Rettevejledning til
Eksamen på Økonomistudiet, sommer 2014
Makro A
2. årsprøve
23. juni, 2014

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1: Investeringsratens langsigtede effekt på BNP per arbejder uden og med humankapital

1.1 I Solowmodellerne er investeringsraten i fysisk kapital en eksogen parameter.

En stigning i investeringsraten betyder, at en større andel af BNP investeres og (efter nedslidning) lægger sig til mængden af kapital. Derfor fås på langt sigt mere kapital per (effektiv) arbejder, hvilket forøger produktionen per (effektiv) arbejder.

Det er velkendt fra pensum, at elasticiteten i BNP per arbejder mht. investeringsraten, er $\alpha/(1-\alpha)$, hvor α er produktionsfunktionens outputelasticitet mht. kapitalanvendelse, som igen i en generel ligevægt er lig med kapitalens indkomstsandel. Da lønandelen empirisk ligger reletivt fladt på $2/3$, giver dette indikation om et α på omkring $1/3$ og dermed en elasticitet i BNP per arbejder mht. investeringsraten på omkring $\frac{1}{2}$.

1.2 I Solowmodelen med humankapital antages, at investeringsraten i humankapital ligeledes er en eksogen parameter, og i produktionsfunktionen er der nu både en outputelasticitet α mht. fysisk kapital og en elasticitet φ mht. humankapital. Lønandelen (inkl. afkast på humankapital) er stadig $1-\alpha$, så α kalibreres stadig typisk til $1/3$. Det samme gør φ ud fra en betragtning om, at lønnen for en gennemsnitligt uddannet arbejder (i USA) ligger på (godt) det dobbelte af lønnen for en ufaglært, så den gennemsnitligt uddannedes løn er at betragte stor set som halvt rå kompensation for arbejde og halvt som afkast til humankapital.

En stigning i investeringsraten *i fysisk kapital* vil i første omgang (så at sige) forøge det langsigtede BNP per arbejder ad de samme kanaler som beskrevet ovenfor, men det således forøgede BNP per arbejder vil nu også føre til mere investering i humankapital, simpelt hen fordi en bestent andel af BNP investeres i humankapital. Da humankapital er produktiv, forstærkes således stigningen i BNP per (effektiv) arbejder.

Det er velkendt fra pensum, at elasticiteten i BNP per arbejder mht. investeringsraten i fysisk kapital i modellen med humankapital er $\alpha/(1-\alpha-\varphi)$, altså med den beskrevne kalibrering omkring 1.

1.3 De i tabellen angivne koefficienter i rækken med "$\ln s_K - \ln(n+0.075)$" er netop estimater af de omtalte elasticiteter.

Det er klart, at værdien på 1,52 fundet på grundlag af Solowmodellen uden humankapital er relativt langt fra den teoretiske værdi på $\frac{1}{2}$ også under hensyntagen til usikkerheden på estimatet.

Værdien på 0,59 fundet på grundlag af Solowmodellen med humankapital skal sammenlignes med den teoretiske værdi på omkring 1. Den ligger således noget under, men diskrepansen er langt mindre end i Solowmodellen uden humankapital særligt under hensyntagen til usikkerheden på estimatet.

Dertil kan lægges, at den teoretiske værdi for den anden koefficient, der er estimeret på grundlag af Solowmodellen med humankapital (tabellens 0,93), ligeledes er omkring 1 med den beskrevne kalibrering.

Samlet set bringer inddragelsen af humankapital Solowmodellen i langt bedre overensstemmelse med tværlandeempirien.

Opgave 2: Selskabsskat vs. lønskat i en lille åben økonomi med fri kapitalmobilitet

Ligningerne (1)-(4) gentaget fra opgaveteksten:

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

$$\Pi_t = Y_t - r_t K_t - w_t L_t \tag{2}$$

$$T_t = \tau^s \left[Y_t - r_t (1-e) K_t - w_t L_t \right], \quad 0 \leq \tau^s \leq 1, \quad 0 \leq e \leq 1 \tag{3}$$

$$\Pi_t^n = \Pi_t - T_t \tag{4}$$

2.1 Fra (2)-(4) omskrives Π_t^n

$$\begin{aligned} \Pi_t^n &= \Pi_t - T_t \\ &= Y_t - r_t K_t - w_t L_t - \tau^s \left[Y_t - r_t (1-e) K_t - w_t L_t \right] \\ &= (1-\tau^s)(Y_t - w_t L_t) - \left[1 - \tau^s (1-e) \right] r_t K_t \end{aligned}$$

Ved differentiation og inddragelse af grænseprodukterne beregnet fra (1) mv. fås

$$\frac{\partial \Pi_t^n}{\partial K_t} = (1-\tau^s) \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} - \left[1 - \tau^s (1-e) \right] r_t = 0 \Leftrightarrow$$

$$(1-\tau^s) \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \left[1 - \tau^s (1-e) \right] r_t \Leftrightarrow$$

$$(1-\tau^s) \alpha \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha-1} = \left[1 - \tau^s (1-e) \right] r_t \tag{5}$$

og tilsvarende

$$\frac{\partial \Pi_t^n}{\partial L_t} = (1-\tau^s) \left(\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} - w_t \right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = w_t \Leftrightarrow$$

$$(1-\alpha) \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha} = w_t \tag{6}$$

I ligning (5) udtrykker venstresiden den marginale omsætnings/produktions-stigning *efter skat* ved at anvende en enhed kapital mere: Omsætningen stiger før skat med grænseproduktet $(1-\alpha)(K_t/L_t)^{\alpha}$, men heraf tager skatten andelen τ^s, så efter skat er andelen $1-\tau^s$ tilbage. Højresiden er den marginale stigning i omkostningerne *efter skat*: Før skat stiger omkostningen med r_t, men den del af den ekstra ene enhed kapital, der er lånt, nemlig andelen $1-e$, giver anledning til et skattefradrag på $(1-e)\,r_t$ med skatteværdi $\tau^s(1-e)\,r_t$. Omkostningen *efter skat* stiger derfor med $r_t - \tau^s(1-e)\,r_t = [1-\tau^s(1-e)]\,r_t$. Marginal omsætning og marginal omkostning efter skat skal naturligvis være lige store for at nettoprofitten kan være maksimeret.

For en ekstra enhed arbejdskraft er marginal omsætning og marginal omkostning *efter skat* hhv. $(1-\tau^s)\,\partial Y_t/\partial L_t$ og $(1-\tau^s)\,w_t$. Når de to sættes lig med hinanden, går faktoren $1-\tau^s$ ud, så den samlede betingelse (6) matematisk er den samme, som hvis der slet ikke var beskatning. Dette er en konsekvens af den fulde fradragsret for lønudgifter: At maksimere eksempelvis 50 % af en størrelse giver samme maksimand som at maksimere 100 %.

Når skattesatsen *ikke* (altid) går ud i (5), er det fordi, der ikke generelt er fuld fradragsret for kapitaludgifter, men kun for den andel $1-e$, der knytter sig til fremmedkapitalen. Hvis $e=0$, dvs. hele finansieringen er fremmedkapital, så er der fuld fradragsret, og så går τ^s ud af ligning (5) også.

2.2 Ved at dividere på begge sider af lighedstegnet i (5) med $[1-\tau^s(1-e)]$ (som er større end nul, idet $e>0$ og $\tau^s<1$) og bruge

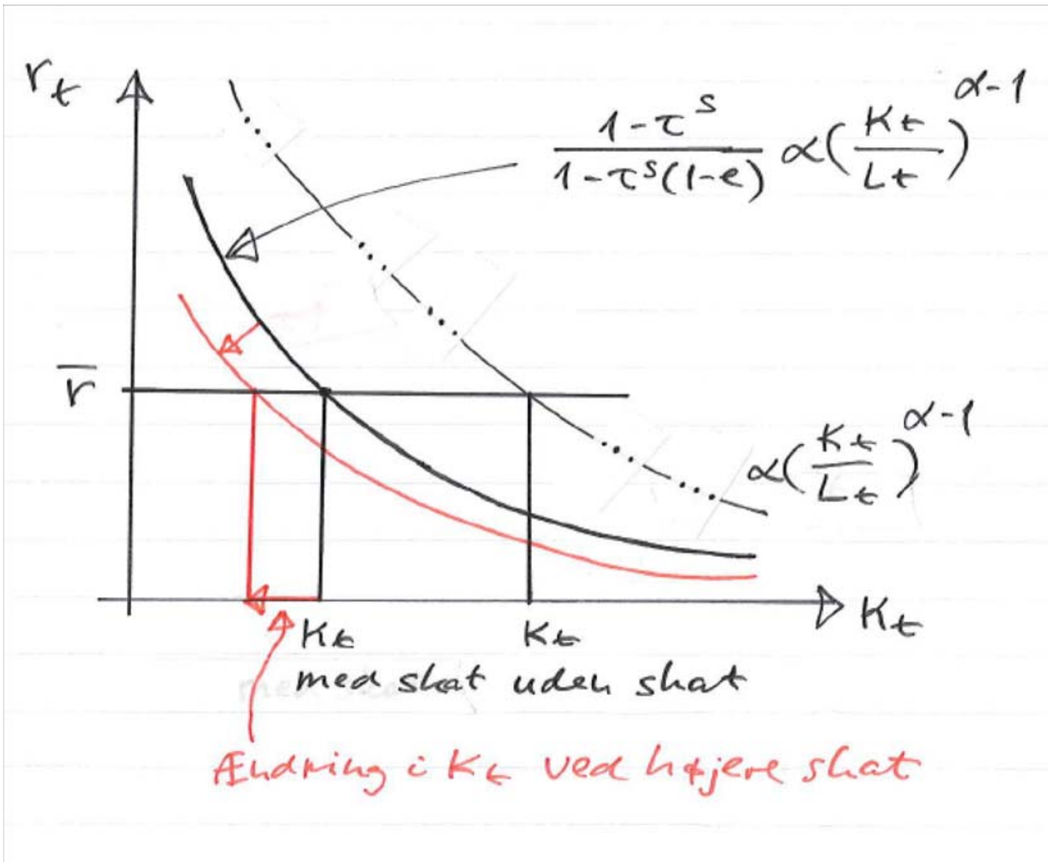
$$r_t = \bar{r} \tag{7}$$

fås

$$\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\alpha\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} = \bar{r} \tag{8}$$

Illustrationen nedenfor viser, at som konsekvens af beskatningen, findes den indenlandske mængde kapital der, hvor grænseproduktet for kapital ganget ned med faktoren $\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}$, som er mindre end 1, når $\tau^s>0$ og $e>0$, er lig med den internationale rente, mens det uden beskatning er selve grænseproduktet, der skal være lig med $\bar{r}$.

Et højere τ^s betyder, at faktoren $\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}$ bliver mindre (både tæller og nævner bliver mindre, men tælleren falder relativt mest, fordi den som udgangspunkt er mindst). Dvs. kurven, som er bestemmende for K_t, skifter nedad, og den indenlandske mængde kapital falder som illustreret i figuren.



2.3 Ved at gange på begge sider af (6) med L_t og bruge (1) fås:

$$
\begin{aligned}
w_t L_t &= (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} L_t = (1-\alpha) K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \\
&= (1-\alpha) Y_t \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Tilsvarende ved at gange igennem med K_t i (8):

$$
\begin{aligned}
\bar{r} K_t &= \frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \alpha \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} K_t = \frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \alpha K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \\
&= \frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \alpha Y_t \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Ved at bruge (9) og (10) i (3) med $r_t = \bar{r}$:

$$
\begin{aligned}
T_t &= \tau^s \left[Y_t - (1-e) \overbrace{\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\alpha Y_t}^{\bar{r}K_t} - \overbrace{(1-\alpha)Y_t}^{w_t L_t} \right] \\
&= \tau^s \left[1 - (1-e)\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\alpha - (1-\alpha) \right] Y_t \\
&= \tau^s \frac{1-\tau^s(1-e) - (1-e)(1-\tau^s)\alpha - (1-\alpha)(1-\tau^s(1-e))}{1-\tau^s(1-e)} Y_t
\end{aligned}
$$

Udregninger viser, at tælleren her reducerer til $e\alpha$, hvorfor

$$T_t = \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)}\alpha Y_t \tag{11}$$

Herefter

$$
\begin{aligned}
\bar{r}K_t + w_t L_t + T_t &= \frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\alpha Y_t + (1-\alpha)Y_t + \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)}\alpha Y_t \\
&= \frac{(1-\tau^s)\alpha + (1-\tau^s(1-e))(1-\alpha) + \tau^s e\alpha}{1-\tau^s(1-e)} Y_t \\
&= \frac{\alpha - \tau^s\alpha + (1-\alpha) - \tau^s(1-e)(1-\alpha) + \tau^s e\alpha}{1-\tau^s(1-e)} Y_t \\
&= \frac{1-\tau^s(1-e)}{1-\tau^s(1-e)} Y_t \\
&= Y_t
\end{aligned}
$$

Da $\Pi_t^n = Y_t - \bar{r}K_t - w_t L_t - T_t$ følger det direkte, at $\Pi_t^n = 0$. Da $\Pi_t = Y_t - \bar{r}K_t - w_t L_t$ følger det endvidere, at $\Pi_t = T_t$. I modellen med selskabsskat er det profitten *efter* skat, som må være nul (når hele kapitalen har opnået en normal forrentning). Profitten før skat må så være positiv (når $\tau^s > 0$) og lig med skatteprovenuet.

2.4 Ved i ligning (8) at erstatte K_t/L_t med k_t fås

$$
\begin{aligned}
\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\alpha k_t^{\alpha-1} &= \bar{r} \Leftrightarrow \\
k_t^{1-\alpha} &= \frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\frac{\alpha}{\bar{r}} \Leftrightarrow \\
k_t &= \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = k^*
\end{aligned} \tag{12}
$$

Dette viser, at k_t øjeblikkeligt tilpasser sig (dvs. at givet L_t tilpasser K_t sig øjeblikkeligt, så k_t tilpasser sig) til k^*.

Fra produktionsfunktionen (1) følger jo $y_t = k_t^\alpha$. Når k_t heri erstattes med k^* fås

$$y_t = y^* = \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{13}$$

Endelig, når k^* indsættes for K_t/L_t i (6) fås

$$w_t = w^* = (1-\alpha) \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{14}$$

Som allerede forklaret betyder et højere τ^s, at faktoren $\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}$ bliver mindre. Ligningerne (12)-(14) viser så direkte, at kapital, produktion og løn per arbejder falder. Det hidrører fra den udstrømning af kapital, som den højere selskabsskattesats giver anledning til.

Selv om den højere selskabsskatetsats ikke *direkte* berører lønmodtagerne, rammes de alligevel på lønnen som følge af, der bliver mindre kapital i den indenlandske økonomi (og kapital bidrager positivt til deres grænseprodukt og dermed løn). Skattens incidens (dvs. hvem der i sidste instans betaler den) er noget helt andet end skattens fysiske opkrævningssted.

2.5 Ved at dividere på begge sider af (11) med L_t og bruge $y_t = Y_t/L_t$ fås

$$\frac{T_t}{L_t} = \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)} \alpha y_t$$

Når man heri fra (13) indsætter det y^*, som y_t jo øjeblikkeligt tilpasser sig til, for y_t fås

$$\frac{T_t}{L_t} = \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)} \alpha \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \left(\frac{T_t}{L_t} \right)^* \tag{15}$$

Det ses direkte af (15), at hvis man lader τ^s være hhv. 0 og 1, bliver skatteprovenuet per arbejder lig med nul. For $0 < \tau^s < 1$, giver (15) positive værdier for $(T_t/L_t)^*$. Der må så være en skattesats strengt mellem 0 og 1, der maksimerer skatteprovenuet per arbejder (hvor det strengt taget bruges, at funktionen af τ^s givet ved (15) er kontinuert).

2.6 Det følger af (14) med $\tau^s = 0$, at i fravær af selskabsskatten bliver reallønnen (før lønskat)

$$w^{**}_{\text{før skat}} = (1-\alpha) \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Af denne løn skal opkræves en lønskat svarende til (15), så reallønnen *efter* lønskat bliver

$$\begin{aligned} w^{**} &= w^{**}_{\text{før skat}} - \left(\frac{T_t}{L_t} \right)^* \\ &= (1-\alpha) \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)} \alpha \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)} \frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned} \tag{16}$$

Sammenligningen mellem w^* og w^{**} kan foretages ved at opstille forholdet

$$\begin{aligned}
z &\equiv \frac{w^{**}}{w^*} \\
&= \frac{(1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \tau^s \frac{e}{1-\tau^s(1-e)}\alpha\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(1-\alpha)\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \\
&= \left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\tau^s e}{1-\tau^s(1-e)}
\end{aligned}$$

og vise at $z > 1$ for $\tau^s > 0$. Det ses direkte, at for $\tau^s = 0$, er $z = 1$. Hvis z er voksende i τ^s følger konklusionen. Derfor beregnes

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial \tau^s} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}-1} \frac{-[1-\tau^s(1-e)] + (1-\tau^s)(1-e)}{[1-\tau^s(1-e)]^2} \\
&\quad -\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{[1-\tau^s(1-e)]e + \tau^s e(1-e)}{[1-\tau^s(1-e)]^2} \\
&= \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \frac{e}{[1-\tau^s(1-e)]^2} - \frac{e}{[1-\tau^s(1-e)]^2}\right] \\
&= \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{e}{[1-\tau^s(1-e)]^2}\left[\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} - 1\right] > 0
\end{aligned}$$

idet

$$\begin{gathered}
\left(\frac{1-\tau^s}{1-\tau^s(1-e)}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} > 1 \Leftrightarrow \\
\left(\frac{1-\tau^s(1-e)}{1-\tau^s}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} > 1 \Leftrightarrow \\
1-\tau^s(1-e) > 1-\tau^s \Leftrightarrow \\
\tau^s e > 0
\end{gathered}$$

hvilket jo er opfyldt, når $\tau^s > 0$ og $e > 0$.

2.7 Den tankevækkende konklusion er, at ud fra en standard økonomisk analyse af en lille åben økonomi med frie kapitalbevægelser, vil lønmodtagerne - når der er taget højde for de generelle ligevægsteffekter og den endelige skatteincidens - samlet set have gavn af en lempelse af selskabsskatten finansieret ved højere skat på lønningerne. Der kan i virkelighedens verden være modificerende faktorer. Eksempelvis kan en (høj) selskabsskat være begrundet i, at man ønsker at beskatte landespecifikke rene profitter (i modellen her er der kun normalprofit), men stadig er det tankevækkende, at den rene standardbetragtning tilsiger, at selskabsskatten skader lønmodtagerne mere, end lønskat gør.

2.8 Hvis arbejdsudbuddet afhang positivt af reallønnen efter skat, ville den ovenfor fundne konklusion stadig betyde at lønskatten *som udgangspunkt* ville give en mindre reduktion i reallønnen efter skat end selskabsskatten ville, og dermed ville kønskatten indebære en mindre reduktion i og forvridning af arbejdsudbuddet end selskabsskatten. Så konklusionen om, at lønskatten er at foretrække for lønmodtagerne, ville blot forstærkes.