Rettevejledning til

Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2016-2017

Reeksamen

Makro I

2. årsprøve

16. februar, 2017

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1: Effektivitetsløn og strukturel arbejdsløshed

1.1 Begrebet effektivitetsløn (eng.: efficiency wages) dækker over, at arbejdsproduktiviteten i den enkelte virksomhed afhænger positivt af reallønnen i den pågældende virksomhed, evt. i forhold til hvad medarbejderne kunne opnå andetsteds, dvs. i forhold til den forventede indkomst for en arbejder i økonomien som helhed.

1.2 De fire forklaringsfaktorer for effektivitestløn, der normalt nævnes, er:

Fastholdelsessynspunktet: Relativt høj løn i forhold til hvad medarbejderne kan opnå andetsteds medfører reduceret "turnover" og dermed sparede rekrutterings- og oplæringsomkostninger, hvilket alt i alt betyder en højere gennemsnitlig produktivitet.

Tiltrækningssynspunktet: Relativt høj løn i forhold til hvad nye medarbejdere ville kunne opnå andetsteds medfører bedre ansøgerfelt ved uundgåelige nyansættelser og dermed højere gennemsnitlig produktivitet.

Shirking-synspunktet: Relativt høj løn i forhold til hvad medarbejderne ville kunne opnå andetsteds medfører incitament til at undgå fyring, hvilket igen medfører, at en relativt høj indsats kan kræves og vil blive leveret.

Reciprocitets-synspunktet: Relativt høj løn (i forhold til hvad medarbejderne kan opnå andetsteds) medfører loyalitet, arbejdsglæde mm. og derfor høj effort.

Fælles for de nævnte synspunkter er, at det er virksomhedslønnen i forhold til, hvad der ellers ville kunne opnås, der er af betydning for produktiviteten.

1.3 Intuitionen for, at effektivitetsløn kan indebære vedvarende arbejdsløshed, kan på enkel vis forkares med udgangspunkt i en virksomhed, som er monopsonist på arbejdsmarkedet og står over for en given arbejdsudbudskurve og selv bestemmer såvel løn som den hyrede mængde arbejdskraft.

Normalt, dvs. i fravær af effektivitetsløn, vil en sådan virksomhed altid foretrække at lægge sig *på* arbejdsudbudskurven, så der ikke opstår arbejdsløshed. Hvis virksomheden har valgt en kombination af løn og beskæftigelse *over* udbudskurven for arbejdskraft, betyder det, at den kan sætte lønnen ned og fastholde beskæftigelsen. Under "normale omstændigheder" vil dette entydigt øge profitten: Med samme beskæftigelse kan samme produktion og omsætning opnås, men til lavere omkostninger, idet der blot betales mindre for arbejdskraften. Men hvis der er et produktivitetstab forbundet med lavere løn, holder dette argument ikke. Ved at sænke lønnen vil omkostningerne stadig falde, men det vil produktionen også og dermed *muligt* også omsætningen og profitten. Dette giver intuitionen for, at virksomheden *kan foretrække* at lægge sig i et punkt over arbejdsudbudskurven, hvorved arbejdsløshed opstår.

Opgave 2: Solowmodellen med *netto*-investeringsraten som parameter

Modellen gentaget fra opgaveteksten:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

$$Y_t^n = Y_t - \delta K_t, \quad 0 < \delta < 1 \tag{2}$$

$$S_t^n = s^n Y_t^n, \quad 0 < s^n < 1 \tag{3}$$

$$K_{t+1} - K_t = S_t^n \tag{4}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \quad n > -1 \tag{5}$$

$$A_{t+1} = (1+g) A_t, \quad g > -1 \tag{6}$$

Definitioner: $k_t \equiv K_t/L_t$, $y_t \equiv Y_t/L_t$, $y_t^n \equiv Y_t^n/L_t$, $\tilde{k}_t \equiv k_t/A_t$ og $\tilde{y}_t \equiv y_t/A_t$.

I den gængse Solowmodel ville ligningerne (3) og (4) være erstattet af

$$S_t = sY_t, \quad 0 < s < 1 \tag{3'}$$

$$K_{t+1} - K_t = S_t - \delta K_t, \quad 0 < \delta < 1 \tag{4'}$$

2.1 Ved at trække δK_t fra på begge sider af (1) fås $Y_t - \delta K_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} - \delta K_t$ eller

$$Y_t^n = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} - \delta K_t \tag{7}$$

Denne har konstant skalaafkast, idet for $\lambda > 0$ gælder $(\lambda K_t)^\alpha (A_t \lambda L_t)^{1-\alpha} - \delta \lambda K_t = \lambda^\alpha K_t^\alpha \lambda^{1-\alpha} (A_t L_t)^{1-\alpha} - \lambda \delta K_t = \lambda \left[K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} - \delta K_t\right]$. Grænseproduktet for kapital i nettoproduktionsfunktionen er

$$\frac{\partial Y_t^n}{\partial K_t} = \alpha K_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha} - \delta$$

Dette er aftagende i K_t, men ikke nødvendigvis positivt. Givet $A_t L_t$ bliver det negativt for tilstrækkelig store K_t, fordi bruttogrænseproduktet så bliver småt, mens der altid er δ enheders nedslidning på en enhed kapital. For effektivt arbejdsinput er grænseproduktet

$$\frac{\partial Y_t^n}{\partial (A_t L_t)} = (1-\alpha) K_t^\alpha (A_t L_t)^{-\alpha}$$

som altid er possitvt og aftagende i $A_t L_t$. Man kan sige, at hele modellen i nettoform stort set opfylder de centrale og kendte antagelser fra den gængse model.

2.2 Bruttoopsparingen er jo $S_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t = S_t^n + \delta K_t$, så fra ligning (2) og (3) fås:

$$S_t = s^n Y_t^n + \delta K_t = s^n (Y_t - \delta K_t) + \delta K_t$$

eller

$$S_t = s^n Y_t + (1 - s^n)\,\delta K_t \tag{8}$$

som ved at dividere på begge sider med Y_t giver

$$\frac{S_t}{Y_t} = s^n + (1 - s^n)\,\delta \frac{K_t}{Y_t} \tag{9}$$

Bruttoopsparingen er altså ikke givet som en konstant andel af bruttoindkomsten. For et givet Y_t, bliver bruttoopsparingen større, jo større K_t er. Forklaringen er, at med et givet Y_t og et større K_t, vil der være en større nedslidning δK_t, så nettoindkomsten bliver mindre, hvilket *i sig selv* trækker nedad i bruttoopsparingen med $-s^n \delta K_t$, men samtidig er antagelsen her, at hele nedslidningen dækkes, fordi det er *netto*opsparingen, der ligger fast givet $Y_t - \delta K_t$, så det trækker *i sig selv* opad i bruttoopsparingen med hele δK_t. Derfor må bruttoopsparingen stige.

Der gælder jo

$$\frac{S_t}{Y_t} = \frac{S_t^n + \delta K_t}{Y_t^n + \delta K_t}$$

Dvs., bruttoopsparingsraten fremkommer ved at starte med nettoopsparingsraten $S_t^n / Y_t^n < 1$ og lægge lige meget til i tæller og nævner. Da tælleren som udgangspunkt er mindst, stiger den relativt mest. Derfor må $S_t / Y_t > s^n$.

2.3 Dette foregår ad rimeligt kendte baner ved succesivt at hente de relevante definitioner modelsammenhænge ind:

$$\begin{aligned}
\tilde{k}_{t+1} &\equiv \frac{K_{t+1}}{A_{t+1} L_{t+1}} = \frac{S_t^n + K_t}{(1+n)(1+g) A_t L_t} \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \frac{s^n (Y_t - \delta K_t) + K_t}{A_t L_t} \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \left(\tilde{y}_t - \delta \tilde{k}_t \right) + \tilde{k}_t \right]
\end{aligned}$$

Ved her at indsætte, at fra (1) er $\tilde{y}_t = \tilde{k}_t^\alpha$, fås netop

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \left(\tilde{k}_t^\alpha - \delta \tilde{k}_t \right) + \tilde{k}_t \right] \tag{10}$$

Intuitivt siger (10) det oplagte, at kapital per effektiv arbejder i næste periode, $\tilde{k}_{t+1}$, kommer af kapital per effektiv arbejder i denne periode, $\tilde{k}_t$, tillagt *netto*opsparing/investering per effektiv arbejder i denne periode, $s^n \left(\tilde{y}_t - \delta \tilde{k}_t \right)$, det hele udtyndet med befolkningsvækst og teknologisk vækst frem til næste periode. Ved at trække $\tilde{k}_t$ fra på begge sider fås

$$
\begin{aligned}
\tilde{k}_{t+1} - \tilde{k}_t &= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \left(\tilde{k}_t^\alpha - \delta \tilde{k}_t \right) + \tilde{k}_t \right] - \tilde{k}_t \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \tilde{k}_t^\alpha - s^n \delta \tilde{k}_t + \tilde{k}_t - (1+n)(1+g) \tilde{k}_t \right]
\end{aligned}
$$

hvoraf

$$
\tilde{k}_{t+1} - \tilde{k}_t = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \tilde{k}_t^\alpha - (n + g + s^n \delta + ng) \tilde{k}_t \right] \tag{11}
$$

2.4 Af (10) og omskrivningen

$$
\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s^n \tilde{k}_t^\alpha + (1 - s^n \delta) \tilde{k}_t \right]
$$

ses direkte, at transitionskurven går igennem $(0,0)$ og er overalt strengt voksende. Den afledte

$$
\frac{\partial \tilde{k}_{t+1}}{\partial \tilde{k}_t} = \frac{\alpha s^n \tilde{k}_t^{\alpha-1} + (1 - s^n \delta)}{(1+n)(1+g)}
$$

er overalt aftagende og går imod uendelig for $\tilde{k}_t \to 0$ og imod

$$
\left. \frac{\partial \tilde{k}_{t+1}}{\partial \tilde{k}_t} \right|_{\tilde{k}_t \to \infty} = \frac{1 - s^n \delta}{(1+n)(1+g)}
$$

for $\tilde{k}_t \to \infty$. Betingelsen for at denne grænse er mindre end 1, er $1 - s^n \delta < (1+n)(1+g) \Leftrightarrow n + g + s^n \delta + ng > 0$. De anførte egenskaber plus denne stabilitetsbetingelse er tilstrækkelige betingelser for konvergens mod et $\tilde{k}^* > 0$. Her vil en figur med transitionskurven og trappeiteration kun pynte. Fra Solowligningen (11) findes $\tilde{k}^*$ ved at sætte $\tilde{k}_{t+1} = \tilde{k}_t = \tilde{k}$:

$$
\begin{aligned}
s^n \tilde{k}^\alpha &= (n + g + s^n \delta + ng) \tilde{k} \Leftrightarrow \\
\tilde{k}^{1-\alpha} &= \frac{s^n}{n + g + s^n \delta + ng} \Leftrightarrow \\
\tilde{k} = \tilde{k}^* &\equiv \left(\frac{s^n}{n + g + s^n \delta + ng} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} > 0
\end{aligned} \tag{12}
$$

2.5 Det følger, at $\tilde{y}_t$ konvergerer imod $\tilde{y}^* = \left(\tilde{k}^* \right)^\alpha$, dvs. mod:

$$
\tilde{y}^* = \left(\frac{s^n}{n + g + s^n \delta + ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} > 0
$$

Steady state-vækstbanerne for kapital per arbejder, k_t, og bruttoindkomst per arbejder, y_t, følger nu blot af at bruge $\tilde{k}_t = k_t / A_t$ og $\tilde{y}_t = y_t / A_t$, så når $\tilde{k}_t$ ligger fast på $\tilde{k}^*$, så er $k_t = A_t \tilde{k}^*$ osv.:

$$
k_t^* = A_t \left(\frac{s^n}{n + g + s^n \delta + ng} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{13}
$$

$$y_t^* = A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{14}$$

2.6 Der gælder jo $y_t^n = Y_t^n / L_t = (Y_t - \delta K_t) / L_t = y_t - \delta k_t$. Derfor fås for steady state-vækstbanen for *netto*-indkomsten per arbejder,

$$\begin{aligned}
y_t^{n*} &= y_t^* - \delta k_t^* = A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\
&= A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[1 - \frac{s^n\delta}{n+g+s^n\delta+ng} \right] \\
&= A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{n+g+s^n\delta+ng-s^n\delta}{n+g+s^n\delta+ng} \\
&= A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{n+g+ng}{n+g+s^n\delta+ng} \qquad (15)
\end{aligned}$$

Endvidere er $K_t / Y_t^n = K_t / (Y_t - \delta K_t) = k_t / (y_t - \delta k_t) = k_t / y_t^n$, så i steady state gælder

$$\begin{aligned}
\left(\frac{K_t}{Y_t^n} \right)^* &= \frac{k_t^*}{y_t^{n*}} = \frac{A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{A_t \left(\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{n+g+ng}{n+g+s^n\delta+ng}} \\
&= \frac{\frac{s^n}{n+g+s^n\delta+ng}}{\frac{n+g+ng}{n+g+s^n\delta+ng}} \\
&= \frac{s^n}{n+g+ng} \qquad (16)
\end{aligned}$$

2.7 Det ses af udtrykkene, at når både n og g går imod nul, så går y_t^{n*} mod nul, og $(K_t/Y_t^n)^*$ imod uendelig. Her skal man lige huske, at så længe $g > 0$, så går $A_t = A_0 (1+g)^t$ i (15) jo mod uendelig for $t \to \infty$, men netop når $g \to 0$, vil A_t gå imod at være konstant, så når både n og g og dermed faktoren $(n+g+ng)$ går imod nul, så går hele banen y_t^{n*} mod konstant at være lig med nul.

Dette er naturligvis en meget besynderlig egenskab ved modellen. Hvis man har grund til at tro på modellens validitet generelt, så skulle den jo også være gyldig i den specielle situation, hvor $n = g = 0$. Men her skaber den altså på langt sigt, i steady state, en nettoindkomst på nul, så økonomiens individer ikke har noget at leve af. At kapital/nettooutput-forholdet i steaday state går imod uendelig er blot en reflektion af, at y_t^{n*}, som står i nævneren af dette forhold, går imod nul.

Den besynderlige egenskab er snævert knyttet til antagelsen om en given *netto*opsparingsrate. Vi har ovenfor etableret, at såvel $\tilde{k}_t = K_t/(A_t L_t)$ som $\tilde{y}_t = Y_t/(A_t L_t)$ på langt sigt går imod konstante steady state-værdier. I steady state må derfor såvel K_t som Y_t vokse med rate $n + g + ng$, økonomiens naturlige vækstrate. Når både n og g går imod nul, så går steady state-vækstraterne for K_t og Y_t alstå begge imod nul. Det er der ikke noget "galt" i; sådan skal det være i enhver fornuftig vækstmodel.

Men hvis K_t skal være konstant, så skal *netto*investeringerne være nul. Og eftersom antagelsen om nettoinvesteringerne her er, at disse udgør en konstant, positiv andel af nettoindkomsten, så kan nettoinvesteringerne kun være nul, hvis nettoindkomsten er nul. Dette skaber resultatet, at for n og g gående imod nul, går steady state-vækstbanen for nettoindkomsten (per arbejder) imod nul.

Et blik på (15') og (16') nedenfor (gengivet fra opgaveteksten) afslører, at en lignende besynderlighed *ikke* gør sig gældende i den gængse Solowmodel.

Den gjorte - og af Piketty fotetrukne - antagelse om en konstant *netto*opsparings/investeringsrate er på dette grundlag teoretisk kritisabel. Når Piketty godt kan lide den, er det netop fordi, at en vækstopbremsning, som han betreagter som sandsynlig, med denne formulering netop vil slå meget stærkt ud i kapital/nettooutput-forholdet.

$$\text{Gængs: } y_t^{n*} = A_t \left(\frac{s}{n+g+\delta+ng} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{n+g+\delta(1-s)+ng}{n+g+\delta+ng} \qquad (15')$$

$$\text{Gængs: } \left(\frac{K_t}{Y_t^n} \right)^* = \frac{s}{n+g+\delta(1-s)+ng} \qquad (16')$$

2.8 I diskussionen af figur 1 og 2 er der jo i nogen grad frit slag, men det vil være oplagt at bygge argumentationen på 1) i hvilken grad hhv. brutto- og nettoinvesteringsraten er uden trend (ser flad ud bortset fra kortere udsving over den betragtede periode), og på 2) hvor små udsvingene omkring den længere trend ser ud til at være.

For Danmark ser bruttoinvesteringsraten ud til ikke at have en trend opad nedad siden en gang midt i 1950'erne, mens nettoinvesteringsraten synes at have en vis nedsadgående trend i samme periode. Dertil er udsvingene omkring trend for bruttoraten om noget mindre end udsvingene omkring nettoraten, og da udsvingene for bruttoraten udgår fra en højere absolut værdi, er de relative udsving i endnu højere grad mindst for bruttoraten.

For USA gør noge lidt lignende sig gældende med den markante forskel, at både brutto- og nettoinvesteringsraten synes at have klare nedadgående trends siden slut 1950'erne, men om noget er de relative udsving omkring trend mindst for bruttoraten.

Konklusionen synes at være at også ud fra denne meget simple empiriske betragtning, er det mest rimeligt at betragte *brutto*investeringsraten som en given konstant.

En kristisk og velplaceret bemærkning til denne empiri vil være, at økonomierne jo er åbne, og i en åben økonomi er opsparings- og investeringsraterne ikke ens. Det kunne derfor have været lige så relevant (eller måske mere relevant) at se på brutto- og netto-*opsparings*rater. Det kunne muligvis også have elimineret noget af den trend vi ser i investeringsraterne. Hvis et land i stigende grad placerer sin opsparing i udenlandske aktiver, så kan opsparingsraten være flad, samtidig med at investeringsraten er faldende.