

I2 - 2022 - 00 (Ingresar)

⚠ Esta es una vista previa de la versión publicada del examen

Comenzado: 11 de oct en 9:56

Instrucciones del examen

CÓDIGO DE HONOR

"Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en las relaciones con los demás integrantes de la comunidad y en la realización de todo trabajo, particularmente en aquellas actividades vinculadas a la docencia, al aprendizaje y la creación, difusión y transferencia del conocimiento."

INDICACIONES

- Caracter: **INDIVIDUAL.**
- Zoom: **CONEXION OBLIGATORIA (PARLANTE ENCENDIDO - CAMARA ENCENDIDA - MICROFONO APAGADO)**
- Consultas de enunciado: **Solo durante los primeros 90 minutos atenderemos consultas de enunciados. DEBE LEVANTAR LA MANO Y ESPERAR QUE PROFESOR LE INDIQUE QUE PUEDE INGRESAR CONSULTA POR INTERNO. NO INGRESAR CONSULTAS AL CHAT GENERAL. LAS ACLARACIONES MAS IMPORTANTE SERAN COMPARTIDAS COMO IMAGEN DURANTE LA PRUEBA.**
- Material Permitido: **TODO LO QUE SE ENCUENTRA EN EL SITIO WEB DEL CURSO.**
- Navegador: **GOOGLE CHROME.** (Utilizar al menos 100% de visualización del navegador, sobre todo en las preguntas con expresiones matemáticas)
- Esquema: **VISUALIZACIÓN COMPLETA.**
- Software: **R, Python, Wolfram, Mathematica, Symbolab, Excel, entre otros.**
- Inicio: **10.00 horas.**
- Tiempo: **3 horas.**
- Número de Preguntas: **12 (15 minutos x pregunta)**
- Puntos: **1 punto x pregunta (ASIGNACION MANUAL POST EVALUACION) Por esta razón todas las preguntas tendrán puntaje CERO sin feedback inmediato.**
- Nota: **Puntaje x 6 / 12 + 1**

- Algunos casilleros para ingresar respuesta esperan **TEXTO**, así que Canvas en estos casos **NO** redondeará. Copie y Pegue los resultados de R con todos los decimales, tal como aparecen en la consola.
- El enlace para carga de archivos de respaldo e ingreso de **comentarios, observaciones y supuestos utilizados**, estará habilitado entre **10.00** y **13.15 horas [DOS INTENTOS]**. Es **responsabilidad del alumno** chequear que su respaldo esta completo antes de enviar.
- Problemas técnicos: **Enviar mail a eyp1113@mat.uc.cl (<mailto:eyp1113@mat.uc.cl>) informado lo sucedido, con el siguiente asunto: EYP1113 - I2 (Problema Técnico).**
- Problemas de salud o fuerza mayor: **Enviar mail a eyp1113@mat.uc.cl (<mailto:eyp1113@mat.uc.cl>) informado lo sucedido, con el siguiente asunto: EYP1113 - I2 (Problema de Fuerza Mayor) o EYP1113 - I2 (Problema de Salud).**

Pregunta 1**0 pts**

Considere dos variables aleatorias X e Y , cuya función de densidad conjunta está dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \nu y e^{-y(x+\nu)},$$

para $x > 0$, $y > 0$ y $\nu > 0$.

Para $\nu = 0.55$ evalúe $P(X > 1)$.

Pregunta 2**0 pts**

Suponga que la temperatura máxima en un día cualquiera de enero es una variable aleatoria Normal con media 26.5°C y desviación estándar 3.4°C .

La energía solar que capta y almacena un panel solar de un metro cuadrado de superficie durante un día cualquiera de enero es una variable aleatoria Normal con media 2.0 kWh con desviación estándar 0.7 kWh .

Si la temperatura máxima y la energía almacenada en un día presentan un coeficiente de correlación 0.6 , y ambas presentan un comportamiento Normal Bivariado, ¿cuál es la probabilidad de almacenar menos de 2 kWh si la temperatura máxima del día es de 35°C ?

Pregunta 3**0 pts**

Sea X el número de apelaciones I2, en primera instancia, que llegarán mañana martes e Y el número de alumnos que no harán uso de su derecho a una apelación de 2da instancia con los profesores. Basado en datos de semestre pasado la probabilidad que un alumno apele en 1ra instancia es 0.49 y dado que apeló en 1ra lo haga en 2da es 0.33.

Suponiendo que los 142 alumnos inscritos se presentan hoy a rendir la prueba y que al momento de apelar cada uno actúa de manera independiente, calcule $\text{Cov}(X, Y)$.

Nota: Recuerde que solo los alumnos que apelan en 1ra instancia, tienen derecho a apelar en 2da.

Pregunta 4

0 pts

Considere una muestra aleatoria de tamaño 11 proveniente de una población cuya función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{x^{\alpha+1}},$$

con $x > \beta > 0$ y $\alpha > 0$.

Para $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$, calcule la probabilidad que el mínimo de la muestra sea mayor a 0.65.

Pregunta 5**0 pts**

Recurrentemente se dan a conocer índices que buscan ilustrar el potencial social/económico de los países. Dentro de estos destacan dos: IDH-índice de desarrollo humano y el ICH-Índice de capital humano, índices que están compuesto por variables que buscan reflejar aspectos cuantificables.

Suponga que

$$\text{IDH} = X + \frac{1}{4} \cdot Y \quad \text{e} \quad \text{ICH} = 3 \cdot Z + X$$

donde X, Y y Z son variables aleatorias Normal(0,1) dependientes.

Si los coeficientes de correlación entre ellas son: $\rho_{X,Y} = 0.57$, $\rho_{X,Z} = -0.42$ y $\rho_{Y,Z} = -0.72$

Evalúe la correlación entre IDH e ICH.

Pregunta 6**0 pts**

Sean X e Y dos variables aleatorias independientes proveniente de una población **Exponencial**(ν). Evalúe para $\nu = 9.3$ el coeficiente de variación aproximado de 1er orden de $Z = \frac{X}{X + Y}$.

Pregunta 7

0 pts

Considere una muestra aleatoria de tamaño n proveniente de una población **IG**(μ, σ), la cual presenta las siguiente medidas descriptivas teóricas:

$$\mu_X = \mu, \quad \sigma_X^2 = \frac{\mu^3}{\sigma}, \quad \theta_X = 3\sqrt{\frac{\mu}{\sigma}}, \quad K_X = \frac{15\mu}{\sigma}$$

Los estimadores de momentos son:

☐ $\hat{\mu} = \bar{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\bar{X})^2}{(\bar{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \bar{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\bar{X})}{\overline{X^2} - (\bar{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\bar{X})^2}{\overline{X^2} - (\bar{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}{(\overline{X})^3}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}{(\overline{X})}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}{(\overline{X})^3}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}{(\overline{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\overline{X})^3}{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\overline{X})^3}{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}{(\overline{X})}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X^2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\overline{X})}{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}$

☐ $\hat{\mu} = \overline{X}, \quad \hat{\sigma} = \frac{(\overline{X})^2}{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}$

Pregunta 8

0 pts

Hoy en día, en Chile, existen tres categorías de personas frente al Covid:

- E_1 : Persona que ha contraído Covid independiente de su estado de vacunación.
- E_2 : Persona que no ha contraído Covid y que está vacunada.
- E_3 : Persona que no ha contraído Covid y que no está vacunada.

Un especialista propone la siguiente distribución de probabilidades para cada uno de los estados:

$$P(E_1) = (1 - \alpha)^2, \quad P(E_2) = 2\alpha \cdot (1 - \alpha), \quad P(E_3) = \alpha^2,$$

con α la velocidad de contagio.

Determine el estimador máximo verosímil de α , si al evaluar a 106 personas, 20 corresponden a la categoría E_1 , 47 a la categoría E_2 y el resto a la categoría E_3 .

Pregunta 9

0 pts

Considere una muestra aleatoria de tamaño 39 proveniente de una distribución **Log-Normal**(λ , ζ), con λ conocido. ¿Cuál es la probabilidad que el estimador máximo verosímil de ζ entregue un valor un 18% mayor a ζ ?

¿Se vacunan los jóvenes cuando le corresponde?

Buscando responder esta pregunta, un especialista entrevista a 124 jóvenes (entre 15 y 29 años) y de ellos 73 manifiestan estar vacunados. Respecto a cuándo se vacunaron, se les pide especificar cuántos días después de la fecha asignada lo hicieron. Los resultados muestran un promedio de 16 días con una desviación estándar de 7 días.

Considerando un nivel de significancia del 1% responda las siguientes dos preguntas:

Pregunta 10**0 pts**

¿Existe evidencia que permita afirmar que menos de dos tercios de los jóvenes se ha vacunado?

Estadístico de prueba:

valor-p:

Respuesta: (responda SI o NO)

Pregunta 11

0 pts

¿Es válido afirmar que, entre los vacunados, estos demoran más de dos semanas en hacerlo? Asuma que el número de días de demora distribuye Normal.

Estadístico de prueba:

valor-p:

Respuesta: (responda SI o NO)

Pregunta 12**0 pts**

Suponga que ya estamos en marzo y se desea rehacer el estudio respecto al tiempo que los jóvenes dejan pasar antes de vacunarse, pero ahora entre los alumnos de la UC (jóvenes). Si se requiere de un error de estimación no mayor a 1 día, con un 95% de confianza, ¿a cuántos alumnos se debe entrevistar? (como referencia, hago uso del estudio previo presentado)

Examen guardado en 9:57

[Entregar examen](#)