Reeksamen på Økonomistudiet sommer 2019

Makroøkonomi I

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

22. august 2019

Dette eksamenssæt består af X sider incl. denne forside.

Syg under eksamen:
Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du

- kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!
Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1: Ideer og endogen vækst

1.1

Forklar forskellen på rivaliserende og ikke-rivaliserende goder og giv eksempler på begge. Forklar ligeledes forskellen på ekskludérbare og ikke-ekskludérbare goder, og giv eksempler på begge. I hvilken kategori hører idéen om en ny teknologi? Begrund.

Svar: Et gode er rivaliserende, hvis én persons forbrug af godet forhindrer andre i at bruge det. Et eksempel er ristet hotdog. Hvis én person spiser den, kan en anden person ikke også spise den. I modsætning hertil er ikke-rivaliserende goder, som fx Storebæltsbroen, hvor det, at én person anvender broen ikke forhinder andre i at krydse den også (der ses bort fra muligheden af trafikpropper).

Et gode er ekskludérbart, hvis godets ejer kan forhindre andre i at bruge det. Storebæltsbroen er fx ekskludérbar selvom den er ikke-rivaliserende, fordi broens ejer kan forhindre folk i at krydse den, hvis ikke de betaler broafgiften. Et eksempel på et ikke-ekskludérbart gode er solskin: man kan ikke forhindre folk i at nyde solen (af samme grund ville det heller ikke give mening hvis solen havde en ejer).

Idéer er grundlæggende ikke-rivaliserende da det, at en person anvender noget viden, ikke forhindrer andre i at anvende den samme viden. Idéer kan på kort sigt være delvist ekskludérbare pga. industrihemmeligheder eller patenter, men vil på langt sigt være ikke-ekskludérbare.

1.2

Forklar hvorfor idéer som input i produktionen kan give anledning til endogen vækst. Forklar hvorfor dette ikke vil ske under fuldkommen konkurrence. Hvad er implikationerne for hvordan vi optimalt indretter forskningspolitikken og lovgivningen om intellektuelle rettigheder?

Svar: Hvis produktionsfunktionen har konstant skalaafkast til kapital og arbejdskraft, hvad der er rimeligt jf. replikationsargumentet, kan tilføjelsen af idéer som input give anledning til stigende skalaafkast og dermed endogen (eller semi-endogen) vækst. Dette vil dog ikke ske under fuld konkurrence. Årsagen er, at fuld konkurrence svarer til at idéer ikke er ekskludérbare. En virksomhed der gennem investeringer i forskning udvikler et nyt produkt kan således ikke afholde konkurrenterne fra at kopiere det nye produkt. Hermed bliver prisen på produktet konkurreret ned til at være lig med de marginale omkostninger, hvorfor virksomheder der udviklede produktet ikke kan få dækket den faste udgift forbundet hermed. Det ved virksomhedsejerne naturligvis, og vil af den grund ikke investere i forskning og udvikling. Der vil derfor ikke fremkomme nye idéer, og der vil ikke være vækst i økonomien.

For at sikre vækst i en model der svarer til ovenstående, så kan man tildele virksomheder patenter på de nye produkter de udvikler. Det gør dem til monopolister (i hvert fald for en periode), og de kan derfor hæve priserne til et niveau der sikrer, at de tjener penge på deres forskningsinvestering. Ulempen herved er, at de højere priser skader forbrugerne og mindsker udbredelsen af det nye produkt. Det gælder derfor om at indrette patentlovgivningen således, at virksomheder lige netop tjener penge på at være innovative, men ikke mere. I praksis gøres det ved at lade patenter udløbe efter en årrække. Et alternativt til patenter er at subsidiere forskning og udvikling. Ulempen er, at det i praksis er svært at målrette subsidier, og at de typisk skal finansieres gennem forvridende skatter.

En god studerende kan understøtte diskussionen i dette spørgsmål ved matematisk at udlede profitten under monopol og fuld konkurrence, eller ved hjælp af relevante diagrammer fra pensumbogens kapitel 9. Men fuld point gives også for en klar og tydelig forklaring med ord.

1.3

I pensumbogens model for R&D baseret endogen vækst er ændringen i teknologiniveauet givet ved:

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^{\phi} L_{At}^{\lambda}$$

Hvilken størrelser forventer vi at ϕ og λ har? Hvad er intuitionen? Hvilke konsekvenser har det for om væksten på ca. to procent om året vil fortsætte ud i fremtiden?

Svar: Der er to modsatrettede teoretiske effekter der påvirker ϕ. På den ene side gør den eksisterende viden forskere mere produktive. Fx er det betydeligt lettere at designe en ny flytype i dag, hvor man kan anvender computersimulationer af aerodynamikken, end det var tidligere. Denne effekt kaldes "standing on shoulders". På den anden side bliver de laveste frugter høstet først. Det kræver mindre at opfinde hjulet end at opfinde en bil fra scratch, som igen kræver mindre end at opfinde en selvkørende bil. Denne effekt kaldes "fishing out".

For at have varig vækst i steady state kræver det i udgangspunktet at $\phi > 0$, dvs at standing on shoulders-effekten dominerer. Skal vi have endogen vækst med en konstant vækstrate i output skal $\phi = 1$. Modellen med endogen vækst i pensum forudsiger dog, at et højere befolkningsniveau vil øge vækstraten, hvilket emprisk ikke holder stik på lande-niveau, eller på globalt plan de seneste 100 år. Det peger i retning af $\phi < 1$. Artiklen af Bloom m.fl. gennemgået til forelæsningen tyder enddog på at $\phi < 0$. Hvis $\phi < 1$ skal der et stadigt stigende antal forskere til for at bibeholde en konstant vækstrate. Givet at vækstraten i befolkningen, n, ser ud til at bevæge sig mod nul på globalt plan, vil det betyde, at en stadigt stigende del af arbejdsstyrken skal ansættes i forskning og udvikling. Dette er naturligvis ikke holdbart på meget langt sigt.

Opgave 2: Humankapital og forvridende skatter

I denne opgave skal du analysere en version af pensumbogens model med humankapital (kapitel 6). Til forskellen fra modellen i pensum, finansieres uddannelse ikke længere gennem privat opsparing, men gennem en skat på lønindkomst. Skatten er forvridende i den forstand, at en højere skattesats får folk til at arbejde mindre. Den effekt modellerer vi med følgende ligning:

$$N_t = (1-\tau)^{\eta} L_t, \ 0 < \eta < 1, \tag{1}$$

hvor τ er skattesatsen, L_t er antallet af arbejdere, og η er en adfærdsparameter der styrer i hvor høj grad arbejdere reagerer på skattesatsen. Venstresiden N_t kan fortolkes som hvor mange arbejdstimer, der udbydes i økonomien (normaliseret med hvor mange arbejdstimer arbejderne ville udbyde ved fraværet af en skat). Den samlede indtægt fra skatten bliver dermed $\tau w_t N_t$, og det antages, at hele denne indtægt bruges på uddannelsessystemet. Dermed bliver akkumulationsligningen for humankapital:

$$H_{t+1} = \tau w_t N_t + (1 - \delta) H_t. \tag{2}$$

Resten af modellen er som i kapitel 6 i pensumbogen:

$$K_{t+1} = s_K Y_t + (1 - \delta) K_t \tag{3}$$

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{\beta} (A_t N_t)^{1-\alpha-\beta} \tag{4}$$

$$H_t = h_t N_t \tag{5}$$

$$L_{t+1} = (1 + n) L_t \tag{6}$$

$$A_{t+1} = (1 + g) A_t \tag{7}$$

Modellens parametre $(\eta, \tau, s_K, \delta, a, \beta, n$ og $g)$ antages alle at ligge mellem 0 og 1.

2.1

Vis at timelønnen i denne økonomi er givet ved:

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{K_t}{N_t} \right)^{\alpha} h_t^{\beta} A_t^{1-\alpha-\beta}$$

Forklar hvordan du kommer frem til udtrykket.

Svar: Den repræsentative virksomhed kan ikke adskille humankapital fra arbejderen, så selvom human kapital og rå arbejdskragft er distinkte inputs i produktionsfunktionen, tager virksomheden humankapital per arbejder for givet. Dermed bliver den produktionsfunktion virksomheden observerer:

$$Y_t = K_t^{\alpha} h_t^{\beta} A_t^{1-\alpha-\beta} N_t^{1-\alpha}.$$

Førsteordensbetingelsen for profitmaksimering mht. N_t giver lønnen opskrevet ovenfor.

2.2

Vis at modellens transitionsligninger er givet ved:

$$\widetilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s_K \widetilde{k}_t^{\alpha} \widetilde{h}_t^{\beta} (1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} + (1-\delta) \widetilde{k}_t \right]$$

og

$$\widetilde{h}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[\tau (1-\alpha) \widetilde{k}_t^{\alpha} \widetilde{h}_t^{\beta} (1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} + (1-\delta) \widetilde{h}_t \right]$$

Svar: Start med at dividere kapitalakkumulationsligningen med $A_{t+1}L_{t+1}$:

$$\begin{aligned}
\widetilde{k}_{t+1} &= \frac{s_K K_t^{\alpha} (h_t N_t)_t^{\beta} (A_t N_t)^{1-\alpha-\beta}}{A_{t+1} L_{t+1}} + (1-\delta) \frac{K_t}{A_{t+1} L_{t+1}} \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[\frac{s_K K_t^{\alpha} h_t^{\beta} A_t^{1-\alpha-\beta} \left((1-\tau)^{\eta} L_t \right)^{1-\alpha}}{A_t L_t} + (1-\delta) \frac{K_t}{A_t L_t} \right] \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)} \left[s_K \widetilde{k}_t^{\alpha} \widetilde{h}_t^{\beta} (1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} + (1-\delta) \widetilde{k}_t \right]
\end{aligned}$$

For at udlede transitionsligningen for humankapital, skal lønnen w_t udledt i spørgsål 2.1 anvendes:

$$
\begin{aligned}
\widetilde{h}_{t+1} &= \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[\frac{\tau w N_t}{A_t L_t} + (1-\delta)\widetilde{h}_t\right] \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[\frac{\tau(1-\alpha)K^{\alpha}h^{\beta}A^{1-\alpha-\beta}N^{1-\alpha}}{A_t L_t} + (1-\delta)\widetilde{h}_t\right] \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[\frac{\tau(1-\alpha)K^{\alpha}h^{\beta}A^{1-\alpha-\beta}\left((1-\tau)^{\eta}L_t\right)^{1-\alpha}}{A_t L_t} + (1-\delta)\widetilde{h}_t\right] \\
&= \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[\tau(1-\alpha)\widetilde{k}_t^{\alpha}\widetilde{h}_t^{\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} + (1-\delta)\widetilde{h}_t\right]
\end{aligned}
$$

2.3

Udled Solowligningerne og brug dem til at vise, at de to tilhørende null-clines er:

$$
\widetilde{h}_t = \left(\frac{n+g+\delta+ng}{s_K(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)}}\right)^{\frac{1}{\beta}} \widetilde{k}_t^{\frac{1-\alpha}{\beta}} \qquad \left[\Delta\widetilde{k}=0\right]
$$

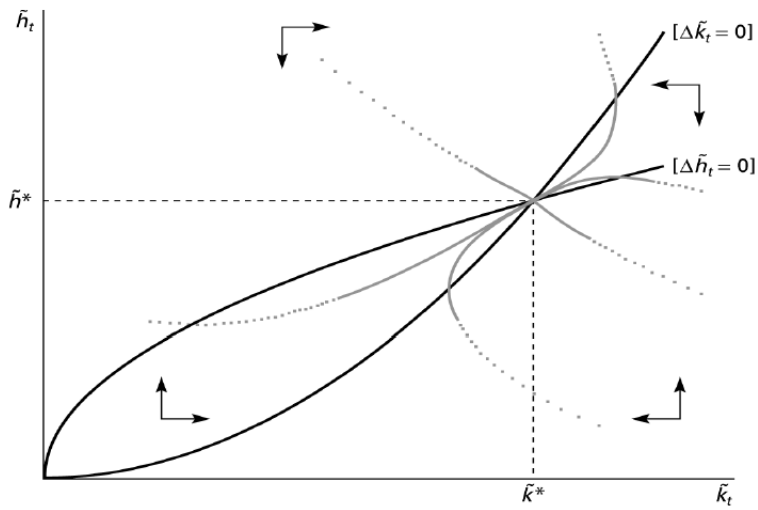
$$
\widetilde{h}_t = \left(\frac{\tau(1-\alpha)(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \widetilde{k}_t^{\frac{\alpha}{1-\beta}} \qquad \left[\Delta\widetilde{h}=0\right]
$$

Svar: fra transitionsligningerne udledes Solowligningerne:

$$
\widetilde{k}_{t+1} - \widetilde{k}_t = \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[s_K\widetilde{k}_t^{\alpha}\widetilde{h}_t^{\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} - (n+g+\delta+ng)\widetilde{k}_t\right]
$$

$$
\widetilde{h}_{t+1} - \widetilde{h}_t = \frac{1}{(1+n)(1+g)}\left[\tau(1-\alpha)\widetilde{k}_t^{\alpha}\widetilde{h}_t^{\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} - (n+g+\delta+ng)\widetilde{h}_t\right]
$$

Sættes $\widetilde{k}_{t+1} - \widetilde{k}_t = 0$ og $\widetilde{h}_{t+1} - \widetilde{h}_t = 0$ fremkommer de to null clines ved at isolere for $\widetilde{h}_t$.



Figur1: Fasediagram

2.4

Tegn det tilhørende fasediagam under den realistiske antagelse at $\alpha \approx \frac{1}{3}$. Forklar hvorfor du tegner det som du gør. Brug de to null-clines til at argumentere for at økonomien har en steady state (du behøver ikke udlede den). Er den stabil?

Svar: Fasediagrammet er magen til det i pensumbogen (Figur 6.2, reproduceret nedenfor i Figur 1), blot er de to kurver skaleret anderledes. Hældningerne på de to kurver bestemmes af potenserne for $\widetilde{k}_t$ i de to null clines. Det fremgår at $\left[\Delta\widetilde{k} = 0\right]$ er en eksponentielt stigende funktion da $\frac{1-\alpha}{\beta} > 1$ og $\left[\Delta\widetilde{h} = 0\right]$ har positiv, men aftagende hældning da $0 < \frac{\alpha}{1-\beta} < 1$. De skærer derfor hinanden, hvilket er ensbetydende med at økonomien har en steady state i skæringen hvor $\Delta\widetilde{k} = \Delta\widetilde{h} = 0$. Argumentet for at den er stabil følger af pilene, som udledes ved at se hvad der sker i Solowligningerne hvis $\widetilde{k}$ og $\widetilde{h}$ afviger fra deres steady state niveau (en god besvarelse gør dette). Pilene viser, at uanset hvilken kombination af $\widetilde{k}$ og $\widetilde{h}$ økonomien starter fra, vil den altid konvergere mod steady state, som dermed er stabil.

2.5

Vis at steady for $\widetilde{k}_t$ og $\widetilde{h}_t$ er:

$$\widetilde{k}^{*}=\left(\frac{s_K^{1-\beta}\left(1-\alpha\right)^{\beta}\tau^{\beta}\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$\widetilde{h}^{*}=\left(\frac{s_K^{\alpha}\left(1-\alpha\right)^{1-\alpha}\tau^{1-\alpha}\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

Forklar intuitionen for hvordan τ indgår i de to udtryk.

Svar: Start med at sætte de to null-clines lig hinanden og isolér $\widetilde{k}_t$:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{n+g+\delta+ng}{s_K\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}\right)^{\frac{1}{\beta}}\widetilde{k}_t^{\frac{1-\alpha}{\beta}} &= \left(\frac{\tau\left(1-\alpha\right)\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\widetilde{k}_t^{\frac{\alpha}{1-\beta}} \\
&\Leftrightarrow\ \widetilde{k}_t^{\frac{1-\alpha}{\beta}-\frac{\alpha}{1-\beta}}=s_K^{\frac{1}{\beta}}\left(\tau\left(1-\alpha\right)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left(\frac{\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\beta}+\frac{1}{\beta}} \\
&\Leftrightarrow\ \widetilde{k}_t^{\frac{1-\alpha-\beta}{\beta(1-\beta)}}=s_K^{\frac{1}{\beta}}\left(\tau\left(1-\alpha\right)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left(\frac{\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{(1-\beta)\beta}} \\
&\Leftrightarrow\ \widetilde{k}_t=s_K^{\frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}}\left(\tau\left(1-\alpha\right)\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \\
&\Leftrightarrow\ \widetilde{k}_t=\left(\frac{s_K^{1-\beta}\left(1-\alpha\right)^{\beta}\tau^{\beta}\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}=\widetilde{k}^{*}
\end{aligned}$$

Sæt ind i udtrykket for $\left[\Delta\widetilde{h}=0\right]$:

$$
\begin{aligned}
\widetilde{h}^* &= \left(\frac{\tau\left(1-\alpha\right)\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{s_K^{1-\beta}\left(1-\alpha\right)^{\beta}\tau^{\beta}\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}\frac{\alpha}{1-\beta}} \\
&= s_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\tau\left(1-\alpha\right)\right)^{\frac{1}{1-\beta}+\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\frac{\alpha}{1-\beta}} \left(\frac{\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\beta}+\frac{1}{1-\alpha-\beta}\frac{\alpha}{1-\beta}} \\
&= s_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\tau\left(1-\alpha\right)\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \\
&= \left(\frac{s_K^{\alpha}\left(1-\alpha\right)^{1-\alpha}\tau^{1-\alpha}\left(1-\tau\right)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}
\end{aligned}
$$

Skattesatsen indgår i steady state udtrykket for begge inputs. Leddet $(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)}$ er den negative effekt på arbejdsbuddet, som påvirker $\widetilde{k}^*$ og $\widetilde{h}^*$ på samme måde. Skattesatsen påvirker dog også steady state niveauet for humankapital positivt gennem leddet $\tau^{1-\alpha}$, da skatten bliver brugt til investeringer i uddannelse. Hvorfor påvirkes $\widetilde{k}^*$også positivt? Svaret er, at der er krydseffekter mellem de to inputs. Et højere niveau for $\widetilde{h}^*$ øger output i steady state, hvilket øger opsparingen i kapital.

2.6

Vis, at steady state for $\widetilde{y}_t$ er:

$$
\widetilde{y}^* = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{\left(1-\alpha\right)\tau}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \left(1-\tau\right)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta}}
$$

Hvilken skattesats maksimerer $\widetilde{y}^*$? Forklar intuitionen for hvordan η indgår i dit fundne udtryk. Forklar også hvorfor dette udtryk adskiller sig fra en golden rule investeringsrate i humankapital.

Svar:

$$
\begin{aligned}
\widetilde{y}^* &= \widetilde{k}_t^{*\alpha}\widetilde{h}_t^{*\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} \\
&= \left(\frac{s_K^{1-\beta}(1-\alpha)^{\beta}\tau^{\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{s_K^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\tau^{1-\alpha}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} \\
&= \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{(1-\alpha)\tau}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}(1-\tau)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\widetilde{y}^*}{\partial\tau} &= \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\tau^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}-1}(1-\tau)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta}} - \frac{\eta(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta}\tau^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}(1-\tau)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta}-1} = 0 \\
&\Leftrightarrow \beta\tau^{-1} - \eta(1-\alpha)(1-\tau)^{-1} = 0 \\
&\Leftrightarrow \beta(1-\tau) = \eta(1-\alpha)\tau \\
&\Leftrightarrow \tau = \frac{\beta}{\beta+\eta(1-\alpha)}
\end{aligned}
$$

Der er tale om et globalt maksimum, da $\widetilde{y}^* = 0$ for $\tau = 0$ og for $\tau = 1$, men $\widetilde{y}^* > 0$ for alle τ imellem de to værdier.

Det ses, at et højere η reducerer den skattesats der maksimerer $\widetilde{y}^*$. Intuitionen er, at et højere η gør arbejdsudbuddet mere følsomt overfor skatten, hvorved det negative bidrag fra en et lavere arbejdsudbud hurtigt kommer til at opveje den positive effekt af højere humankapital. Den fundne værdi for τ maksimerer ikke forbruget, som er givet ved $\widetilde{c}^* = (1-\alpha\tau)\widetilde{y}^*$. Golden rule værdien af τ er derfor lavere end det fundne udtryk.

2.7

Illustrér i fasediagrammet effekten af en stigning i τ. Hvordan afhænger dit svar af hvilken værdi τ havde i udgangspunktet?

Svar: Det fremgår af $\left[\Delta\widetilde{k} = 0\right]$ at en stigning i τ forskyder denne null-cline opad. Hvordan $\left[\Delta\widetilde{h} = 0\right]$ forskyder sig afhænger af τ. Hvis vi differentierer mht. τ fås:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \widetilde{h}_t}{\partial \tau} &= 0 \\
\Leftrightarrow \frac{1}{1-\beta}\tau^{\frac{1}{1-\beta}-1}(1-\tau)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\beta}} &= \frac{\eta(1-\alpha)}{1-\beta}\tau^{\frac{1}{1-\beta}}(1-\tau)^{\frac{\eta(1-\alpha)}{1-\beta}-1} \\
\Leftrightarrow (1-\tau) &= \eta(1-\alpha)\tau \\
\Leftrightarrow \tau &= \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}
\end{aligned}
$$

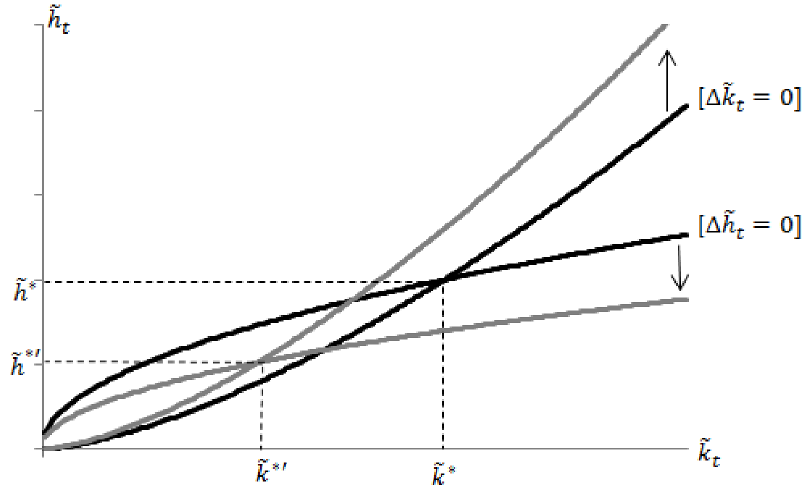
Der er tale om et globalt maksimum med samme argument som i forrige spørgsmål. Så hvis τ er større end denne værdi vil $\left[\Delta\widetilde{h}=0\right]$-kurven forskyde sig nedad ved en yderligere stigning i τ. Er τ mindre end denne værdi, forskyder kurven sig opad.

I tilfældet $\tau > \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}$ skyder $\left[\Delta\widetilde{h}=0\right]$-kurven forskyder nedad og situationen svarer til Figur 2. Effekten er et lavere steady state niveau for både $\widetilde{k}$ og $\widetilde{h}$, og dermed også for $\widetilde{y}$. Er $\tau < \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}$ skyder $\left[\Delta\widetilde{h}=0\right]$-kurven sig opad. Man kan her forestille sig to mulige situationer alt efter hvor meget $\left[\Delta\widetilde{h}=0\right]$-kurven forskyder sig relativt til $\left[\Delta\widetilde{k}=0\right]$-kurven. De to mulige situationer er vist i Figur 3 og 4.

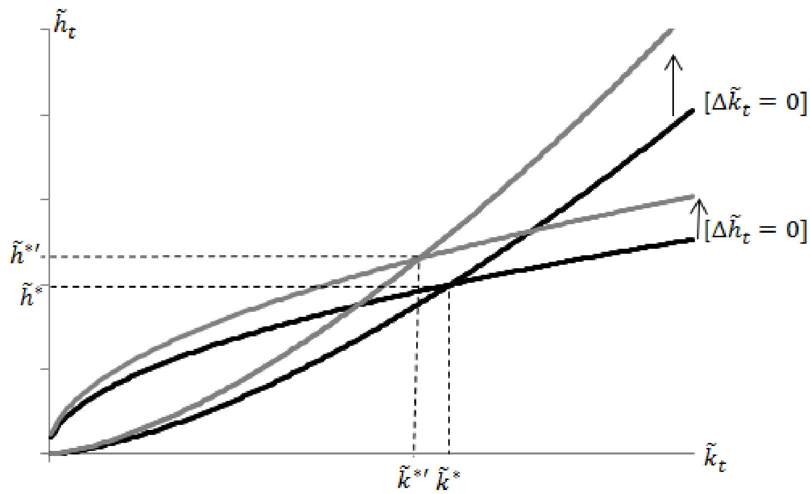
For et givet τ, kan vi udlede hvilken mulighed der gælder. Det gøres ved at finde ud af hvilken værdi af τ der maksimerer $\widetilde{k}^*$:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \widetilde{k}^*}{\partial \tau} &= 0 \\
\Leftrightarrow \beta\tau^{\beta-1}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)} &= \eta(1-\alpha)\tau^{\beta}(1-\tau)^{\eta(1-\alpha)-1} \\
\Leftrightarrow \beta(1-\tau) &= \eta(1-\alpha)\tau \\
\Leftrightarrow \tau &= \frac{\beta}{\beta+\eta(1-\alpha)}
\end{aligned}
$$

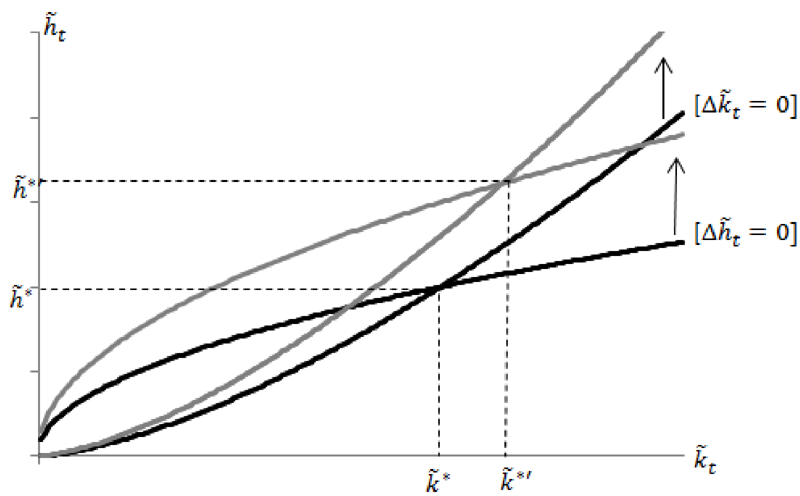
Så for $\frac{1}{1+\eta(1-\alpha)} > \tau > \frac{\beta}{\beta+\eta(1-\alpha)}$ vil Figur 3 gælde, og $\widetilde{k}^*$ falder som følge af stigningen i τ. For $\tau < \frac{\beta}{\beta+\eta(1-\alpha)}$ gælder Figur 4, og $\widetilde{k}^*$ stiger ved en stigning i τ. Bemærk jf. forrige spørgsmål, at samme τ maksimerer både $\widetilde{k}^*$og $\widetilde{y}^*$, så kun i Figur 4 vil $\widetilde{y}^*$ stige som følge af ændringen i τ.



Figur 2: $\tau > \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}$



Figur 3: $\tau < \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}$, mulighed 1



Figur 4: $\tau < \frac{1}{1+\eta(1-\alpha)}$, mulighed 2