

**Skriftlig eksamen på økonomistudiet**

**LINEÆRE MODELLER**

**Tirsdag d.17 december 2013.**

(3 timers skriftlig eksamen. Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt, dvs. bøger, noter osv., men lommeregner og andre elektroniske hjælpemidler er ikke tilladt.)

Eksamenssproget er dansk.

# KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

2013V-2LM ex

Eksamen i Lineære Modeller

Tirsdag d.17 december 2013.

---

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

---

## Opgave 1.

I  $\mathbf{R}^n$  er der givet to lineært uafhængige vektorer  $u_1$  og  $u_2$ . Lad  $u_3$  og  $u_4$  være givet ved  $u_3 = 2u_1 + 2u_2$  og  $u_4 = u_1 - u_2$ . Vi kalder  $\text{span}\{u_1, u_2, u_3, u_4\} = U$ .

- (1) Vis at  $u_1, u_2$  er en basis for  $U$ , samt at  $\text{span}\{u_1, u_2, u_3, u_4\} = \text{span}\{u_3, u_4\}$ .
- (2) Bestem koordinaterne for vektoren  $v = \alpha u_3 + \beta u_4$  med hensyn til basen  $u_1, u_2$  i  $U$ .
- (3) Lad en lineær afbildning  $L : U \rightarrow U$  være givet ved  $Lu_1 = u_2 + u_3$ ,  $Lu_4 = u_1 - u_3$ . Bestem matricen hørende til  $L$  med hensyn til basen  $u_1, u_2$  for  $U$ .
- (4) Gør rede for, at  $L$  er invertibel.
- (5) Bestem  $Lu_3$  og  $L^{-1}(u_1 - u_3)$ .

## Opgave 2.

Om en symmetrisk,  $3 \times 3$ -matrix  $A$ , vides, at den har tre forskellige egenverdier  $a, b$  og  $c$ , med tilhørende egenvektorer  $(1, -1, 1)$ ,  $(1, 0, -1)$  og  $(x_1, x_2, x_3)$ .

- (1) Bestem en mulig egenvektor  $(x_1, x_2, x_3)$ , hørende til egenværdien  $c$ .
- (2) Bestem matricen  $A$ .
- (3) Bestem matricen  $f(A)$ , hvor  $f$  er en reel funktion defineret på spektret for  $A$ .
- (4) Bestem determinanten for  $f(A)$ .
- (5) Gør rede for, at matricen  $e^A$  er veldefineret, samt invertibel.

**Opgave 3.**

- (1) Beregn integralet  $\int \cos^2(x) \sin(2x) dx$ .
- (2) Løs den komplekse førstegradslikning  $(2 + i)z - (3 + 4i) = (1 + 2i)z$ .  
Løsningen ønskes angivet på rektangulær form  $a + ib$ .

**Opgave 4.**

Vi betragter funktionen  $f$ , som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{n(x^2+x-2)}.$$

- (1) Bestem de værdier af  $x$ , for hvilke funktionen  $f$  er veldefineret.
- (2) Bestem en regneforskrift for funktionen  $f$ .
- (3) Bestem monotoniforholdene for funktionen  $f$ , og undersøg om funktionen er injektiv.
- (4) Løs ligningen  $f(x) = \frac{e}{e-e^{-1}}$  (med hensyn til  $x$ ).