Resksamen på Økonomistudiet, sommer 2015

Makro A

2. årsprøve

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

17. august

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.8, skal besvares og vægtes ens ved bedømmelsen.

Dette eksamenssæt består af 6 sider (inkl. forside).

Opgave 1

1.1

Beskriv - i store træk - udviklingen i BNP pr. arbejder, reallønnen, realrenten og indkomstandelene til kapital eller arbejdskraft i vestlige lande for perioden 1870-2000.

1.2

I ligning (1) er angivet resultatet af en OLS-estimation på tværs af 65 lande:

$$g^y_{i,60-03} = 0,063 - \underset{(se=0,0015)}{0,006} \ln y_{i,60} + \underset{(se=0,0025)}{0,016} \left[\ln s_i - \ln(n_i + 0,075)\right], \quad R^2 = 0,38, \tag{1}$$

hvor i angiver land, $g^y_{i,60-03}$ er vækstraten i BNP pr. arbejder mellem 1960 og 2003, $y_{i,60}$ er BNP pr. arbejder i 1960, s_i (n_i) er den gennemsnitlige opsparingsrate (befolkningsvækstrate) over perioden. Redegør for forudsætningerne for at teste Solowmodellens konvergensforudsigelse vha. OLS-estimationen i ligning (1).

1.3

Solowligningen i en lukket Solowmodel uden teknologisk- og befolkningsvækst, men med arbejdsudbud er givet ved:

$$k_{t+1} = sB\theta^{1-\alpha}k_t^{\alpha} + (1-\delta)k_t, \tag{2}$$

hvor k_t er kapital pr. arbejder, $0 < s < 1$ er opsparingsraten, $B > 0$ er det teknologiske niveau, $0 < \alpha < 1$ er outputelasticiteten mht. kapital, $0 < \delta < 1$ er nedslidningsraten og $0 < \theta < 1$ kan tolkes som andelen af arbejdstimer pro anno pr. arbejder. Dermed antager vi implicit produktionsfunktionen $y_t = Bk_t^{\alpha}\theta^{1-\alpha}$, hvor y_t er BNP pr. arbejder. Diskutér hvorledes en stigning i θ påvirker i) BNP pr. arbejder på kort og lang sigt, og ii) timeproduktiviteten på kort og lang sigt.

Opgave 2

Ligningerne (3)-(8) udgør en R&D baseret model med fysisk kapital, arbejdskraft og land:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_{Yt})^{\beta} X^{\kappa},\ 0 < \alpha, \beta, \kappa < 1 \ \text{ og } \alpha + \beta + \kappa = 1, \tag{3}$$

$$A_{t+1} = \left(1 + \rho A_t^{\phi-1} L_{At}^{\lambda}\right) A_t,\ 0 < \phi < 1,\, 0 < \lambda < 1 \text{ og } \rho > 0, \tag{4}$$

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta)K_t,\ 0 < s < 1 \text{ og } 0 < \delta \leq 1, \tag{5}$$

$$L_{t+1} = (1+n)L_t,\ n > -1, \tag{6}$$

$$L_t = L_{At} + L_{Yt}, \tag{7}$$

$$L_{At} = s_R L_t,\ 0 < s_R < 1. \tag{8}$$

Ligning (3) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion, Y_t, som funktion af fysisk kapital, K_t, arbejdskraft, L_{Yt}, det teknologiske niveau, A_t, og land, X. Ligning (4) beskriver udviklingen i det teknologiske niveau, A_{t+1}, der bestemmes af arbejdsinput i forskningssektoren, L_{At}, samt det eksisterende niveau af teknologi, A_t. Ligning (5) fortæller, hvordan fysisk kapital udvikler sig over tid, hvor s er opsparingsraten og δ er nedslidningsraten. Ligning (6) beskriver udviklingen i arbejdsstyrken, hvor n er vækstraten. Ligning (7) siger, at den samlede mængde arbejdskraft L_t bruges i enten færdigvaresektorer eller forskningssektoren, og ligning (8) siger, at andelen s_R bruges i sidstnævnte. Modellens tilstandsvariable er K_t, A_t og L_t med initialværdierne $K_0 > 0$, $A_0 > 0$ og $L_0 > 0$. Modellens eksogene parametre er $\alpha, \kappa, \phi, \lambda, \rho, s, \delta, n$ og s_R. Der anvendes definitioner: $k_t \equiv \frac{K_t}{L_t}$, $y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t}$, $x_t \equiv \frac{X_t}{L_t}$ og $z_t \equiv \frac{k_t}{y_t}$. Det antages, at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten samt, at der eksisterer faktormarkeder for ydelserne fra fysisk kapital og arbejdskraft. Faktorpriserne er givet ved reallejesatsen, r_t, reallønnen, w_t, og prisen på land, v_t.

2.1

Opstil den repræsentatives virksomheds profitmaksimeringsproblem, udled reallønnen, realleje-satsen og vis at indkomstandelene til kapital, arbejdskraft og land er konstante.

2.2

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for vækstraten i teknologi:

$$g_{t+1}^{A} = (1 + g_{t}^{A})^{\phi - 1} g_{t}^{A} (1 + n)^{\lambda}. \tag{9}$$

2.3

Vis at steady-state værdien for den approksimative vækstrate i teknologi kan skrives som:

$$g^{A} \approx \frac{\lambda}{1 - \phi} n. \tag{10}$$

Herefter vis - fx vha. et transitionsdiagram - at der for en streng positiv initialværdi, $g_0^A > 0$, altid er konvergens mod steady-state værdien givet ved (10).

2.4

Antag at kapital-output forholdet, z_t, er konstant i steady state, og lad $g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t$, $g_t^k \equiv \ln k_{t+1} - \ln k_t$, $g_t^A \equiv \ln A_{t+1} - \ln A_t$ og $g_t^x \equiv \ln x_{t+1} - \ln x_t$, $n \equiv \ln L_{t+1} - \ln L_t$. Vis - med udgangspunkt i produktionsfunktionen - at den approksimative vækstrate i BNP pr. capita i steady state kan skrives som:

$$g^{y} \approx \left(\frac{\beta \lambda}{1 - \phi} - \kappa \right) \frac{n}{1 - \alpha}. \tag{11}$$

2.5

Nu betragtes følgende regressionsligning:

$$g_{i,40-80}^{y} = \pi_0 + \pi_1 n_{i,40-80} + \varepsilon_i, \tag{12}$$

hvor i angiver land, $g_{i,40-80}^{y}$ er vækstraten i BNP pr. capita mellem 1940 og 1980, $n_{i,40-80}$ er befolkningsvækstraten over samme periode og ε_i er et fejlled. Denne ligning estimeres for 49 lande vha. OLS med følgende resultat:[1]

$$g_{i,40-80}^{y} = \underset{(se=0{,}09)}{1,14} - \underset{(se=0{,}13)}{0,34}\; n_{i,40-80}, \quad R^2 = 0,11. \tag{13}$$

Antag at $\beta = 0,6$ og $\alpha = 0,2$. Er steady state forudsigelserne i den R&D baserede model ovenfor forenelig med empirien? Sammenlign med en model uden R&D; dvs. $\lambda = 0$. Diskutér.

2.6

Vis at transitionsligningen i kapital-output forholdet, z_t, kan skrives som:

$$z_{t+1} = \frac{\left[s + z_t\left(1-\delta\right)\right]^{1-\alpha}}{\left[\left(1+g_t^A\right)\left(1+n\right)\right]^{\beta}} z_t^{\alpha}. \tag{14}$$

Giv en intuitiv forklaring på, hvorfor andelen af befolkningen, der arbejder i forskningssektoren, s_R, *ikke* påvirker udviklingen i kapital-output forholdet. Hvordan påvirker en stigning i befolkningsvækstraten kapital-output forholdet på kort og lang sigt?

2.7

Vha. fx transitionsdiagrammer, skitsér hvordan kapital-output forholdet udvikler sig over tid for initialværdierne $0 < g_0^A < g^A$ og $0 < z_0 < z^*$, hvor z^* angiver steady-state værdien for kapital-output forholdet.

[1] Data er fra en forskningsartikel af Daron Acemoglu og Simon Johnson "Disease and Development: The Effect of Life Expectancy on Economic Growth" fra 2007 publiceret i Journal of Political Economy.

2.8

Vis at vækststien for BNP pr. capita kan skrives som:

$$\ln y_t^* \approx \Gamma + \frac{1}{1-\alpha}\left[\beta \ln(1-s_R) + \frac{\lambda\beta}{1-\phi}\ln s_R + \left(\frac{\lambda\beta}{1-\phi} - \kappa\right) nt\right], \tag{15}$$

hvor

$$\Gamma \equiv \ln\left[(z^*)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\rho}{g^A}\right)^{\frac{\beta}{(1-\phi)(1-\alpha)}} X^{\frac{\kappa}{1-\alpha}} L_0^{\frac{\lambda\beta}{(1-\phi)(1-\alpha)} - \frac{\kappa}{1-\alpha}}\right],$$

og z^* angiver steady-state værdien for kapital-output forholdet. Giv en intuitiv forklaring på, hvordan henholdsvis initialbefolkningen, L_0, og befolkningsvækstraten, n, påvirker BNP pr. capita i steady state.

Dernæst udled den "gyldne regel" for andelen af befolkningen i forskningssektoren, s_R, og diskutér intuitionen bag, hvordan denne er påvirket af økonomiens afhængighed af land.