Universidad de San Andrés

Práctica 9: Suscesiones y Series

Con Resultados

1. Escribir los primeros 7 términos ...

$n=$	1	2	3	4	5	6	7
a_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$
b_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{6}$	$\frac{\sqrt{6}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{8}$
c_n	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{8}$
d_n	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{720}$	$\frac{1}{5040}$
e_n	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{7}$
f_n	1	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{125}$	$\frac{8}{343}$	$\frac{16}{729}$	$\frac{32}{1331}$	$\frac{64}{2197}$

2. Para cada una de las siguientes ...

	a_n	$\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$	Covergente?
(a)	n	$+\infty$	Divergente
(b)	$2n-1$	$+\infty$	Divergente
(c)	$-\frac{1}{n}$	0	Convergente
(d)	$\frac{(-1)^{n+1}}{n}$	0	Convergente
(e)	$-\frac{1}{2^n}$	0	Convergente
(f)	$\frac{n+1}{n}$	1	Convergente
(g)	$\frac{1+(-1)^n}{2}\frac{1}{n}$	0	Convergente

3. Analizar la existencia de los siguientes límites de sucesiones. Si existen, calcular su valor.

(a) $-\frac{6}{5}$,
(b) 5,
(c) 0,
(d) $\frac{1}{3}$,
(e) e^{10},
(f) 1,
(g) 1,
(h) 1.

4. Determinar si la siguientes series geométricas convergen o no. En caso de que ...

(a) $+\infty$, diverge.
(b) No tiene límite, diverge.
(c) $+\infty$, diverge.
(d) 6, converge.
(e) $-\frac{3}{4}$, converge.
(f) $\frac{4}{3}$, converge.
(g) -26, converge.
(h) 3, converge.

5. Hallar, cuando sea posible, todos los valores de $a\in\mathbb{R}$ para los que se cumple:

(a) $|a|<9$,
(b) $a=5$,
(c) $a=3$,
(d) no hay a posible.

6. Calcular todos los valores de $a\in\mathbb{R}$ para que $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1+2^n}{a^n}=\frac{35}{12}$.

$a=5$.

7. A partir de la igualdad $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$, para $|x| < 1$, deducir las siguientes fórmulas ...
   Sin respuesta.

8. Hallar todos los valores de x para los que cada una de las siguientes series convergen ...

   (a) Converge con $|x| < 7 \Leftrightarrow x \in (-7, 7)$ y con $x_0 = 2$ la suma da 2.
   (b) Converge con $|x-3| < 1 \Leftrightarrow x \in (2, 4)$ y con $x_0 = \frac{5}{2}$ la suma da $\frac{1}{6}$.
   (c) Converge con $|2x-1| < 1 \Leftrightarrow x \in (0, 1)$ y con $x_0 = \frac{1}{4}$ la suma da $\frac{2}{3}$.
   (d) Converge con $|x-2| < 8 \Leftrightarrow x \in (-6, 10)$ y con $x_0 = 5$ la suma da $\frac{8}{5}$.
   (e) Converge con $|x| > 4 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$ y con $x_0 = 6$ la suma da 32.

9. Para cada una de las series del Ejercicio 8 hallar la fórmula de la suma en términos de x.

   (a) $\frac{5x}{7-x}$,
   (b) $\frac{(x-3)^2}{4-x} = \frac{x^2-6x+9}{4-x} = 2 - x + \frac{1}{4-x}$,
   (c) $\frac{1}{2(1-x)}$,
   (d) $\frac{8}{10-x}$,
   (e) $\frac{64}{x-4}$.

10. Utilizar el criterio de la integral para analizar si las siguientes series son convergentes o no. *Recordar revisar en cada caso que a_n es monótona decreciente a partir de un momento.*

    (a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx = 1$, la serie converge.
    (b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+1}\,dx = \frac{\pi}{4}$, la serie converge.
    (c) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^3}\,dx = \frac{1}{2(\ln(2))^2}$, la serie converge.
    (d) $\int_1^{+\infty} xe^{-x}\,dx = \frac{2}{e}$, la serie converge.
    (e) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{2x+1}}\,dx = +\infty$, la serie diverge.
    (f) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}}\,dx = +\infty$, la serie diverge.
    (g) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x}\,dx = +\infty$, la serie diverge.

11. Utilizar el criterio de la integral para determinar para cuales $p \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ ...
    Sugerencia: ver el ejercicio 2 de la Práctica 8 (Integrales impropias). Converge con $p > 1$ y diverge con $p \leq 1$.