

Universidad de San Andrés

Práctica 6: Primitivas

CON RESPUESTAS.

1. En cada uno de los siguientes casos, verificar que F es una primitiva de f .
Sin respuesta. Hay que ver $F' = f$.
2. Encontrar una función F tal que $F'(x) = f(x)$ para cada una de las siguientes funciones.

(i) $F(x) = x + c$,	(v) $F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$,
(ii) $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + c$,	(vi) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-8} + c$,
(iii) $F(x) = 8 \ln x + c$,	(vii) $f(x) = -\frac{4}{3} \cos(3x) + c$.
(iv) $F(x) = 2\sqrt{x} + c$,	

 - (a) (i) $F(x) = x + 3$, (ii) $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + 3$.
 - (b) (iii) $F(x) = 8 \ln |x| - 16 \ln 2 - 1$, (iv) $F(x) = 2\sqrt{x} - 5$, (v) $F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{24}{5}2^{\frac{1}{3}} - 1$,
(vi) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-8} - \frac{3}{2}$.
3. Hallar, si es posible, una función f con las condiciones pedidas y decidir ...
 - (a) $f(x) = 4 - \frac{1}{x-2}$.
 - (b) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x-2}$. No hay solución para que el límite de 0.
4. Encontrar, sin utilizar métodos, una primitiva de cada una de las siguientes funciones ...

(a) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$,	(c) $\frac{10}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c$,
(b) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + c$	(d) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + \ln x + c$.
5. Hallar la función beneficio de una compañía que produce x artículos con un beneficio ...
 $B(x) = -x^2 + 100x - 100$.
6. Un móvil se desplaza por un camino con velocidad, en el instante t , dada por ...
 $p(t) = \frac{1}{3}t^3 - 50t^2 + 30$.
7. Un cohete está en reposo en el instante $t = 0$. Mediante mediciones en el interior ...
 $v(t) = \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + t$, $v(64) \approx 405 \text{ m s}^{-1}$; $p(t) = \frac{4}{15}t^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}t^2$, $p(64) \approx 10\,800 \text{ m}$.
8. (a) Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, comprobar que para $a \neq 0$ vale que ...
Sin respuesta. Hay que derivar $\frac{F(ax+b)}{a}$ y ver que da $f(ax+b)$.
(b) Usar el ítem anterior para calcular en forma directa las siguientes integrales ...

(i) $\frac{1}{200}(2x+5)^{100} + c$,	(iv) $-\frac{1}{4} \cos(4x-5) + c$,
(ii) $\frac{1}{9}(6x+4)^{\frac{3}{2}} + c$,	(v) $-\frac{1}{3}e^{1-3x} + c$.
(iii) $\frac{2}{3} \ln 3x+7 + c$,	

9. Aplicando el método de integración por partes, calcular ...

- (a) $-\frac{1}{2}x \cos(2x - 1) + \frac{1}{4} \sin(2x - 1) + c,$
- (b) $8(4x - 1) \cos(x) + ((4x - 1)^2 - 32) \sin(x) + c,$
- (c) $2x^2(x - 7)^{\frac{1}{2}} - \frac{8}{3}x(x - 7)^{\frac{3}{2}} + \frac{16}{15}(x - 7)^{\frac{5}{2}} + c = \frac{2}{15}(3x^2 + 28x + 392)(x - 7)^{\frac{1}{2}} + c,$
- (d) $-\frac{1}{4}x^2(x + 2)^{-4} - \frac{1}{6}x(x + 2)^{-3} - \frac{1}{12}(x + 2)^{-2} + c = -\frac{1}{6}(3x^2 + 4x + 2)(x + 2)^{-4} + c,$
- (e) $\frac{1}{2}x^2(2 \ln|3x| - 1) + c,$
- (f) $\frac{1}{5}(2 \cos(x) + \sin(x))e^{2x} + c,$
- (g) $-\frac{1}{4}x^2(2 \ln(x) - 1) + c,$
- (h) $\frac{1}{9}x^3(3 \ln(x) - 1) + c,$
- (i) $-\frac{1}{4}(4x^2 + 10x + 5)e^{-2x} + c,$
- (j) $-(x^2 + 2x + 2)e^{-x+4},$
- (k) $-(x^2 + 2x + 4)e^{-x+4},$
- (l) $(x^2 + 1) \arctan(x) - x + c.$

10. Aplicando el método de sustitución, calcular:

- (a) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c,$
- (b) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 3) + c,$
- (c) $-\frac{1}{8} \cos(4x^2) + c,$
- (d) $-\frac{1}{\sin(x)} + c$
- (e) $\frac{1}{6} \ln^3(2x + 3) + c,$
- (f) $\sin(\ln x) + c,$
- (g) $\frac{1}{2(\cos(2x)+1)} + c,$
- (h) $\frac{2}{9}(5 + 6\sqrt{x})^{\frac{3}{2}} + c,$
- (i) $\frac{1}{6}(2 \ln(x) - 3)^3 + c,$
- (j) $\arctan(e^x) + c,$
- (k) $\frac{\sqrt{5}}{5} \arctan(\sqrt{5}x) + c,$
- (l) $\frac{7}{3} \arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + c,$
- (m) $-3 \arctan(x) + \ln(x^2 + 1) + c,$
- (n) $(\sqrt{x} - 1)^2 + 4(\sqrt{x} - 1) + 2 \ln(\sqrt{x} - 1) + c = (\sqrt{x} + 1)^2 + 2 \ln(\sqrt{x} - 1) + c.$

11. Una medicación se saca de un congelador a -20° centígrados hacia un habitáculo ...

$$T(t) = -35e^{-0.3t} + 15. \text{ Demora 2 minutos y 19 segundos en llegar a } 0^\circ\text{C}.$$

12. Brasil consume carbón a razón de $(4t - 10)e^{0.2t^2 - t}$ toneladas métricas anuales ...

$$C(t) = 10e^{0.2t^2 - t} + 2990$$

13. Calcular las siguientes integrales.

- (a) $\frac{1}{4} \ln(x + 7)(x^2 - 49) - \frac{1}{8}(x + 7)^2 + \frac{7}{2}(x + 7) + c,$
- (b) $x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2 \arctan(x) + c,$
- (c) $(x + 6)(\ln(\sqrt{x + 6}) - \frac{1}{2}) + c,$
- (d) $2(\sqrt{x + 2} - 1)e^{\sqrt{x+2}} + c,$
- (e) $-\frac{1}{2} \ln|1 + 2 \cos(x)| + c,$
- (f) $\ln(x) \sin(\ln x) + \cos(\ln x) + c,$
- (g) $\frac{1}{2}(x^2 + 1) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c,$
- (h) $-\frac{\ln(3x)+1}{x} + c,$
- (i) $-2 \arctan(\cos(x)) + \cos(x) + c,$
- (j) $(1 + \sqrt{x})^2 - 4(1 + \sqrt{x}) + 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + c = (\sqrt{x} - 1)^2 + 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + c,$
- (k) $\frac{1}{5}(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}} + c.$