Eksamen på Økonomistudiet vinter 2018-19

Matematik A

18. februar 2019

(2-timers prøve uden hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.
Til dette eksamenssæt hører 0 bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt. Derefter forlader du eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1: Stamfunktioner og integraler

(a) Lad $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en kontinuert funktion.
Gør rede for definitionen af det ubestemte integral

$$\int f(x)\,dx\,.$$

(b) Lad $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en kontinuert funktion, og lad x_0, y_0 være reelle tal.
Gør rede for, at der findes en stamfunktion $\tilde{F}$ til f, som opfylder betingelsen

$$\tilde{F}(x_0) = y_0\,.$$

(c) Lad $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være defineret ved

$$g(x) = 2x(x^2+1)^3 \quad \text{for alle } x \in \mathbb{R}.$$

Udregn det ubestemte integral

$$\int g(x)\,dx\,.$$

Bestem den stamfunktion $\tilde{G}$ til g, der opfylder betingelsen

$$\tilde{G}(1) = 10\,.$$

Opgave 2

Betragt funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ givet ved

$$f(x,y) = e^{x+y} - e^x - 2e^y \quad \text{for alle } (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Bestem de partielle afledede

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \quad \text{og} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$$

i et vilkårligt punkt (x,y).

(b) Vis, at $(\ln(2), 0)$ er et stationært punkt for f.

(c) Bestem Hessematricen (andenordensmatricen) $H(x,y)$ for f i et vilkårligt punkt (x,y).

Afgør om $(\ln(2), 0)$ er et maksimumspunkt, et minimumspunkt eller et saddelpunkt. Begrund dit svar.

(d) Bestem værdimængden for f.

Opgave 3

Betragt funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ givet ved

$$f(x) = xe^x \quad \text{for alle } x \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestem funktionerne f', f'' og f''' (de afledede funktioner af henholdsvis første, anden og tredje orden).

(b) Bestem Taylorpolynomiet P_3 af tredje orden for f ud fra punktet $a = 0$.

(c) Brug dine resultater fra spørgsmål (a) til at opstille et kvalificeret gæt på et udtryk for $f^{(n)}$ (den afledede funktion af n'te orden, $n \in \mathbb{N}$).

Vis ved induktion, at dit udtryk gælder for alle $n \in \mathbb{N}$.