Rettevejledning til
Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2017-2018
Reeksamen
Makro I
2. årsprøve
21. februar, 2018

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1: Naturressourcer og økonomisk vækst: Vækstoptimisme contra vækstpessimisme

1.1 Under de nævnte antagelser kan der kun være vækst i BNP per arbejder, $y = Y/L$, så længe der er er vækst i kapital per arbejder, $k = K/L$: Med (fx) produktionsfunktionen $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$, hvor $0 < \alpha < 1$, er $y = k^\alpha$, så større y kræver større k.

Investeringskravet (brutto) for at fastholde kapital per arbejder er $(n + \delta)k$, hvor n og k er hhv. vækstraten i arbejdsstyrken og nedslidningsraten. Dette investeringskrav vokser proportionalt med k, og for at skabe vækst i k skal det investeres mere end $(n+\delta)k$.

Faktisk bruttoinvestering per arbejder er (i Solowmodeller) sy, hvor s er bruttoinvesteringsraten. Med $y = k^\alpha$, er $sy = sk^\alpha$. Bruttoinvesteringen per arbejder vokser således mindre end proportionalt med k så i længden vil sk^α ikke kunne følge med $(n+\delta)k$.

Man kan altså ikke i længden have den vækst i k, som er nødvendig for vedvarende vækst i y, fordi de faktiske investeringer ikke vedvarende kan vokse hurtigt nok.

Der vil imidlertid være en bestemt værdi af k, hvor $sk^\alpha = (n + \delta)k$, og denne værdi kan derfor fastholdes. Dette er netop, hvad der sker i den basale Solowmodels steady state. Her vil der så også være konstant BNP per arbejder, $y = k^\alpha$.

Diminishing returns til kapital ($\alpha < 1$) spiller en afgørende rolle her: Hvis α var $= 1$, så kunne $sy = sk$ godt vedvarende ligge over $(n + \delta)k$.

1.2 Produktionsfunktionen kunne nu være $Y = K^\alpha L^\beta X^\kappa$, hvor X er anvendt mængde naturressource, parametrene er strengt positive og $\alpha+\beta+\kappa = 1$. Her vil så $y = k^\alpha(X/L)^\kappa$.

Man kan tage udgangspunkt i en *tænkt* situation, hvor, ligesom ovenfor, $k = K/L$ er konstant. Med vækst i arbejdsstyrken, L, kræver dette så vækst i kapitalen, K, proportionalt hermed. Udtrykket for y viser nu direkte, at BNP per arbejder under disse tænkte omstændigheder vil være faldende; det gælder hvad enten X er konstant eller aftagende over tid. Det betyder så, at opsparing/investering per arbejder, sy, vil være faldende, og derfor vil ikke en gang den tænke situation kunne fastholdes. På langt sigt vil faldende opsparing per arbejder indebære faldende kapital per arbejder, hvilket vil betyde, at BNP per arbejder vil falde endnu mere end i den tænkte situation.

Intuitivt sker der det, når der er positiv vækst i arbejdsstyrken, at voksende input af kapital og arbejdskraft presser på de begrænsede (evt. aftagende) mængder af naturressourcer, hvorved diminishing returns til kapital og arbejdskraft sætter sig igennem, så produktion og indkomst ikke kan følge med det voksende antal arbejdere.

1.3 Det er klart, at hvis produktionsfunktionen i stedet er $Y = K^\alpha(AL)^\beta X^\kappa$, hvor A er et teknologisk niveau, som vokser over tid med rate $g > 0$, så er der herved indbygget en modvirkende faktor: For givne forløb af inputs vil der fremkomme et bedre (mere voksende / mindre aftagende) forløb for output, som vil skabe et bedre forløb for opsparing og investering, som vil muliggøre et mere voksende forløb for kapital osv.

Fra produktionsfunktionen er $y = k^{\alpha} A^{\beta} (X/L)^{\kappa}$. Det antages forenklende, at naturressourcen er i fast udbud, så X er konstant. Ved at tage naturlig logaritme og derefter tidsdifferencer ser man så:

$$\ln y_t - \ln y_{t-1} \approx \alpha(\ln k_t - \ln k_{t-1}) + \beta g - \kappa n$$

Med antagelse om at der på langt sigt vil være balanceret vækst, hvor $\ln y_t - \ln y_{t-1} = \ln k_t - \ln k_{t-1}$ (det vil der ifølge den samlede model), haves så på langt sigt følgende vækstrate i BNP per arbejder:

$$\ln y_t - \ln y_{t-1} \approx \frac{\beta g - \kappa n}{1 - \alpha} = \frac{\beta g - \kappa n}{\beta + \kappa}$$

Denne er altså strengt positiv, netop hvis $\beta g > \kappa n$, så tilstrækkelig stærk teknologisk vækst kan altså mere end kompensere for det vækstfradrag, som befolkningsvækst sammen med knappe naturressourcer indebærer (og som her er synligt som $-\kappa n/(\beta + \kappa)$). Plausible parameterværdier på årsbasis for avancerede økonomer kunne fx være $\beta \approx 0,6$, $\kappa \approx 0,2$ og $n \approx 0,012$ (1,2 pct. om året, hvilket er ganske højt sat), hvor kravet for positiv økonomisk vækst så bliver $g > 0,004 = 0,4$ pct. per år. Dette er ikke en urealistisk høj årlig vækstrate for den arbejdsudvidende teknologiske variabel, A, så samlet synes dette at understøtte langsigtet vækstoptimisme.

Optimismen bygger imidlertid på, at der er substitutionsmuligheder mellem teknologi og naturressource mindst som antaget med Cobb-Douglas produktionsfunktionen. I det beskrevne forløb med strengt positiv vækst i arbejdsstyrken, vil anvendt naturressource per mand, X/L, gå imod nul. Dette vil alt andet lige trække BNP per mand mod nul, som det også er tilfældet i henhold til $y = k^{\alpha} A^{\beta} (X/L)^{\kappa}$. Imidlertid vil A med de gjorte antagelser gå imod uendelig, og det er netop det, der kan kompensere med en Cobb-Douglas produktionsfunktion. Her vil mere teknologi (hvis $\beta g > \kappa n$) altid kunne kompensere for mindre naturressource, selv når der bliver uendelig lidt naturressource tilbage per mand.

Man kan diskutere om denne antagelse om graden af substituerbarhed er realistisk, og det er netop det, diskussionen i høj grad drejer sig om. Nogle hævder, at substitutionsmulighederne er mere begrænsede, og det kan vises, at der så vil opstå negativ vækst i BNP per arbejder på langt sigt, når der er strengt positiv vækst i arbejdsstyrken. Her kan vi ikke føre diskussionen længere, men vi har i det mindste identificeret kernepunktet i den.

Opgave 2: Skattereform i en makromodel med fagforeninger

Nogle ligninger gentaget fra opgaveteksten:

$$D(p_i) = p_i^{-\sigma} \frac{Y}{n}, \quad \sigma > 1, \tag{1}$$

$$Y_i = \frac{1}{B} L_i, \quad B > 0, \tag{2}$$

$$v = (1-u)\left[(1-\tau)w + a\right] + ub, \tag{3}$$

Der antages overalt $a < b$ og $a < v$.

2.1 Real profit i virksomhed i er per definition:

$$\Pi_i = p_i Y_i - w_i L_i.$$

Fra (2) er $L_i = BY_i$, så realprofitten kan skrives:

$$\Pi_i = p_i Y_i - w_i B Y_i = Y_i \left(p_i - Bw_i\right).$$

Som anført i opgaveteksten må $Y_i = D(p_i)$. Når $D(p_i)$ indsættes fra (1) fås:

$$\Pi_i = p_i^{-\sigma} \frac{Y}{n} \left(p_i - Bw_i\right). \tag{4}$$

2.2 Man kan vælge at maksimere $\ln \Pi_i = -\sigma \ln p_i + \ln\left(p_i - Bw_i\right) + \ln Y - \ln n$, mht. p_i. Førsteordensbetingelsen herfor er:

$$-\frac{\sigma}{p_i} + \frac{1}{p_i - Bw_i} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma\left(p_i - Bw_i\right) = p_i \quad \Leftrightarrow \quad p_i\left(\sigma - 1\right) = \sigma B w_i$$

hvoraf følger:

$$p_i = mBw_i, \quad \text{hvor } m \equiv \frac{\sigma}{\sigma - 1}. \tag{5}$$

Virksomhed i's efterspørgsel efter arbejdskraft bliver så:

$$L_i = BY_i = BD(p_i) = Bp_i^{-\sigma}\frac{Y}{n} = B\left(mBw_i\right)^{-\sigma}\frac{Y}{n}$$

eller:

$$L_i = L^d(w_i) = B^{1-\sigma}\left(mw_i\right)^{-\sigma}\frac{Y}{n}. \tag{6}$$

Som beskrevet i opgaveteksten antages fagforeningen i sektor i at vælge w_i ud fra at maksimere den forventede indkomst *efter skat* for et repræsentativt medlem, for $L^d(w_i) \leq N$:

$$\Omega(w_i) \equiv \frac{L^d(w_i)}{N}\left[(1-\tau)w_i + a\right] + \frac{N - L^d(w_i)}{N} v, \tag{7}$$

2.3 Omskrivningen er ganske banal:

$$\begin{aligned}\Omega(w_i) &= \frac{L^d(w_i)}{N}\left[(1-\tau)w_i + a\right] - \frac{L^d(w_i)}{N}v + v \\ &= \frac{L^d(w_i)\left[(1-\tau)w_i + a\right] - L^d(w_i)v}{N} + v\end{aligned}$$

eller:

$$\Omega(w_i) = \frac{\left[(1-\tau)w_i + a - v\right] L^d(w_i)}{N} + v \tag{8}$$

Da fagforeningen ikke har indflydelse på N og v, er det at maksimere $\Omega(w_i)$ det samme som at maksimere 'fagforeningsrenten':

$$\hat{\Omega}(w_i) \equiv \left[(1-\tau)w_i + a - v\right] L^d(w_i)$$

2.4 Med $L^d(w_i)$ indsat fra (6) haves:

$$\ln \hat{\Omega}(w_i) = \ln\left[(1-\tau)w_i + a - v\right] - \sigma \ln w_i + Q,$$

hvor Q ikke afhænger af w_i. Førsteordensbetingelse for at maksimere $\ln \hat{\Omega}(w_i)$ mht. w_i:

$$\begin{aligned}\frac{1-\tau}{(1-\tau)w_i + a - v} - \frac{\sigma}{w_i} &= 0 \quad \Leftrightarrow \\ +\sigma\left[(1-\tau)w_i + a - v\right] &= w_i\,(1-\tau) \quad \Leftrightarrow \\ w_i(1-\tau)\,(\sigma - 1) &= \sigma\,(v - a)\end{aligned}$$

hvoraf:

$$w_i = m\frac{v-a}{1-\tau}, \quad m \equiv \frac{\sigma}{\sigma - 1} \tag{9}$$

En stigning i τ vil alt andet lige (herunder v uændret) give en højere sektorløn. Fagforeningen sætter lønnen i en afvejning mellem løn (efterskattelønnens overskud over outside option) og beskæftigelse. I optimum er lønnen da fastsat sådan, at gevinsten for hver beskæftiget ved en lidt højere løn præcis balanceres af omkostningen i form af en lavere sandsynlighed for at få beskæftigelse (og i så fald være overladt til v). Når man herudfra hæver skattesatsen τ (lidt), vil hensynet til realløn per beskæftiget som udgangspunkt være relativt mindre tilgodeset, hvorfor fagforeningen for at genskabe balancen sætter lønnen (lidt) højere. Dette giver ifølge (6) lavere beskæftigelse. For a er logikken blot den modsatte. Eftersom fradraget a gives til beskæftigede, men ikke til arbejdsløse (v

er uændret), vil højere a bevirke, at hensynet til indkomst per beskæftiget bliver mere tilgodeset i forhold til hensynet til beskæftigelsen, hvorfor fagforeningen reagerer med lavere løn og dermed (alt andet lige) højere beskæftigelse.

Som oplyst i opgaveteksten kommer der i hele økonomien til at gælde $w_i = w$ og $p_i = 1$ for alle i.

2.5 I (9) indsættes udtrykket for v fra (3) samt $w_i = w$:

$$w_i = w = m\frac{(1-u)\left[(1-\tau)w + a\right] + ub - a}{1-\tau} \quad \Leftrightarrow$$

$$w\,(1-\tau) = m\,(1-u)\,(1-\tau)w + m\,(1-u)\,a + mub - ma \quad \Leftrightarrow$$

$$w\,(1-\tau)\left[1 - m\,(1-u)\right] = -mua + mub \quad \Leftrightarrow$$

$$w = \frac{mu}{1-m\,(1-u)}\frac{b-a}{1-\tau}$$

Med $m = \sigma/(\sigma-1)$ indsat og ved at gange i tæller og nævner med $\sigma - 1$ fås:

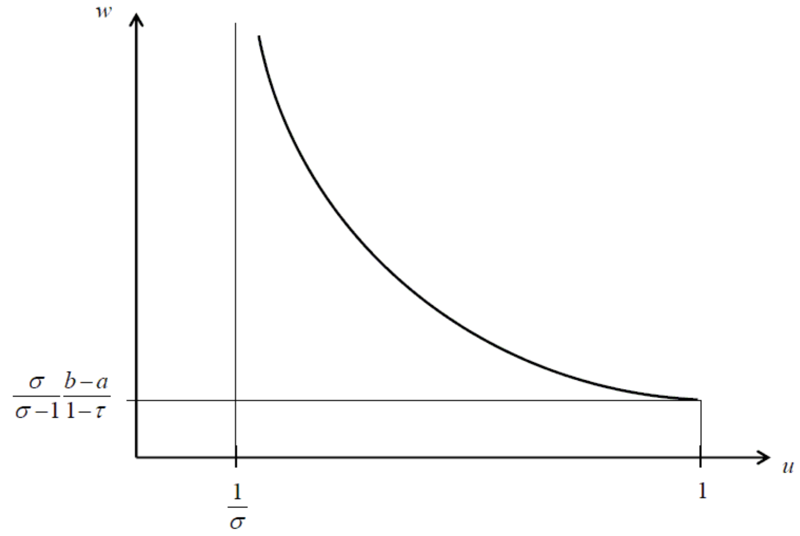
$$w = \frac{\sigma u}{\sigma - 1 - \sigma\,(1-u)}\frac{b-a}{1-\tau} = \frac{\sigma u}{\sigma u - 1}\frac{b-a}{1-\tau} \tag{10}$$

hvor $\sigma u > 1$ eller $u > 1/\sigma$ som, nævnt i opgaveteksten skal lægges til grund.

Det ses umiddelbart af (10), at større u medfører lavere w: Både tæller og nævner i $\frac{\sigma u}{\sigma u - 1}$ vokser, men nævneren vokser relativt mest pga. "fradraget" på 1. Forklaringen er, at højere ledighed alt andet lige trækker værdien af outside option v ned ved at forskyde vægten fra 'beskæftigelsesbestanddelen' $(1-\tau)w + a$ mod 'ledighedsbestanddelen' b. [En rigtig god besvarelse kan her påvise, at i ligevægt gælder faktisk $(1-\tau)w + a > b$, idet:

$$(1-\tau)w + a > b \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sigma u}{\sigma u - 1}\,(b-a) + a > b \quad \Leftrightarrow \quad a < b,$$

som antaget]. For fagforeningen er det efterskattelønnens overskud i forhold til v, der skaber 'rente'. Når v falder vil hver fagforening som udgangspunkt ved gældende løn derfor have fået skubbet balancen mellem løn og beskæftigelse imod relativt mere opfyldelse af lønhensynet, hvorfor den responderer med at sænke lønnen. Populært sagt vil højere arbejdsløshed mindske lønpresset i økonomien. Lønkurven er illustreret i figur 1:



Figur 1

Det fremgår af (10), at lønkurven skifter nedad for et fald i i τ og opad for et fald i a. Mekanismerne bag dette er basalt de samme som forklaret i spørgsmål 2.4.

2.6 Når $w_i = w$ og $p_i = 1$ indsættes i (5) fås umiddelbart $1 = mBw$, som medfører 'priskurven':

$$w = w^* \equiv \frac{1}{Bm}. \tag{11}$$

Figur 2 illustrerer den makroøkonomiske ligevægt ved skæringspunktet mellem den sorte lønkurve og den sorte priskurve.

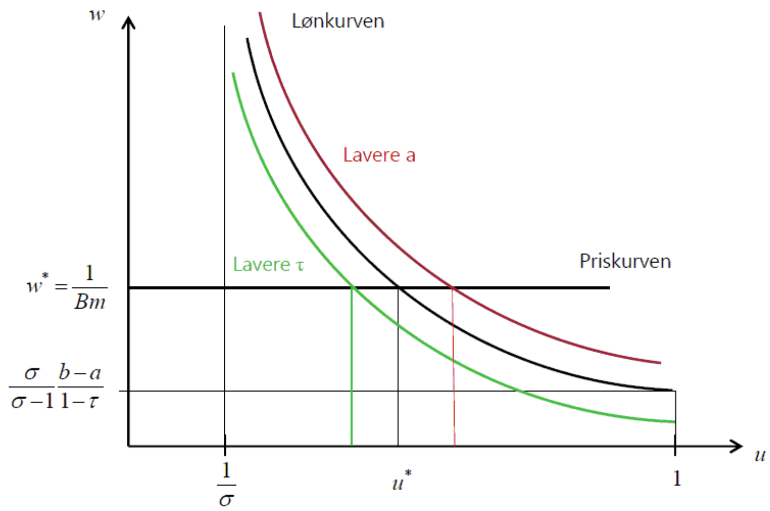


Figure 2

Arbejdsløshedsraten i den makroøkonomiske ligevægt findes ved at indsætte lønnen w^* fra (11) i lønkurven (10):

$$w^* = \frac{1}{Bm} = \frac{\sigma u}{\sigma u - 1}\frac{b-a}{1-\tau} \quad \Leftrightarrow \quad (\sigma u - 1)(1-\tau) = Bm\sigma u (b-a) \quad \Leftrightarrow$$

$$\sigma u [(1-\tau) - Bm(b-a)] = 1-\tau \quad \Leftrightarrow \quad u = \frac{1-\tau}{\sigma[(1-\tau) - Bm(b-a)]} \quad \Leftrightarrow$$

$$u = u^* \equiv \frac{1}{\sigma\left(1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}\right)}, \tag{12}$$

hvor det som nævnt i opgaveteksten antages at:

$$Bm\frac{b-a}{1-\tau} < 1 \tag{$*$}$$

I figur 2 er det illustreret hvordan isolerede fald i hhv. τ og a forskyder lønkurven og den makroøkonomiske ligevægt: Reallønnen før skat påvirkes ikke, idet den alene er fastlagt ved virksomhedernes prisfastsættelsesadfærd, mens arbejdsløsheden i ligevægt falder for lavere τ og stiger for lavere a. Dette bekræftes ved inspektion af (12). Forklaringen ligger i de tidligere beskrevne incitamentseffekter.

Ved en *provenuneutral* skatteomlægning $d\tau$ og da, hvor skattebetalingen per beskæftiget, $\tau w^* - a$, holdes uændret ud fra den makroøkonomiske ligevægt før ændringen, gælder:

$$w^* d\tau - da = 0, \tag{13}$$

samt at b er uændret.

2.7 Fra (12) er $\ln u^* = -\ln\sigma - \ln\left(1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}\right)$, hvorfra det følger ved tilstrækkelig omhyggelig differentiation:

$$\frac{\partial \ln u^*}{\partial \tau} = \frac{1}{1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}} Bm\frac{b-a}{(1-\tau)^2} \quad \text{og} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \ln u^*}{\partial a} = -\frac{1}{1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}} Bm\frac{1}{1-\tau} \tag{15}$$

[Dette er i den grad et hjælpespørgsmål].

Den samlede ændring i logaritmen til arbejdsløsheden, når både τ og a ændres lidt, er:

$$d\ln u^* = \frac{\partial \ln u^*}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \ln u^*}{\partial a} da \tag{16}$$

2.8 Ved at indsætte (14) og (15) i (16) og bruge, at fra (13) er $da = w^* d\tau$ fås:

$$d\ln u^* = \frac{1}{1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}} Bm\frac{b-a}{(1-\tau)^2} d\tau - \frac{1}{1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}} Bm\frac{1}{1-\tau} w^* d\tau$$

Ved her at bruge, at fra (11) er $w^* = 1/(Bm)$ og sætte passende udenfor parentes fås:

$$d \ln u^* = \frac{1}{1 - Bm\frac{b-a}{1-\tau}} \frac{1}{1-\tau} \left[Bm\frac{b-a}{1-\tau} - 1 \right] d\tau = -\frac{1}{1-\tau} d\tau$$

Det følger, at for $d\tau < 0$ er $d \ln u^* > 0$, så en (lille) provenuneutral skatteomlægning, der *sænker* marginalskatten på arbejdsindkomst (men holder gennemsnitsskatten uændret), indebærer altså *højere* arbejdsløshed i den makroøkonomiske ligevægt.

Forklaringen er følgende: Da marginalskatten er sænket, men gennemsnitsskatten holdt uændret (ved den gamle ligevægt), er det incitamentsvirkningen af det første, der skubber ligevægten. Antag at fagforeningerne blot besluttede at holde lønningerne uændrede. Da τ og a er sænkede, så en arbejder som udgangspunkt ved en gamle ligevægt betaler det samme i skat (gennemsnitsskatten er uændret), og dermed har det samme tilbage efter skat, så ville hvert medlem være stillet nøjagtig lige så godt som før. Men tilbage ville være, at fordi *marginal*skatten er sænket, så bliver en lønstigning ud fra den gamle ligevægt i fagforeningens og i medlemmernes øjne *på marginalen* relativt mere fordelagtig (i forhold til tabet af beskæftigelsessandsynlighed) end ved de gamle skattesatser, fordi arbejderen får lov at beholde en større andel af en lønstigning. Den rene 'substitutionseffekt' får fagforeningerne til at forsøge at hæve lønningerne, men da disse jo er låst af virksomhedernes lønfastsættesesadfærd, bliver resultatet blot højere arbejdsløshed.