

Eksamen på Økonomistudiet sommer 2015

**Lineære Modeller**

valgfag

Tirsdag d. 26 maj 2015.

(3-timers prøve med hjælpemidler, dog ikke lommeregner eller cas-værktøjer)

Dette eksamenssæt består af 2 sider.

# KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

2015S-2LM ex

Eksamen i Lineære Modeller

Tirsdag d.26 maj 2015.

---

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

---

## Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning  $L : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ , som med hensyn til standardbaserne har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (1) Bestem nulrummet for  $L$ . Er  $L$  injektiv?
- (2) Bestem en basis for billedrummet,  $R(L)$ , for  $L$ . Er  $L$  surjektiv?
- (3) Bestem løsningsmængden til ligningen  $Lx = y$ , hvor  $y = (y_1, y_2, y_3)$  tilhører billedrummet  $R(L)$ .

## Opgave 2.

Om en symmetrisk,  $3 \times 3$ -matrix  $A$ , vides, at den har tre forskellige egenverdier  $a, b$  og  $c$ , med tilhørende egenvektorer  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (1, -1, -1)$  og  $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$ .

- (1) Bestem en mulig egenvektor  $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$ , hørende til egenværdien  $c$ .
- (2) Bestem matricen  $f(A)$ , hvor  $f$  er en reel funktion defineret på spektret for  $A$ .
- (3) Bestem determinanten for  $f(A)$ .
- (4) Lad ligeledes  $g$  være en reel funktion defineret på spektret for  $A$ . Vis at  $f(A)g(A) = g(A)f(A)$ .
- (5) Bestem determinanten for matricen  $e^{f(A)g(A)}$  og beregn vektoren  $e^{f(A)g(A)}v_1$ .

**Opgave 3.**

- (1) Beregn integralet  $\int \sin^3(2x)dx$ .
- (2) Bestem de fire komplekse løsninger til ligningen  $z^4 - 4z^2 + 5 = 0$ .  
Løsningerne ønskes angivet på rektangulær form  $a + ib$ .

**Opgave 4.**

Vi betragter funktionen  $f$ , som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{n(x^3 - 3x^2)}.$$

- (1) Bestem de værdier af  $x$ , for hvilke funktionen  $f$  er veldefineret.
- (2) Bestem en regneforskrift for funktionen  $f$ .
- (3) Bestem monotoniforholdene for funktionen  $f$ , og undersøg om funktionen er injektiv.
- (4) Bestem værdimængden for funktionen  $f$ .