PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
Departamento de Estadística
**EYP1113 – Probabilidades y Estadística**
Segundo semestre 2024

Ayudantes: Michael Ramón: maramon@uc.cl
Juan Merino: jcamilo.merino@uc.cl
Diego Pérez: dtperez1@uc.cl
Christoph Bürger: christoph.buerger@uc.cl
Oscar Guerrero: oscar.guerrero@uc.cl

# Ayudantía 02

## Algebra de eventos, Axiomas de probabilidad, Conteo

**Problema 1** *Algebra de eventos*

Sean $A$ y $B$ dos eventos posibles contenidos en un mismo espacio muestral. Se realiza la siguiente operación:

$$[\bar{A} \cup (A \cap B)] \cap [\bar{B} \cup (A \cap B)] \cap (\overline{A \cap B})$$

Determine el resultado de la operación reduciendo la expresión.

**Solución:**

Tenemos que

$$[\bar{A} \cup (A \cap B)] = (\bar{A} \cup A) \cap (\bar{A} \cup B) = S \cap (\bar{A} \cup B) = (\bar{A} \cup B)$$

$$[\bar{B} \cup (A \cap B)] = (\bar{B} \cup A) \cap (\bar{B} \cup B) = (\bar{B} \cup A) \cap S = (\bar{B} \cup A)$$

Por De Morgan

$$(\bar{A} \cup B) \cap (\bar{B} \cup A) \cap (\overline{A \cap B}) = \overline{(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}) \cup (A \cap B)} = \overline{A \cup B}$$

**Problema 2** *Axiomas de probabilidad*

Responda con Verdadero (V) o Falso (F) para las siguientes afirmaciones:

- Si $P(A) = 1$ y $P(A \cap B) = 0$, entonces $P(B) = 0$.
- Si $P(A) + P(B) = 1$, entonces necesariamente $P(A \cup B) = 1$.
- Si $P(A) = P(B) = 1$, entonces necesariamente $P(A \cap B) = 1$.

**Solución:**

- Si $P(A) = 1$ y $P(A \cap B) = 0$, entonces $P(B) = 0$ (VERDADERO)

  Por axioma 1:

  $$P(B) \geq 0 \quad (1)$$

  Por ley aditiva y axioma 2:

  $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \rightarrow P(B) \leq 0 \quad (2)$$

  Utilizando los parámetros entregados en el enunciado más (1) y (2) llegamos a que $P(B) = 0$.

- Si $P(A) + P(B) = 1$, entonces necesariamente $P(A \cup B) = 1$ (FALSO)

  Tomemos como referencia el ejemplo de lanzar una moneda honesta dos veces:

  $$A = \{cc, cs\} \quad y \quad B = \{cc, sc\} \rightarrow A \cup B = \{cc, cs, sc\}.$$

  Al aplicar medida de probabilidad se tiene que

  $$P(A) = 1/2, \quad P(B) = 1/2, \quad P(A \cup B) = 3/4 \neq 1 = P(A) + P(B).$$

  Por lo tanto, no necesariamente la suma es 1.

- Si $P(A) = P(B) = 1$, entonces necesariamente $P(A \cap B) = 1$ (VERDADERO)

  Por ley aditiva y axioma 2:

  $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \rightarrow P(A \cap B) \geq 1 \quad (3)$$

  Por axioma 2:

  $$P(A \cap B) \leq 1 \quad (4)$$

  Por lo tanto, por (3) y (4) se tiene que $P(A \cap B) = 1$

**Problema 3** *Conteo*

Para los adultos mayores y personas farmaco dependientes, los pastilleros semanales pueden ser un gran apoyo y solucion para organizar su medicación de manera sencilla y practica, permitiendo evitar lagunas y errores en la medicación. Suponga que una persona el día domingo prepara el pastillero semanal ingresando en cada día tres pastillas distintas que debe tomar en la noche antes de dormir, hoy viernes durante la mañana se le soltó el pastillero de las manos y al caer las pastillas quedaron repartidas en el suelo. Al recogerlas, como eran del mismo tamaño y color, no se podía distinguir entre ellas, así que tomo tres al azar y las dejo en el casillero del viernes, otras tres en el del sábado y las últimas tres en el casillero del domingo.
¿Cuál es la probabilidad que hoy no tenga errores en su medicación?

**Solución:**

Definamos $A$ al evento en que al asignar las pastillas al azar en el pastillero, hoy la medicación será correcta.

Casos totales:

Tenemos $\#S = \binom{9}{3}$ maneras de escoger tres pastillas para meter en el casillero del viernes.

Casos favorables:

Tenemos $\#A = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$ combinaciones que implican una medicación correcta hoy viernes.

Por lo tanto

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{3^3}{\binom{9}{3}} = 0{,}3214286$$