Universidad de San Andrés

Práctica 7: Integrales definidas - Áreas y TFC

Con Respuestas.

1. Calcular las siguientes integrales, aplicando la Regla de Barrow ...

   (a) $1 - e^{-4}$,
   (b) $\frac{2}{3} \ln 2$,
   (c) $-\frac{\pi}{2} + \arctan 2$,
   (d) $\frac{5}{2}$,
   (e) $5e^3 + 5e^{-2}$,
   (f) 2,
   (g) $\frac{1}{64}$,
   (h) 0,
   (i) $\frac{42}{5}$.

2. (a) Si $\int_{-1}^{6} [f(x) - 4]\, dx = 5$ ...
   33.

   (b) Si $\int_{0}^{5} f(x)\, dx = 4$ ...
   39.

   (c) Si $\int_{1}^{2} 2f(x)\, dx = 8$ y $\int_{1}^{2} g(x)\, dx = 3$ ...
   10.

3. Decidir, en cada caso, si la afirmación es verdarea o falsa ...

   (a) Falso.
   (b) Verdadero.
   (c) Falso.

4. Una compañía determina que el ingreso marginal (en dólares por día) está dado ...
   $-2 \ln 3 - \frac{3128}{5} \approx -628\,\text{USD}$

5. Una población sufre una epidemia de gripe, siendo $N(t)$ el número de personas ...
   Habrán 736 enfermos.

6. En 2010 se publica una estimación para la tasa mundial de consumo de petróleo ...
   Asumir que t son años a partir del 2010. Se consumirán $\frac{8000}{3} - \frac{5600}{3} e^{-3/10} \approx 147$ miles de millones de barriles.

7. En cada uno de los siguientes casos, calcular el área de la región acotada encerrada ...

   (a) 36,
   (b) $\dfrac{3}{2}$.

8. Calcular, en cada caso, el área encerrada por la curva $y = f(x)$ y el eje x ...

   (a) 8,
   (b) $6 \ln 3 - 6 \ln 2 - 1 \approx 1.43$,
   (c) 1,
   (d) $8 \ln 2 + 6 \approx 11.5$.

9. En cada caso, calcular el área de la región encerrada por las curvas ...

   (a) $\frac{1}{3}$,
   (b) $\frac{1}{4}$,
   (c) $\frac{937}{12} \approx 78.1$,
   (d) $\frac{10}{3}$.

10. Calcular, en cada caso, el área encerrada entre las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$ ...

   (a) $2e + 2e^{-1} - 4 \approx 2.17$,
   (b) 1,
   (c) $24 \ln 3 - 36 \ln 2 + 1 \approx 2.41$.

11. En cada uno de los siguientes casos, calcular el área de la región acotada ...

   (a) 36,
   (b) $\frac{8}{3}$,
   (c) $\ln(2) - \frac{1}{2} \approx 0.193$.
   (d) $\frac{3-e}{2} \approx 0.141$.

12. Sean $f(x) = \dfrac{2x}{x-2}$ y $g(x) = -2x - 3$. Hallar el área de la región acotada ...
    $4 \ln 5 - 20 \ln 2 + \frac{63}{4} \approx 8.32$.

13. Calcular el área de la región encerrada por los gráficos de las funciones ...
    $\frac{10}{27}e^7 + \frac{14}{27}e^{-5} \approx 406$.

14. Calcular el área de la región determinada por las restricciones ...
    $\dfrac{22}{3}$.

15. Considerar la región limitada por la curva $y = \sqrt{2x+2}$, el eje x entre las rectas ...
    $a = \dfrac{1}{8}$.

16. Si el área comprendida entre la parábola $y = 4x^2$ (con $x \geq 0$) y una recta ...
    La pendiente es 12.

17. Considerar la región limitada por la curva $y = \sqrt[n]{x-2}$ y la recta $y = x - 2$ ...
    $n < 11$.

Teorema fundamental del cálculo

18. Calcular las derivadas de las siguientes funciones en los dominios indicados ...

   (a) $F'(x) = e^{-x^2}$,
   (b) $F'(x) = 2\ln(4x^2 + 1)$,
   (c) $F'(x) = \dfrac{\sin(x)\cos(x)}{2 + \sin^3(x)}$,
   (d) $F'(x) = 3\frac{3x-1}{1+3x} - 2\frac{2x-1}{1+2x}$,
   (e) $F'(x) = -\tan^2(x)\cos(x)$,
   (f) $F(x) = \dfrac{3x^2 \sin(x^3)}{1+x^6} - \dfrac{\sin(\ln x)}{x(1+\ln^2 x)}$.

19. Calcular los siguientes límites ...

    (a) $\frac{2}{3}$, (b) $\frac{2}{3}$, (c) $-\infty$.

20. Sea $f\colon (0, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \displaystyle\int_0^{\sin(x)} \frac{1}{t^2\sqrt{1-t^2}}\,dt$. Probar que f es creciente en $(0, \frac{\pi}{2})$.

    $f'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ en $(0, \frac{\pi}{2})$, es estrictamente positiva.

21. Hallar el dominio, intervalos de crecimiento y extremos de las siguientes funciones

    (a) $\operatorname{Dom} F = \mathbb{R}$, $C^{\nearrow} = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$, $C^{\searrow} = (1, 4)$. Extremos: en $x = 1$ se alcanza un máximo local y en $x = 4$ un mínimo local.

    (b) $\operatorname{Dom} F = \mathbb{R}$, $C^{\nearrow} = (-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$, $C^{\searrow} = (3, 5)$. Extremos: en $x = 3$ se alcanza un máximo local y en $x = 5$ un mínimo local.

    (c) $\operatorname{Dom} F = [0, +\infty)$, $C^{\nearrow} = [0, 3)$, $C^{\searrow} = (3, +\infty)$. Extremos: en $x = 3$ se alcanza un máximo absoluto.

22. Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 3 + \displaystyle\int_0^{x} \frac{1+\sin(t)}{2+t^2}\,dt$ ...

    $y = 3 + \frac{1}{2}x$.

23. Considere la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \displaystyle\int_0^x e^{-t^2}\,dt$ ...

    $p_4(x) = x - \dfrac{1}{3}x^3$.

24. Sea $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que su recta tangente en $x = 4$ es ...
    $p_2(x) = -8(x-2) + 3$.