Reeksamen på Økonomistudiet Forår 2013

Makro A

2. Årsprøve

19. august 2013

(3-timers prøve uden hjælpemidler)

Vi henleder din opmærksomhed på, at du skal besvare eksamensopgaven på det sprog, som du har tilmeldt dig ved eksamenstilmeldingen. Har du tilmeldt dig fagets engelske titel, skal du besvare på engelsk, har du tilmeldt dig fagets danske titel, eller den engelske titel med "eksamen på dansk" i parentes, skal opgaven besvares på dansk.

Dette opgavesæt består af i alt 5 sider inklusiv forside.

Reeksamen, Makro A, Forår 2013
19. august, 2013
Tre timer uden hjælpemidler

Alle spørgsmål 1.1-1.3 og 2.1-2.8 skal besvares og vægtes éns ved bedømmelsen.

Opgave 1

Spørgsmål 1.1
Solowligningen i en lukket Solowmodel uden teknologisk vækst er givet ved:

$$k_{t+1} - k_t = \frac{1}{1+n}\left[sBk_t^{\alpha} - (n+\delta)\,k_t\right], \tag{1}$$

hvor k_t er kapital per capita, n er befolkningsvækstraten, s er opsparingskvoten, B er det teknologiske niveau, α er outputelasticiteten mht. kapital og δ er nedslidningsraten.

Antag at økonomien er i steady state i periode 0, og at der i periode 1 og gældende alle perioder fremefter sker et fald i befolkningsvækstraten, n. Hvilken effekt har det på kapital per capita i periode 1 og i de efterfølgende perioder? Illustrér i et Solowdiagram og forklar intuitionen bag udviklingen i k_t.

Spørgsmål 1.2
I Solowmodellen for en lille økonomi med åbne kapitalbevægelser er steady state-niveauet for kapital per capita givet ved:

$$k^* = \left(\frac{B\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \tag{2}$$

hvor B er det teknologiske niveau, α er output-elasticiteten med hensyn til kapital og $\bar{r}$ er den internationale realrente.

Hvilken effekt har en stigning i den internationale realrente, $\bar{r}$, på steady state-niveauet for kapital per capita? Giv en kort intuitiv forklaring.

Spørgsmål 1.3
Tag udgangspunkt i en model med fagforeninger fra pensumbogens kapital 12. Hvad sker der med arbejdsløshedsprocenten når der kommer mere konkurrence på produktmarkederne? Giv en kort, intuitiv forklaring.

Opgave 2

I en af modellerne fra pensumbogens kapitel 7 antages det at en af inputfaktorerne, som f.eks. kan fortolkes som land, er konstant over tid. Hvis der er positiv vækst i befolkningen vil der være et negativt bidrag til væksten i BNP per capita i steady state som følge af stigende antal arbejdere på en konstant mængde land. Jo større befolkningsvækst, desto mere negativt bliver dette bidrag. Et centralt resultat fra modellen er, at der godt kan være vækst i BNP per capita i steady state, hvis vi antager at det teknologiske niveau vokser med en positiv, eksogen vækstrate. Positiv vækst kræver at det positive bidrag fra eksogen, teknologisk vækst overstiger det negative bidrag fra befolkningsvækst.

I modellerne fra pensumbogens kapitel 8 er den teknologiske vækst ikke eksogen, men skabes endogent i modellen som følge af en såkaldt learning-by-doing-eksternalitet. Et centralt resultat i den semi-endogene vækstmodel fra kapitel 8 er at væksten i BNP per capita i steady state skabes ved hjælp af vækst i befolkningen.

I denne opgave skal vi kombinere en model med en fast inputfaktor med en model med learning-by-doing-eksternaliteter. Formålet er, at undersøge om der er mulighed for positiv vækst i steady state, og om modellen prædikterer at befolkningsvækst er godt eller dårligt for vækst i BNP per capita.

Modellens ligninger:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(A_t L_t\right)^{\beta} X^{\kappa},\ 0 < \alpha, \beta, \kappa < 1, \alpha + \beta + \kappa = 1 \tag{3}$$

$$A_t = K_t^{\phi},\ 0 < \phi < 1 \tag{4}$$

$$L_{t+1} = \left(1 + n\right) L_t, n > -1 \tag{5}$$

$$K_{t+1} = sY_t + \left(1 - \delta\right) K_t,\ 0 < s, \delta < 1. \tag{6}$$

Modellens variable: Y_t er output/BNP, K_t er kapital, A_t er det teknologiske niveau, L_t er befolkningen som antages at være lig med arbejdsstyrken, X er en fast inputfaktor, α er outputelasticiteten med hensyn til kapital, β er outputelasticiteten med hensyn til teknologi og arbejdskraft, κ er outputelasticiteten med hensyn til den faste inputfaktor, ϕ er elasticiteten af teknologi med hensyn til kapital, n er vækstraten i befolkningen, s er opsparingskvoten og δ er nedslidningsraten.

Beskrivelse af modellens ligninger: (3) er en Cobb-Douglas produktionsfunktion med konstant skalaafkast. (4) siger at det teknologiske niveau afhænger positivt af den samlede mængde kapital i samfundet. Denne sammenhæng kan for eksempel tilskrives positive eksternaliteter, som stammer fra learning-by-doing. (5) siger at befolkningen vokser med en konstant vækstrate. (6) er kapitalakkumulationsligningen.

Igennem hele opgaven antages det at stabilitetsbetingelsen, $(1+n)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta\phi}} > (1-\delta)$, er opfyldt.

Spørgsmål 1

De sædvanlige definitioner af per capita variable gælder, dvs. $y_t \equiv Y_t/L_t$, $k_t \equiv K_t/L_t$ og $x_t \equiv X_t/L_t$. Vis ved at benytte (3) at BNP per capita er givet ved:

$$y_t = A_t^{\beta} k_t^{\alpha} x_t^{\kappa} \tag{7}$$

Spørgsmål 2

Vi definerer de approksimative vækstrater i y_t,k_t,A_t og x_t som henholdsvis $g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t$, $g_t^k \equiv \ln k_{t+1} - \ln k_t$, $g_t^A \equiv \ln A_{t+1} - \ln A_t$ og $g_t^x \equiv \ln x_{t+1} - \ln x_t$. Vis, ved at benytte disse definitioner og (7) at g_t^y er givet ved:

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta g_t^A + \kappa g_t^x \tag{8}$$

Hint: skriv (7) op for $t+1$, tag ln og fratræk ln til (7).

Spørgsmål 3

Benyt (4) til at vise at:

$$A_t = k_t^{\phi} L_t^{\phi}. \tag{9}$$

Det oplyses at (5) medfører at den approksimative vækstrate i L_t er $\ln L_{t+1} - \ln L_t \approx n$. Benyt denne oplysning samt (9) og definitionerne af g_t^A og g_t^k til at vise at

$$g_t^A = \phi g_t^k + \phi n. \tag{10}$$

Vis derefter at ved at benytte (8) og (10) at:

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta\phi g_t^k + \beta\phi n - \kappa n. \tag{11}$$

Spørgsmål 4

Det oplyses, at der i denne model er konvergens mod en steady state, hvor forholdet mellem kapital og BNP er konstant, hvilket indebærer, at kapital per capita og BNP per capita vokser med samme rate - altså at $g_t^y = g_t^k$. Senere skal du vise at modellen rent faktisk konvergerer mod en steady state, hvor dette gælder, men i dette spørgsmål og i spørgsmål 5 vil vi antage at økonomien er i sin steady state.

Vis at den approksimative steady state-vækstrate BNP per capita, g^y, er givet ved:

$$g^y = \frac{\beta\phi}{1-\alpha-\beta\phi} n - \frac{\kappa}{1-\alpha-\beta\phi} n. \tag{12}$$

Ifølge denne ligning består g^y af to led hvor n indgår i begge. Giv en intuitiv forklaring på hvorfor koefficienten på n er positiv i det første led og negativ i det andet.

Spørgsmål 5

Hvad er betingelsen for at der er positiv vækst i BNP per capita i steady state? Er effekten på g^y af at øge n positiv eller negativ? Giv en intuitiv forklaring på dine svar.

Spørgsmål 6

I de sidste tre spørgsmål skal du udlede transitionsligningen, og vise at der altid er konvergens mod en steady state med et konstant kapital-output forhold. Det viser sig at være nemmest at analysere modellen i kapital-output forholdet, $z_t \equiv K_t/Y_t = k_t/y_t$.

Vis ved at benytte definitionen af z_t samt (3), (4) og (5) at vækstfaktoren i kapital-output-forholdet z_{t+1}/z_t kan skrives som:

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} \right)^{1-\alpha-\beta\phi}. \tag{13}$$

Hint: Opskriv $z_{t+1}/z_t = (K_{t+1}/Y_{t+1}) / (K_t/Y_t) = (K_{t+1}/K_t) / (Y_{t+1}/Y_t)$, indsæt Y_{t+1} og Y_t fra (3), indsæt derefter A_{t+1} og A_t fra (4) og indsæt til slut L_{t+1} og L_t fra (5).

Spørgsmål 7

Benyt (13) og (6) til at vise at transitionsligningen i z_t kan skrives som:

$$z_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^{\beta}} z_t \left(\frac{s}{z_t} + (1-\delta) \right)^{1-\alpha-\beta\phi}. \tag{14}$$

Spørgsmål 8

Vis, evt. ved at benytte et transitionsdiagram, at der for en strengt positiv initialværdi $z_0 > 0$ altid er konvergens mod en steady state hvor kapital-output forholdet z_t er konstant.