Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2015-2016

Makro I

2. årsprøve

17. december, 2015

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.8, skal besvares og alle tæller lige meget ved bedømmelsen.

I Opgave 1 er fokus på de verbale, intuitive forklaringer, men formel analyse og notation kan inddrages efter ønske.

I Opgave 2 er de formelle og beregningsmæssige elementer i fokus, men verbale, intuitive forklaringer er fortsat vigtige.

Dette opgavesæt består i alt af 6 sider inkl. denne.

Opgave 1: Hvor kommer væksten fra i henhold til Solowmodellen og i henhold til vækstregnskab?

Der betragtes en Solowmodel med eksogen teknologisk udvikling som kendt fra pemsums kapitel 5, altså en model med aggregeret produktionsfunktion $Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, hvor det teknologiske niveau A_t udvikler sig som $A_{t+1} = (1+g)A_t$. Der antages, at $g \geq 0$.

1.1 Beskriv modellens øvrige elmenter.

1.2 Hvad er betingelsen for, at modellen indebærer konvergens i kapital per effektiv arbejder og i output per effektiv arbejder mod konstante, strengt positive steady state-værdier? Antag økonomien befinder sig *i steady state* og betragt en periode gående fra år t til år T, hvor $T > t$. Hvad vil de gennemsnitlige årlige vækstrater i det teknologiske niveau, i kapital per arbejder og i indkomst per arbejder være?

1.3 Antag fortsat at økonomien er i steady state over perioden fra t til T, og at der udføres et vækstregnskab (som kendt fra pensums kapitel 5), hvorved den gennemsnitlige årlige vækst i BNP per arbejder over perioden splittes op i bidrag fra vækst i kapital per arbejder og fra vækst i teknologien. Hvordan vil denne opsplitning se ud? Diskutér hvor en evt. langsigtet vækst i BNP per arbejder kommer fra, og hvad der er den egentlige kilde til en sådan vækst.

Opgave 2: Harrods vækstmodel og endogen vækst

Før Solow havde andre økonomer studeret vækstmodeller indeholdende den identitetsmæssige sammenhæng mellem ændringen i kapitalapparatet og investeringerne. Et berømt bidrag er: Roy F. Harrod, "An Essay in Dynamic Theory", *Economic Journal*, marts 1939. Harrods teori har et vist slægtskab med modeller for endogen vækst. I denne opgave betragtes nogle af Harrods væksttankegange og det nævnte slægtskab.

Inden vi når til Harrod, betragtes først nedenstående vækstmodel (1)-(5) for en lukket økonomi, hvor Y_t, K_t, S_t, I_t og L_t betegner hhv. aggregeret *netto*-produktion (= nettoindkomst), det tilstedeværende kapitalapparat, den samlede *netto*-opsparing, den samlede *netto*-investering og arbejdsstyrken. Modellens parametre er B, s og n.

$$Y_t = BK_t, \quad B > 0 \tag{1}$$

$$S_t = sY_t, \quad 0 < s < 1 \tag{2}$$

$$I_t = S_t \tag{3}$$

$$K_{t+1} - K_t = I_t \tag{4}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \quad n \geq 0 \tag{5}$$

Ligning (1) er en aggregeret produktionsfunktion, hvor (netto-) output er proportionalt med input af kapital alene. Der sondres opgaven igennem mellem de anvendte (efterspurgte) inputmængder, K_t^d og L_t^d, og de tilstedeværende (udbudte) mængder, K_t og L_t. Det ligger i (1), at *hele* den tilstedeværende mængde kapital, K_t, anvendes. Ligning (2) beskriver opsparingsadfærden. Ligning (3) kan fortolkes som opsparings/investeringsidentiteten *eller* som en ligevægtsbetingelse for outputmarkedet. Ligning (4) er kapitalakkumulationsligningen. Ligning (5) beskriver udviklingen i arbejdsstyrken.

Udover de anførte parameterrestriktioner antages $sB > n$. Modellens tilstandsvariable er K_t og L_t med givne initialværdier $K_0 > 0$ og $L_0 > 0$. Der anvendes definitionerne $k_t \equiv K_t/L_t$, $y_t \equiv Y_t/L_t$ og $i_t \equiv I_t/L_t$.

2.1 Antag 1) - 3) som følger: 1) Produktionsfunktionen på virksomhedsniveau (for den repræsentative virksomhed) er

$$Y_t = B \left(K_t^d\right)^{\alpha} \left(A_t L_t^d\right)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{6}$$

hvor $A_t > 0$ er det "teknologiske niveau", 2) tilpasninger i realrente og realløn på markederne for hhv. kapital- og arbejdskraft indebærer ligevægtsbetingelserne

$K_t^d = K_t$ og $L_t^d = L_t$, 3) der forekommer en produktiv eksternalitet fra aggregeret kapitalanvendelse per arbejder til teknologi, så

$$A_t = \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\phi}, \quad 0 < \phi \leq 1 \tag{7}$$

Vis at 1) - 3) fører til følgende aggregerede produktionsfunktion

$$Y_t = BK_t^{\alpha+\phi(1-\alpha)} L_t^{(1-\alpha)(1-\phi)} \tag{8}$$

Vis videre at for en speciel værdi af elasticiteten ϕ følger ligning (1).

2.2 Forklar hvad substitutionsmulighederne antaget i 1) ovenfor (altså i ligning (6)) samt den antagne prisfleksibilitet antaget i 2) betyder for, at man i den aggregerede produktionsfunktion (8) kommer frem til, at de tilstedeværende mængder af kapital og arbejdskraft faktisk anvendes fuldt ud i produktionen.

2.3 Vis at det følger af (1)-(5), at K_t, Y_t og I_t i alle perioder vokser med fælles rate

$$g_Y^* = sB \tag{9}$$

og at k_t, y_t og i_t i alle perioder vokser med fælles rate

$$g_y^* = \frac{sB - n}{1 + n} \tag{10}$$

2.4 Med det grundlag for ligning (1), der er givet i spørgsmål 2.1, kan den samlede model (1)-(5) betragtes som en endogen vækstmodel. Diskutér aspekter, som du finder væsentlige, af den forklaring af langsigtet økonomisk vækst, modellen giver.

Nu når vi til Harrod. Harrod antog også ligningerne (2)-(5), men betragtede en såkaldt “limitational” produktionsfunktion på virksomhedsniveau

$$Y_t = \min\left(BK_t^d, A_t L_t^d\right), \quad B > 0 \tag{11}$$

hvor $A_t > 0$ er en teknologivariabel. Her kan faktorerne ikke substituere for hinanden: For at producere Y_t enheder output kræves både Y_t/B enheder kapital og Y_t/A_t enheder arbejdskraft. Hvis man herudfra anvender mere af den ene faktor, men ikke af den anden, så stiger produktionen ikke. Det er rimeligt at antage, at virksomheden ikke bruger overflødigt input, så der altid gælder både

$$Y_t = BK_t^d \quad \text{og} \tag{12}$$

$$Y_t = A_t L_t^d \tag{13}$$

De anvendte mængder af input er naturligvis begrænsede af de tilstedeværende mængder, $K_t^d \leq K_t$ og $L_t^d \leq L_t$. Harrod anså det imidlertid ikke for en selvfølge, at de tilstedeværende mængder ville blive fuldt udnyttede, heller ikke for den mest knappe ressource: Hvis fx $BK_t < A_t L_t$, så er det oplagt, at $L_t^d < L_t$, men ifølge Harrod ikke en given sag, at $K_t^d = K_t$.

2.5 Harrod ønskede dog at karakterisere, hvordan et vækstforløb med fuld udnyttelse af kapitalapparatet *måtte* se ud. Til dette formål betragtede han en model bestående af ligning (12), ligningerne (2)-(5) samt ligningen $K_t^d = K_t$ opfattet som et *krav* om fuld udnyttelse af kapitalapparatet (hvilket i lyset af (11) naturligvis forudsætter $BK_t \leq A_t L_t$). Vis at denne model indebærer, at K_t, Y_t og I_t hele tiden vokser med vækstraten g_Y^* fra (9), og at k_t, y_t og i_t hele tiden vokser med den fælles vækstrate g_y^* fra (10). Hvad er forskellen i fortolkning mellem vækstraterne fundet her og de matematisk set identiske rater fundet i spørgsmål 2.3?

2.6 Harrod karakteriserede også vækstforløb med fuld beskæftigelse. Til dette formål betragtede han forløb beskrevet ved ligning (13), ligning (5), ligningen $A_{t+1} = (1+g)A_t$, hvor g er en eksogen parameter samt ligningen $L_t^d = L_t$ opfattet som et *krav* om fuld beskæftigelse (hvilket pga. (11) forudsætter $A_t L_t \leq BK_t$). Vis at dette indebærer, at Y_t konstant vokser med rate $g_Y^n = (1+n)(1+g) - 1$ og at y_t konstant vokser med rate $g_y^n = g$. Et forløb, hvor der hverken opstår ledig kapacitet eller arbejdsløshed, vil kræve, at der hele tiden gælder $g_Y^* = g_Y^n$ og $g_y^* = g_y^n$. Er der kræfter i den af Harrod betragtede økonomi, der trækker i retning af, at det skulle blive tilfædet? Sammenlign dine overvejelser med dem, du gjorde, i spørgsmål 2.4.

Som nævnt var det for Harrod ikke en given sag, at hele kapitalapparatet ville blive anvendt. Han definerede derfor produktions-*kapaciteten*,

$$\bar{Y}_t \equiv BK_t \tag{14}$$

altså produktionen, *hvis* hele kapitalapparatet uddnyttes. Til brug for det følgende definerer vi også ændringen i produktionskapaciteten, $\Delta\bar{Y}_t \equiv \bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t$, ændringen i den faktiske produktion, $\Delta Y_t \equiv Y_{t+1} - Y_t$ samt ændringen i investeringerne, $\Delta I_t \equiv I_{t+1} - I_t$.

Harrod opstillede også teori for, hvad man *kunne forvente* af vaeksprocessen (hvor analysen i 2.5 og 2.6 handler om, hvordan væstprocessen *skal se ud*, hvis bestemte krav skal være opfyldt). Til dette formål betragtede han igen som udgangspunkt forløb, hvor kapitalen er den (svagt) mest begrænsende faktor, altså $BK_t \leq A_t L_t$, og betragtede et system bestående af ligning (14) og ligningerne (2)-(4). (Ligning (5) samt ligningen $A_{t+1} = (1+g)A_t$ skal også gælde, men som nævnt betragter vi nu som udgangspunkt forløb, hvor kapitalmængden er begrænsende, $BK_t \leq A_t L_t$).

2.7 Vis at ligningerne (14) og (4) indebærer

$$\Delta \bar{Y}_t = BI_t \tag{15}$$

og at ligningerne (2) og (3) indebærer

$$\Delta Y_t = \frac{\Delta I_t}{s} \tag{16}$$

og beskriv og fortolk hver af disse. Vis fra (15) og (16) at *hvis* produktionskapacitet og faktisk produktion skal udvikle sig parallelt, altså $Y_t = \bar{Y}_t$, som jo indebærer $\Delta Y_t = \Delta \bar{Y}_t$, så kræver det (igen), at I_t og Y_t vokser med fælles vækstrate $sB \equiv g_Y^*$. Vis også at

$$\Delta Y_t \quad > \quad \Delta \bar{Y}_t \text{ hvis og kun hvis } \frac{\Delta I_t}{I_t} > sB \equiv g_Y^* \quad \text{og} \tag{17}$$

$$\Delta Y_t \quad < \quad \Delta \bar{Y}_t \text{ hvis og kun hvis } \frac{\Delta I_t}{I_t} < sB \equiv g_Y^* \tag{18}$$

og forklar indholdet heri.

I systemet bestående af (14) samt (2)-(4) er der fire ligninger og fem endogene variable, $\bar{Y}_t$, Y_t, K_t, S_t og I_t. Modellen er således ikke fuldstændig. I spørgsmål 2.7 betragtedes en "lukning", der består i at kræve $\bar{Y}_t = Y_t$, men det er ifølge Harrod netop ikke et oplagt krav.

2.8 Harrod betragtede en anden type lukning uden dog at være fuldt formel omkring denne. Tankegangen er: Hvis produktionen aktuelt vokser langsommere end produktionskapaciteten, $\Delta Y_t < \Delta \bar{Y}_t$, så der opstår mere og mere ledig kapacitet, så vil virksomhederne reagere med en investeringsadfærd, der giver en lavere vækstrate i investeringerne. Hvis omvendt produktionen aktuelt vokser hurtigere end produktionskapaciteten, $\Delta Y_t > \Delta \bar{Y}_t$, vil det give en tendens til, at virksomhederne forøger vækstraten i investeringerne. Overvej hvilken betydning dette kan få for stabiliteten i den betragtede økonomi.