Rettevejledning til

Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2014-2015

Reeksamen

Makro A

2. årsprøve

16. februar, 2015

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1. Fagforeningsmodeller for strukturel ledighed

1.1 I fagforeningsmodeller betragtes typisk arbejdsmarkeder, der som udgangspunkt opfylder de karakteristika, man normalt associerer med fuldkommen konkurrence: Der er mange, små udbydere (arbejderne) og mange, små eftespørgere (virksomhederne), disse handler imellem sig én og samme (homogene) type af arbejdskraft, der er fuld gennemsigtighed mv.

Imidlertid er arbejderne organiseret i en fagforening, så udbudssiden er koncentreret til én aktør, fagforeningen, der øver indflydelse på lønnen på det pågældende arbejdsmarked. I visse tilfælde antages også en koncentreret efterspørgselside med fx en arbejdsgiverorganisation, som også søger at øve indflydelse på lønnen. Det fører så til bilateralt monopol på arbejdsmarkedet. I andre tilfælde antages forenklende, at virskomhedssiden er atomistisk (med mange små efterspørgere). Dette er hovedtilfældet fra pensum og fører til, at det betragtede arbejdsmarked modelleres som et monopol med én stor udbyder, fagforeningen.

Denne bestemmer lønnen på markedet. Ved den pågældende løn bestemmer hver virksomhed så, hvor meget arbejdskraft den vil efterspørge, så der for hver tænkbar løn, fagforeningen kan sætte, opstår en bestemt samlet efterspørgsel efter arbejdskraft. Fagforningen opererer (skal vælge et punkt) på den således definerede efterspørgselskurve efter arbejdskraft. Fagforeningens afvejning består i, at højere løn fører til lavere beskæftigelse for medlemmerne.

1.2 I fagforeningsmodeller lægges der vægt på, at fagforeningen foretager den relevante afvejning ved at vælger lønnen, så den er mest muligt i medlemmernes objektive interesse. Der er altså ikke tale om, at fagforeningen tillægges en vilkårlig motivation; den skal være afledt af medlemmerenes interesser.

Under forskellige rimelige antagelser (fx at fagforeningen ikke har generel indflydelse på medlemmernes forbrugspriser, at medlemmerenes arbejdsudbud er uelastisk, at de er risikoneutrale eller har adgang til kreditmarkeder osv.) vil dette føre til, at fagforeningen skal forsøge at maksimere det enkelte medlems forventede indkomst, som (under rimelige betingelser) vil være lig med medlemmets langsigtede, gennemsnitlige indkomst.

1.3 Denne fagforeningsadfærd kan under passende betingelser føre til, at fagforeningen *i medlemmerenes interesse* vælger en løn, der er så høj, at efterspørgslen efter arbejdskraft bliver mindre end udbuddet, og der derfor opstår arbejdsløshed: Der kan altså i den enkelte periode være arbejdere, som gerne ville arbejde ved den gældende løn, men som ikke kan få arbejde. Det ville så naturligvis være i disse medlemmers *kortsigtede* interesse at underbyde den gældende løn, men en sådan adfærd ville få fagforeningens markedsmagt til at smuldre, og det ville give medlemmerne mindre forventet og gennemsnitlig langsigtet indkomst end i fagforeningsligevægten. Det antages i fagforeningsmodeller, at fagforeningen kan opretholde sin markedsmagt trods de individuelle medlemmers interesse i at underbyde, men det er en åben diskussion, om dette er plausibelt. Som ved alle andre karteller er det et alvorligt kartelproblem: Netop i det omfang, kartellet lykkes med at holde prisen oppe over det kompetitive niveau, har medlemmerne en interesse i at underbyde kartellet.

På *det individuelle plan* er den arbejdsløshed, der kan opstå i en fagforeningsmodel, ufrivillig, men på *et kollektivt plan* kan den betegnes som frivillig, idet den jo kun opstår, fordi arbejderne vælger at organisere sig og derved opnå højere forventet/langsigtet indkomst. Sidstnævnte forhold gør måske, at nogle vil betragte teorien som af begrænset interesse set som en arbejdsløshedsteori: Den arbejdsløshed, der opstår, kan jo ikke være så stort et problem, når den er et resultat af en kollektiv beslutning hos arbejdstagerne.

En årsag til, at fagforeningsmodeller alligevel anses for at være af makroøkonomisk interesse, er, at de kan bidrage til forståelse af det ret robuste karakterttræk ved konjunkturcykler, at beskæftigelsen er langt stærkere positivt korreleret med produktionen (BNP), end reallønningerne er. I en typisk partiel arbejdsmarkedsmodel, kan det sagtens være sådan, at hvis markedet fungerede kompetitivt, ville udbuds- og efterspørgselsstød alene eller overvejende sætte sig i reallønnen, mens hvis det fungerer i henhold til fagforeningsmodellen, vil sådanne stød alene eller overvejende sætte sig i beskæftigelsen. Fagforeningsmodeller kan således bidrage til forståelse af et af konjunkturbevægelsernes såkaldte "stiliserede fakta".

Opgave 2. Konstant arbejdsstyrke i en R&D-baseret, semi-endogen vækstmodel: Stagnation eller vækst?

Modellen gentaget fra opgaveteksten:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(A_t L_{Yt}\right)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^{\phi} L_{At}, \quad \rho > 0, \quad 0 < \phi < 1 \tag{2}$$

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta) K_t, \quad 0 < s, \delta < 1 \tag{3}$$

$$L_{t+1} = (1+n)L_t, \quad n \geq 0 \tag{4}$$

$$L_{Yt} + L_{At} = L_t \tag{5}$$

$$L_{At} = s_R L_t, \quad 0 < s_R < 1 \tag{6}$$

2.1 Med et *konstant arbejdsinput* $L_A > 0$ *i forskningsektoren* bliver ligning (2) til

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^{\phi} L_A \tag{2'}$$

Der er initialt et strengt positivt teknologisk niveau $A_0 > 0$. Der vil derfor i henhold til (2') opstå en strengt positiv tilvækst $A_1 - A_0 > 0$. Det betyder, at A_1 vil være større end A_0, og dermed bliver den næste tilvækst $A_2 - A_1$ større end den første $A_1 - A_0$. Fortsættelse af denne tankegang viser, at tilvæksterne $A_{t+1} - A_t$ hele tiden vil blive større og større. Det betyder dels, at $A_{t+1} - A_t$ går imod uendelig for t gående mod uendelig (til dette ville det jo være tilstrækkeligt, at $A_{t+1} - A_t$ var konstant), dels at A_t er voksende og går mod uendelig for t gående mod uendelig. Såvel $A_{t+1} - A_t$ som A_t er altså voksende over tid og går imod uendelig.

Ved at dividere på begge sider af ligning (2') med A_t fås

$$g_t \equiv \frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = \rho A_t^{\phi-1} L_A > 0$$

Da eksponenten $\phi - 1$ her er negativ, ses det, at eftersom A_t er voksende, må g_t være aftagende, og da $A_t \to \infty$ for $t \to \infty$, må $g_t \to 0$ for $t \to \infty$.

Da eksisterende teknologi er produktiv i frembringelsen af ny teknologi ($\phi > 0$), opstår der en dynamik med større og større tilvækster til teknologien og dermed højere og højere teknologisk niveau, men da eksisterende teknologi kun er produktiv i frembringelsen af ny teknologi med en outputelasticitet mindre end 1 ($\phi < 1$), kan tilvæksterne ikke følge med niveauet, så tilvæksterne *i forhold til* niveauet (dvs. g_t) bliver aftagende og går mod nul.

Med et konstant arbejdsinput i forskningsektoren, kan der altså ikke fastholdes en konstant teknologisk vækst*rate*, men den *absolutte* teknologiske tilvækst og det teknologiske niveau går begge imod uendelig.

2.2 Når ligning (6) indsættes i ligning (2) fås

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^{\phi} s_R L_t$$

og ved at dividere på begge sider af denne med A_t fås

$$g_t = \rho A_t^{\phi-1} s_R L_t$$

og dermed

$$g_{t+1} = \rho A_{t+1}^{\phi-1} s_R L_{t+1}$$

Ved division af g_{t+1} med g_t fås

$$\frac{g_{t+1}}{g_t} = \left(\frac{A_{t+1}}{A_t}\right)^{\phi-1} \frac{L_{t+1}}{L_t}$$

Da per definition $A_{t+1}/A_t = 1 + g_t$, og fra (4) $L_{t+1}/L_t = 1 + n$ fås

$$g_{t+1} = (1+n)\, g_t \,(1+g_t)^{\phi-1} \tag{8}$$

2.3 Fra ligning (5) og (6) er $L_{Yt} = (1 - s_R)L_t$. Når dette indsættes i ligning (1) fås $Y_t = K_t^{\alpha}\,(A_t(1-s_R)L_t)^{1-\alpha}$. Ved at dividere på begge sider af denne med A_tL_t fås $\tilde{y}_t = \tilde{k}_t^{\alpha}\,(1-s_R)^{1-\alpha}$. Herefter fås så ved at dividere på bege sider af ligning (3) med $A_{t+1}L_{t+1} = (1+n)(1+g_t)A_tL_t$

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)\,(1+g_t)} \left(s\tilde{y}_t + (1-\delta)\,\tilde{k}_t\right)$$

og ved at indsætte det netop fundne udtryk for $\tilde{y}_t$:

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)\,(1+g_t)} \left[s\tilde{k}_t^{\alpha}\,(1-s_R)^{1-\alpha} + (1-\delta)\,\tilde{k}_t\right] \tag{9}$$

Det dynamiske system i g_t og $\tilde{k}_t$ bestående af ligningerne (8) og (9) er et *envejskoblet* system af to førsteordens differensligninger, hvor g_{t+1} kun afhænger af g_t, mens $\tilde{k}_{t+1}$ afhænger af både g_t og $\tilde{k}_t$.

Ved at trække g_t fra på begge sider af (8) og $\tilde{k}_t$ på begge sider af (9) fås hhv.

$$g_{t+1} - g_t = (1+n)\, g_t \,(1+g_t)^{\phi-1} - g_t \tag{8'}$$

$$\tilde{k}_{t+1} - \tilde{k}_t = \frac{1}{(1+n)\,(1+g_t)} \left[s\tilde{k}_t^{\alpha}\,(1-s_R)^{1-\alpha} - (n + g_t + \delta + ng_t)\,\tilde{k}_t\right] \tag{9'}$$

2.4 Her antages $n > 0$. Fra ligning (8) etableres nogle matematiske egenskaber ved transitionskurven (g_{t+1} som funktion af g_t), som illustreres i transitionsdiagrammet nedenfor.

1) Det ses direkte af (8), at $g_{t+1} = 0$ for $g_t = 0$. [Nogle studerende vil måske allerede her bemærke, at $g_t = (A_{t+1} - A_t)/A_t$ ikke kan blive *lig med* nul, da det jo ville kræve, at tælleren $A_{t+1} - A_t$ var lig med nul, men i henhold til spørgsmål 2.1 ovenfor, er $A_{t+1} - A_t$ altid *større end* nul. Det vil derfor strengt taget være mere korrekt at sige, at $g_{t+1} \to 0$ for $g_t \to 0$. Da det handler om de matematiske egenskaber for den funktoinelle sammenhæng i (8), er det første dog ikke forkert].

2) Ved differentiation ses

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t} &= (1+n)\left[(1+g_t)^{\phi-1} + g_t(\phi-1)(1+g_t)^{\phi-2}\right] \\
&= (1+n)(1+g_t)^{\phi-2}\left[(1+g_t) + g_t(\phi-1)\right] \\
&= (1+n)(1+g_t)^{\phi-2}\left[1+\phi g_t\right] \\
&= (1+n)\frac{1+\phi g_t}{(1+g_t)^{2-\phi}} > 0
\end{aligned}
$$

Transitionskurven er altså overalt voksende.

3) Ved i (8) at sætte $g_{t+1} = g_t$ findes, at skæringer mellem transitionskurven og 45°-linjen er givet ved

$$g_t = (1+n)\, g_t (1+g_t)^{\phi-1}$$

Denne er naturligvis opfyldt for $g_t = 0$. For $g_t > 0$ er den (endvidere) opfyldt for

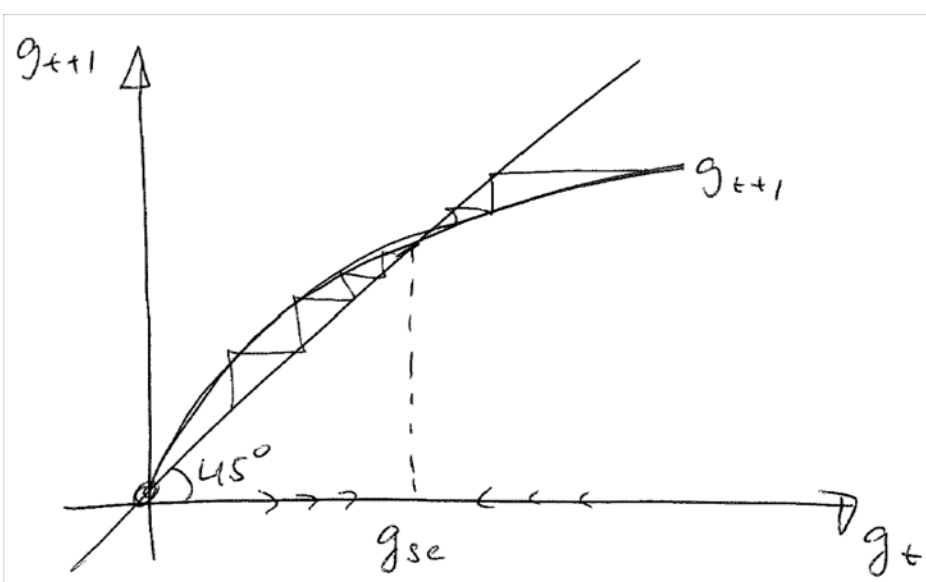
$$1 = (1+n)(1+g_t)^{\phi-1} \Leftrightarrow$$

$$g_t = (1+n)^{\frac{1}{1-\phi}} - 1 \equiv g_{se}$$

For $n > 0$, er dette $g_{se} > 0$. Der er altså netop én strengt positiv skæring med 45°-linjen.

4) Fra udtrykket for $\partial g_{t+1}/\partial g_t$ ses, at $\partial g_{t+1}/\partial g_t \rightarrow 1+n$ for $g_t \rightarrow 0$. Når $n > 0$, er hældningen på transitionskurven altså strengt større end 1 i (0,0) (eller for $g_t \rightarrow 0$).

Egenskaberne 1) - 4) betyder, at transituiosndigrammet kvalitativt ser således ud



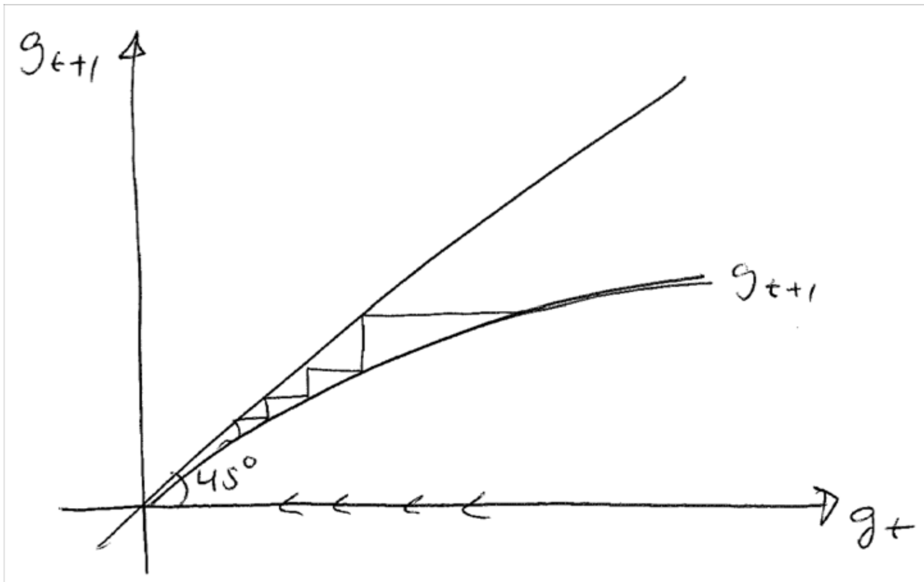
Det følger ved trappeiteration som angivet, at g_t konvergerer monotont mod $g_{se} > 0$.

2.5 Her antages $n = 0$. Egenskaberne 1) - 4) følger igen dog med følgende modifikationer: I 3) bliver $g_{se} = 0$, så eneste skæring med 45°-linjen er for $g_t = g_{se} = 0$, og i 4) fås, at $\partial g_{t+1}/\partial g_t \to 1$ for $g_t \to 0$, så transitionskurvens hældning altså er lig med 1 i (0,0).

Transitionskurven starter altså (for g_t tæt på nul) med at løbe langs med 45°-linjen og (da der ikke er nogen strengt positive skæringer) holder den sig på samme side af denne for alle $g_t > 0$. Man kan også indse, at transitionskurvens hældning $\partial g_{t+1}/\partial g_t$ er strengt aftagende i g_t. [Dette kunne sådan set være gjort ovenfor, men var ikke nødvendigt her]. Det er i orden at sige, at man kan se dette direkte fra udtrykket for $\partial g_{t+1}/\partial g_t$: Da $\phi < 1$, er eksponenten i nævneren $2 - \phi$ større end eksponenten i tælleren, som er 1, og i tælleren ganges g_t oven i købet ned med ϕ. Man kan også differentiere, fx som følger:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln \frac{\partial g_{t+1}}{\partial g_t}}{\partial g_t} &= (\phi - 2)\frac{1}{1+g_t} + \frac{\phi}{1+\phi g_t} \\
&= \frac{(\phi-2)(1+\phi g_t) + \phi(1+g_t)}{(1+g_t)(1+\phi g_t)} \\
&= \frac{\phi + \phi^2 g_t - 2 - 2\phi g_t + \phi + \phi g_t}{(1+g_t)(1+\phi g_t)} \\
&= \frac{2\phi + \phi^2 g_t - 2 - \phi g_t}{(1+g_t)(1+\phi g_t)} \\
&= \frac{2(\phi-1) + \phi g_t(\phi-1)}{(1+g_t)(1+\phi g_t)} \\
&= \frac{(\phi-1)(2+\phi g_t)}{(1+g_t)(1+\phi g_t)} < 0
\end{aligned}$$

Transitionskurven må så forløbe hele vejen under 45°-linjen som angivet i følgende transitionsdiagram



Det følger ved trappeiteration, at g_t konvergerer monotont mod $g_{se} = 0$.

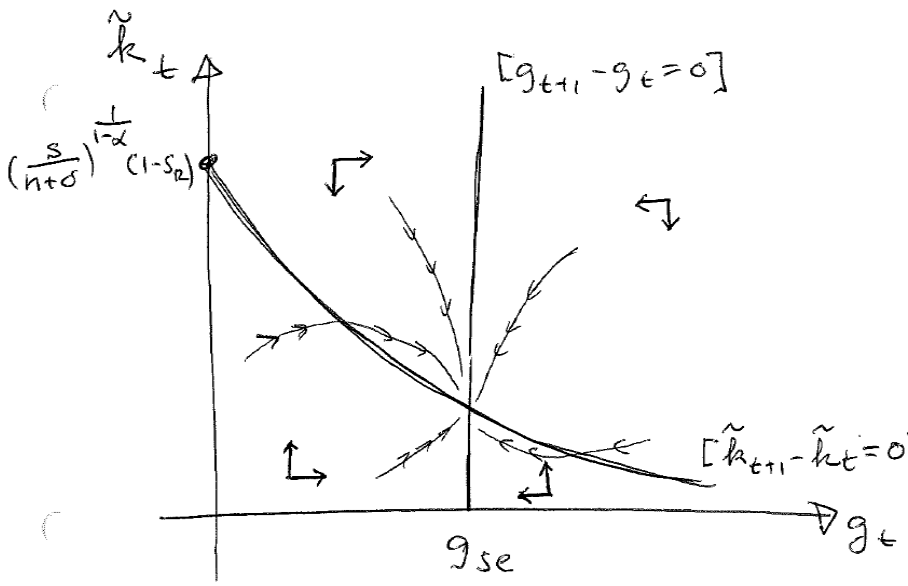
2.6 Her antages $n > 0$. Det følger af svaret på 2.4, at kurven for $g_{t+1} - g_t = 0$ i et $(g_t, \tilde{k}_t)$-diagram står lodret ud for $g_t = g_{se}$, og at for $g_t > g_{se}$ er g_t aftagende, og for $g_t < g_{se}$ er g_t voksende. Fra (9') fås, at $\tilde{k}_{t+1} - \tilde{k}_t = 0 \Leftrightarrow$

$$s\tilde{k}_t^{\alpha} (1 - s_R)^{1-\alpha} = (n + g_t + \delta + ng_t)\, \tilde{k}_t \Leftrightarrow$$

$$\frac{s}{n + g_t + \delta + ng_t} (1 - s_R)^{1-\alpha} = \tilde{k}_t^{1-\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s}{n + g_t + \delta + ng_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1 - s_R)$$

I $(g_t, \tilde{k}_t)$-diagrammet er dette en strengt aftagende kurve. Det følger direkte af (9'), at til højre for denne kurve (dvs. for større g_t) er $\tilde{k}_t$ aftagende, mens til venstre for mkurven er $\tilde{k}_t$ voksende. Fasedigrammet ser da ud som vist her



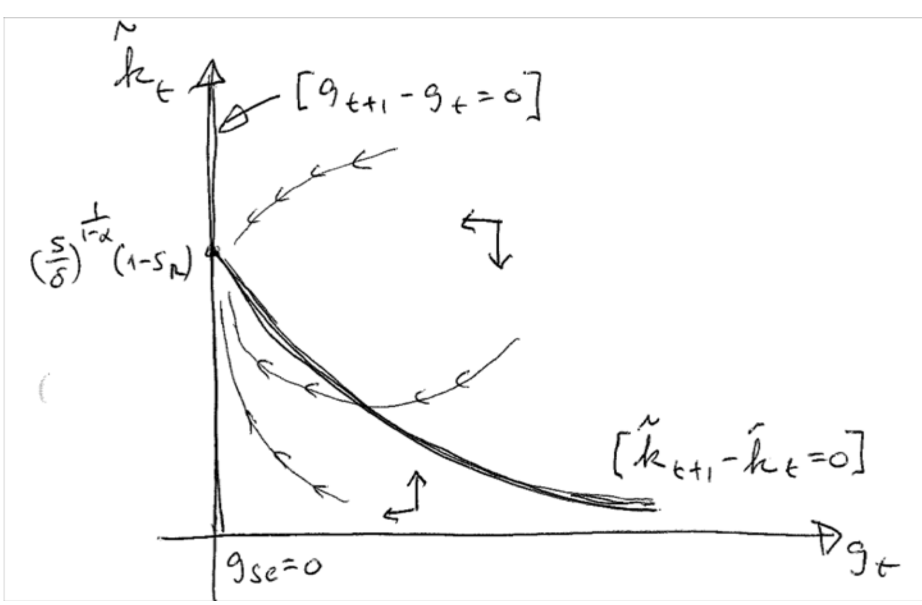
Da vi allerede ved, at $g_t \to g_{se}$, må $\tilde{k}_t$ gå imod skæringspunktet for de to kurver, som er givet ved

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{n + g_{se} + \delta + n g_{se}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1 - s_R) \tag{11}$$

og det følger så af $\tilde{y}_t = \tilde{k}_t^{\alpha}(1 - s_R)^{1-\alpha}$, at $\tilde{y}_t$ går mod

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{n + g_{se} + \delta + n g_{se}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1 - s_R) \tag{12}$$

2.7 Her antages $n = 0$. Fasediagrammet ser ud ligesom ovenfor, blot med kurven for $g_{t+1} - g_t = 0$ rykket ind, så den bliver sammenfaldende med andenaksen. Dette følger af analysen i 2.5 og 2.6 og er illustreret her



Vi ved allerede (fra spørgsmål 2.5), at g_t konvergere mod $g_{se} = 0$. Det følger, at $\tilde{k}_t$ konvergerer mod

$$\tilde{k}^*_{n=0} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1 - s_R) \tag{13}$$

og at $\tilde{y}_t$ konvergerer mod

$$\tilde{y}^*_{n=0} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1 - s_R) > 0 \tag{14}$$

Økonomien kan i dette tilfælde ikke befinde sig *i* steady state. Dette ville jo kræve $g_t = g_{se} = 0$, men fra spørgsmål 2.1 vides, at der altid gælder $A_{t+1} - A_t > 0$ og dermed $g_t > 0$. For $n = 0$ vil økonomien altså konvergere mod steady state, men kan ikke være *i* steady state. (Det kan den godt for $n > 0$).

2.8 Der antages fortsat $n = 0$. For alle perioder gælder per definition $y_t = \tilde{y}_t A_t$. Vi ved fra spørgsmål 2.7, at $\tilde{y}_t \rightarrow \tilde{y}^*_{n=0} > 0$, og fra spørgsmål 2.1, at $A_t \rightarrow \infty$ på langt sigt. Dette betyder, at færdigvareproduktion per arbedjer y_t må gå imod uendelig.

For vækstfaktoren i y_t gælder igen fra definitionen $y_t = \tilde{y}_t A_t$ at

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{\tilde{y}_{t+1}}{\tilde{y}_t} \frac{A_{t+1}}{A_t}$$

Her ved vi om begge vækstfaktorer på højresiden, at de går imod 1 svarende til, at vækstraterne i både $\tilde{y}_t$ og A_t går imod nul. Vækstraten i y_t må derfor også gå imod nul.

Konklusionen er altså samlet set, at i R&D-vækstmodellen med nul befolkningsvækst, $n = 0$, og med $\phi < 1$, kan der *ikke* vedvarende være *eksponentiel* vækst i færdigvareproduktionen per arbedjer med en konstant, strengt positiv vækstrate (som det også vides fra pensum), men der *vil* faktisk være vedvarende fremgang i færdigvareproduktionen per arbejder, og denne vokser oven i købet mod uendelig. Der er altså vedvarende vækst, blot ikke vedvarende *eksponentiel* vækst. Dette kan ikke meningsfuldt betegnes som et ringe "vækstperspektiv". Selv om der kræves vedvarende eksponentiel befolkningsvækst for vedvarende eksponentiel forbrugsvækst (som i semi-endogen vækst), er udfaldet ved konstant befolkning forbrugsmæssigt set meget OK: Forbruget vokser og vokser og går imod uendelig ...