Rettevejledning til eksamensopgave i

Miljø-, ressource-og klimaøkonomi

Kandidatfag

Eksamen afholdt den 12. juni 2014

3 timers prøve uden hjælpemidler

(Bemærk: De anførte vægte til de enkelte opgaver er kun indikative. Ved bedømmelsen vil der blive anlagt en helhedsvurdering af besvarelserne)

OPGAVE 1. CO_2-afgift og drivhusgasudledning (Indikativ vægt: 2/3)

I denne opgave skal vi undersøge betingelserne for, at indførelse af en afgift på fossile brændsler kan bidrage til at dæmpe den globale opvarmning. Vi benytter følgende notation:

P = markedspris (forbrugerpris) på en enhed af det fossile brændsel

c = omkostning ved udvinding af en enhed af det fossile brændsel

S = aktuel reservebeholdning af det fossile brændsel

R = løbende udvinding af det fossile brændsel

τ = stykafgift på forbrug af det fossile brændsel ("CO_2-afgift")

Π = nutidsværdi af profit for den repræsentative ressourceejer

r = markedsrente (konstant)

t = tiden

Vi starter med at se på en situation, hvor udvindingsomkostningen per enhed er konstant, og hvor der ikke findes en backstop-teknologi, der fuldstændigt kan udkonkurrere det fossile brændsel, når brændselsprisen kommer op på et vist niveau. På tidspunkt nul er nutidsværdien af profitten for den repræsentative ejer af den fossile brændselsreserve derfor givet ved

$$\Pi(0) = \int_0^\infty [P(t) - c - \tau(t)] R(t) e^{-rt} dt, \tag{1}$$

hvor e er eksponentialfunktionen. På tidspunkt nul er der en eksogent given initial reservebeholdning S_0 af det fossile brændsel. Reservebeholdningen nedbringes over tid i takt med den løbende ressourceudvinding:

$$\dot{S} \equiv \frac{dS}{dt} = -R(t). \tag{2}$$

Ressourceejeren tager markedsprisen P for udefra givet (fuldkommen konkurrence) og skal maksimere objektfunktionen (1) under bibetingelse af (2), givet at $R(t)$ og $S(t)$ ikke kan være negative. Ressourceejerens kontrolvariabel er den løbende udvinding $R(t)$, mens tilstandsvariablen er $S(t)$. Bemærk, at brændselsafgiften $\tau(t)$ kan ændre sig over tid. Også denne variabel er naturligvis eksogen set fra ressourceejerens synspunkt.

Spørgsmål 1.1. Udled ressourceejerens førsteordensbetingelser for løsning af ovennævnte maksimeringsproblem.

Svar på spørgsmål 1.1: Hamilton-funktionen i løbende værdi bliver

$$H = (P - c - \tau) R - \mu R,$$

hvor μ er skyggeprisen på ressourcebeholdningen S, og hvor vi for nemheds skyld har undladt at angive, at P, τ, R og μ alle er funktioner af tiden t. Førsteordensbetingelserne for løsning af ressourceejerens problem bliver da

$$\frac{\partial H}{\partial R} = 0 \Longrightarrow$$
$$P - c - \tau = \mu, \tag{i}$$

$$\dot{\mu} = r\mu - \frac{\partial H}{\partial S} \Longrightarrow$$
$$\dot{\mu} = r\mu. \tag{ii}$$

$$\text{Transversalitetsbetingelse:} \quad \lim_{t\to\infty} e^{-rt}\mu(t) S(t) = 0. \tag{iii}$$

(Bemærk: Da transversalitetsbetingelsen (iii) ikke bruges i spm. 1.2 og 1.3, bør det ikke ses som en fejl, hvis denne betingelse ikke er inkluderet i besvarelsen af spørgsmål 1.1)

Ovenfor er førsteordensbetingelserne udledt ved brug af Hamilton-funktionen i løbende værdi. Det er naturligvis lige så korrekt at benytte Hamilton-funktionen i nutidsværdi (H^p), der har følgende udseende, hvor μ^p er skyggeprisen på naturressourcen opgjort i nutidsværdi:

$$H^p = [(P - c - \tau) R] e^{-rt} - \mu^p R.$$

Førsteordensbetingelserne bliver da

$$\frac{\partial H^p}{\partial R} = 0 \quad \Longrightarrow \quad (P - c - \tau) e^{-rt} = \mu^p, \tag{ia}$$

$$\dot{\mu}^p = -\frac{\partial H^p}{\partial S} \quad \Longrightarrow \quad \dot{\mu}^p = 0. \tag{iia}$$

$$\text{Transversalitetsbetingelse:} \quad \lim_{t\to\infty} \mu^p(t) S(t) = 0. \tag{iiia}$$

Spørgsmål 1.2. Vis ud fra førsteordensbetingelserne, at en optimal udnyttelse af den udtømmelige ressource kræver opfyldelse af følgende regel, hvor en prik over en variabel angiver den afledede med hensyn til tiden, og hvor vi for nemheds skyld har droppet den eksplicitte tidsangivelse:

$$\dot{P} - \dot{\tau} = r\left(P - c - \tau\right). \tag{3}$$

Giv en økonomisk fortolkning af denne optimumsbetingelse.

Svar på spørgsmål 1.2: Ved at differentiere (i) med hensyn til tiden får man (idet c er konstant):

$$\dot{\mu} = \dot{P} - \dot{\tau}. \tag{iv}$$

Af (ii) og (iv) følger, at

$$\dot{P} - \dot{\tau} = r\mu. \tag{v}$$

Ved brug af (i) kan man nu eliminere μ fra (v), hvorved man får (3). Venstresiden af (3) angiver angiver den merindkomst, som ressourceejeren kan opnå "i morgen" ved at udskyde udvindingen af en enhed af det fossile brændsel fra "i dag" til "i morgen". Venstresiden kan således tolkes som afkastet af investering i naturkapital. Afkastet består af den kapitalgevinst $\dot{P}$, der opnås ved, at brændselsprisen stiger over tid, fratrukket en eventuel stigning i brændselsafgiften, $\dot{\tau}$. Højresiden af (3) angiver den merindkomst, som ressourceejeren kan opnå "i morgen" ved at udvinde en ekstra enhed af ressourcen i dag. Ved udvinding og salg af en ekstra ressourceenhed opnås ressourcerenten $P - c - \tau$. Når dette beløb investeres i kapitalmarkedet, opnås "i morgen" en ekstra indkomst på $r\left(P - c - \tau\right)$. Ligning (3) udtrykker således, at det i en markedsligevægt er lige fordelagtigt for ressourceejeren at udvinde en ekstra brændselsenhed i dag og at udskyde udvindingen af den ekstra enhed til i morgen. Opfyldelse af ligning (3) sikrer med andre ord, at ressourceejeren har optimeret ressourceudvindingen over tid. Ligning (3) kan ses som en variant af Hotelling-reglen.

Resultatet i (3) kan alternativt udledes af førsteordensbetingelserne (ia) og (iia). Ved at differentiere (ia) med hensyn til tiden får man

$$\left(\dot{P} - \dot{\tau}\right) e^{-rt} - r\left(P - c - \tau\right) e^{-rt} = \dot{\mu}^{p}. \tag{iva}$$

Indsættelse af (iia) i (iva) giver efter omordning resultatet i (3).

Antag nu, at brændselsafgiften på tidspunkt t er givet ved

$$\tau(t) = \tau_0 e^{gt}, \qquad \tau_0 > 0, \qquad g \geq 0, \tag{4}$$

hvor τ_0 er afgiften på tidspunkt 0, og hvor g er en konstant.

Spørgsmål 1.3. Forklar ved brug af (3) og (4), under hvilke betingelser brændselsafgiften kan give anledning til et "grønt paradoks" i klimapolitikken (Vink: Hvor stor skal g være for, at afgiften tilskynder til en fremskyndelse af ressourceudvindingen?)

Svar på spørgsmål 1.3: Af (4) følger, at

$$\dot{\tau} \equiv \frac{d\tau}{dt} = g\tau_0 e^{gt} \Longrightarrow$$

$$\dot{\tau} = g\tau. \tag{vi}$$

Ved at indsætte (vi) i (3) får vi

$$\dot{P} = r(P - c) + (g - r)\tau. \tag{vii}$$

Ved en positiv brændselsafgift vil det sidste led på højresiden af (vi) være positivt, hvis $g > r$. I denne situation vil afgiften derfor ifølge (vii) alt andet lige øge brændselsprisens stigningstakt ($\dot{P}$), hvilket indikerer, at ressourceudvindingen foregår hurtigere, således at knapheden på det fossile brændsel stiger hurtigere end i situation uden en brændselsafgift. Dermed får vi altså en variant af Sinn's "grønne paradoks", hvor en klimapolitik, der bliver stadigt mere ambitiøs over tid, fremskynder udvindingen af fossile brændsler og dermed forværrer klimaproblemet. Når $g > r$, vil nutidsværdien af brændselsafgiften ($e^{-rt}\tau = \tau_0 e^{(g-r)t}$) nemlig være stigende over tid, hvilket giver ressourcejerne et incitament til at fremskynde brændselsudvindingen.

Hvis vi omvendt har $g < r$, vil nutidsværdien af brændselsafgiften være faldende over tid, hvilket tilskynder ressourcejerne til at udskyde ressourceudvindingen, hvorved tempoet i den globale opvarmning sænkes. Den langsommere ressourceudvinding afspejles i, at afgiften ifølge (vii) alt andet lige vil reducere $\dot{P}$, når $g < r$.

Vi har ovenfor antaget, at udvindingsomkostningen per enhed er konstant. I det følgende antager vi i stedet, at udvindingsomkostningen afhænger af den akkumulerede ressourceudvinding, som på tidspunkt t er lig med $S_0 - S(t)$. Vi antager således nu, at omkostningen ved udvinding af det fossile brændsel er givet ved funktionen

$$c(t) = c(S_0 - S(t)), \qquad c' > 0. \tag{5}$$

Spørgsmål 1.4. Diskutér kort begrundelsen for specifikationen i ligning (5).

Svar på spørgsmål 1.4: Specifikationen i (5) kan begrundes med, at ikke alle forekomster af fossile brændsler er lige let tilgængelige. Omkostningsminimerende ressourceejere vil starte med at udvinde de lettest tilgængelige forekomster, hvor udvindingsomkostningen per enhed er lavest. Efterhånden som de lettere tilgængelige forekomster udtømmes, går man videre til de mindre tilgængelige, som er dyrere at udvinde. I takt med, at den akkumulerede udvinding $S_0 - S$ stiger, vil udvindingsomkostningen per enhed derfor også stige, hvilket forklarer antagelsen $c' > 0$ i (5).

Foruden antagelsen i (5) gør vi nu den antagelse, at der findes en backstop-teknologi i form af en "grøn" energiteknologi, som vil blive taget i anvendelse, når markedsprisen på det fossile brændsel kommer op på niveauet P^b. Den repræsentative ressourceejer forudser (korrekt), at dette vil ske på det fremtidige tidspunkt T, hvor al efterspørgsel efter det fossile brændsel altså vil falde bort. Nutidsværdien af ressourceejerens profit bliver derfor nu

$$\Pi(0) = \int_0^T [P(t) - c(S_0 - S(t)) - \tau(t)] R(t) e^{-rt} dt, \qquad T < \infty. \tag{6}$$

Spørgsmål 1.5. Objektfunktionen (6) skal maksimeres under bibetingelse af (2), givet at $R(t)$ og $S(t)$ ikke kan være negative. Udled førsteordensbetingelserne for løsning af dette problem.

Svar på spørgsmål 1.5: Hamilton-funktionen i løbende værdi bliver nu

$$H = [P - c(S_0 - S) - \tau] R - \mu R,$$

og førsteordensbetingelserne bliver

$$\frac{\partial H}{\partial R} = 0 \Longrightarrow$$

$$P - c(S_0 - S) - \tau = \mu, \tag{viii}$$

$$\dot{\mu} = r\mu - \frac{\partial H}{\partial S} \Longrightarrow$$
$$\dot{\mu} = r\mu - c'(S_0 - S) R, \tag{ix}$$

$$\text{Transversalitetsbetingelse:} \quad e^{-rT}\mu(T) S(T) = 0. \tag{x}$$

(*Bemærk: Resultatet i (xiii) kan også udledes ved brug af Hamilton-funktionen opgjort i nutidsværdi, hvilket naturligvis giver fuldt så mange points)*

Spørgsmål 1.6. Udled ud fra førsteordensbetingelserne en ligning, der angiver den løbende ændring i brændselsprisen ($\dot{P}$). Sammenlign det udledte udtryk med ligning (3).

Svar på spørgsmål 1.6: Ved at differentiere (viii) med hensyn til tiden og udnytte, at $\dot{S} = -R$, får man, at

$$\dot{\mu} = \dot{P} + c'(S_0 - S)\dot{S} - \dot{\tau} \quad \Longrightarrow$$
$$\dot{\mu} = \dot{P} - c'(S_0 - S) R - \dot{\tau}. \tag{xi}$$

Ved at sætte højresiderne af (ix) og (xi) lig hinanden og udnytte (viii), finder man, at

$$\dot{P} - \dot{\tau} = r\mu \quad \Longrightarrow$$

$$\dot{P} - \dot{\tau} = r[P - c(S_0 - S) - \tau]. \tag{xii}$$

Ligning (xii) er af helt samme form som ligning (3), men udvindingsomkostningen c ændrer sig nu over tid i takt med, at den akkumulerede ressourceudvinding øges.

Spørgsmål 1.7. En af betingelserne for løsning af problemet i spørgsmål 1.5 er en transversalitetsbetingelse, der skal være opfyldt på tidspunkt T. Vis ved brug af denne betingelse, at eksistensen af en positiv brændselsafgift på tidspunkt T må føre til en lavere akkumuleret ressourceudvinding sammenlignet med situationen uden en afgift. Overvej om dette resultat har implikationer for debatten om det grønne paradoks. (Vink: Husk at brændselsprisen på tidspunkt T når op på den eksogent givne backstop-pris P^b og antag, at $c(S_0) > P^b$. Forklar hvorfor dette må betyde, at $S(T) > 0$. Udnyt derefter transversalitetsbetingelsen og førsteordensbetingelsen m.h.t. R).

Svar på spørgsmål 1.7: Frem mod tidspunkt T vil brændselsprisen P være lavere end backstop-prisen P^b. Antagelsen $c(S_0) > P^b$ betyder således, at $P - c(S_0) - \tau < 0$ for alle $t \leq T$. Det kan derfor ikke betale sig at udvinde hele den initiale ressourcebeholdning S_0 frem mod det tidspunkt, hvor backstop-teknologien tager over. Med andre ord må det gælde, at $S(T) > 0$. Da størrelsen e^{-rT} i transversalitetsbetingelsen (x) også er positiv (eftersom $T < \infty$), følger det af (x), at $\mu(T) = 0$. Det afspejler, at den resterende fossile brændselsreserve ikke har nogen værdi på det tidspunkt, hvor den bliver overflødiggjort af backstop-teknologien.

Eftersom $P(T) = P^b$, får vi ved indsættelse af betingelsen $\mu(T) = 0$ i (viii), at

$$P^b - c(S_0 - S(T)) - \tau(T) = 0. \tag{xiii}$$

Ligning (xiii) udtrykker, at ressourcerenten $P - c - \tau$ netop bliver nul på det tidspunkt, hvor ressourceudvindingen ophører som følge af, at backstop-teknologien tager over. Backstop-prisen P^b antages som sagt at være eksogen og dermed upåvirket af brændselsafgiften. Da $c' > 0$, følger det dermed af (xiii), at en positiv brændselsafgift $\tau(T)$ må medføre en *større* uudnyttet brændselsreserve $S(T)$ og dermed en *mindre* akkumuleret ressourceudvinding på det tidspunkt, hvor den "grønne" teknologi tager over. CO_2-afgiften medfører altså en mindre samlet udledning af drivhusgasser, end man ellers ville have fået.

Dette resultat er relevant for debatten om det grønne paradoks. En CO_2-afgift, der stiger med en rate $g > r$, kan stadig give et incitament til at fremrykke brændselsudvindingen (sammenlignet med en situation, hvor afgiften er konstant over tid). Men en afgift, der stiger stejlere over tid, vil også medføre en højere værdi af $\tau(T)$ og vil dermed sænke den akkumulerede ressourceudvinding. Hvis den sidstnævnte effekt er tilstrækkeligt stærk, kan nettoeffekten på klimaet af en stigende CO_2-afgift være positiv.

(Bemærk: Spørgsmål 1.7 er krævende, så en ufuldstændig besvarelse bør ikke trække for hårdt ned. Til gengæld bør en god besvarelse af dette spørgsmål trække væsentligt op. Bemærk endvidere, at resultatet i (xiii) også kan udledes ved brug af Hamilton-funktionen opgjort i nutidsværdi, hvilket naturligvis giver fuldt så mange points)

OPGAVE 2. Bæredygtig udvikling (Indikativ vægt: 1/3).

(Vink: Det er acceptabelt, hvis du giver en rent verbal besvarelse af hele opgave 2, men du må også gerne inddrage ligninger til at understøtte forklaringerne).

Spørgsmål 2.1. Forklar Hartwick-reglen for forvaltningen af en udtømmelig naturressource.

Svar på spørgsmål 2.1: Hartwick-reglen indebærer, at hele nettoudbyttet fra udvinding af udtømmelige naturressourcer skal investeres i opbygning af menneskeskabt kapital. Hvis K er beholdningen af menneskabt kapital, R er den løbende udvinding af den udtømmelige naturressource, F_R er naturressourcens grænseprodukt i produktionen, og c er den (konstante) marginale udvindingsomkostning, kræver Hartwick-reglen formelt at

$$\dot{K} = \overbrace{(F_R - c) R}^{\text{Samlet ressourcerente}}. \tag{xiv}$$

Hartwick viste, at i en økonomi uden tekniske fremskridt (og med en neoklassisk produktionsfunktion med konstant skalaafkast i produktionen), vil overholdelse af denne regel muliggøre opretholdelse af et konstant forbrug over tid. I beviset for dette resultat antog Hartwick, at også Hotelling-reglen er opfyldt, dvs. at

$$F_K = \frac{\dot{F}_R}{F_R - c}. \tag{xv}$$

Hotelling-reglen (xv) indebærer, at den løbende ressourceudvinding drives til det punkt, hvor marginalafkastet af investering i naturkapital (højresiden af (xv)) svarer til det marginale afkast af investering i menneskeskabt kapital (venstresiden af (xv)).

Hartwick-reglen (xiv) indebærer, at ingen del af bruttoudbyttet $F_R R$ fra udvinding af naturressourcen kan anvendes til forbrug, idet en del af udbyttet går til at dække udvindingsomkostningerne, mens den resterende del fuldt ud anvendes til opbygning af produceret kapital.

(Bemærk: Det er ikke et krav til besvarelsen, at ovennævnte ligninger opskrives. En rent verbal fremstilling er tilstrækkelig, men bør naturligvis have en rimelig grad af præcision)

Spørgsmål 2.2. Forklar begrebet "ægte opsparing" og redegør for, hvilket krav Hartwick-reglen stiller til størrelsen af den ægte opsparing.

Svar på spørgsmål 2.2: Generelt er den ægte opsparing defineret som den samlede værdi af ændringen i økonomiens forskellige kapitalbeholdninger, herunder beholdningerne af de forskellige former for naturkapital. Forbrug af udtømmelige naturressourcer vil således bidrage negativt til den ægte opsparing.

I Hartwick's modelverden er beholdningen af den udtømmelige ressource den eneste form for naturkapital, og skyggeprisen på naturressourcen er lig med den marginale ressourcerente $F_R - c$, som samfundet ville gå glip af, hvis en enhed af ressourcen af en eller anden grund gik tabt. I Hartwick's model kan den ægte opsparing (GS) derfor specificeres som følger (idet prisen på det producerede kapitalgode anvendes som numeraire):

$$GS = \overbrace{\dot{K} + \underbrace{(F_R - c)\,\dot{S}}_{\substack{\text{Værdi af ændring} \\ \text{i naturkapital}}}}^{\substack{\text{Samlet værdi af ændring} \\ \text{i kapitalbeholdninger}}} \tag{xvi}$$

Den tilbageværende beholdning af den udtømmelige ressource mindskes i takt med den løbende ressourceudvinding, dvs. $\dot{S} = -R$. Når dette indsættes i (xvi), får man

$$GS = \dot{K} - (F_R - c)\,R. \tag{xvii}$$

Når Hartwick-reglen (xiv) er opfyldt, følger det af (xvii), at $GS = 0$. I en økonomi uden tekniske fremskridt (som den Hartwick betragtede), indebærer Hartwick-reglen altså, at den ægte opsparing er nul.

(Bemærk: Det er ikke et krav til besvarelsen, at ovennævnte ligninger opskrives. En rent verbal fremstilling er tilstrækkelig, men bør naturligvis have en rimelig grad af præcision)

Spørgsmål 2.3. Robert Solow opstillede i en berømt artikel fra 1974 et kriterium for lighed mellem generationer. Hvad var dette kriterium, og hvordan hænger det sammen med miljøøkonomernes kriterium for en (svagt) bæredygtig udvikling?

Svar på spørgsmål 2.3: Solow tog udgangspunkt i det af Rawls (1971) foreslåede *maxi-min princip*, ifølge hvilket en retfærdig social kontrakt må indebære maksimering af velfærden for det dårligst stillede individ (eller den dårligst stillede gruppe). Solow overførte dette princip på fordelingen mellem generationer. Han argumenterede, at forskellige generationer, der mødes bag "uvidenhedens slør", vil kunne enes om en social kontrakt, der indebærer samme velfærd for alle generationer, da ingen bag uvidenhedens slør ved, hvilken fremtidig generation, de vil komme til at tilhøre. Dermed foregreb Solow det kriterium for bæredygtig udvikling, som senere er blevet indarbejdet i miljøøkonomien, og som indebærer, at velfærden for de enkelte generationer skal være ikke-faldende over tid. Solow antog, at velfærden for den enkelte generation afhænger af dens forbrug. Hans kriterium for lighed mellem generationer blev dermed til et krav om samme forbrug på tværs af generationer. Dermed sikres lige akkurat en bæredygtig udvikling.

Spørgsmål 2.4. I den nævnte artikel analyserede Solow bl.a. muligheden for at opnå lighed mellem generationer i en økonomi med udtømmelige naturressourcer. Redegør for hans konklusion. Var Solow's analyse konsistent med Hartwick-reglen?

Svar på spørgsmål 2.4: Solow antog en Cobb-Douglas produktionsfunktion af formen

$$F(K, R) = K^{\alpha} R^{\beta}, \quad \alpha + \beta \leq 1, \quad \beta < \alpha, \tag{xviii}$$

hvor K og R er hhv. menneskabt kapital og løbende forbrug af en udtømmelig naturressource. Cobb-Douglas specifikationen indebærer, at substitutionselasticiteten mellem de to produktionsfaktorer er lig med 1. Specifikationen i (xviii) indebærer endvidere, at der ses bort fra tekniske fremskridt. Med disse antagelser om produktionsteknologien viste Solow, at det vil være muligt at opretholde et konstant positivt forbrug over tid, hvis $\alpha > \beta$, dvs. hvis produceret kapital har større betydning for produktionen end naturkapitalen. Et forløb med konstant forbrug indebærer ifølge Solow's analyse, at faktorproportionen K/R er monotont stigende over tid i takt med, at input af produceret kapital erstatter forbrug af naturressourcen. I Solow's udviklingsforløb er produktionen konstant, og en konstant andel $1 - \beta$ af produktionen anvendes til forbrug.

Hartwick (1977) viste efterfølgende, at det af Solow skitserede forløb med konstant forbrug over tid krævede en opfyldelse af Hartwick-reglen; dette blev blot ikke eksplicit trukket frem af Solow. Solow's analyse var altså fuldt konsistent med Hartwick-reglen.

(Bemærk: Det er ikke et krav til besvarelsen, at ligning (xviii) opskrives. En rent verbal fremstilling er tilstrækkelig)