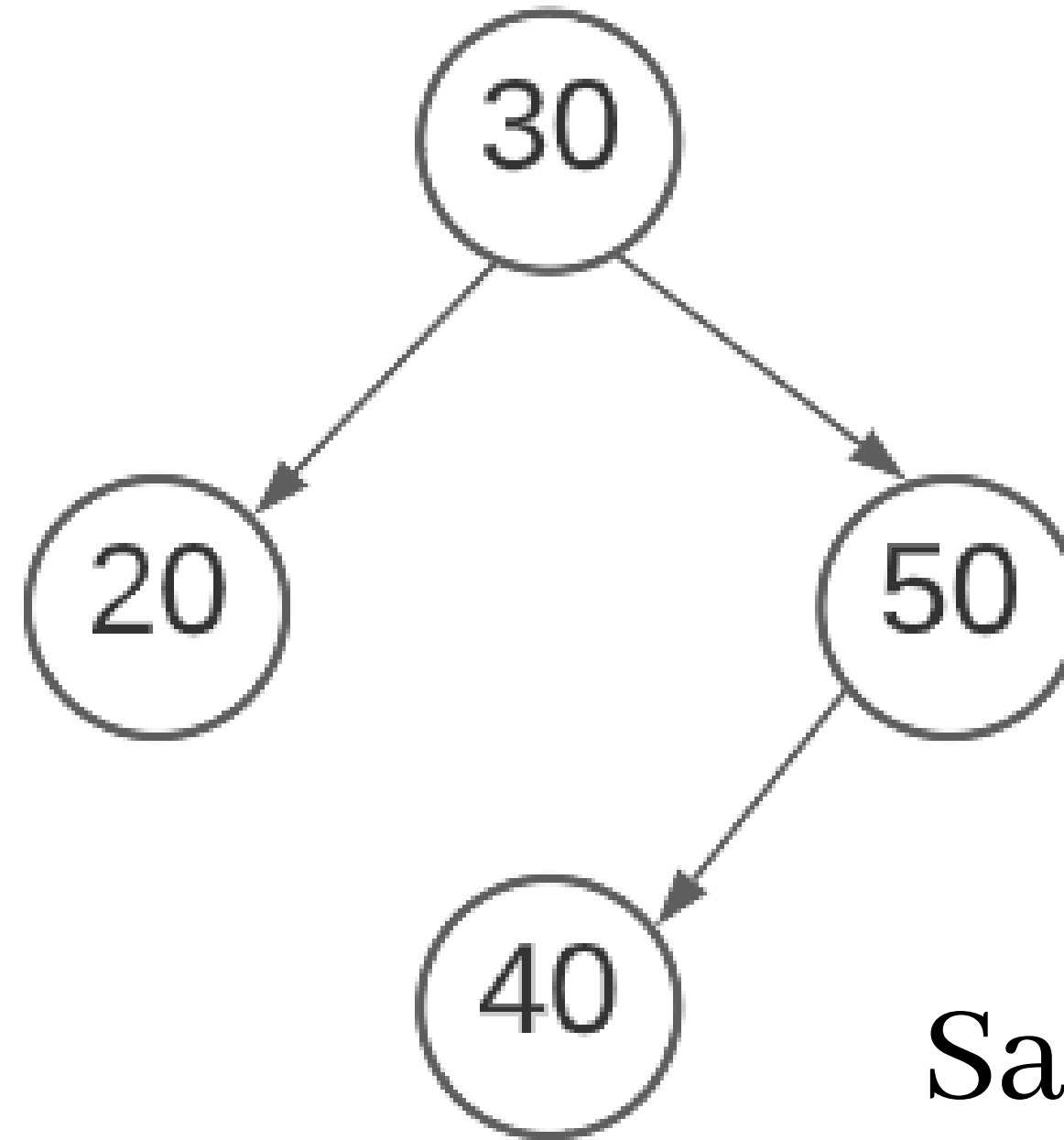


# Inserindo o 40



# Percurso em ordem em árvore binária de busca

$N = 4$



Saída: 20, 30, 40, 50

# AVL: Adelson-Velsky e Landis



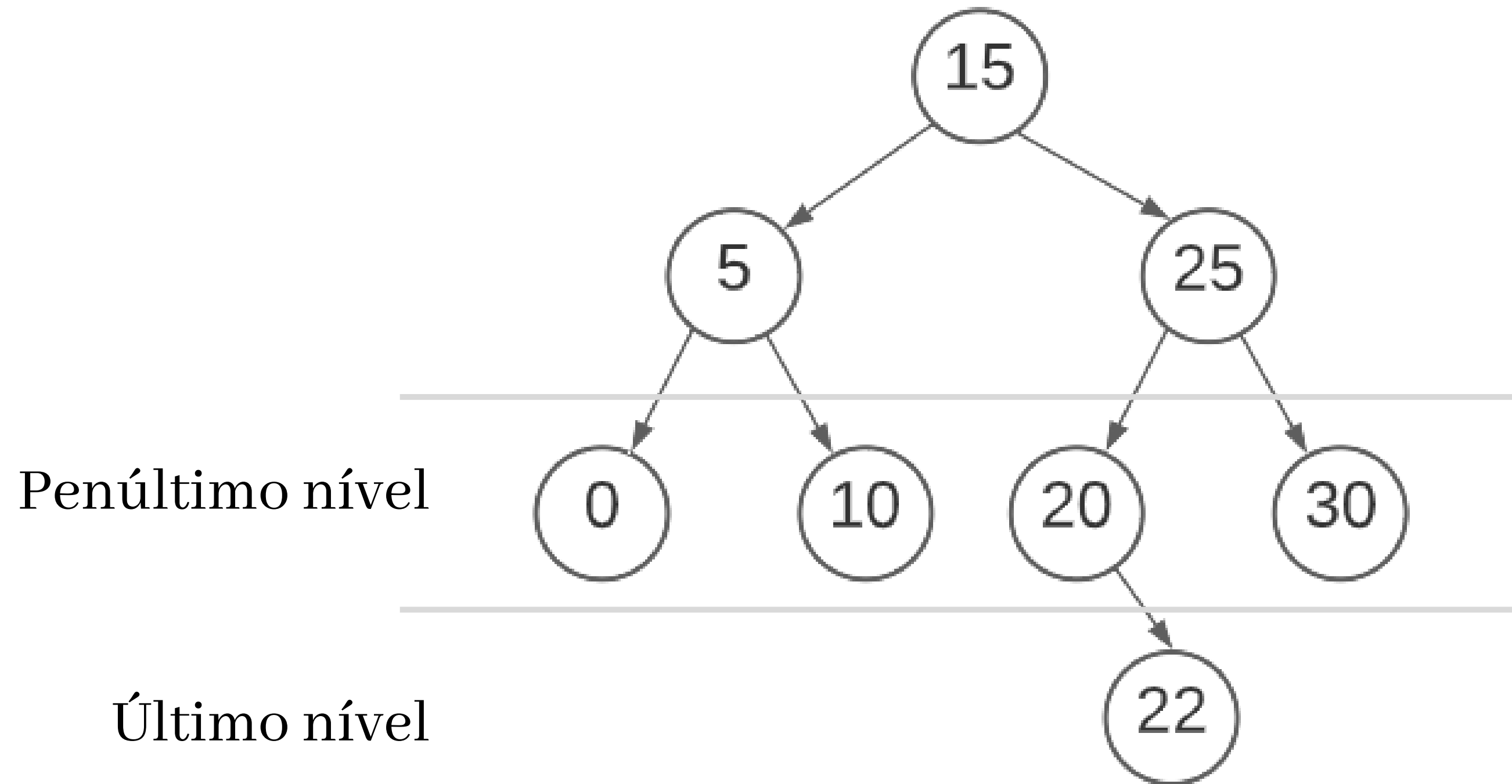
**Georgy Adelson-Velsky**



**Yevgeniy Landis**



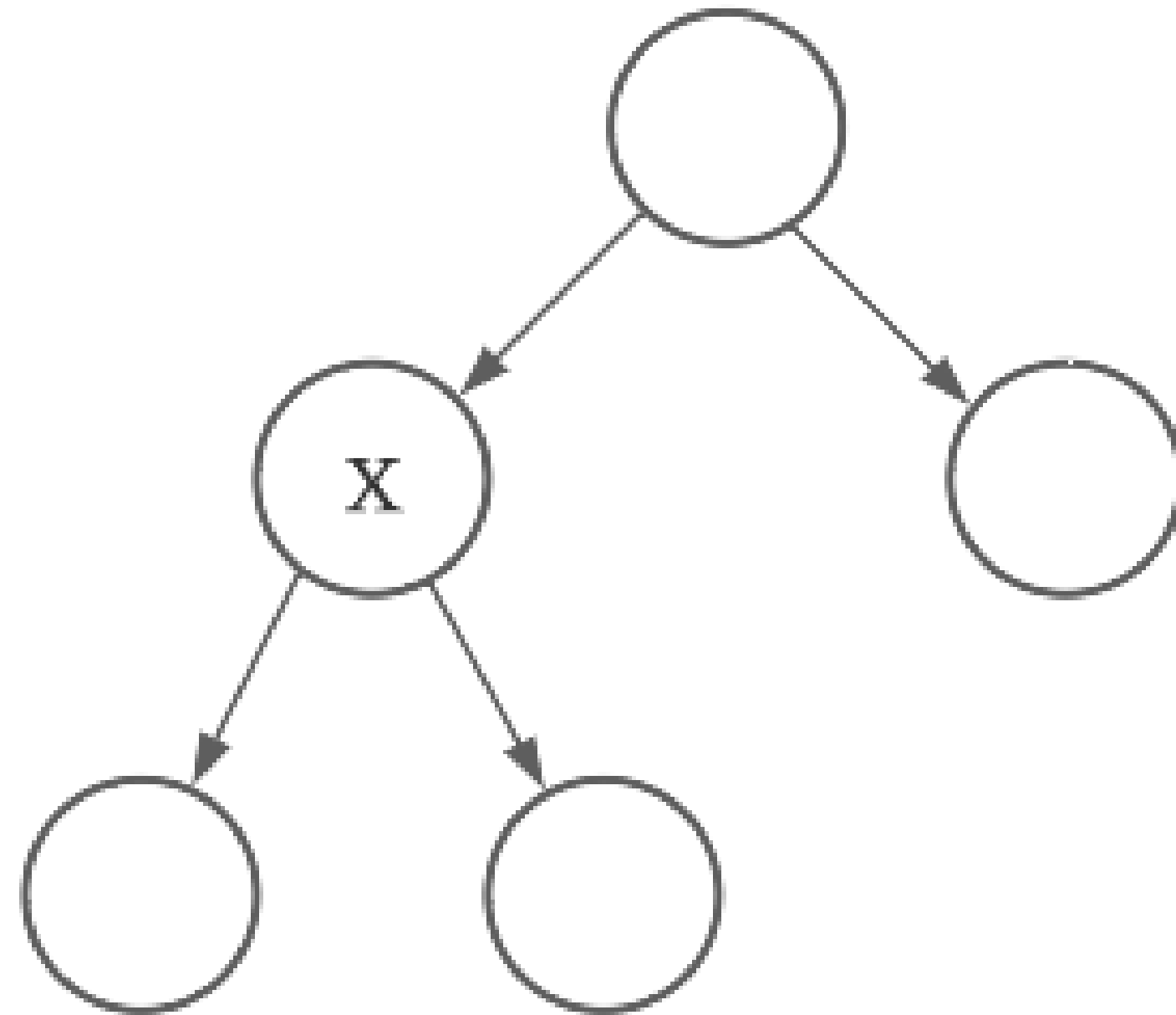
# AVL



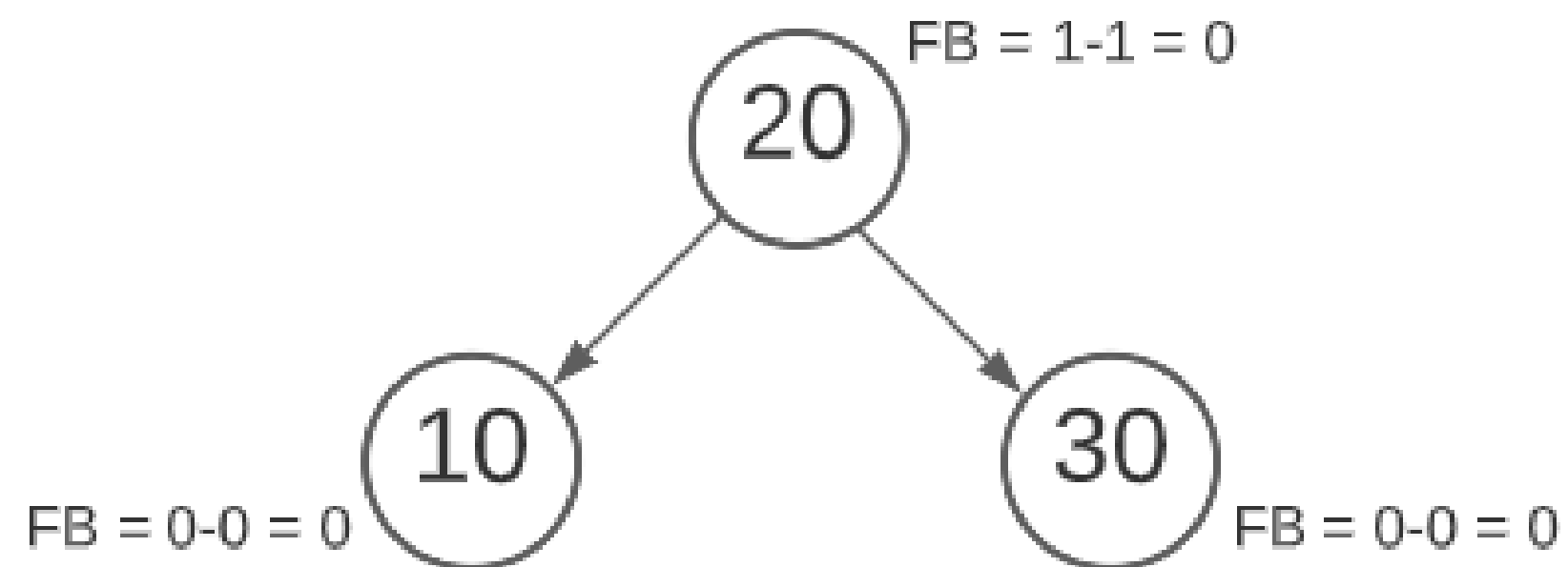
# Altura em árvores

Altura da árvore: 3

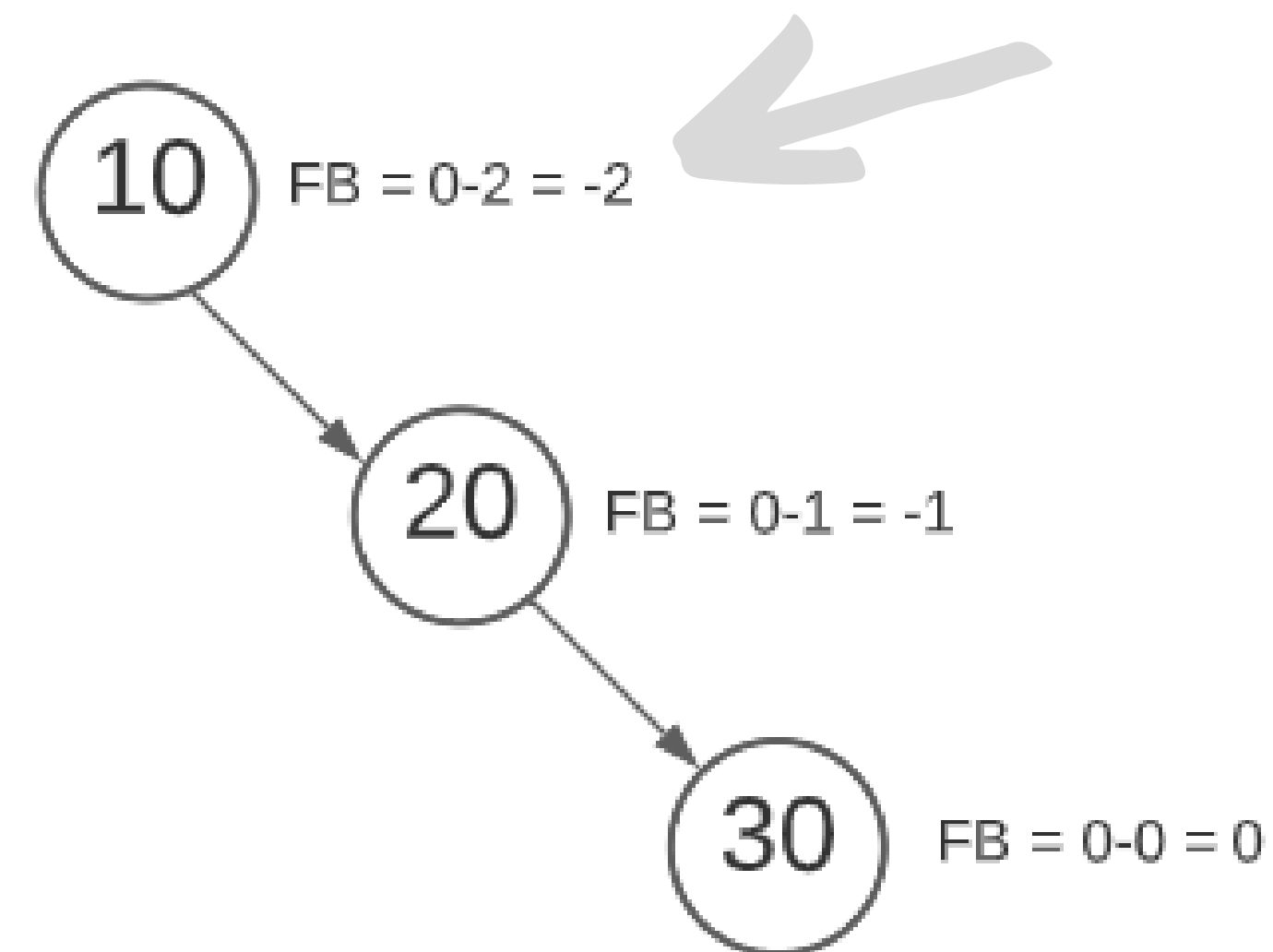
Altura da subárvore  
a partir do nó x: 2



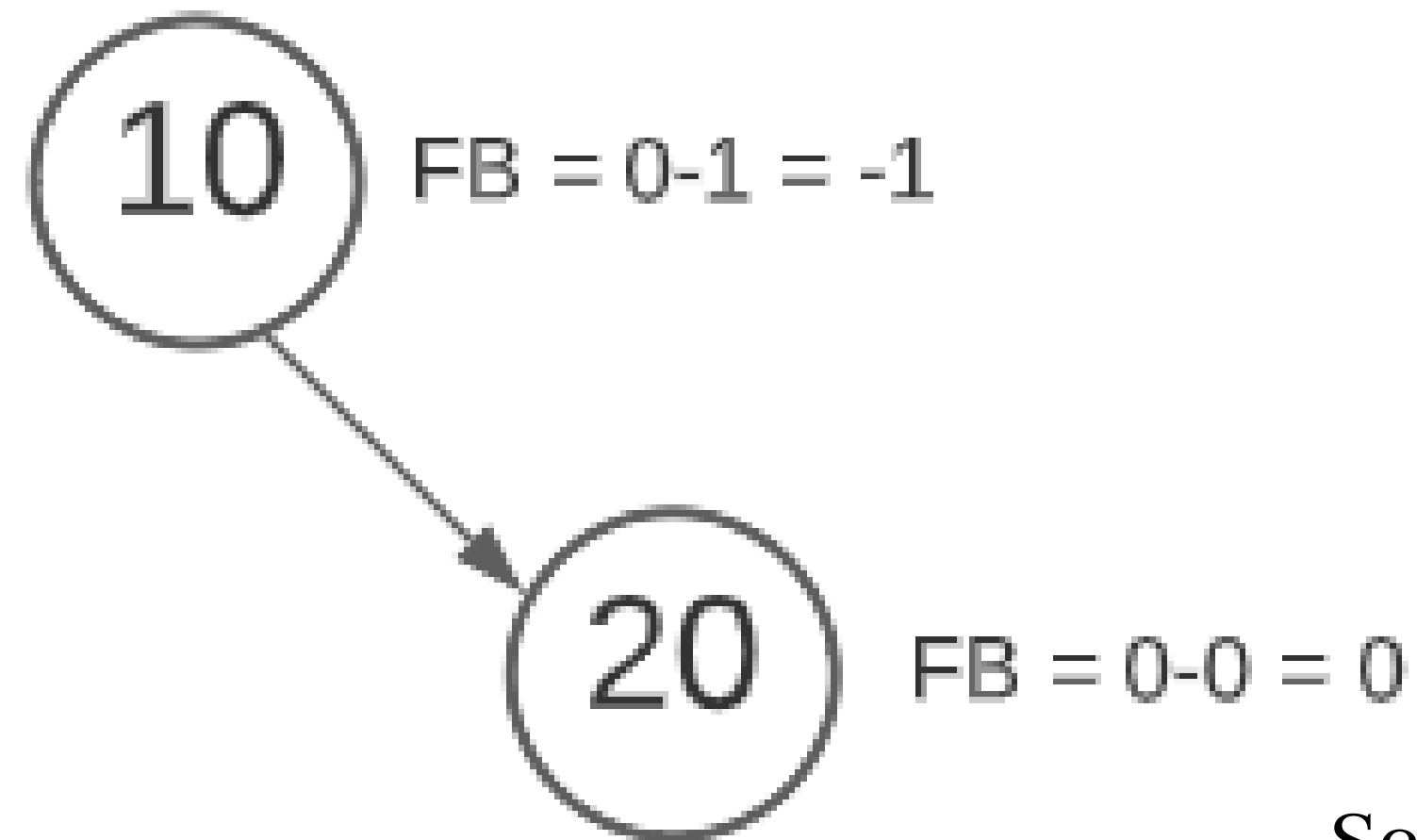
# Árvore balanceada



# Árvore desbalanceada



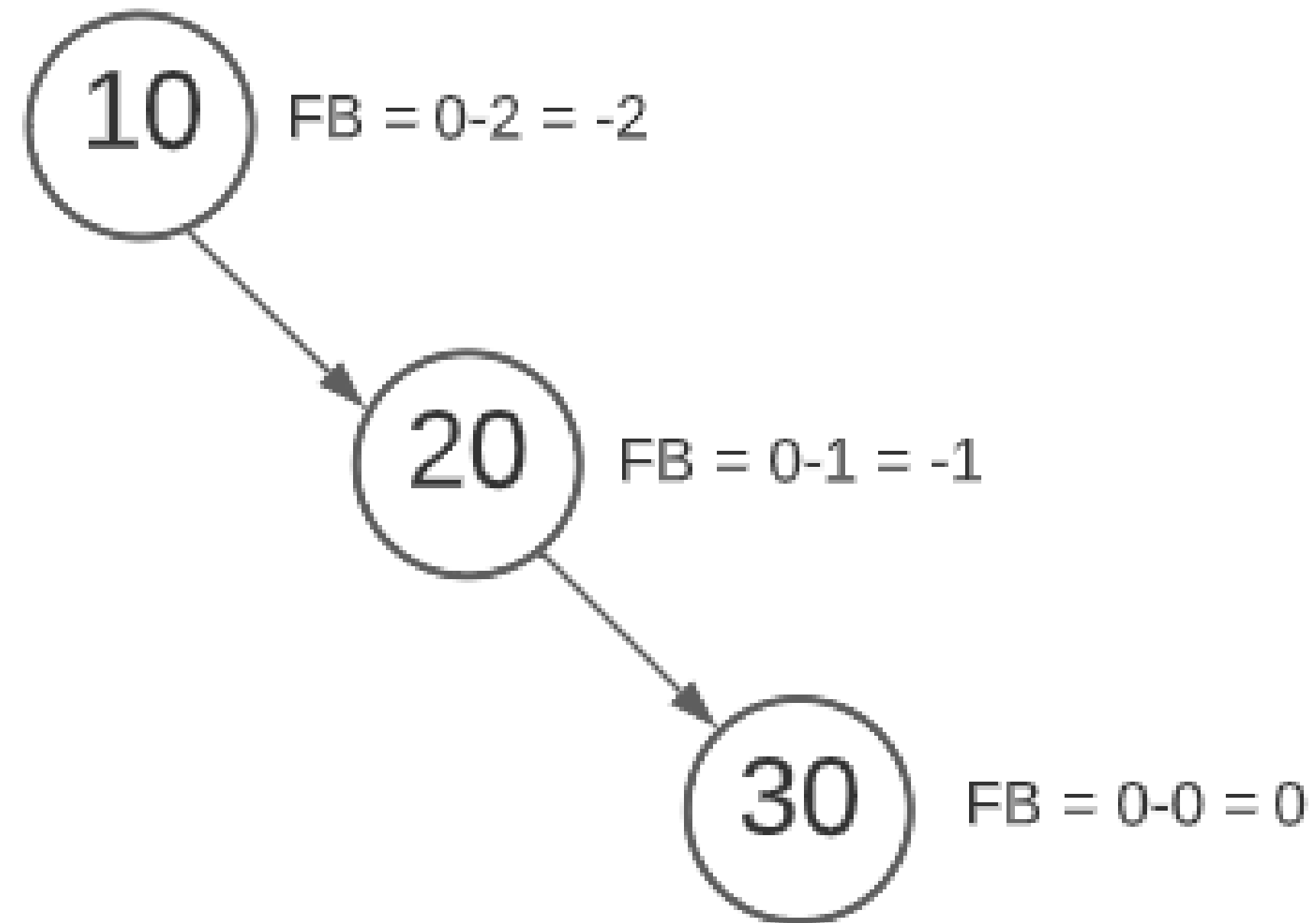
# Inserindo o 30 na AVL a seguir



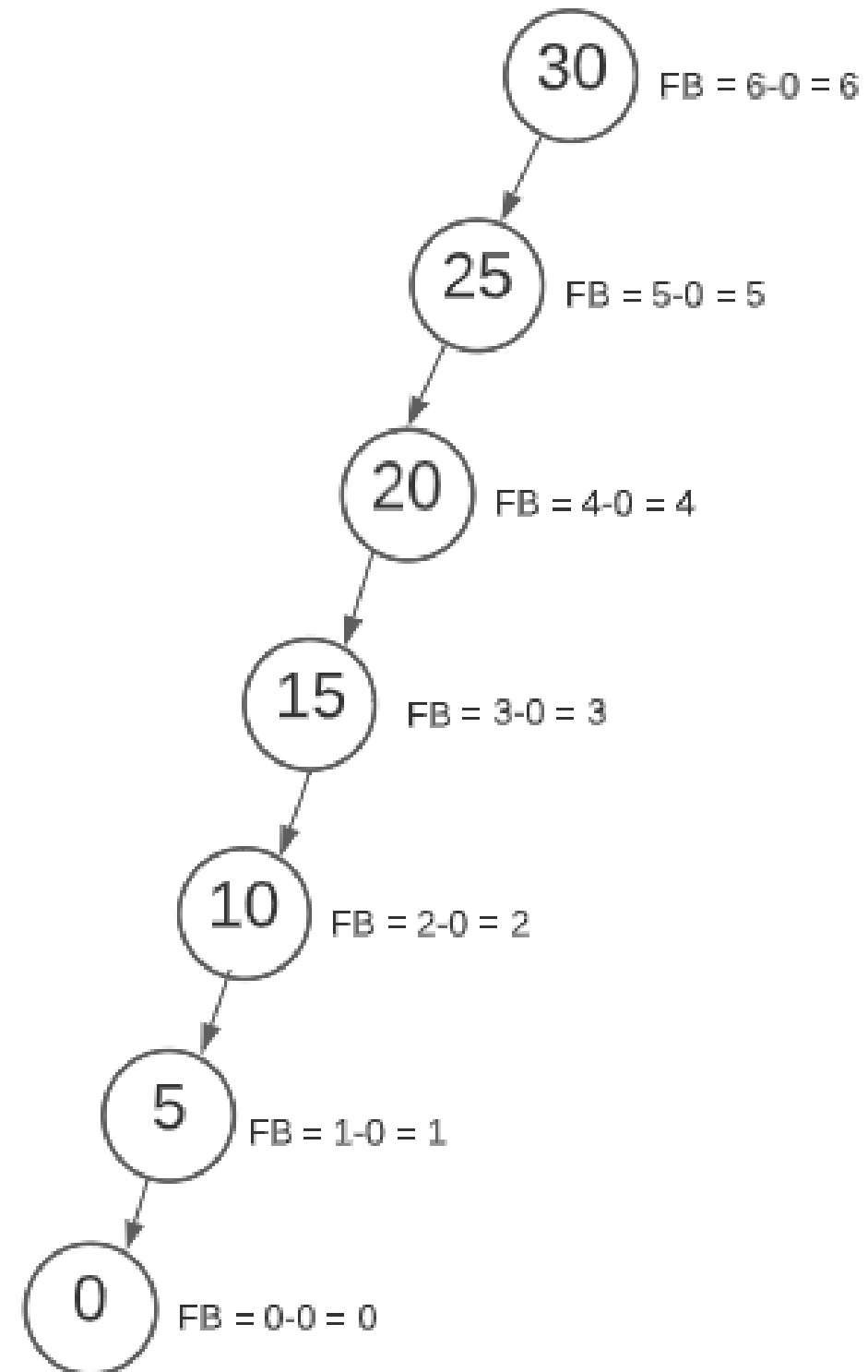
Será inserido como filho  
à direita do 20.



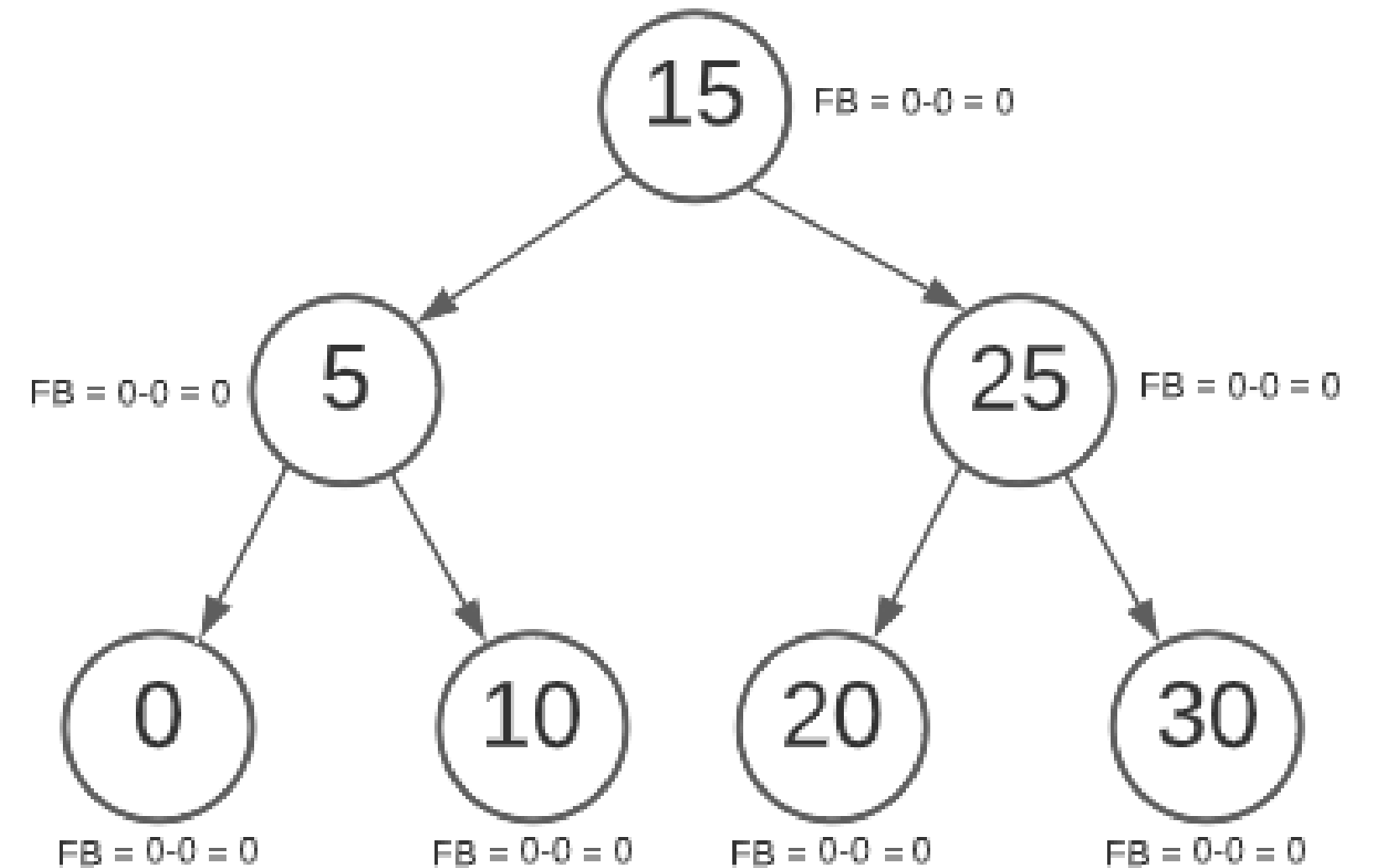
# Inserindo o 30 na AVL a seguir



# Árvore binária de busca



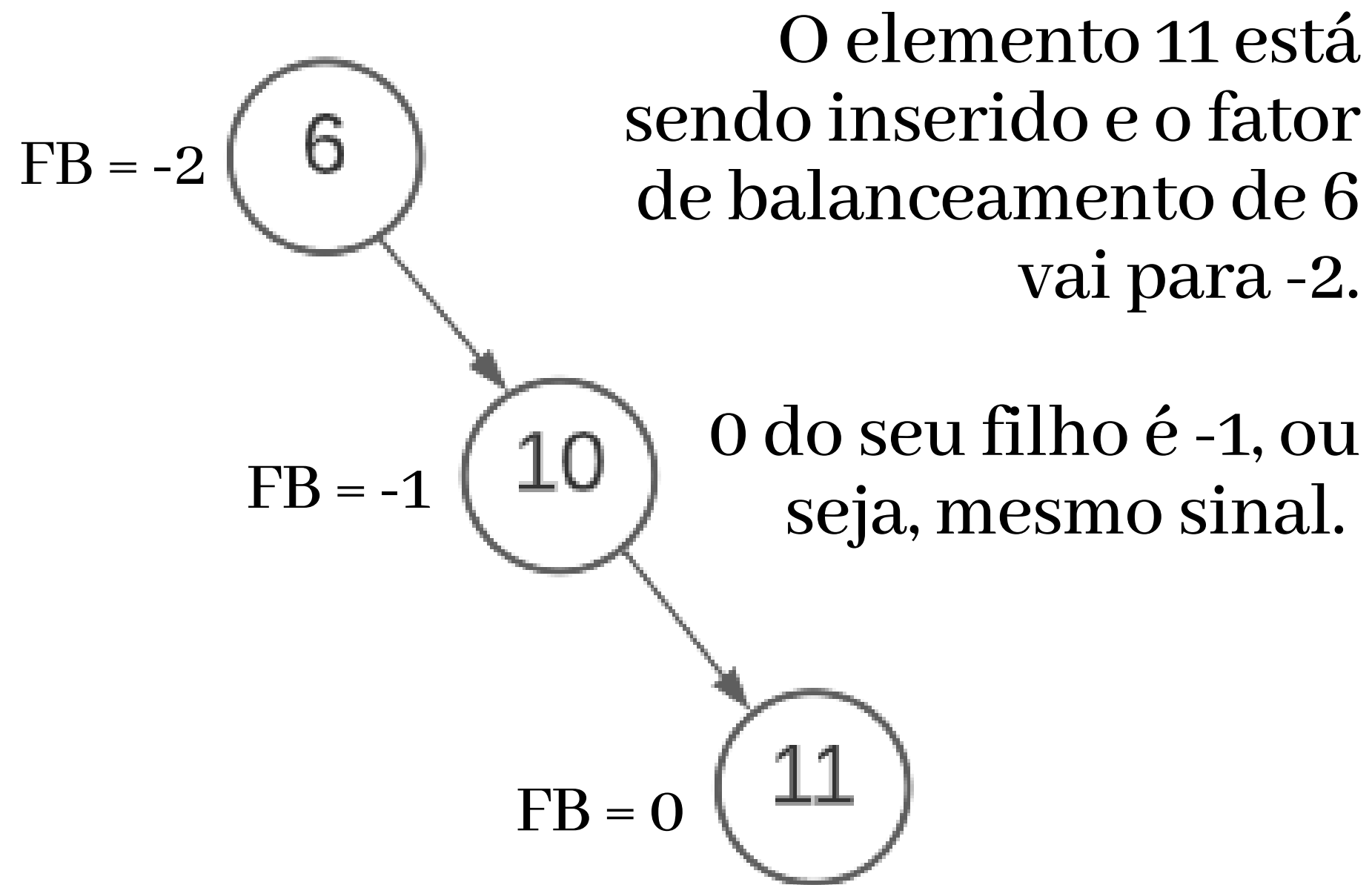
## AVL



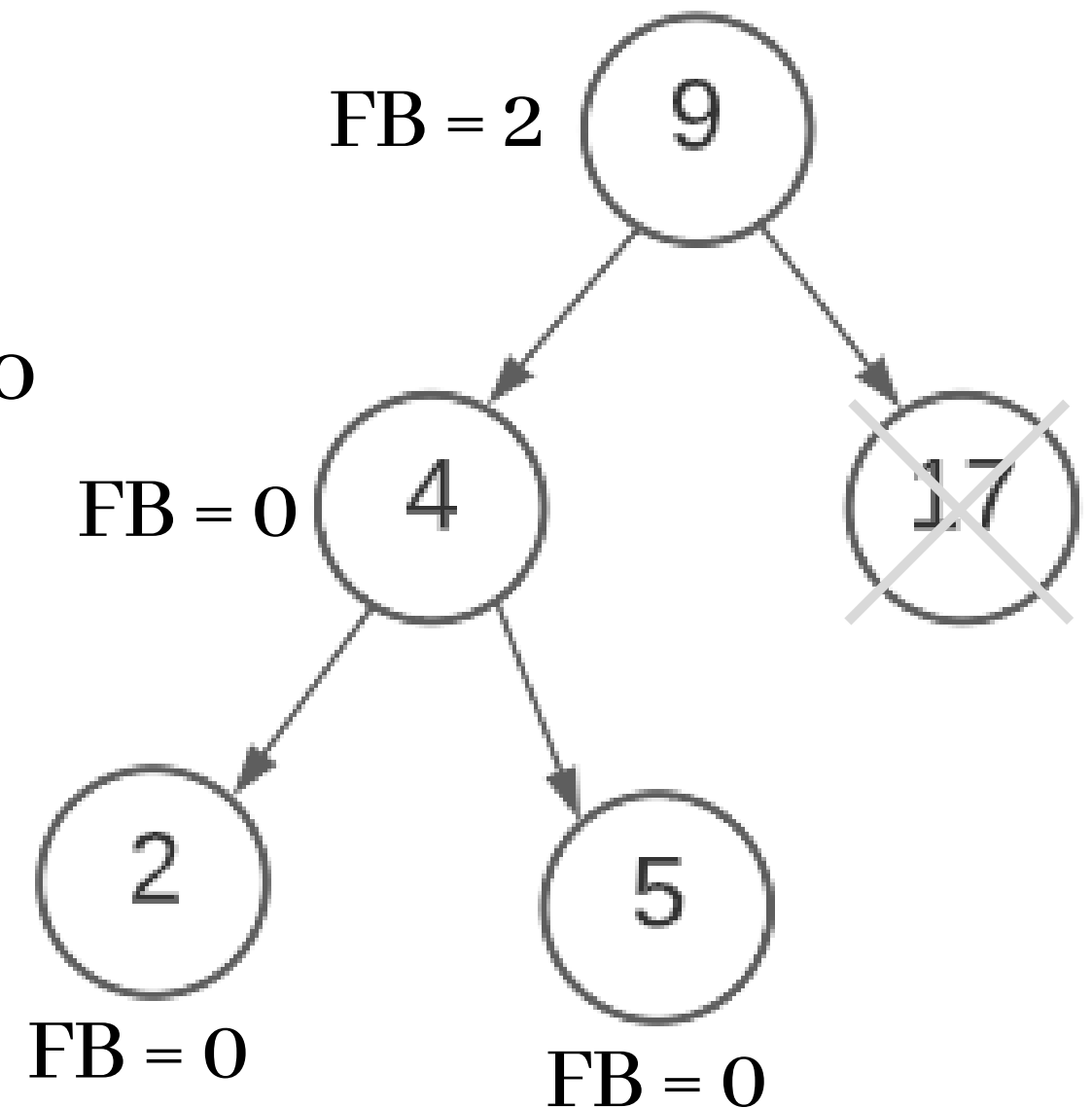
# Rotações em AVL

Fator de Balanceamento do nó	Fator de Balanceamento do nó filho	Tipo de Rotação
2	1	Simples
	0	
	-1	Dupla
-2	1	Simples
	0	
	-1	

# Rotações Simples

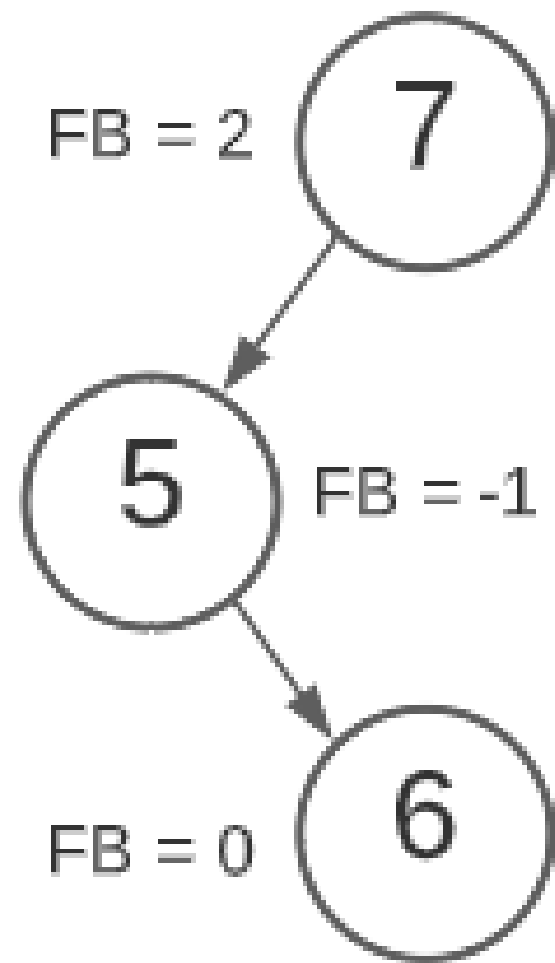


O elemento 17 está sendo removido e o fator de balanceamento de 9 vai para 2.

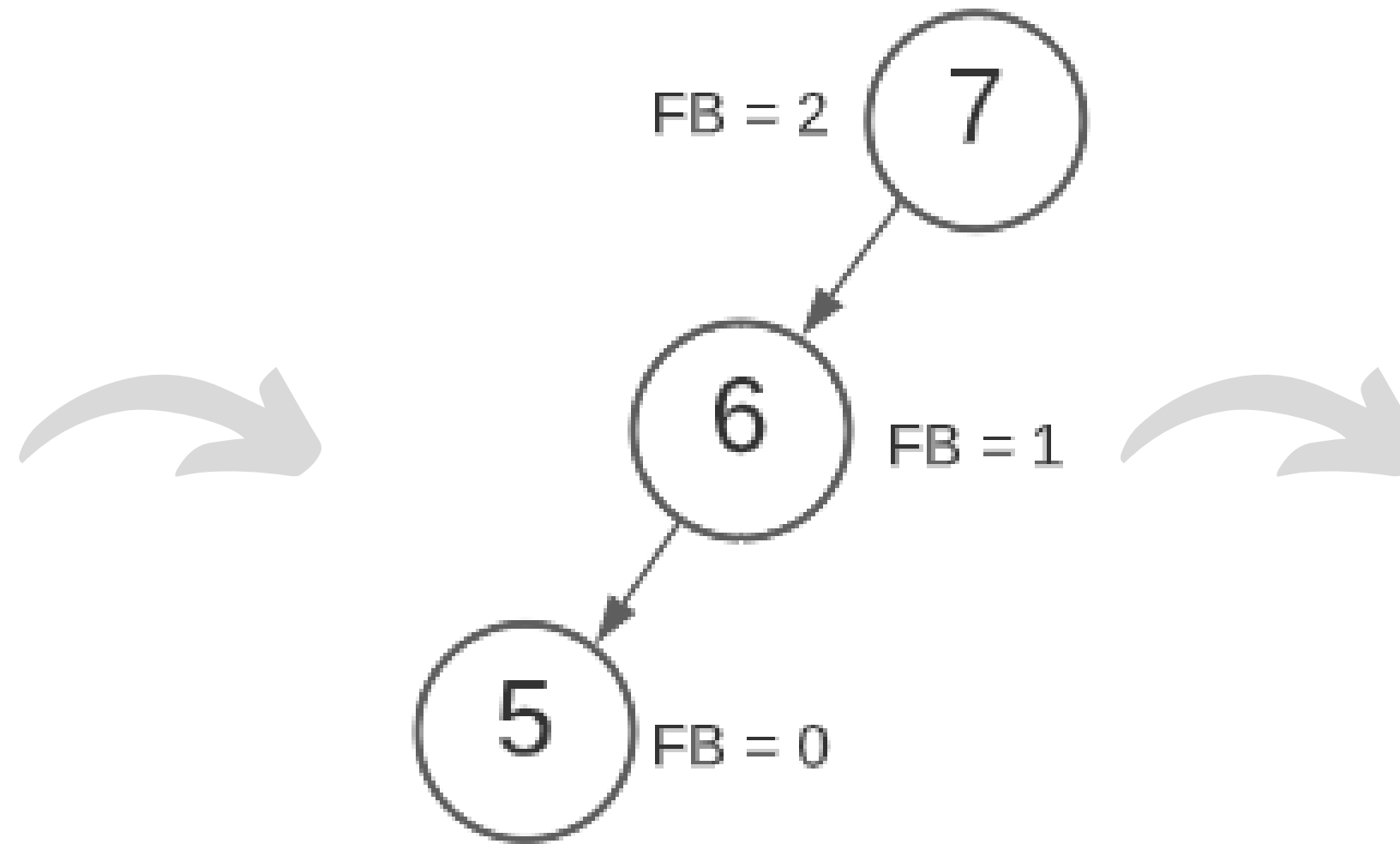




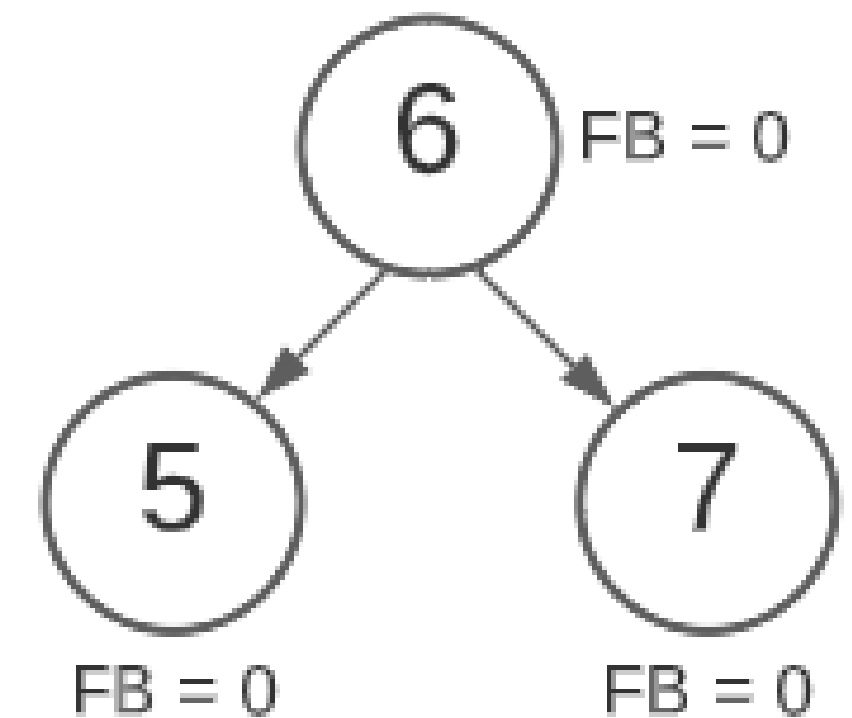
# Rotação dupla



Inserindo o 6, a  
árvore fica  
desbalanceada



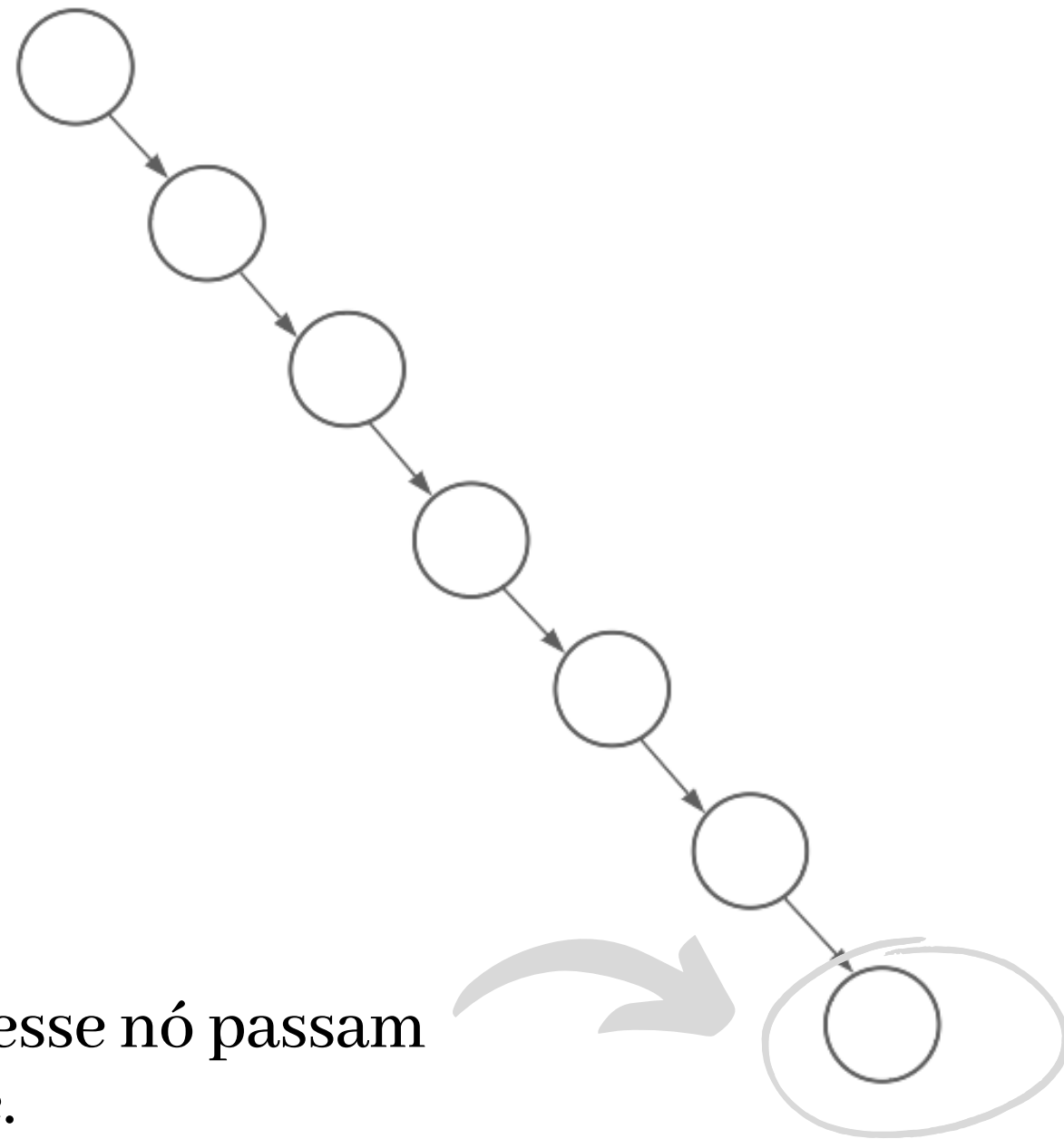
Na primeira  
rotação o 6  
vai parar  
entre o 7 e o 5.



Na segunda  
rotação o 6  
passa a ser raiz  
da árvore.

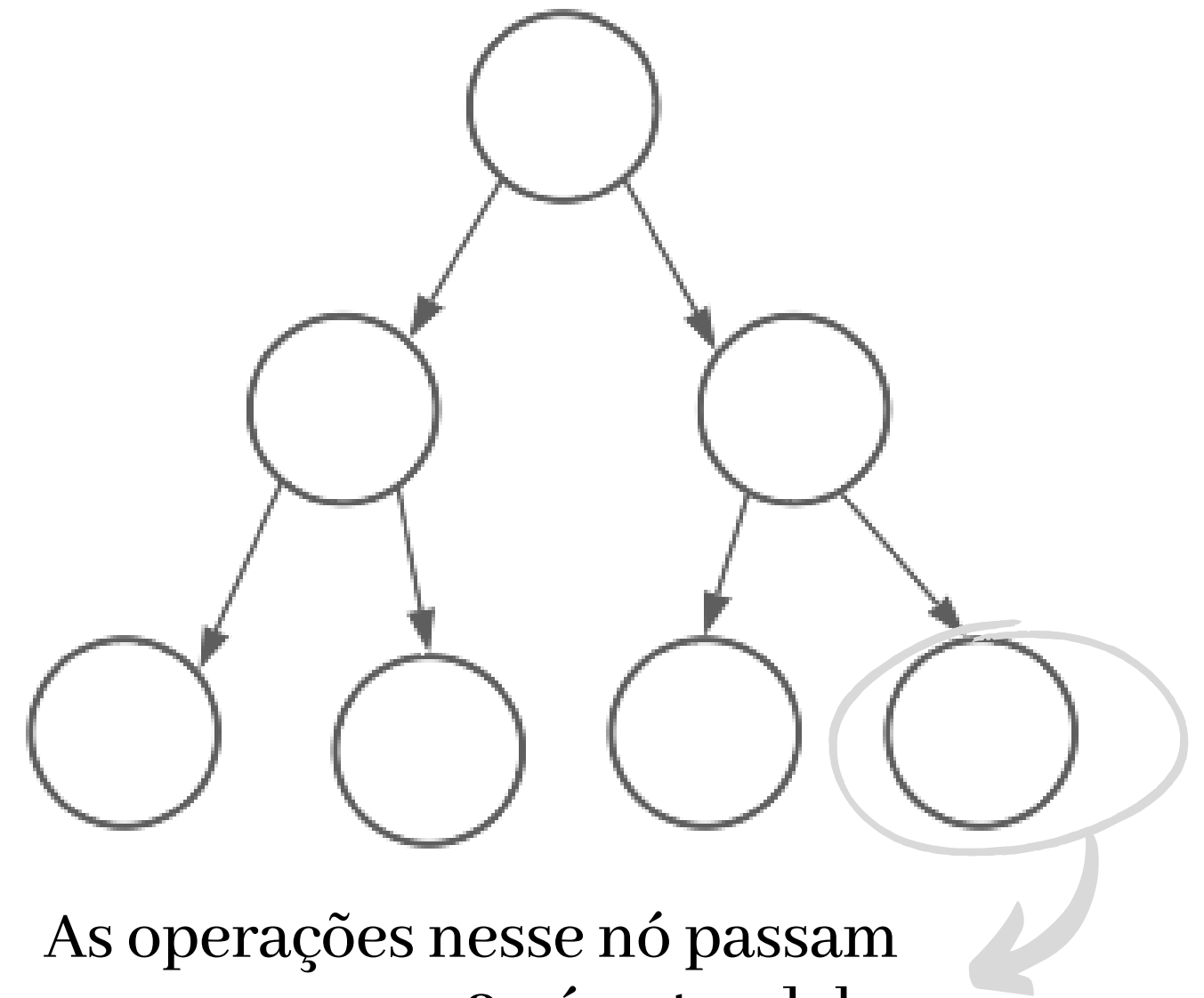
# Custo Computacional

## Árvore Binária de Busca



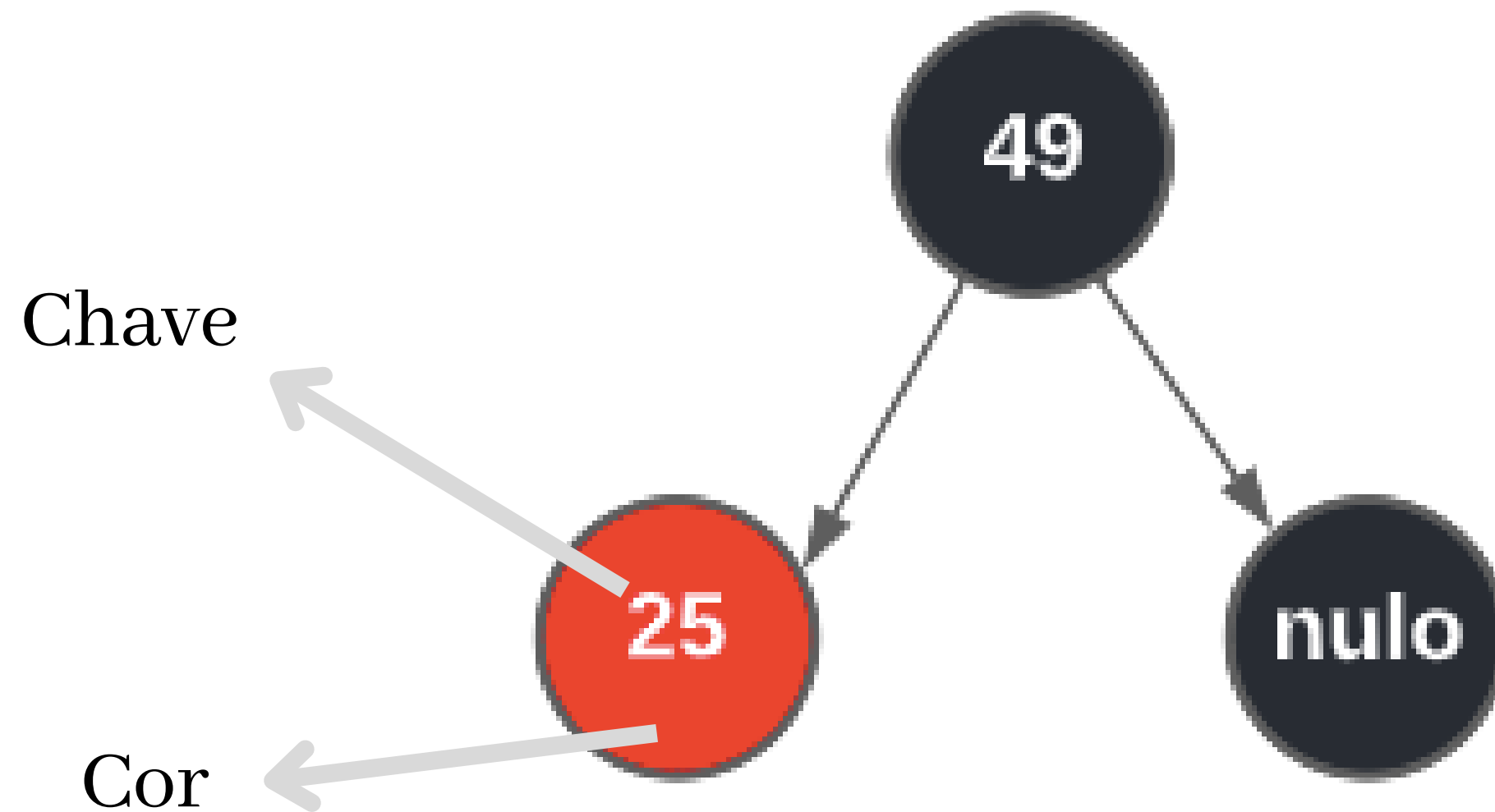
As operações nesse nó passam por toda árvore.

## AVL



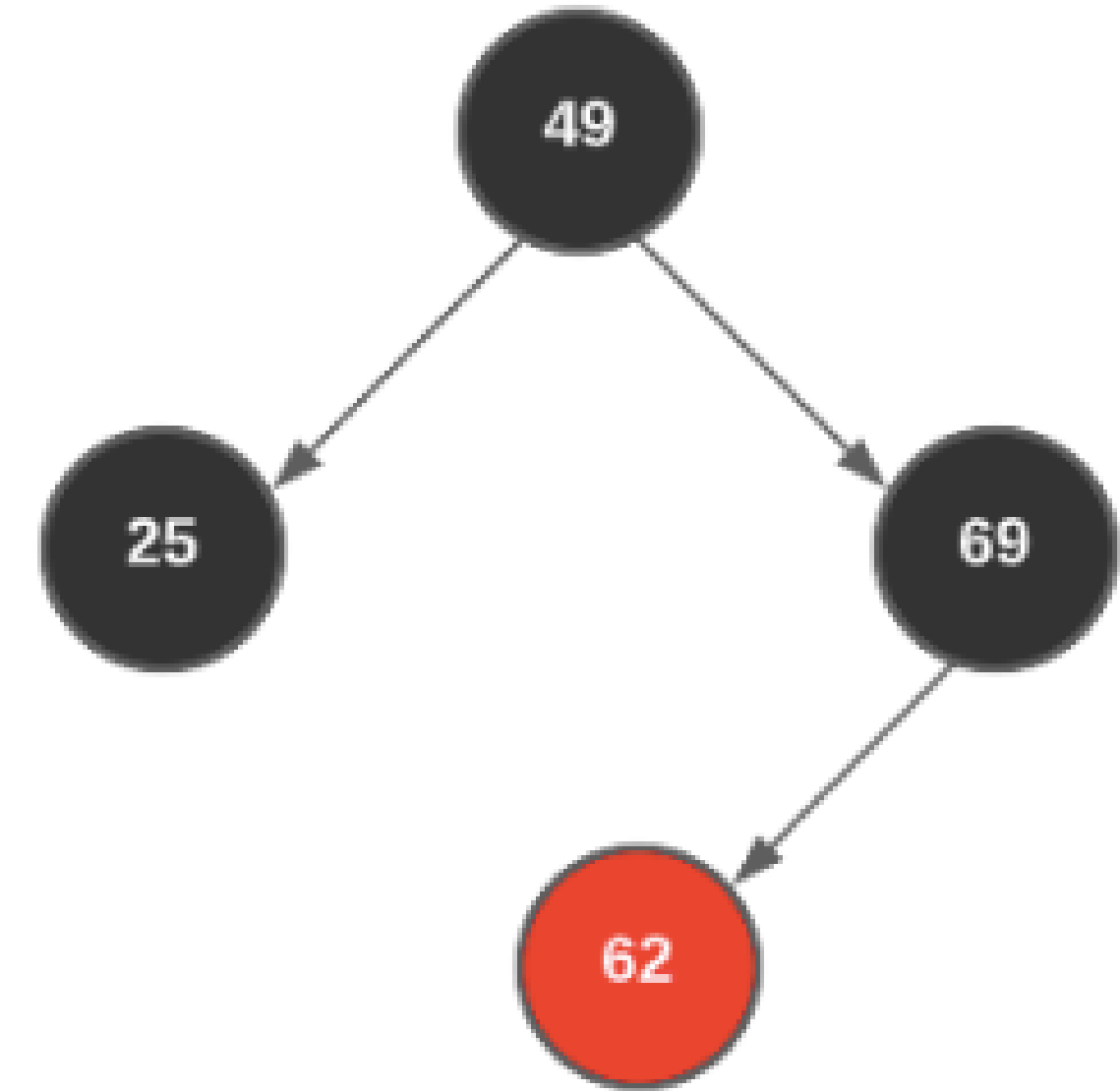
As operações nesse nó passam para 2 nó antes dele.

# Árvore Rubro-Negra

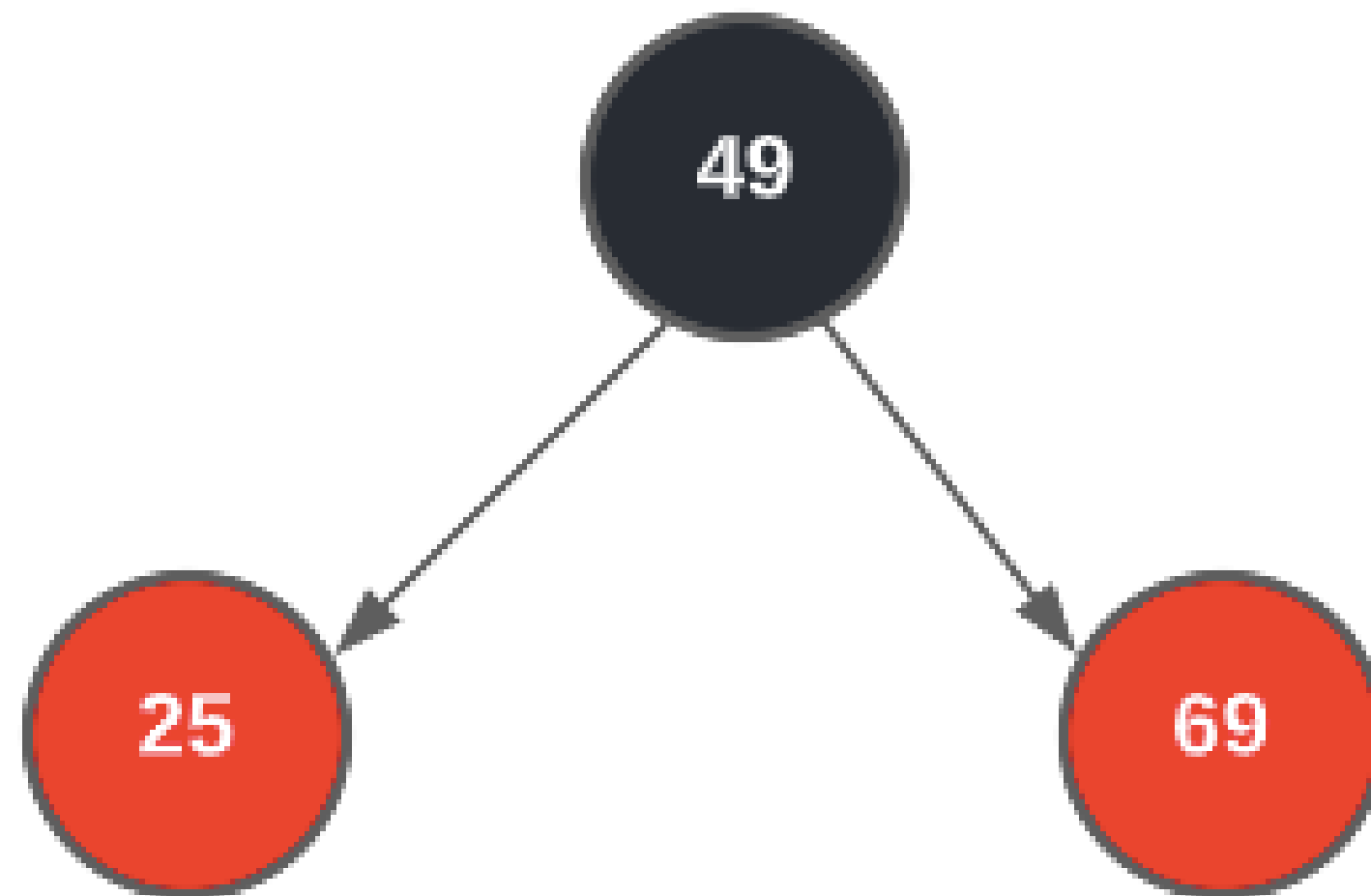


# Propriedades de Árvore Rubro-Negra

- Todo nó é rubro ou negro;
- A raiz da árvore é sempre negra, ou seja, nunca haverá um raiz vermelha;
- Todo nó nulo tem cor negra;
- Se um nó é rubro, então ambos os filhos são negros;
- Qualquer caminho de um nó até um nó nulo tem sempre o mesmo número de nós negros.

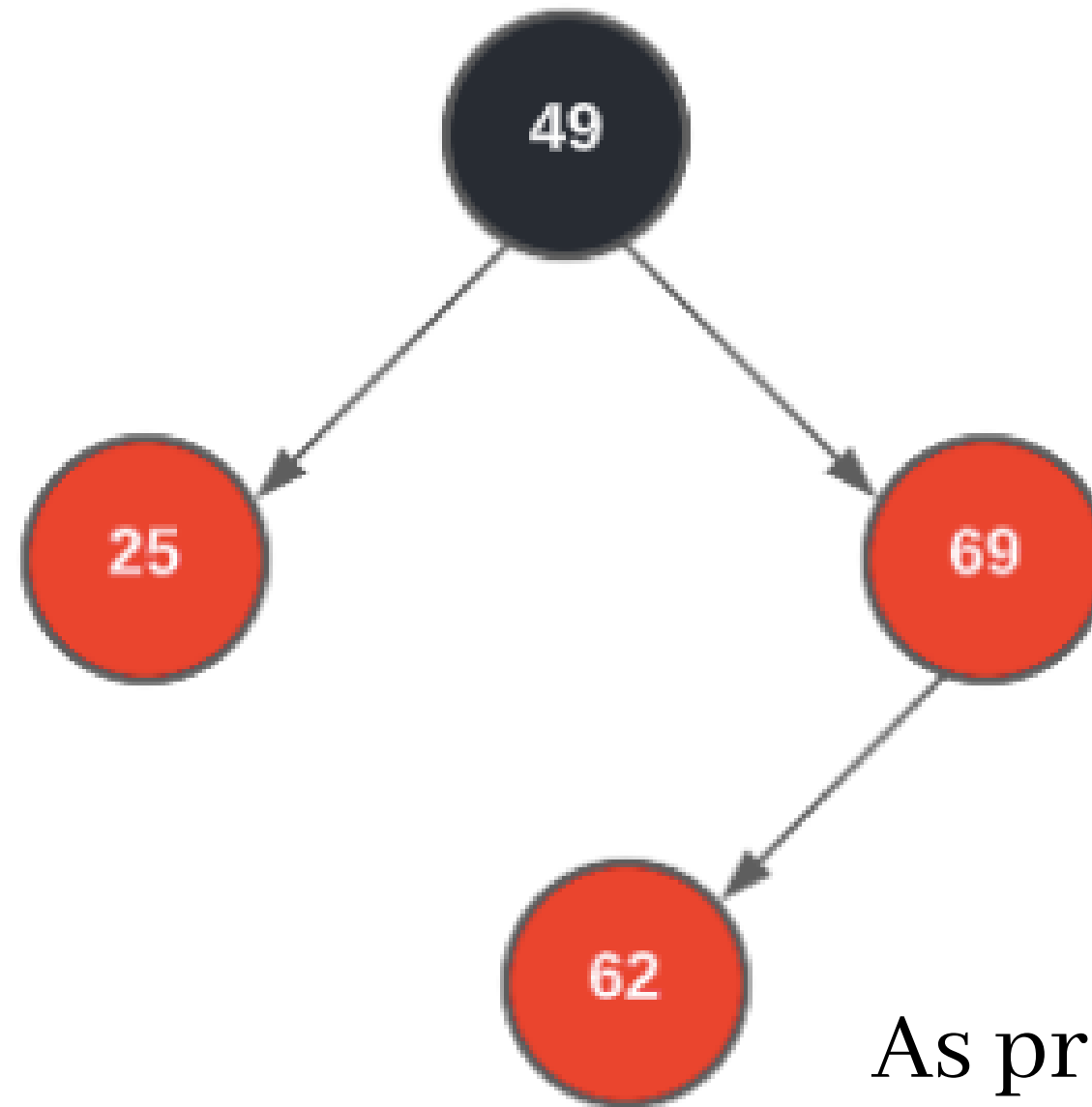


# Inserção do 62 na árvore



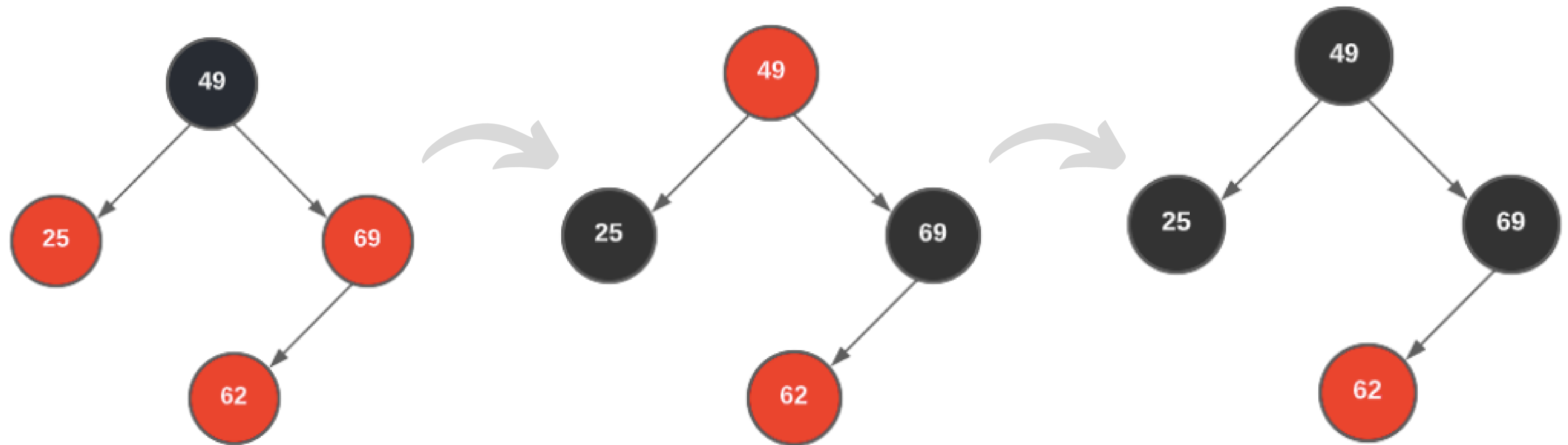
Inserindo o 62.  
Vai entrar como filho  
à esquerda de 69.

# Inserção do 62 na árvore



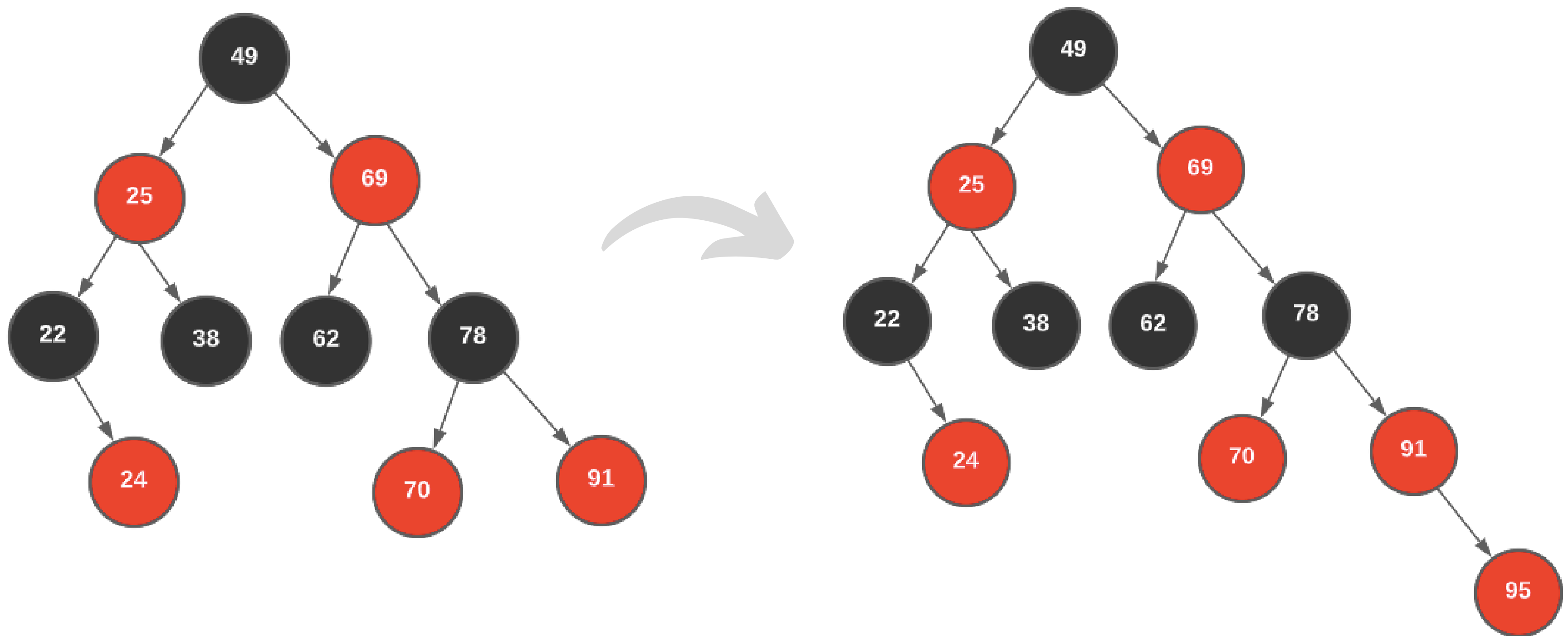
As propriedades foram mantidas?

# Balanceando a árvore



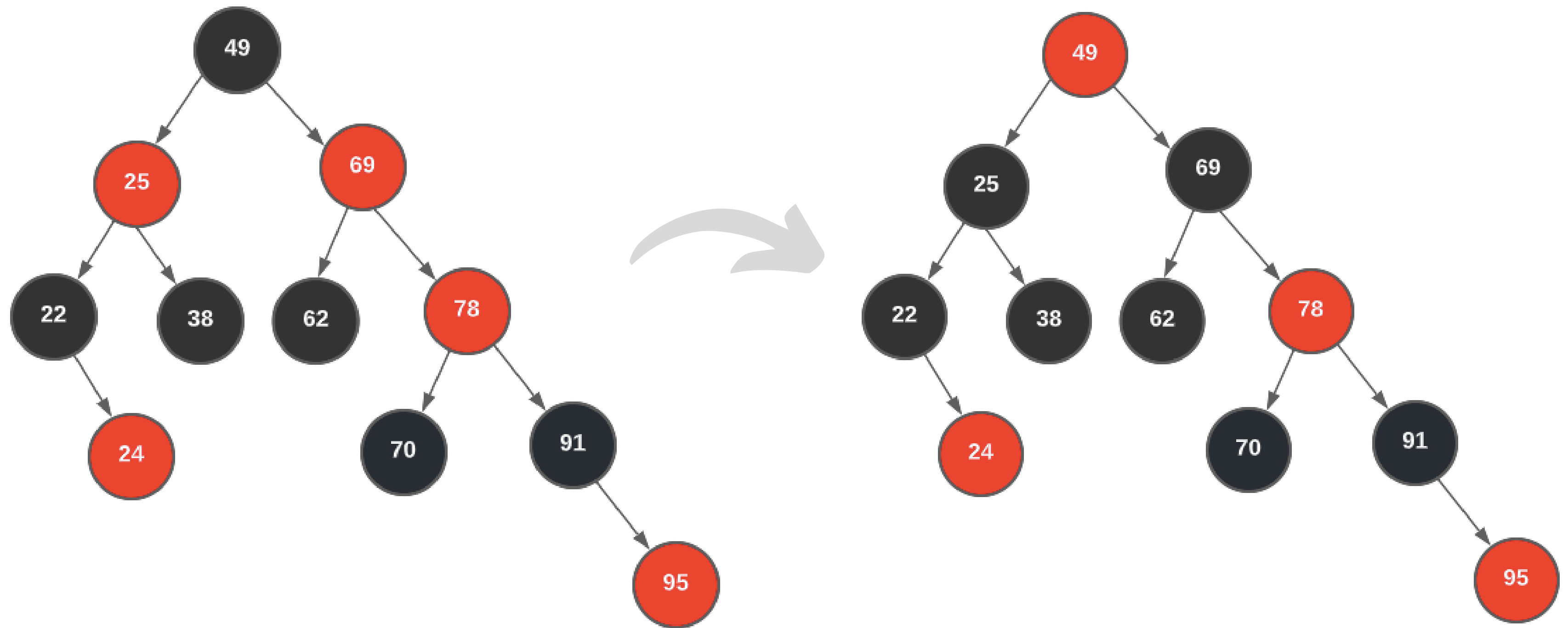
Árvore balanceada.

# Inserindo o 95

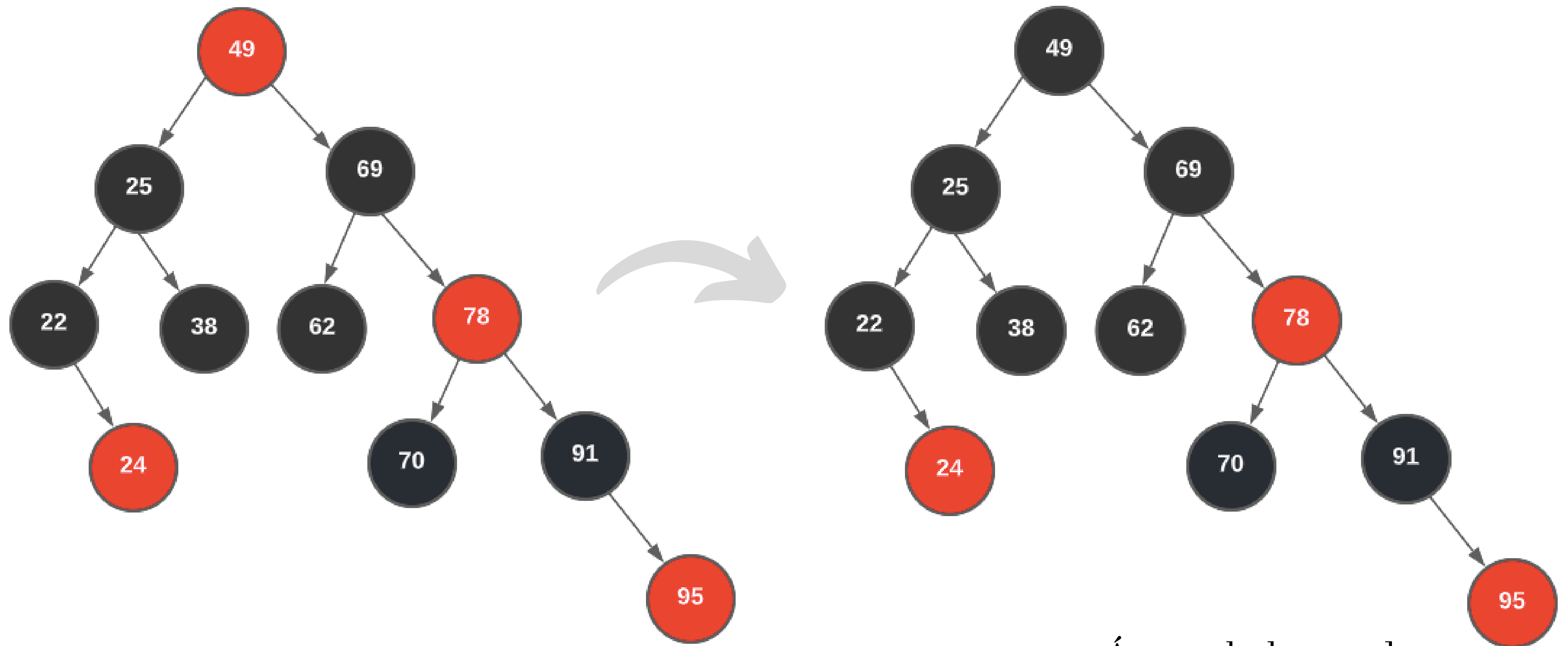




# Balanceando

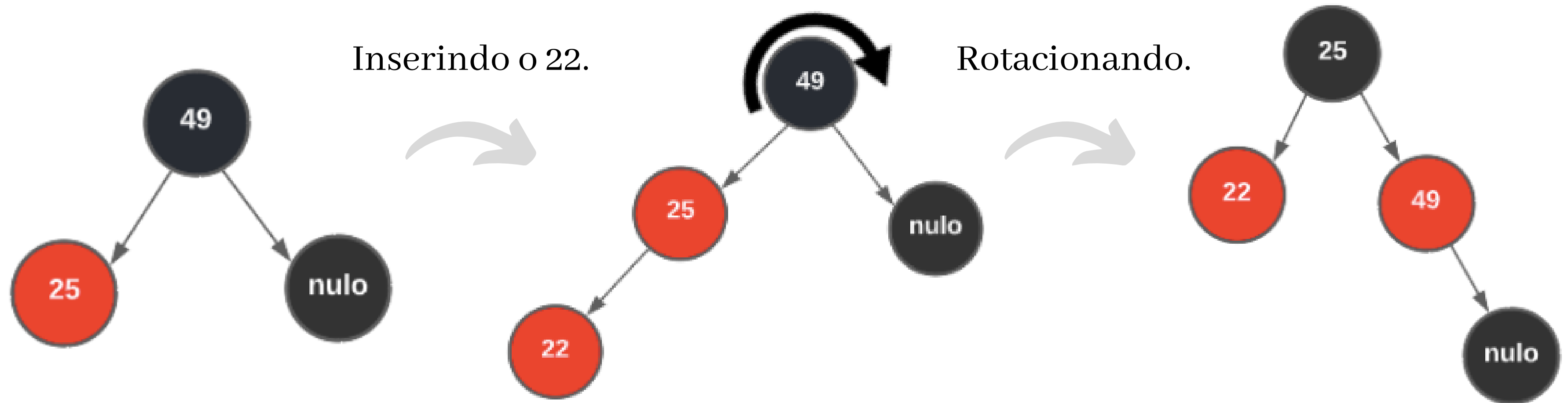


# Balanceando

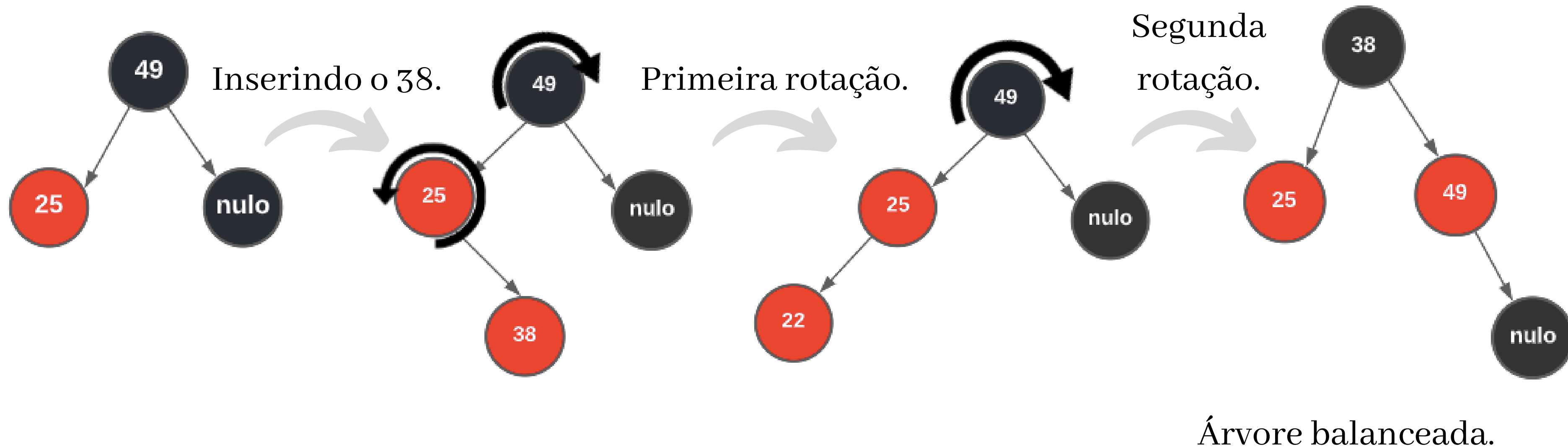


Árvore balanceada.

# Rotação simples



# Rotação dupla



# Quadro comparativo a partir da análise de complexidade

Operações	Árvore Binária de Busca	AVL	Árvore Rubro-Negra
inserção, remoção e busca	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$

# AVL e Árvore Rubro-Negra

Úteis para mapas finitos.

- Árvore Rubro-Negra é melhor para inserção e remoção.
- AVL é melhor para busca.

# Referências

LIEW, C. W.; NGUYEN, H. Using an Intelligent Tutoring System to Teach Red Black Trees. [s.l.], p. 1280–1280, 2019. DOI: 10.1145/3287324.3293823.

STRBAC-SAVIĆ, S.; TOMASEVIC, M. Comparative performance evaluation of the AVL and red-black trees. *ACM International Conference Proceeding Series*, [s.l.], p. 14–19, 2012. ISBN: 9781450312400, DOI: 10.1145/2371316.2371320.

XHAKAJ, F.; LIEW, C. W. A new approach to teaching red black trees. *Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, ITiCSE*, [s.l.], v. 2015-June, p. 278–283, 2015. ISBN: 9781450334402, ISSN: 1942647X, DOI: 10.1145/2729094.2742624.

Leiserson, Charles E., Stein, Clifford., Cormen, Thomas H., Rivest, Ronald L.. Introduction to Algorithms. Reino Unido: MIT Press, 2009.

Ascencio, Ana; Araújo, Gabriela. Estruturas de Dados: Algoritmos, Análise da Complexidade e Implementações em Java e C C++. Brazil: Pearson, 2010.

# Dicionários Avançados: AVL e Árvore Rubro-Negra

## Obrigado!