Eksamen på Økonomistudiet sommer 2017

Makroøkonomi I

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

2. juni

Dette eksamenssæt består af 7 sider (inkl. forside).

OBS: Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangsvej, skal du kontakte et tilsyn, blive registreret som syg hos denne. Derefter afleverer du en blank besvarelse i systemet og forlader eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Opgave 1:

1.1

Redegør kort for den grundlæggende intuition i, at konvergenshastigheden reduceres fra den generelle Solowmodel (pensumbogens kapitel 5) til Solowmodellen med human kapital (pensumbogens kapitel 6). Forklar om denne ændring er ønskværdig ud fra et empirisk perspektiv.

1.2

I en lukket Solowmodel med land som fast faktor i produktionen er steady-state vækststien for BNP pr. arbejder givet ved:

$$y_t^* = (z^*)^{\frac{\alpha}{\beta+\kappa}} A_0^{\frac{\beta}{\beta+\kappa}} \left(\frac{X}{L_0}\right)^{\frac{\kappa}{\beta+\kappa}} (1+g)^{\frac{\beta}{\beta+\kappa}t} (1+n)^{-\frac{\kappa}{\beta+\kappa}t}, \tag{1}$$

dette svarer til den første model fra pensumbogens kapitel 7. Notationen og antagelser er også de samme som i kapitel 7.

1) Hvordan påvirkes BNP pr. arbejder i steady-state af en 1% stigning i den initial befolkningsstørrelse (L_0)? Med vægt på den økonomiske intuition, forklar dit resultat.

2) Find den approksimative vækstrate for BNP pr. arbejder på steady-state vækststien (dvs. $g_t^{y^*} = \ln y_{t+1}^* - \ln y_t^*$).

3) Diskuter kort følgende påstand: "Befolkningsvækstraten (n) har i denne model *kun* en negativ indflydelse på BNP pr. arbejder via vækstraten (dvs. g_t^y)"

1.3

Redegør for om Solowmodellen fra forrige delspørgsmål udviser balanceret vækst.

Opgave 2: Solowmodel med human kapital og endogen vækst

Ligningerne (2)-(6) udgør en lukket økonomi, der grundlæggende er beskrevet ved en model med fysisk kapital, human kapital og én produktiv eksternalitet:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} H_t^{\varphi} L_t^{\gamma},\ \alpha, \varphi, \gamma > 0 \text{ og } \alpha + \varphi + \gamma = 1 \tag{2}$$

$$A_t = B \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\phi_k} \left(\frac{H_t}{L_t}\right)^{\phi_h},\ B > 0,\ \phi_k, \phi_h \geq 0 \text{ og } 0 \leq \phi_k + \phi_h \leq \gamma \tag{3}$$

$$K_{t+1} = s_K Y_t + (1-\delta) K_t,\ 0 < s_K < 1,\ K_0 \text{ givet}, \tag{4}$$

$$H_{t+1} = s_H Y_t + (1-\delta) H_t,\ 0 < s_H < 1,\ H_0 \text{ givet}, \tag{5}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t,\ n > 0 \text{ og } L_0 \text{ givet}. \tag{6}$$

Ligning (2) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion, Y_t, som funktion af total faktor produktivitet (forkortet TFP), A_t, fysisk kapital, K_t, og human kapital, $H_t \equiv h_t L_t$. Ligning (3) er begrundet i "learning-by-doing", hvor det antages, at TFP potentielt afhænger positivt af kapital pr. arbejder, $k_t \equiv K_t/L_t$, og human kapital pr. arbejder, $h_t = H_t/L_t$. Ligningerne (4) and (5) beskriver, hvorledes fysisk kapital og human kapital udvikler sig over tid, hvor s_K (s_H) er opsparingsraten i fysisk (human) kapital og δ er nedslidningsraten. Ligning (6) angiver, hvordan arbejdsstyrken vokser over tid, hvor n er befolkningsvækstraten.

Det antages, at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten og, at der eksisterer faktormarkeder for ydelserne fra fysisk kapital og arbejdskraft, men ikke noget særskilt marked for human kapital. Den repræsentative virksomhed skal opfattes som lille i forhold til hele økonomien, hvorfor den ikke opfatter at have indflydelse på aggregerede størrelser. Den tager derfor A_t som en udefra given størrelse i sine produktionsbeslutninger. BNP pr. arbejder er defineret som $y_t \equiv Y_t/L_t$.

2.1

Vis ved at benytte ligningerne (2) og (3), at BNP pr. arbejder kan skrives som:

$$y_t = Bk_t^{\alpha+\phi_k} h_t^{\varphi+\phi_h}. \tag{7}$$

Hvilket skalaafkast udviser pr.-arbejder produktionsfunktionen i ligning (7), hvis $\phi_k + \phi_h = \gamma$?

2.2

De approksimative vækstrater i y_t, k_t, og h_t er defineret som henholdsvis $g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t$, $g_t^k \equiv \ln k_{t+1} - \ln k_t$ og $g_t^h \equiv \ln h_{t+1} - \ln h_t$. Vis at den approksimative vækstrate i BNP pr. arbejder kan skrives som:

$$g_t^y = (\alpha + \phi_k)\, g_t^k + (\varphi + \phi_h)\, g_t^h. \tag{8}$$

Det oplyses, at der i denne model findes en balanceret steady-state vækststi med positiv vækst, hvor fysisk-kapital pr. arbejder og human-kapital pr. arbejder vokser med samme hastighed (dermed er $x_t \equiv k_t/h_t$ konstant), såfremt $\phi_k + \phi_h = \gamma$. Find under disse forudsætninger vækstraten for BNP pr. arbejder i steady state.

I delspørgsmålene 2.3 og 2.4 skal du antage at $\phi_k = \phi_h = 0$.

2.3

Vis at transitionsligningerne for fysisk kapital pr. arbejder og human kapital pr. arbejder kan skrives som henholdsvis:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}\left(Bs_K k_t^{\alpha} h_t^{\varphi} + (1-\delta)k_t\right), \tag{9}$$

$$h_{t+1} = \frac{1}{1+n}\left(Bs_H k_t^{\alpha} h_t^{\varphi} + (1-\delta)h_t\right). \tag{10}$$

2.4

Beskriv vha. relevante diagrammer, hvordan økonomien udvikler sig over tid for givne initial værdier $k_0 > 0$ og $h_0 > 0$. Giv en intuitiv forklaring på hvorfor økonomien altid konvergerer mod steady-state værdierne:

$$
\begin{aligned}
k^* &= \left(\frac{s_K^{1-\varphi} s_H^{\varphi}}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\varphi}}, \\
h^* &= \left(\frac{s_K^{1-\alpha} s_H^{\alpha}}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\varphi}},
\end{aligned}
$$

og derfor ikke oplever vedvarende vækst i BNP pr. arbejder på trods af, at tilstedeværelsen af human kapital vil forstærke fysisk-kapital akkumulation.

I delspørgsmålene 2.5-2.7 skal du antage at $\phi_k + \phi_h = \gamma$.

2.5

Vis at man kan skrive en transitionsligning i fysisk-human kapital forholdet, $x_t \equiv k_t/h_t$, som:

$$
x_{t+1} = \frac{B s_K x_t^{\alpha+\phi_k} + (1-\delta)x_t}{B s_H x_t^{\alpha+\phi_k} + 1 - \delta}. \tag{11}
$$

2.6

Vis at steady-state værdien for fysisk-human kapital forholdet er givet ved:

$$
x^* = \frac{s_K}{s_H},
$$

og vis herefter, at x_t altid konvergerer mod x^*. Det oplyses, at betingelsen $\lim_{x\to\infty} \frac{\partial x_{t+1}}{x_t} < 1$ faktisk er opfyldt (og du behøver derfor ikke undersøge denne).

2.7

Vis først, at til ethvert tidspunkt kan de aproksimative vækstrater i fysisk kapital og human kapital skrives som henholdsvis.

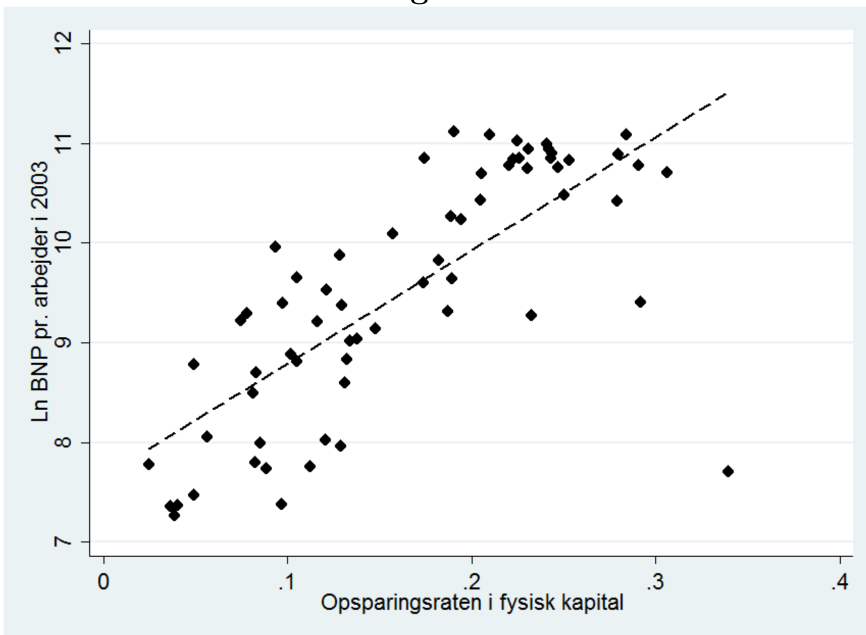
$$g_t^k = \ln\left(Bs_K\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\alpha+\phi_k-1}+(1-\delta)\right)-\ln(1+n), \tag{12}$$
$$g_t^h = \ln\left(Bs_H\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\alpha+\phi_k}+(1-\delta)\right)-\ln(1+n). \tag{13}$$

Beskriv dernæst med ord, hvordan disse to vækstrater udvikler sig over tid fra $x_0 < x^*$. Udled til sidst steady-state vækstraten for BNP pr. arbejder og forklar hvorfor denne afhænger negativt af befolkningsvækst.

2.8

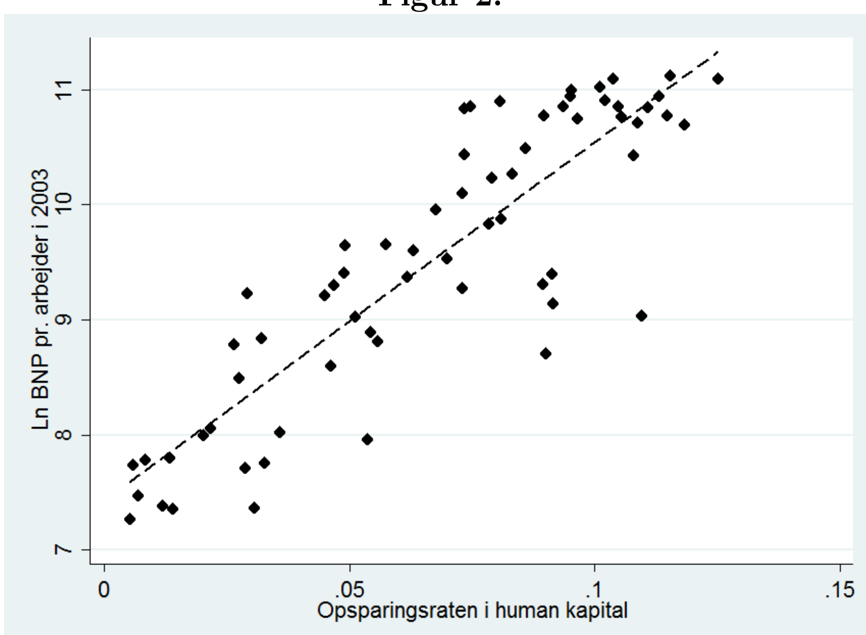
Diskuter med udgangspunkt i Figurerne 1 og 2 (på side 7), der viser den simple sammenhæng mellem BNP pr. arbejder i 2003 på den ene side og opsparingsrater i henholdsvis fysisk kapital og human kapital på den anden side, rimeligheden i den specifikke antagelse til delspørgsmålene 2.5-2.7 (dvs. $\phi_k = \phi_h = \gamma$). Inddrag også i denne diskussion generelle betragtninger omkring opsparingsrater i fysisk kapital og forskelle i levestandard på tværs af lande på lang sigt (jvf. resultater fra forskellige teoretiske modeller fra pensum).

Figur 1:



Noter: 1. aksen angiver opsparingsraten i fysisk kapital, s_K, og 2. aksen angiver ln BNP pr. arbejder i 2003. Den stiplede linje er den bedste rette linje (OLS). Observationerne er lande.

Figur 2:



Noter: 1. aksen angiver opsparingsraten i human kapital, s_H, og 2. aksen angiver ln BNP pr. arbejder i 2003. Den stiplede linje er den bedste rette linje (OLS). Observationerne er lande.