Punto 1.

$$E_i = E_0 \cos(3\times10^{8}\pi t - \pi z)\,\hat{e}_x \ V/m$$

Expresado de forma fasorial

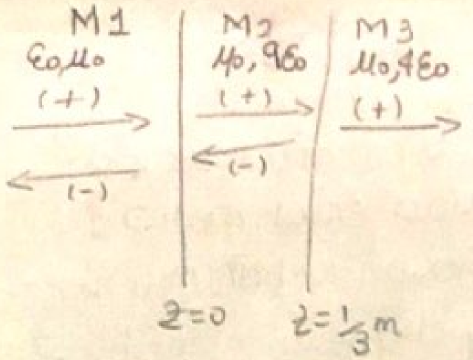
$E_0 \angle -\pi z$

lo cual sería

$$\boxed{E_1 = E_0 e^{-j\pi z}}$$

$\mu_0 = 1{,}2566\times10^{-6}$

$\varepsilon_0 = 8{,}854\times10^{-12}$



para el medio 1

para la impedancia intrínseca

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} \Rightarrow \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{1{,}2566\times10^{-6}}{8{,}854\times10^{-12}}} = 120\pi\,(\Omega)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{1{,}2566\times10^{-6}}{9(8{,}854\times10^{-12})}} = 125{,}6\ (\Omega)$$

$$\eta_3 = \sqrt{\frac{1{,}2566\times10^{-6}}{4(8{,}854\times10^{-12})}} = 188{,}4\ (\Omega)$$

$$\beta_1 = \frac{\omega}{c} = \frac{3\times10^{8}\pi}{3\times10^{8}} = \pi$$

$$\beta_2 = (3\times10^{8}\pi)(\sqrt{\mu_0\, 9\varepsilon_0}) = 3\pi$$

$$\beta_3 = (3\times10^{8}\pi)(\sqrt{\mu_0 \cdot 4\varepsilon_0}) = 2\pi$$

Para la interfaz 1

$$\frac{E_0}{E_{i0}} = \Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = -0{,}5$$

$$T = 1 + \Gamma = 0{,}5$$

$$E_r = a_x E_0(-0{,}5)\cos(3\times10^{8}\pi t - \pi z)$$

$$E_r = E_0(-0{,}5)\,e^{-j\pi^2 z}$$

$$H_r = \frac{-a_x E_0 \cos(3\times10^{8}\pi t - (\pi z))}{120\pi}$$

$$H_r = -\frac{E_0}{120\pi} e^{-j\pi z}$$

Transmitido · Medio 1.

$$E_T = a_x(0{,}5)E_0\cos(3\times10^{8}\pi t - 3\pi z)$$

$$E_T = 0{,}5(E_0)\,e^{-j3\pi z}$$

$$H_T = a_y \frac{E_0}{125{,}6}\cos(3\times10^{8}\pi t - 3\pi z)$$

$$H_T = \frac{E_0}{125{,}6} e^{-j3\pi z}$$

Escaneado con CamScanner

Medio ②

$$\Gamma = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} = 0{,}2$$

$$T = \Gamma + 1 = 1{,}2$$

Para el reflejado

$$E_r = \hat{a}_x \frac{E_o}{5} \cos(3\times10^8 \pi - 3\pi z)$$

$$E_r = \frac{E_o}{5} e^{-j3\pi z}$$

$$H_r = -a_y \frac{E_{or}}{125{,}6} \cos(3\times10^8 t - 3\pi z)$$

$$H_r = -\frac{E_o}{125{,}6} e^{-j3\pi z}$$

Para transmitido

$$E_1 = \hat{a}_x \frac{6}{5} E_o \cos(3\times10^8 t - 2\pi z)$$

$$E_T = \frac{6E_o}{5} e^{-j2\pi z}$$

$$H_T = \hat{a}_y \frac{E_o}{188{,}4} \cos(3\times10^8 t - 2\pi z)$$

$$H_r = \frac{E_o}{188{,}4} e^{-j2\pi z}$$

Para el medio ③

Teniendo en cuenta el dibujo y especificaciones del gráfico en el medio 1 hay reflexión y transmisión, al igual que en el medio 2 ∴ la expresión de campo para el medio 3 sería la de la transmitida por el medio ②.

③ . Teniendo datos del poblema $\epsilon_r = 30$ $f = 30\ GHz$ $\mu = \mu_0$ $\tan\delta = 0{,}1$

$$E_i = 100^{-\gamma z}\hat{e}_x \qquad \gamma = \alpha + \beta i$$

Para ondas planas propagandose la cte de propagacion $\Rightarrow \gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$

$$= j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

Teniendo en cuenta:

$\epsilon_c = \epsilon - \frac{j\sigma}{\omega}$

$\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon''$

Tonces $\Rightarrow \gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_r\epsilon_0}\sqrt{1 - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_r\epsilon_0}}$

Sabemos que el ∡ de perdidas es

$$\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_r\epsilon_0} = 0{,}1$$

Asi que

$$\gamma = j\frac{2\pi(30\times10^9)}{\frac{3\times10^8}{\sqrt{3}}}\sqrt{1 - j(0{,}1)} = \boxed{54{,}34 + j\,1089{,}64}$$

Ahora hallamos la Impedancia

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \Rightarrow \eta = \sqrt{\frac{\mu^2}{\mu\epsilon}} \times \frac{1}{\sqrt{2 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}} \qquad \eta_0 = 120\pi$$

$$= \sqrt{\frac{\mu_0}{3\epsilon_0}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - j\tan\delta}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_0 \times \frac{1}{\sqrt{1 - j(0{,}1)}}$$

$$= \frac{120\pi}{\sqrt{3}}(0{,}996 + j\,0{,}0497)$$

$$\eta = 216{,}85 + j\,10{,}82 \quad (\Omega)$$

$$217{,}12 \angle 2{,}86° \quad (\Omega)$$

Para calcular la densidad de potencia incidente

$$\vec{S_i} = \vec{a_z}\frac{|E_0|^2}{\eta}$$

$$\vec{S_i} = \vec{a_z}\frac{(100\,e^{\circ})^2}{(217{,}12 \angle 2{,}86)}$$

$$\vec{S_i} = 9{,}4\ 6{,}1058 \quad W/m^2$$

Escaneado con CamScanner

Para $l = z = 20\,cm$ y como esta misma se refleja consideramos un $\boxed{\Gamma = -1}$

$$\vec{E_r} = \Gamma \vec{E_i}(z=l) e^{\gamma(z-l)} = (-1)(100 e^{-\gamma l} \vec{a_x} e^{\gamma(z-l)}$$

$$\vec{E_r} = (-1) 100 e^{-2\gamma l} e^{\gamma z} \vec{a_x}$$

$$\vec{E_r} = \vec{a_x} (-100) e^{-2\gamma(0{,}2)} e^{\gamma z} \vec{a_x}$$

$$S_r = \frac{|E_r(z=0)|^2 |\Gamma|^2}{\eta} = \frac{-\vec{a_z} |100 e^{-2\gamma(0{,}2)} \cancel{e^{0}}| |-1|^2}{217{,}12 \measuredangle 2{,}86}$$

$$S_r = \vec{-a_z}(-7{,}86 \times 10^{-19} + j\,6{,}02 \times 10^{-8})$$

b). $\vec{E_T} = \vec{E_i} + \vec{E_R}$

$$\vec{E_r}(z=0) = -100 e^{-2\gamma(0{,}2)} \cancel{e^{\gamma 0}}^{1} = -100 e^{-2\gamma(0{,}2)}$$

$$\vec{E_i}(z=0) = 100 e^{-\gamma z}$$

$$\vec{E_T} = 100 e^{-\gamma 0} - 100^{-2\gamma(0{,}2} = 100(1 - e^{-2(0{,}2)\gamma})\vec{a_x}$$

$$\vec{H_T} = \vec{a_z} \times \frac{1}{\eta} \vec{E_T}(z) = a_z \times a_x \frac{100}{\eta}(1 - e^{-2\gamma(0{,}2)})$$

$$\vec{H_i} = \vec{a_y} \frac{100}{\eta}(1 - e^{-2(0{,}2)\gamma})$$

$$S_{in} = \frac{\vec{a_z} |E_0|^2}{\eta} = \frac{\vec{a_z}(100 e^{(-2)(0{,}2)(54{,}34 + j1089{,}64)} + 1)^2}{217{,}12 \measuredangle -2{,}86}$$

$$S_{in} = 46 + j\,2298 \ W/m^2$$

$$= 46{,}058 \measuredangle 2{,}86^\circ$$

$$S_{in} = S_{in} - S_r \qquad S_r \simeq 0.$$

$$= (46{,}058 \measuredangle 2{,}86 - 0)\vec{a_z}$$

$$\therefore \quad \vec{S_n} = \vec{S_i}$$

② a)- Prueba de hipótesis de Debye

Se puede definir el vector de desplazamiento como:

$D = \varepsilon_0 \underbrace{(1 + \chi_e)}_{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} E$, * Para modelos que puedan predecir la permitividad dieléctrica compleja mediante la frecuencia.

* En este caso examinaremos el sistema después de haber proporcionado un campo eléctrico, el cual polarizó el medio para se le dejó de proporcionar en un periodo llamado proceso de relajación.

$P(t) = P(0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ → τ cte de relajación

Pasando al dominio de la frecuencia $\Rightarrow$ $f(\omega) = k \int_0^{\infty} P(t) e^{i\omega t} dt = \frac{k p_0}{\frac{1}{\tau} - i\omega}$

Evaluando en $\omega \to 0$, $f(0) = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty$ entonces

$k p_0 = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\tau}$, llegando así a $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 - j\omega t}$.

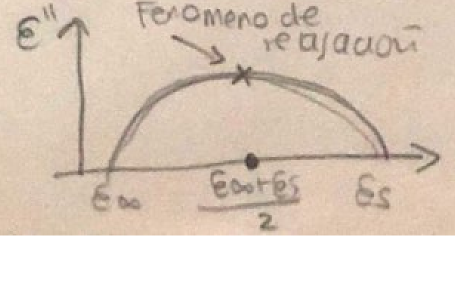
b) cuando ε'' está en el máximo, tenemos que $\boxed{\omega\tau = 1}$, así que despejando nos que $\omega = \frac{1}{\tau}$, esto nos brinda la frecuencia donde las pérdidas serán mayores.

Se ve representada por la Ec.

$$\varepsilon'' = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty \frac{\left(\frac{1}{\tau}\right)(\tau)}{1 + \frac{1}{\tau}\tau} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2}$$

c). Teniendo $\varepsilon'' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}$, nos damos cuenta que a medida que aumenta la frecuencia, el segundo término tendrá un valor de cuantía menor, esto implica que el periodo del campo E es más pequeño que los dipolos permanentes.

A muy alta freq la permitividad eléctrica es el número real ε_∞, mientras que si se dan en bajas frecuencias la ε compleja tenderá al número real ε_s



d) La de dielectrica del agua es:

$\epsilon_s \simeq 80$, teniendo en cuenta una temperatura ambiente de 25°C

la forma de la grafica (la cual esta descrita anteriormente) seria