Eksamen på Økonomistudiet sommer 2016

Makro I

2. årsprøve

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

24. juni

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.7, skal besvares og vægtes ens ved bedømmelsen.

Dette eksamenssæt består af 7 sider (inkl. forside).

Opgave 1: Immigration og velstand

1.1

Redegør for sammenhængen mellem størrelsen på arbejdsstyrken (benævnt ved L i pensum) og niveauet af BNP pr. arbejder på lang sigt (dvs. i steady state) i henhold til:

1) Den generelle Solowmodel uden vækst i arbejdsstyrken (svarende til pensums kapitel 5, hvor $n = 0$),

2) Solowmodellen med land som en fast produktionsfaktor uden vækst i arbejdsstyrken (svarende til pensums kapitel 7, hvor $n = 0$).

1.2

Ved hjælp af de to typer Solowmodeller angivet i forrige delspørgsmål, skal du nu beskrive udviklingen i forbruget pr. arbejder fra kort til lang sigt som følge af en permanent *engangsstigning* i størrelsen på arbejdsstyrken (forårsaget af fx immigration). Antag at immigranterne er identiske med den indenlandske befolkning.

1.3

Betragt en lukket økonomi, hvor den samlede produktion er beskrevet ved:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \tilde{L}^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1 \text{ og } K_0 \text{ givet}, \tag{1}$$

$$\tilde{L} = \left(\eta L_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\eta) L_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \ 0 < \eta < 1, \sigma > 0 \text{ og } \sigma \neq 1, \tag{2}$$

hvor K_t er kapital og $\tilde{L}$ er et CES aggregat af to typer arbejdskraft, L_1 and L_2, der tilsammen udgør den samlede arbejdsstyrke i landet, givet ved ligning (2), hvor σ måler graden af substituerbarhed mellem de to typer arbejdskraft. Under antagelse om fuldkommen konkurrence på vare og arbejdsmarkederne:

1) Find reallønnen for arbejderne benævnt ved L_2 (dvs. w_{2t}).
2) Vis herefter hvordan w_{2t} påvirkes af en stigning i L_1 på *kort* sigt.

Med udgangspunkt i dette delspørgsmål diskutér kortfattet, hvordan immigration kan tænkes at påvirke økonomisk velstand (hint: tænk immigration som en engangsstigning i L_1).

Opgave 2: En alternativ Solowmodel med human kapital

Ligningerne (3)-(7) udgør en lukket økonomi, der er beskrevet ved en model med fysisk kapital og human kapital:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(A_t H_t\right)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \tag{3}$$

$$K_{t+1} = s_K Y_t + (1-\delta) K_t,\ 0 < s_K < 1,\ K_0 \text{ givet}, \tag{4}$$

$$h = \exp(\psi u),\ \psi > 0 \text{ og } u \geq 0 \tag{5}$$

$$A_{t+1} = (1+g) A_t,\ A_0 \text{ givet}, \tag{6}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t,\ L_0 \text{ givet}. \tag{7}$$

Ligning (3) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion, Y_t, som funktion af fysisk kapital, K_t, og human kapital, $H_t \equiv hL_t$. Ligning (4) beskriver, hvorledes fysisk kapital udvikler sig over tid, hvor s_K er opsparingsraten og δ er nedslidningsraten. Ligning (5) angiver human kapital pr. arbejder, h_t, som en funktion af antal års uddannelse, u.[1] Ligningerne (6) and (7) beskriver henholdsvist den teknologiske udvikling og hvordan arbejdsstyrken vokser. Det antages at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten og at der eksisterer faktormarkeder for fysisk kapital og arbejdskraft, men ikke noget særskilt marked for human kapital. Faktorpriserne er benævnt ved reallejesatsen, r_t, og reallønnen, w_t. Der anvendes definitionerne:

$$k_t \equiv \frac{K_t}{L_t},\ \tilde{k}_t \equiv \frac{K_t}{A_t L_t},\ y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t} \text{ og } \tilde{y}_t \equiv \frac{Y_t}{A_t L_t}. \tag{8}$$

[1] Bemærk, at exp() er den naturlige eksponentialfunktion.

2.1

Opstil den repræsentatives virksomheds profitmaksimeringsproblem, udled reallejesatsen og reallønnen.

2.2

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for fysisk kapital pr. effektiv arbejder:

$$\tilde{k}_t = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left(s_K \tilde{k}_t^{\alpha} h^{1-\alpha} + (1-\delta)\tilde{k}_t \right). \tag{9}$$

2.3

Vis, og forklar hvorfor, at $\tilde{k}_t$ og $\tilde{y}_t$ konvergerer mod en steady state (dvs. $\tilde{k}^*$ og $\tilde{y}^*$).Vis dernæst at i steady state udvikler den naturlige logaritme til BNP pr. arbejder sig som:

$$\ln y_t^* \approx gt + \ln A_0 + \frac{\alpha}{1-\alpha} [\ln s_K - \ln(n + g + \delta + ng] + \psi u. \tag{10}$$

2.4

Ved linearisering af transitionsligningen (9) omkring steady state kan det vises, at udviklingen i BNP pr. effektiv arbejder kan skrives som:

$$\ln \tilde{y}_{t+1} - \ln \tilde{y}_t = \lambda \left(\ln \tilde{y}^* - \ln \tilde{y}_t \right), \tag{11}$$

hvor $\lambda \approx (1-\alpha)(n+g+\delta)$. Giv en intuitiv forklaring på sammenhængen mellem modellens parametre og konvergenshastigheden.

2.5

Med de sædvanlige realistiske parametre værdier forudsiger teorien altså en konvergenshastighed på 5%. Empirisk estimering of konvergensligningen for modellen tyder på $\hat{\lambda} = 0,008$ og 95%-KI $= [0,004; 0,014]$. Hvorfor forbedrer denne alternative human-kapital model *ikke* nævneværdigt sammenhængen mellem den teoretisk og empiriske konvergenshastighed ift. den generelle Solow-model fra pensums kapitel 5? (hint: relatér svaret til human-kapital modellen fra pensums kapitel 6).

I delspørgsmålene 2.6-2.7 erstattes ligning (5) med:

$$H_{t+1} = s_H Y_t,\ 0 < s_H < 1,\ H_0 \text{ givet}, \tag{12}$$

hvor s_H er opsparingsraten i human kapital. Yderligere antages det at $\delta = 0$ og $g = 0$.

2.6

Vis at denne model indbærer følgende *nullclines*:

$$\begin{aligned} h_t &= \frac{1}{A_0}\left(\frac{1+n}{s_K}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k_t, \\ h_t &= A_0^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(\frac{s_H}{1+n}\right)^{\frac{1}{\alpha}} k_t. \end{aligned} \tag{13}$$

Ved brug af relevante diagrammer skitsér hvordan fysisk kapital og human kapital udvikler sig over tid for $k_0, h_0 > 0$.

2.7

Vis først at fysisk-human kapital forholdet til alle tidspunkter er konstant lig med $\frac{s_K}{s_H}$. Vis dernæst at udviklingen i BNP pr. arbejder kan skrives som:

$$\ln y_t = \ln y_0 + [\alpha \ln s_K + (1-\alpha) \ln s_H + (1-\alpha) \ln A_0 - \ln(1+n)]\, t.$$

Udviser modellen balanceret vækst? Hvorfor/hvorfor ikke. Med vægt på intuition skal du tilsidst forklare, hvorfor vedvarende økonomisk vækst er muligt på trods af $g = 0$.