# Rettevejledning:

# Reeksamen på Økonomistudiet vinter 2019-20

## Makroøkonomi I

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

## 17. februar 2020

Dette eksamenssæt består af 7 sider inkl. denne forside.

Syg under eksamen: Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt. Derefter forlader du eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd! Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven:

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudie<br/>ordningens afs.  $4.12.\,$ 

## Opgave 1: Balanceret vækst

## 1.1

Redegør for begrebet "balanceret vækst" og forklar, hvordan dette begreb bruges i opbygningen af de teoretiske vækstmodeller i pensumbogen.

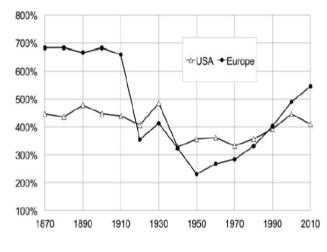
## Svar:

- 1. BNP pr. arbejder, kapital pr. arbejder, forbrug pr. arbejder og reallønnen vokser alle med en og samme konstante vækstrate,
- 2. Arbejdsstyrken (eller befolkningen) vokser med en konstant rate, BNP, samlet forbrug og mængden af kapital vokser med fælles rate,
- 3. Reallejsesatsen og kapital-output forholdet er konstante.

Begrebet balanceret vækst bruges teoretisk som en slags konsistenstjek på vækstmodeller: De skal gerne udvise balanceret vækst på langt sigt for grundlæggende at være i overensstemmelse med empirien (for udvalgte lande som USA, England og Danmark fx). Med andre ord, en "god" teoretiske vækstmodel skal helst udvise balanceret vækst.

## 1.2

Figur 1.2 er fra artiklen "Capital is back: wealth-income ratios in rich countries, 1700-2010" af T. Piketty og G. Zucman. Den viser kapital-output forholdet for USA og Europa fra 1870 til 2010. Forklar først kort, hvad Figur 1 betyder for økonomisk ulighed og diskuter derefter om disse data er forenelige med balanceret vækst.



Figur 1.2

## Svar:

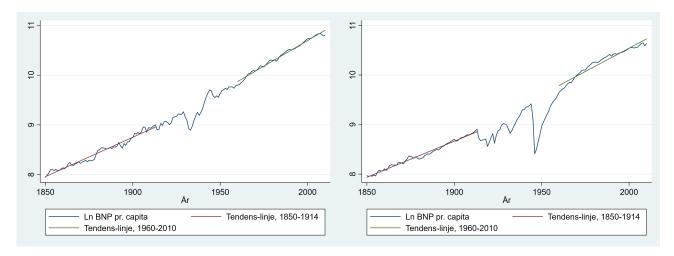
Man kan sige, at det faktum, at kapital-output forholdet er stigende fra 1950 og fremefter i Europa kan forbindes med øget ulighed, hvor "kapital ejerne" bliver relativt rigere (tilbage til ulighedsniveauet før-WWI).

På den balanceret vækststi skal kapital-output forholdet være konstant (jvf. spm 1.1). Hvis vi kigger på USA, så kan man godt argumentere for dette er opfyldt, hvorimod for Europa er der tydelige ændringer i kapital-output forholdet over perioden. Umiddelbart kunne man derfor argumentere for, at udviklingen i Europa ikke er foreneligt med balanceret-vækst begrebet. Men balanceret vækst – som beskrevet i spm 1.1 – skal forstås ift. konstante strukturelle karakteristika og uden større økonomiske choks. Europa har over perioden 1914-1945 være centrum for hele to verdenskrige, der måske har skubbet kapital-output forholdet ned til et midlertidigt lavere niveau. Udviklingen efter 2. verdenskrig kan man så beskrive som "konvergens" hen imod det gamle "normale" niveau.

## 1.3

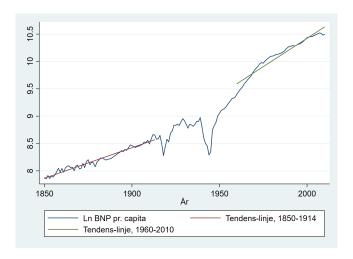
Figur 1.3A-1.3C viser udviklingen i ln til BNP pr. capita for USA, Tyskland og Frankrig (blå kurver) og de rette linjer er tendens-linjer for tidsperioderne 1850-1914 og 1960-2010. Forklar først hvad figurerne fortæller os om konvergens og diskuter derefter om disse data er forenelige

med balanceret vækst.



Figur 1.3A: USA

Figur 1.3B: Tyskland



Figur 1.3C: Frankrig

## Svar:

I Figur 1.3B og 1.3C ser vi, i hvert fald, tegn på konvergens efter 2. verdenskrig. I både Frankrig og Tyskland er det rimeligt at antage, at en masse fysisk kapital blev ødelagt som følge af 2. verdenskrig. Dette betyder, at kapital pr. arbejder er lavere end hvad den ville have været, hvis 2. verdenskrig ikke havde fundet sted. Hvis der er konvergens, vil det betyde, at vækstraten i kapital pr. arbejder (og dermed BNP pr. arbejder) vil være højere i efterkrigsårene. Dette er

hvad de blå kurver viser; dvs. mønsteret i BNP pr. arbejder følger, hvad en Solowmodel (med konvergens) vil forudsige som følge af et sådant chok.

Balanceret-vækst begrebet siger, at vækstraten i BNP pr. arbejder (eller capita) er konstant på den balanceret vækststi (jvf. spm 1.1.). Figur 1.3A viser at dette i grove træk er tilfældet for USA over hele perioden. Hældningen på tendenslinjerne angiver den årlige gennemsnitlige vækstrate for de to delperioder. De ser ud til at være nogenlunde ens, hvilket vil sige at USA har oplevet, mere eller mindre, den samme vækstrate i BNP pr. capita både før og efter de to verdenskrige. Det samme gøre sig groft set gældende for Tyskland. Som lige beskrevet, er der dog et tydeligt skub væk fra den balanceret vækststi under de to verdenskrige med "catch-up vækst" (eller konvergens) efter 2. verdenskrig. For Frankrig er beviserne ikke ligeså klare. Som nævnt ovenfor er der "catch-up vækst" efter 2. verdenskrig, men hvis man sammenligninger hældninger på de to tendenslinjer (hhv. 1850-1914 og 1960-2010) kan man godt argumentere for, at hældningen for den sene periode er øget (= højere årlig BNP pr. capita vækst), hvilket som sådan ikke er overensstemmelse med balanceret vækst - set over hele tidsperioden. På den anden side, og som nævnt i svaret til spm, 1.2., så skal balanceret vækst forstås ift. konstante strukturelle karakteristika og disse kan være ændret mellem de to tidsperioder for Frankrig. Bemærk, hvis den studerende tolker de franske data på samme måde som de tyske data, og dermed konkluderer, at beviserne er i tråd med balanceret vækst, så er det også ok!

## Opgave 2: Solowmodel med olie og klimaforandringer

Ligningerne (1)-(7) nedenfor udgør en Solowmodel for en lukket økonomi med en udtømmelig naturressource (olie) og økonomiske skader fra klimaforandringer:

$$Y_t = [1 - D_t] K_t^{\alpha} (A_t L_t)^{\beta} E_t^{\varepsilon}, \ \alpha, \beta, \varepsilon > 0, \ \alpha + \beta + \varepsilon = 1, \tag{1}$$

$$D_t = 1 - \left(\frac{R_t}{R_0}\right)^{\phi}, \ \phi \ge 0, \tag{2}$$

$$R_{t+1} = R_t - E_t, \ R_0 > 0 \text{ givet},$$
 (3)

$$E_t = s_E R_t, \ 0 < s_E < 1,$$
 (4)

$$K_{t+1} = sY_t + (1 - \delta)K_t, \ 0 < s < 1, \ 0 < \delta < 1, \ K_0 > 0 \text{ givet},$$
 (5)

$$L_{t+1} = (1+n)L_t, \ L_0 > 0 \text{ givet},$$
 (6)

$$A_{t+1} = (1+g)A_t, A_0 > 0 \text{ givet.}$$
 (7)

Ligning (1) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion eller output  $(Y_t)$  som funktion af fysisk kapital  $(K_t)$ , arbejdere  $(L_t)$ , teknologiniveauet  $(A_t)$  og olie  $(E_t)$ . Det antages, at klimaforandringer reducerer produktionen med én andel  $D_t$ ; dvs. en skadet del af produktionen  $(D_tY_t)$  mistes og andelen  $1 - D_t$  af produktionen "overlever" til forbrug og investeringer. Skaderne ved klimaforandringer er givet ved ligning (2), hvor den grundlæggende ide er, at klimaskaderne afhænger af det samlede forbrug af oliebeholdningen. Fx hvis økonomien ikke har brugt af oliebeholdningen  $(R_t = R_0)$ , så er der ingen  $CO_2$  i atomsfæren, hvilket betyder at klimaet er uforandret og der er ingen klimaøkonomiske skader  $(D_t = 0)$  og 100% af produktionen overlever. Udviklingen i den samlede oliebeholdningen  $(R_t)$  er beskrevet ved ligningerne (3) og (4), hvor  $E_t$  er forbruget af olie i produktionen og  $s_E$  er udvindingsraten. Fysisk kapital udvikler sig som beskrevet ved ligning (5), hvor s er opsparingsraten og  $\delta$  er nedslidningsraten. Ligningerne (6) og (7) angiver, hvordan teknologiniveauet  $(A_t)$  og abejdere  $(L_t)$  udvikler sig over tid.

Udover at inkludere økonomiske skader fra klimaforandringer fungerer modellen ligesom i pensumbogens kapitel 7, hvilket vil sige, at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten, og der eksisterer faktormarkeder for fysisk kapital og arbejdskraft osv. Vi anvender

følgende definitioner:  $y_t \equiv Y_t/L_t$ ,  $k_t \equiv K_t/L_t$ ,  $e_t \equiv E_t/L_t$  og  $z_t \equiv k_t/y_t$ . Endvidere defineres de approksimative vækstrater for BNP og kapital pr. arbejder:  $g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t$  og  $g_t^k \equiv \ln k_{t+1} - \ln k_t$ .

## 2.1

Vis at BNP pr. arbejder kan skrives som:

$$y_t = [1 - D_t] k_t^{\alpha} A_t^{\beta} e_t^{\varepsilon}. \tag{8}$$

Vis endvidere at den approksimative vækstrate i BNP pr. arbejder er givet ved:

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta g - \varepsilon n - \varepsilon s_E, \tag{9}$$

hvis  $\phi=0$ . Hvorfor reduceres væksten i BNP pr. arbejder, når befolkningsvæksten øges (dvs.  $\partial g_t^y/\partial n<0$ )?

## Svar:

Divider begge sider af ligning (1) med  $L_t$ :

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{[1 - D_t] K_t^{\alpha} (A_t L_t)^{\beta} E_t^{\varepsilon}}{L_t} \Leftrightarrow 
y_t = [1 - D_t] \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} \left(\frac{A_t L_t}{L_t}\right)^{\beta} \left(\frac{E_t}{L_t}\right)^{\varepsilon} \Leftrightarrow 
y_t = [1 - D_t] k_t^{\alpha} A_t^{\beta} e_t^{\varepsilon}.$$

Hvis  $\phi = 0 \Rightarrow D_t = 0$  og  $y_t = k_t^{\alpha} A_t^{\beta} e_t^{\varepsilon}$ . Den approksimative vækstrate findes ved at tage ln til produktionsfunktionen i t og t+1 og trække disse fra hinanden:

$$\ln y_t = \alpha \ln k_t + \beta \ln A_t + \varepsilon \ln e_t$$
$$\ln y_{t+1} = \alpha \ln k_{t+1} + \beta \ln A_{t-1} + \varepsilon \ln e_{t+1}$$

$$g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t = \alpha \ln k_{t+1} + \beta \ln A_{t+1} + \varepsilon \ln e_{t+1} - (\alpha \ln k_t + \beta \ln A_t + \varepsilon \ln e_t) \Leftrightarrow$$

$$g_t^y = \alpha (\ln k_{t+1} - k_t) + \beta (\ln A_{t+1} - \ln A_t) + \varepsilon (\ln e_{t+1} - \ln e_t) \Leftrightarrow$$

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta g + \varepsilon (\ln e_{t+1} - \ln e_t).$$

Vækstraten i olie pr. arbejder  $\ln e_{t+1} - \ln e_t$  kan omskrives til:

$$\ln e_{t+1} - \ln e_t = \ln \frac{E_{t+1}}{L_{t+1}} - \ln \frac{E_t}{L_t} = \ln E_{t+1} - \ln E_t - (\ln L_{t+1} - \ln L_t)$$

brug nu at  $s_E R_t$ 

$$\ln e_{t+1} - \ln e_t = \ln s_E R_{t+1} - \ln s_E R_t - n$$

 $og ln R_{t+1} - ln R_t = -s_E$ 

$$\ln e_{t+1} - \ln e_t = -s_E - n$$

 $\Rightarrow$ 

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \beta g - \varepsilon s_E - \varepsilon n$$

I denne model er der DRS til  $K_t$  og  $A_tL_t$  som følge af den udtømmelig ressource (olie) i produktionsfunktionen. Hvis man øger befolkningsvæksten vil man lægge yderligere pres på den udtømmelig ressource, hvilket reducerer produktiviteten og dermed væksten i BNP pr. arbejder.

#### 2.2

Start med at skitsere hvordan de klimaøkonomiske skader  $(D_t)$  udvikler sig over tid hvis  $\phi > 0$ . Derefter svar på hvor stor en andel af produktionen, der "tabes" til klimaforandringer i år t = 50, hvis  $s_E = 0,005$  og  $\phi = 1$ ?

## Svar:

Indsæt ligning (4) i ligning (3):

$$R_{t+1} = R_t - s_E R_t = (1 - s_E) R_t.$$

Dette er 1. ordens lineær differensligning, der har følgende løsning:

$$R_t = R_0 (1 - s_E)^t,$$

denne kan indsættes i ligning (2):

$$D_t = 1 - \left(\frac{R_0(1 - s_E)^t}{R_0}\right)^{\phi} = 1 - (1 - s_E)^{\phi t}.$$

Det ses at de klimaøkonomiske skader  $(D_t)$  er en konkav stigende funktion, der går igennem (0,0) og går asymptotisk mod 1. Andelen af produktionen, der tabes i t=50 er  $D_{50}=1-(1-0.005)^{50}=0.22$ . Dvs. kun 78% af produktionen "overlever" klimaskaderne på økonomien.

## 2.3

Vis at under balanceret vækst - hvor det gælder at  $z_{t+1} = z_t = z^*$  - kan den approksimative vækstrate i BNP pr. arbejder udtrykkes som:

$$g^{y} = \frac{\beta}{\beta + \varepsilon} g - \frac{\varepsilon}{\beta + \varepsilon} n - \frac{\varepsilon}{\beta + \varepsilon} s_{E} - \frac{\phi}{\beta + \varepsilon} s_{E}. \tag{10}$$

Givet plausible parameterværdier (dvs.  $\alpha = 0, 2$ ;  $\beta = 0, 6$ ; g = 0, 027; n = 0, 01;  $s_E = 0, 005$ ), hvor stor en betydning har klimaforandringer for steady-state vækst i BNP pr. arbejder? Hint: dit svar kan tage udgangspunkt i, at størrelsen af  $\phi$  er ubekendt.

## Svar:

Start med pr. arbeider produktionsfunktionen:

$$y_t = [1 - D_t] k_t^{\alpha} A_t^{\beta} e_t^{\varepsilon},$$

og indsæt at  $1 - D_t = \left(\frac{R_t}{R_0}\right)^{\phi}$ 

$$y_t = \left(\frac{R_t}{R_0}\right)^{\phi} k_t^{\alpha} A_t^{\beta} e_t^{\varepsilon},$$

tag nu ln til begge sider i t og t+1 og træk fra hinanden:

$$g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t = \phi \ln R_{t+1} - \ln R_0 + \alpha \ln k_{t+1} + \beta \ln A_{t+1} + \varepsilon \ln e_{t+1} - (\phi \ln R_t - \ln R_0 + \alpha \ln k_t + \beta \ln A_t + \varepsilon \ln e_t)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$g_t^y = \phi (\ln R_{t+1} - \ln R_t) + \alpha (\ln k_{t+1} - k_t) + \beta (\ln A_{t+1} - \ln A_t) + \varepsilon (\ln e_{t+1} - \ln e_t) \Leftrightarrow$$

$$g_t^y = \phi (\ln R_{t+1} - \ln R_t) + \alpha g_t^k + \beta g_t - s_t - n_t,$$

fra del spm 2.2 vides det at  $\ln R_{t+1} - \ln R_t = -s_E$ , hvilket nu indsættes:

$$g_t^y = -\phi s_E + \alpha g_t^k + \beta g - \varepsilon s_E - \varepsilon n,$$

på den balanceret vækststi er  $g_t^y = g_t^k = g^y$ :

$$g^{y} = -\phi s_{E} + \alpha g^{y} + \beta g - \varepsilon s_{E} - \varepsilon n$$

$$g^{y}(1 - \alpha) = \beta g - \varepsilon s_{E} - \varepsilon n - \phi s_{E}$$

$$g^{y} = \frac{\beta}{1 - \alpha} g - \frac{\varepsilon}{1 - \alpha} s_{E} - \frac{\varepsilon}{1 - \alpha} n - \frac{\phi}{1 - \alpha} s_{E},$$

brug nu at  $1 - \alpha = \beta + \varepsilon$ 

$$g^{y} = \frac{\beta}{\beta + \varepsilon}g - \frac{\varepsilon}{\beta + \varepsilon}n - \frac{\varepsilon}{\beta + \varepsilon}s_{E} - \frac{\phi}{\beta + \varepsilon}s_{E}.$$

Vi kan nu vurdere vækstfradraget, der opstår som følge af klimaskader med de plausible parameterværdier ( $\alpha = 0, 2$ ;  $\beta = 0, 6$ ; g = 0, 027; n = 0, 01;  $s_E = 0, 005$ ). Størrelsen af  $\phi$  er dog ubekendt. En måde at anskue det på er at tjekke, hvor stor  $\phi$  skal være for, at vi ender med stagnation (dvs.  $g^y = 0$ ).

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & \frac{0,6}{0,8}*0,027 - \frac{0,2}{0,8}*0,01 - \frac{0,2}{0,8}*0,005 - \frac{\phi}{0,8}*0,005 \\ 0 & = & 0,6*0,027 - 0,2*0,01 - 0,2*0,005 - \phi*0,005 \\ \phi*0,005 & = & 0,0132 \\ \phi & = & \frac{0.0132}{0.005} = 2,64. \end{array}$$

Hvis vi er på den balanceret vækssti fra år t=0, så betyder  $\phi=2,64$  klimaøkonomiske skader efter 100 år, der er  $D_{100}=1-(1-0,005)^{2,64*100}=0.73$ . Dvs. kun 27% af produktionen "overlever". Er  $\phi=2,64$  og økonomiske skader på 73% efter 100år realistisk? Det har den studerende ikke noget basis for at besvare, men hvis man kigger på den klimaøkonomiske litteratur, så er "worst-case" klimascenarie forbundet med omkring 20% skader efter 100år, hvilket tyder på at  $\phi=2,64$  er for høj. Pointen med denne del af opgave er dog, at den studerende skal indse, at de klimaforandringernes effekt på økonomisk vækst afhænger af størrelsen på parameteren  $\phi$ , der som sådan er ubekendt for den studerende, men man kan så lave "følsomhedsanalyser" ud fra dette (fx hvor stor skal  $\phi$  være for at give stagnation - hvad betyder det for omfanget af de økonomiske skader i år t osv.).

## 2.4

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for kapital-output forholdet:

$$z_{t+1} = \left(\frac{1}{1 - s_E}\right)^{\varepsilon + \phi} \left(\frac{1}{(1 + n)(1 + g)}\right)^{\beta} (s + (1 - \delta)z_t)^{1 - \alpha} z_t^{\alpha}. \tag{11}$$

Hvordan påvirker klimaforandringer kapital-output forholdet? Begrund dit svar.

## Svar:

Definition af  $z_{t+1}$ :

$$z_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{Y_{t+1}} = \frac{K_{t+1}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_0}\right)^{\phi} K_{t+1}^{\alpha} (A_{t+1} L_{t+1})^{\beta} E_{t+1}^{\varepsilon}} = \frac{K_{t+1}^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_0}\right)^{\phi} (A_{t+1} L_{t+1})^{\beta} E_{t+1}^{\varepsilon}}$$

Indsæt nu kapitalakkumulationsligningen i tælleren og  $E_{t+1} = s_E R_{t+1}$  nævneren:

$$z_{t+1} = \frac{\left(sY_{t} + (1 - \delta)K_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} E_{t+1}^{\varepsilon}} \Leftrightarrow \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} E_{t+1}^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{1-\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi} \left(A_{t+1}L_{t+1}\right)^{\beta} \left(s_{E}R_{t+1}\right)^{\varepsilon}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\phi}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\alpha}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\alpha}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\alpha}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\alpha}} Y_{t}^{1-\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{\left(s + (1 - \delta)z_{t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{R_{t+1}}{R_{0}}\right)^{\alpha}} Y_{t}^{1-\alpha} Y_{t}^{1-\alpha} Y_{t}^{1-\alpha} Y_{t}^{1-\alpha} Y_{t}$$

indsæt nu  $R_{t+1} = (1 - s_E)R_t$ ,  $A_{t+1} = (1 + g)A_t$  og  $L_{t+1} = (1 + n)L_t$ :

$$z_{t+1} = \frac{(s + (1 - \delta)z_t)^{1-\alpha}}{\left(\frac{(1-s_E)R_t}{R_0}\right)^{\phi} \left((1+g)A_t(1+n)L_t\right)^{\beta} \left((1-s_E)s_ER_t\right)^{\varepsilon}} Y_t^{1-\alpha} \Leftrightarrow \frac{(s + (1-\delta)z_t)^{1-\alpha}}{(1-s_E)^{\phi+\varepsilon} \left((1+n)(1+g)\right)^{\beta} \left(\frac{R_t}{R_0}\right)^{\phi} \left(A_tL_t\right)^{\beta} \left(E_t\right)^{\varepsilon}} Y_t^{1-\alpha} \frac{K_t^{\alpha}}{K_t^{\alpha}} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{(s + (1-\delta)z_t)^{1-\alpha}}{(1-s_E)^{\phi+\varepsilon} \left((1+n)(1+g)\right)^{\beta} Y_t} Y_t^{1-\alpha} K_t^{\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{(s + (1-\delta)z_t)^{1-\alpha}}{(1-s_E)^{\phi+\varepsilon} \left((1+n)(1+g)\right)^{\beta}} Y_t^{-\alpha} K_t^{\alpha} \Leftrightarrow z_{t+1} = \frac{(s + (1-\delta)z_t)^{1-\alpha}}{(1-s_E)^{\phi+\varepsilon} \left((1+n)(1+g)\right)^{\beta}} z_t^{\alpha}$$

$$z_{t+1} = \left(\frac{1}{1-s_E}\right)^{\varepsilon+\phi} \left(\frac{1}{(1+n)(1+g)}\right)^{\beta} (s + (1-\delta)z_t)^{1-\alpha} z_t^{\alpha}.$$

Det kan ses ud af ligning (11), at klimaforandringer påvirker kapital-output forholdet igennem faktoren  $(1/(1-s_E))^{\varepsilon+\phi}$ . Hvis  $s_E$  øges vil de økonomiske skader ved klimaforandringer øges og kapital-output forholdet stiger. Det samme gør sig gældende for  $\phi$ . Dvs. stærkere klimaforandringer vil øge kapital-output forholdet. Dette skyldes af klimaforandringer påvirker output direkte (igennem produktionsfunktionen) og kapitalakkumulering indirekte via reduceret output og dermed reduceret opsparing.

I de næste to delspørgsmål (2.5 og 2.6) skal du simulere modellen vha. Excel. Til dette formål skal du bruge følgende parameterværdier:

$$\alpha = 0, 2; \ \beta = 0, 6; \ \delta = 0, 05; \ s = 0, 3;$$

$$g = 0, 027; \ n = 0, 01; \ s_E = 0, 005;$$

$$A_0 = K_0 = L_0 = R_0 = 1.$$
(12)

## 2.5

Vis vha. simulering i Excel, at modellen udviser balanceret vækst - både med og uden klimaforandringer (dvs. for  $\phi = 0, 5$  og  $\phi = 0$ ). Du skal vedlægge en relevant(e) figur(er), der viser dette fra din simulering som svar. Hint: for at vise balanceret vækst må du gerne nøjes med at vise, at kapital pr. arbejder og BNP pr. arbejder vokser med samme hastighed.

Hvad er vækstraten i BNP pr. arbejder på den balanceret vækststi med og uden klimaforandringer?

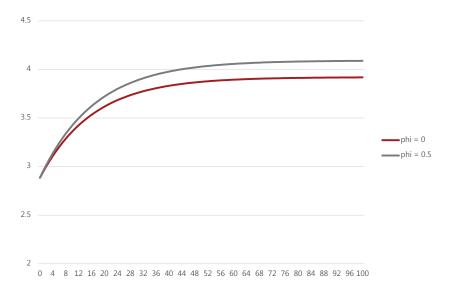
## Svar:

Som hintet antyder, så er en oplagt måde at vise modellen udviser balanceret vækst på at undersøge, hvordan kapital-output forholdet udvikler sig over tid. Dette er gjort for  $\phi = 0, 5$  og  $\phi = 0$  i Figur 2.5. Den røde kurve er for  $\phi = 0$  og den grå kurve er for  $\phi = 0, 5$ , og i begge scenarier går kapital-output forholdet mod et konstant niveau ( $z_{100}^{\phi=0} = 3.92$  og  $z_{100}^{\phi=0,5} = 4.09$ ).

Man behøver ikke simulering til at beregne vækstraten i BNP pr. arbejder på den balanceret vækststi, men bare ligning (10):

$$g^{y|\phi=0} = \frac{0,6}{0,8} * 0,027 - \frac{0,2}{0,8} * 0,01 - \frac{0,2}{0,8} * 0,005 = 0,0165 = 1,65\%$$

$$g^{y|\phi=0,5} = \frac{0,6}{0,8} * 0,027 - \frac{0,2}{0,8} * 0,01 - \frac{0,2}{0,8} * 0,005 - \frac{0,5}{0,8} * 0,005 = 0,0133 = 1,33\%$$



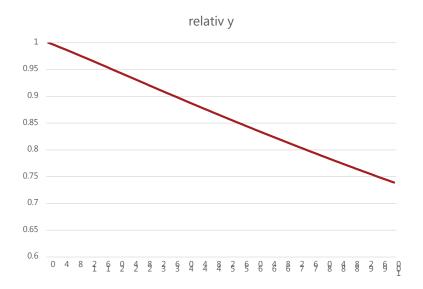
Figur 2.5

## 2.6

Vis vha. simulering i Excel, hvordan BNP pr. arbejder udvikler sig med klimaforandringer  $(\phi = 0, 5)$  relativt til BNP pr. arbejder uden klimaforandringer  $(\phi = 0)$  fra år t = 0 til år t = 100 (dvs.  $y_t^{\phi=0,5}/y_t^{\phi=0}$ ). Hvor meget lavere er BNP pr. arbejder (i %) efter 100 år med klimaforandringer relativt til et scenarie uden klimaforandringer?

## Svar:

Figur 2.6 viser udviklingen i relativ BNP pr. arbejder. Det aflæses at  $y_{100}^{\phi=0.5}/y_{100}^{\phi=0}=0,74$ , hvilket vil sige at BNP pr. arbejder er ca. 26% lavere efter 100år relativt til en situation uden klimaforandringer.



Figur 2.6

## 2.7

Du skal til sidst reflektere over robustheden af dine resultater i Opgave 2. Her skal du særligt fokusere på, hvorfor det er er muligt at have positiv langsigtet vækst i BNP pr. arbejder - jvf. ligning (10) - på trods af, at de økonomiske skader fra klimaforandringer vil nærme sig 100% over tid (dvs.  $t \to \infty \Rightarrow D_t \to 1$ ).

## Svar:

Svaret på dette delspørgsmål følger parrallet diskussion om, hvorfor det er muligt at have langsigtet positiv økonomisk vækst med udtømmelige ressourcer og hvad grunden til dette er (kap 7). Dette skyldes altså Cobb-Douglas produktionsfunktionen og hvordan vi har antaget de økonomiske skader indgår i denne:

$$Y_t = \left(\frac{R_t}{R_0}\right)^{\phi} K_t^{\alpha} (A_t L_t)^{\beta} E_t^{\varepsilon},$$

derfor når  $R_t \to 0$  (og  $D_t \to 1$ ) kan vi kompensere for dette eftersom  $A_t \to \infty$ . Hvis "substituérbarheden" mellem de klimaøkonomiske skader og teknologi ændres (i form af en anden type produktionsfunktion) ændres dette resultat. I kap 7 forsvarede vi denne høje grad af substituérbarhed ml. olie og teknologi via "markedet" (når der kun er en tønde olie tilbage

er prisen på denne tønde uendelig og dermed bliver incitamentet til at forske og udvikle en alternativ energikilde meget højt). I tilfældet med klimaforandringer er der umiddelbart intet marked for  $CO_2$  og dermed er det ikke sikkert, at markedet kan bruges som argument for høj substituérbarhed. Men på den anden side kan der være et marked for teknologier, der afhjælper skader fra klimaforandringer.