

Eksamen på Økonomistudiet vinter 2013-14  
Økonometri A  
2. Årsprøve  
9. januar 2014  
(3-timers prøve med hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 4 sider

## Opgave 1

Forsknings og udviklingsafdelingen i en virksomhed har udviklet et nyt produkt, der skal testes. De udfører 40 test uafhængigt af hinanden. Hvert test har to udfald: enten går testet godt, "succes", eller også fejler testet, "fiasko". I første omgang kender afdelingen ikke sandsynligheden for om det går godt.

1. Lad  $X$  være antallet af succeser i de 40 test. Hvilken fordeling følger  $X$ ?  
Hvad er sandsynligheden for at alle test går godt, hvis sandsynligheden for succes er 0,9?

De 40 test har været udført af to forskellige personer i virksomheden. En statistiker analyserer de to personers forsøg og finder at person  $A$  er sandsynligheden for succes 0,85 og for person  $B$  er sandsynligheden for succes 0,95. Person  $A$  er til gengæld hurtigere til at udføre testene. Af 100 test vil de 55 være gennemført af person  $B$  og 45 af person  $A$ .

2. Find sandsynligheden for en succes uafhængigt af om det er person  $A$  eller person  $B$ , der gennemfører testet.

De to personer bliver bedt om lave et test hver og møde op på chefens kontor. Den første person har haft en succes, men det har den anden person ikke. Lad  $D$  være en stokastisk variabel for den første persons type, så når  $D = A$  er den første person type  $A$ . Lad  $X_1$  og  $X_2$  være udfaldet af testet for henholdsvis den første og den anden person.

3. Hvad er sandsynligheden for, at den første person er person  $A$ ? (Hint: Brug Bayes teorem og at der er uafhængighed mellem udfaldet af testene betinget på type. Dvs.  $\Pr(X_1, X_2|D) = \Pr(X_1|D) \cdot \Pr(X_2|D)$ )

## Opgave 2

En virksomhed kan enten være ejet af en dansker eller en udlænding og en virksomhed har enten elever eller også har den ikke elever. Antallet af virksomheder i hele økonomien fordelt på ejerskab og elevstatus er givet ved følgende tabel,

|                     | Elevstatus |                 |       |
|---------------------|------------|-----------------|-------|
| Ejerskab            | Har elever | Har ikke elever | Total |
| Dansk ejerskab      | 63         | 117             | 180   |
| Udenlandsk ejerskab | 7          | 13              | 20    |
| Total               | 70         | 130             | 200   |

Lad  $Y$  være en stokastisk variabel for ejerskab og  $Z$  en stokastisk variabel for elevstatus.

1. Find den simultane fordeling for  $Y$  og  $Z$ . Find de marginale fordeling for henholdsvis  $Y$  og  $Z$ . Er der uafhængighed mellem  $Y$  og  $Z$ ?

Den følgende tabeller viser antallet af virksomheder fordelt på ejerskab og elevstatus i branche A.

|                     | Elevstatus |                 |       |
|---------------------|------------|-----------------|-------|
| Ejerskab            | Har elever | Har ikke elever | Total |
| Dansk ejerskab      | 40         | 45              | 85    |
| Udenlandsk ejerskab | 5          | 10              | 15    |
| Total               | 45         | 55              | 100   |

2. For virksomhederne i branche A find fordelingen af ejerskab betinget på elevstatus. Find også den marginale fordeling af ejerskab. Er der uafhængighed? Kommenter i fht. forrige spørgsmål.

Regeringen fører nu en kampagne, der er målrettet virksomheder, der ikke har elever. I branche A er sandsynligheden for at en virksomhed, der ikke i forvejen har elev, 20 pct. efter kampagnen.

3. Hvad er det forventede antal virksomheder, der har elever, i branche A efter kampagnen?

### Opgave 3

I forbindelse med en større international undersøgelse kaldet European Social Survey (ESS) er der udtrukket 1.496 tilfældige personer i Danmark ud af de i alt 4.079.910 stemmeberettigede personer. Blandt de 1.496 svarede 1.405 personer at de havde stemt ved det sidste folketingsvalg i 2011. Dermed var der 91 personer der har svaret, at de ikke har deltaget i det sidste folketingsvalg i 2011.

1. Opstil en model for antallet af personer der har stemt ved det sidste folketingsvalg i 2011 blandt de 1.496 udspurgte personer. Argumenter for modellen.
2. Estimer andelen af personer ( $p$ ) i Danmark, der har stemt ved det sidste folketingsvalg i 2011. Redegør for estimatorens egenskaber.
3. Udregn et 95% konfidensinterval for estimatoren for  $p$ .

Ved det sidste folketingsvalg var stemmeprocenten på 87,7%.

4. Test om stemmeprocenten i ESS undersøgelsen er mindre end stemmeprocenten ved det sidste folketingsvalg.

Man ønsker at sammenligne Danmark med Norge og Sverige. I nedenstående tabel er vist de tilsvarende oplysninger for Norge og Sverige.

| ESS        | Danmark | Norge | Sverige | i alt |
|------------|---------|-------|---------|-------|
|            |         |       |         |       |
| stemt      | 1.405   | 1.221 | 1.515   | 4.141 |
| ikke stemt | 91      | 188   | 159     | 438   |
| I alt      | 1.496   | 1.409 | 1.674   | 4.579 |

5. Opstil en statistisk model for ovenstående tabel
6. Test om stemmeprocenten er ens for de tre nordiske lande.