Rettevejledning, Eksamen, Makro A, Forår 2013
19. august, 2013
Tre timer uden hjælpemidler

Alle spørgsmål 1.1-1.3 og 2.1-2.9 skal besvares og vægtes éns ved bedømmelsen.

Opgave 1

Spørgsmål 1.1

Solowligningen gengivet:

$$k_{t+1} - k_t = \frac{1}{1+n}\left[sBk_t^{\alpha} - (n+\delta)\,k_t\right]. \tag{1}$$

k_t er uændret i periode 1, da den er forudbestemt periode 0. I periode 2 vil k_t stige hvilket skyldes at der er mindre udtynding fra befolkningen (færre til at deles om kapitalen). Dermed overstiger opsparing (sBk_t^{α}) nedslidning og udtynding ($(n+\delta)\,k_t$) og k_t stiger. Over tid vil ændringen konvergere mod 0 da marginalproduktiviteten mht. kapital per mand er faldende. Her er vi altså i steady state, hvor opsparing = nedslidning og udtynding. Transitionen er illustreret i Solowdiagrammet vedlagt i slutningen af denne rettevejledning.

Spørgsmål 1.2

Ligningen for steady state-niveauet for kapital per capita givet ved:

$$k^* = \left(\frac{B\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \tag{2}$$

Det ses af (2) at når $\bar{r}$ stiger vil k^* falde. I en åben økonomi er kapital per capita bestemt af arbitrage på kapitalmarkedet. Når den internationale realrente stiger vil kapital flyde ud af landet mod et højere afkast. Når k_t falder vil marginalproduktet mht. kapital, og dermed den indenlandske realrente stige indtil de to realrenter er ækvaliserede. Dette sker i samme periode hvor stigningen i $\bar{r}$ forekommer.

Spørgsmål 1.3

Arbejdsløsheden falder. Når der er meget konkurrence vil selv små ændringer i prisen betyde stort fald i efterspørgslen efter produkter, da forbrugerne har nemt ved at substituere over i andre varer. Når reallønnen øges vil virksomheden øge priserne og dermed falder efterspørgslen efter arbejdskraft. Større konkurrence vil derfor øge følsomheden af efterspørgslen efter arbejdskraft overfor reallønnen. Da vil fagforeningerne holde igen med lønkrav, hvorfor efterspørgslen efter arbejdsløshed stiger og arbejdsløsheden falder. Man kan sige at omkostningen ved høj løn i form af større arbejdsløshed er steget, hvilket får fagforeningerne til at vælge mindre løn og flere i arbejde.

Opgave 2

Modellens ligninger gengivet fra opgaveteksten:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(A_t L_t\right)^{\beta} X^{\kappa},\ 0 < \alpha, \beta, \kappa < 1, \alpha + \beta + \kappa = 1 \tag{3}$$

$$A_t = K_t^{\phi},\ 0 < \phi < 1 \tag{4}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t,\ n > -1 \tag{5}$$

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta) K_t,\ 0 < s, \delta < 1. \tag{6}$$

Spørgsmål 1
Dividér (3) med L_t:

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{\alpha} \left(L_t A_t\right)^{\beta} X_t^{\kappa}}{L_t^{\alpha} L_t^{\beta} L_t^{\kappa}} \iff$$

$$y_t = k_t^{\alpha} A_t^{\beta} x_t^{\kappa}. \tag{7}$$

Spørgsmål 2
Ved at følge hintet fås:

$$\ln y_{t+1} - \ln y_t = \alpha \left(\ln k_{t+1} - \ln k_t\right) + \beta \left(\ln A_{t+1} - \ln A_t\right) + \kappa \left(\ln x_{t+1} - \ln x_t\right) \iff$$

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta g_t^A + \kappa g_t^x. \tag{8}$$

Spørgsmål 3
Gang højresiden af (4) med $\left(L_t / L_t\right)^{\phi}$

$$A_t = K_t^{\phi} \frac{L_t^{\phi}}{L_t^{\phi}} \iff$$

$$A_t = k_t^{\phi} L_t^{\phi} \tag{9}$$

Skriv (9) op for $t+1$ tag ln og fratræk ln til (9):

$$\ln A_{t+1} - \ln A_t = \phi \left(\ln k_{t+1} - \ln k_t\right) + \phi \left(\ln L_{t+1} - \ln L_t\right) \iff$$

$$g_t^A = \phi g_t^k + \phi n. \tag{10}$$

Indsæt (10) i (8):

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta \left(\phi g_t^k + \phi n\right) + \kappa g_t^x \iff$$

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta \phi g_t^k + \beta \phi n - \kappa n. \tag{11}$$

Spørgsmål 4
Indsæt $g_t^y = g_t^k$ i (11) og omskriv:

$$g_t^y = \alpha g_t^y + \beta \left(\phi g_t^y + \phi n\right) - \kappa n \iff$$

$$g_t^y(1-\alpha-\beta\phi) = \beta\phi n - \kappa n \iff$$
$$g_t^y = \frac{\beta\phi}{1-\alpha-\beta\phi}n - \frac{\kappa}{1-\alpha-\beta\phi}n.$$

(Bemærk at eftersom $\alpha+\beta+\kappa = 1$ er $1-\alpha-\beta = \kappa > 0$. Dermed er også $1-\alpha-\beta\phi > 0$. Dette behøver den studerende ikke at redegøre for). Det første led er positivt. Det skyldes at større n giver mere samlet kapital og dermed større teknologisk vækst via. learning-by-doing. Teknologisk vækst øger BNP per capita vækst i steady state. Det er samme skalaeffekt som ses i de semi-endogene modeller i kapitel 8. Det andet led er negativt, hvilket skyldes at der er en fast naturressource. Dermed betyder større vækst i befolkningen mindre naturressource per mand og lavere produktivitet. Mekanismen ses også i modellen med land fra kapital 7.

Spørgsmål 5

Der er positiv vækst når

$$g^y > 0 \iff \frac{\beta\phi}{1-\alpha-\beta\phi}n - \frac{\kappa}{1-\alpha-\beta\phi}n > 0 \iff \beta\phi > \kappa,$$

og altså negativ vækst når og $\beta\phi < \kappa$.

Effekten på g^y af at øge n er:

$$\frac{\partial g^y}{\partial n} = \frac{\beta\phi - \kappa}{1-\alpha-\beta\phi}.$$

Intuition: Når β er høj er outputelasticiteten mht. teknologi høj hvilket trækker i retning af at g^y er positiv og at n har en positiv effekt på g^y. Når ϕ er høj er eksternaliteten stærk hvilket giver større skalaeffekter fra øget n og trækker i retning af positiv vækst og positiv effekt når n øges. Når κ er høj er det negative bidrag fra en fast mængde land og stigende befolkningen (beskrevet i den indledende opgavetekst) større. Dette trækker i retning af negativ vækst og negativ effekt af at øge n.

Spørgsmål 6

Ved at følge hintet fås:

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{\left(\frac{K_{t+1}}{Y_{t+1}}\right)}{\left(\frac{K_t}{Y_t}\right)} = \frac{\left(\frac{K_{t+1}}{K_t}\right)}{\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t}\right)} = \frac{\left(\frac{K_{t+1}}{K_t}\right)}{\left(\frac{K_{t+1}^{\alpha}(A_{t+1}L_{t+1})^{\beta}X^{\kappa}}{K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{\beta}X^{\kappa}}\right)} \iff$$

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{\left(\frac{K_{t+1}}{K_t}\right)}{\left(\frac{K_{t+1}^{\alpha}\left(K_{t+1}^{\phi}(1+n)L_t\right)^{\beta}}{K_t^{\alpha}\left(K_t^{\phi}L_t\right)^{\beta}}\right)} \iff$$

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}}\left(\frac{K_{t+1}}{K_t}\right)^{1-\alpha-\beta\phi}. \tag{12}$$

Spørgsmål 7

Indsæt (6) i (12):

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}}\left(\frac{sY_t + (1-\delta)K_t}{K_t}\right)^{1-\alpha-\beta\phi} \iff$$

$$z_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} z_t \left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi}. \tag{13}$$

Spørgsmål 8

Konvergens mod steady state følger af det sædvanlige transitionsdiagram, som er vedlagt denne rettevejledning. Den dygtige studerende vil vise matematisk at transitionskurven, (13), har en form der indebærer konvergens, f.eks. ved at vise at den opfylder følgende tre punkter:

1. Funktionen går gennem $(0, 0)$. Dette ses ved at indsætte $z_t = 0$, men først skal (13) omskrives så z_t ikke indgår i nævneren:

$$z_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} \left(z_t^{\frac{1}{1-\alpha-\beta\phi}-1} s + z_t^{\frac{1}{1-\alpha-\beta\phi}} (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi} \iff$$

$$z_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} \left(z_t^{\frac{\alpha+\phi}{1-\alpha-\beta\phi}} s + z_t^{\frac{1}{1-\alpha-\beta\phi}} (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi}.$$

Det ses at hvis $z_t = 0$ indsættes fås $z_{t+1} = 0$.

2. Funktionen har en entydig, positiv skæring med $45^{\text{o}}-$linien. Dette ved at indsætte $z_t = z_{t+1} = z^*$ i (13):

$$z^* = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} z^* \left(\frac{s}{z^*} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi} \iff$$

$$(1+n)^{\beta} = \left(\frac{s}{z^*} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi} \iff$$

$$(1+n)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta\phi}} = \frac{s}{z^*} + (1-\delta) \iff$$

$$z^* = \frac{s}{(1+n)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta\phi}} - (1-\delta)}.$$

Det ses at $z^* > 0$ givet stabilitetsbetingelsen.

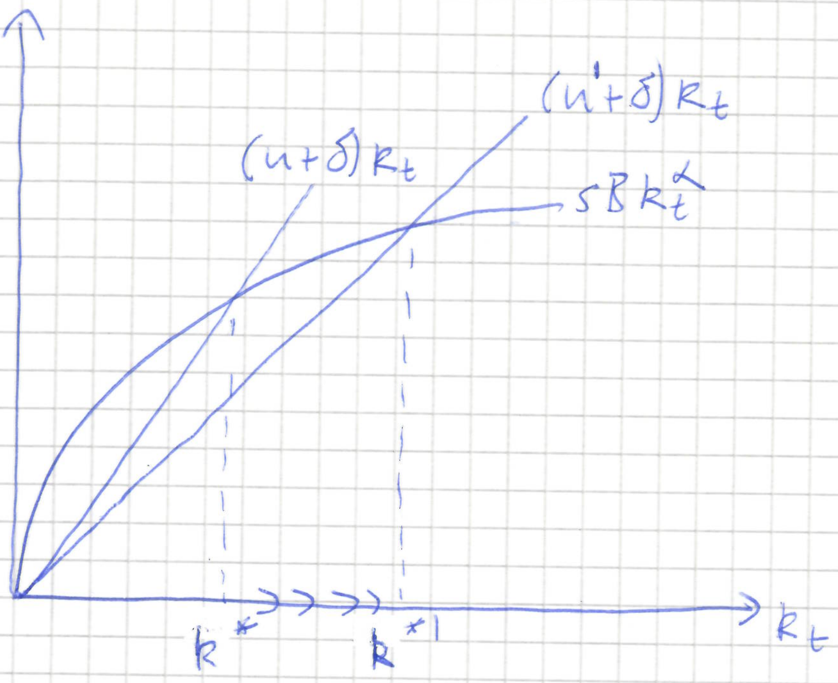
3. Funktionens hældning går mod en konstant der er mindre end en. Dette ses ved at differentiere (13) mht. z_t:

$$\frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} \left[\left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi} + z_t \frac{s}{z_t^2} (1-\alpha-\beta\phi) \left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{-\alpha-\beta\phi} \right] \iff$$

$$\frac{\partial z_{t+1}}{\partial z_t} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} \left[\left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi} + \frac{s}{z_t} (1-\alpha-\beta\phi) \left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{-\alpha-\beta\phi} \right]$$

Det ses at det første led i den firkantede parentes går mod $(1-\delta)^{1-\alpha-\beta\phi}$ og det andet led går mod nul. Samlet set har vi altså at hældningen går mod $(1-\delta)^{1-\alpha-\beta\phi} / (1+n)^{\beta}$ når $z_t \to \infty$. Stabilitetsbetingelsen er netop at $(1+n)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta\phi}} > (1-\delta)$ hvilket kan omskrives til $1 > (1-\delta)^{1-\alpha-\beta\phi} / (1+n)^{\beta}$, hvilket betyder at hældningen går mod en konstant der er mindre end én.

Figur til opgave I, spørgsmål 1



Figur H1 opgave 2, spørgsmål 8