Eksamen på Økonomistudiet vinter 2014-15

Lineære Modeller

valgfag

Fredag d. 9 januar 2015.

(3-timers prøve med hjælpemidler, dog ikke lommeregner eller cas-værktøjer)

Dette eksamenssæt består af 2 sider.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

2015V-1LM ex

Eksamen i Lineære Modeller

Fredag d.9 januar 2015.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

Opgave 1.

I $\mathbf{R}^n$ er der givet tre lineært uafhængige vektorer u_1, u_2 og u_3. Lad u_4 og u_5 være givet ved $u_4 = u_1 - u_2$ og $u_5 = u_1 + u_2 - u_3$. Vi kalder $\text{span}\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\} = U$.

(1) Vis at u_1, u_4, u_5 er en basis for U.

(2) Bestem koordinaterne for vektoren $v = u_3 + u_4$ med hensyn til basen u_1, u_4, u_5 i U .

(3) Lad en lineær afbildning $L : U \to U$ være givet ved $Lu_1 = u_1 + u_2$, $L(u_1 + u_2) = u_3 - u_2$, og $Lu_3 = u_3 - u_2$. Bestem matricen hørende til L med hensyn til basen u_1, u_2, u_3 for U.

(4) Bestem nulrummet $N(L)$ og dimensionen af billedrummet $R(L)$.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $3 \times 3-$matrix A, vides, at den har tre forskellige egenværdier $1, 2$ og 3, med tilhørende egenvektorer $(1, -2, 1), (1, 0, -1)$ og (x_1, x_2, x_3).

(1) Bestem en mulig egenvektor (x_1, x_2, x_3) , hørende til egenværdien 3.

(2) Bestem matricen A.

(3) Bestem matricen $f(A)$, hvor f er en reel funktion defineret på spektret for A.

(4) Bestem determinanten for $f(A)$.

(5) Lad nu funktionen f være $f(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$. Løs ligningen $f(A)x = (1, 0, -1)$.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \cos^2(x)\sin^2(3x)dx$.

(2) Løs ligningen $z^2 = -8 + i8$. Løsningen ønskes angivet på rektangulær form $a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{x-1}{x+1})^n.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f.

(5) Løs ligningen $f(x) = y$ (med hensyn til x) for et givet y beliggende i værdimængden for funktionen f.