Rettevejledning til

Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2013-2014

Reeksamen

Makro A

2. årsprøve

18. februar, 2014

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1: Økonomisk vækst og vækst i arbejdsstyrken

1.1 I Solowmodeller med eksogen teknologisk udvikling og knappe naturressourcer er vækstraten i arbejdsstyrken en eksogen parameter. Jo større denne er, jo mindre er langsigtede (steady state-) vækstrate i BNP per arbejder. Produktionsfunktionen antages at have konstant skalafkast til den samlede mængde inputs inkl. naturressourcer og dermed aftagende skalaafkast (diminishing returns) til delmængder af inputs. Når arbejdsstyrken stiger, og den menneskeskabte kapital i nogen grad stiger med, vil de forøgede mængder af arbejdskraft og kapital sættes ind på konstante eller aftagende mængder af naturressourcer. Dimishing returns til arbejdskraft og kapital vil så trække i retning af, at BNP stiger langsommere end arbejdsstyrken. Teknologisk udvikling trækker dog modsat, så der kan godt samlet set godt blive positiv vækst i BNP per arbedjer, men jo hastigere arbejdsstyrken stiger, jo kraftigere vil diminishing returns sætte sig igennem, og jo lavere bliver steady state-vækstraten i BNP per arbejder.

2.2 Også i vækstmodellerne med endogen teknologisk udvikling er vækstraten i arbejdsstyrken en eksogen parameter. Her forudsiger modellen en større langsigtet vækstrate i BNP per arbejder, jo større vækstratern i arbejdsstyrken er. I modeller baseret på produktive eksternaliteter skyldes dette, at den stigende skalafkast, der gør sig gældende i den aggregerede produktionsfunktion, vil sætte sig stærkere igennem, jo større en (eksogen) udvidelse af inputs, der sker. I de R&D-baserede modeller, vil en højere vækstrate i arbejdsstyrken - ved en konstant forskningsandel - betyde en højere vækstrate i arbejdsinput i forskningssektoren, hvilket betyder en højere (konstant) vækstrate i beholdningen af idéer eller i teknologien og dermed i BNP per arbejder.

2.3 Det er klart, at figuren med dens klare negative korrelation mellem n^i og g^i umiddelbart er i overensstemmelse med den første type af vækstmodeller og ikke i overensstemmelse med den anden type. Dette taler til fordel for modellerne med naturressourcer og eksogen teknologisk udvikling.

Figuren kan dog ikke ses som endegyldig dokumentation af, at den ene form for vækstmodel er mere rigtig end den anden. Forhold der kan forstyrre billedet er:

- Kausalitet: Selv om n^i i modellerne betragtes som eksogen, kan den i virkelighedens verden være endogen og eksempelvis påvirket af den økonomiske vækst. Der kan også være tredje faktorer, som påvirker og forklarer såvel n^i som g^i, så den observerede korrelation ikke behøver dække over en kausal sammenhæng.

- Selv om der betragtes empiri over en ret lang periode, kan man ikke udelukke, at transitorisk (midlertidig) vækst, altså vækst i et forløb på vej mod steady state, gør sig gældende i data, og i henhold til semi-endogene vækstmodeller kan der sagtens være en midlertidig negativ sammenhæng mellem n^i og g^i, mens økonomien konvergerer mod steady state.

Opgave 2: Selskabsskat i en lille åben økonomi med fri kapitalmobilitet

Modelligninger gentaget:

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

$$\Pi_t = Y_t - r_t K_t - w_t L_t \tag{2}$$

$$T_t = \tau \left(Y_t - w_t L_t \right), \quad 0 \leq \tau < 1 \tag{3}$$

$$\Pi_t^n = \Pi_t - T_t \tag{4}$$

2.1 Det er i ejernes interesse, at virksomheden maksimerer nettoprofitten Π_t^n, da

$$\begin{aligned} \Pi_t^n &= \left(Y_t - r_t K_t - w_t L_t \right) - \tau \left(Y_t - w_t L_t \right) \\ &= \left(1 - \tau \right) \left(Y_t - w_t L_t \right) - r_t K_t \end{aligned} \tag{4*}$$

er det, der er tilbage til ejerne af egenkapitalen, når man fra omsætningen Y_t har trukket normalforrentningen af kapitalen (her alene egenkapital), $r_t K_t$, lønudgiften $w_t L_t$ samt skatten $\tau \left(Y_t - w_t L_t \right)$. Førsteordensbetingelserne for maksimering mht. K_t og L_t, dvs. $\partial \Pi_t^n / \partial K_t = 0$ og $\partial \Pi_t^n / \partial L_t = 0$ er fra (4*) hhv.:

$$\left(1 - \tau \right) \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = r_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = w_t$$

hvor det bemærkes, at τ ikke indgår i den anden. Når grænseprodukterne som beregnet fra (1) indsættes fås netop:

$$\left(1 - \tau \right) \alpha \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha - 1} = r_t \tag{5}$$

$$\left(1 - \alpha \right) \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha} = w_t \tag{6}$$

Forklaring af ligning (5): En ekstra enhed kapital koster r_t i (forbigået) normalforrentning, hvilket *ikke* kan trækkes fra i beskatningsgrundlaget, og øger omsætningen med grænseproduktet $\partial Y_t / \partial K_t$, men dermed også beskatningsgrundlaget med samme størrelse, så stigningen i nettoomsætning er $(1-\tau)\, \partial Y_t / \partial K_t$. For maksimering af den rene profit efter skat skal (i et indre optimum) r_t og $(1-\tau)\, \partial Y_t / \partial K_t$ være lige store - ellers kunne det betale sig at anvende enten mindre eller mere kapital.

Ligning (6): En ekstra enhed arbejdskraft koster umiddelbart w_t, men da der er fradrag for lønomksotninger i beskatningsgrundlaget stiger omostningen efter skat kun med $(1-\tau)\, w_t$. Omsætningen vokser med $\partial Y_t / \partial K_t$, men netto for skat med $(1-\tau)\, \partial Y_t / \partial L_t$. Maksimerimg af nettoprofitten kræver igen lighedstegn mellem de to (i indre optimum), hvor $1-\tau$ så går ud.

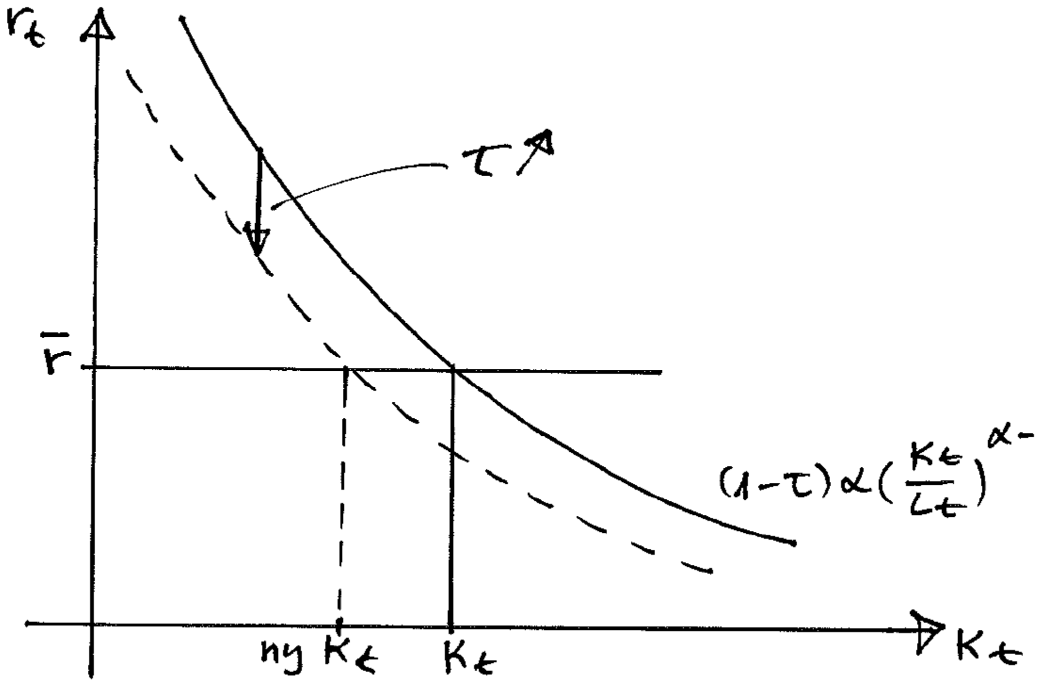
2.2 Grunden til, at det er renterne *før* personlige skatter, der udligner sig mellem indlandet og omverdenen, altså:

$$r_t = \bar{r} \tag{7}$$

er, at en given person, uanset om vedkommende bor i indlandet eller udlandet, betaler det samme i skat af en ekstra krones personlig kapitalindkomst, uanset om den er tjent på kapitalplacering indlandet eller udlandet. Så arbitragebetingelsen for, at en marginal kapitalplacering er lige god i indland og udland er for såvel ind- som udlændinge, at renterne *før* skat er lige store.

For et givet L_t er venstresiden i (5) en aftagende funktion af K_t, som illustreret i figur 1. Højresiden r_t er ifølge (7) lig med konstanten $\bar{r}$, altså en vandret linje i diagrammet. Kapitalapparatet tilpasser sig for lighed, som også illustreret: Skulle det indenlandske kapitalapparat være mindre end svarende til skæringspunktet, ville det betyde, at en ekstra enhed kapital placeret i indlandet ville give et højere afkast *efter selskabsskat* end en ekstra enhed placeret internationalt. Dette vil få kapital til at strømme til indlandet osv.

En højere selskabsskattesats vil skifte den aftagende kurve nedad, og den indenlandsk placerede mængde kapital falder øjeblikkeligt som illustreret.



Figur 1

Resterende modelligninger:

$$V_t = K_t + F_t \tag{8}$$

$$Y_t^n = Y_t + \bar{r}F_t \tag{9}$$

$$V_{t+1} = V_t + sY_t^n, \quad 0 < s < 1 \tag{10}$$

$$L_{t+1} = (1+n)\,L_t, \quad n > 0 \tag{11}$$

2.3 Ved at gange på begge sidder af (6) med L_t og dernæst bruge (1) fås

$$\begin{aligned} w_t L_t &= (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} L_t = (1-\alpha)\,K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \\ &= (1-\alpha)\,Y_t \end{aligned} \tag{12}$$

Herefter fås fra (3):

$$\begin{aligned} T_t &= \tau\,(Y_t - w_t L_t) = \tau\,(Y_t - (1-\alpha)\,Y_t) \\ &= \tau\alpha Y_t \end{aligned} \tag{13}$$

Endelig, ved at gange på begge sidder af (5) med K_t og bruge $r_t = \bar{r}$ samt (1) fås:

$$\begin{aligned} \bar{r}K_t &= (1-\tau)\,\alpha\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} K_t = (1-\tau)\,\alpha K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \\ &= (1-\tau)\,\alpha Y_t \end{aligned} \tag{14}$$

Ved summering over (12) - (14) ses direkte, at $\bar{r}K_t + w_t L_t + T_t = Y_t$.

Ved at indsætte i (4*) fås:

$$\Pi^n = (1-\tau)(Y_t - (1-\alpha)Y_t) - (1-\tau)\alpha Y_t = 0$$

Ved endelig at indsætte i (2) fås:

$$\Pi_t = Y_t - (1-\tau)\alpha Y_t - (1-\alpha)Y_t = \tau\alpha Y_t$$

Det er den rene profit *efter* skat, Π_t^n, der er nul, mens den rene profit *før* skat er positiv og lig med skatteprovenuet. Selskabsbeskatningen betyder, at der er en ren profit (før skat), som forbliver i indlandet, idet den går i statskassen.

2.4 Fra (8) er $F_t = V_t - K_t$. Når dette indsættes i (9), og man efterfølgende bruger, at $Y_t - \bar{r}K_t = w_t L_t + T_t$, samt (12) og (13) fås:

$$Y_t^n = Y_t + \bar{r}(V_t - K_t) = \bar{r}V_t + Y_t - \bar{r}K_t = \bar{r}V_t + w_t L_t + T_t \Leftrightarrow$$

$$Y_t^n = \bar{r}V_t + (1 - \alpha + \tau\alpha)Y_t \tag{15}$$

Nationalindkomsten består af afkastet på den nationale formue ved den internationale rente, $\bar{r}V_t$, indenlandsk lønsum, $(1-\alpha)Y_t$, plus den indenlandske rene profit *før* skat, $\tau\alpha Y_t$, som bliver i indlandet, fordi den netop beskattes hjem. For *givne værdier* af V_t og Y_t, trækker beskatningen opad i nationalindkomsten, netop fordi noget ren profit fastholdes i indlandet. Som det fremgår nedenfor, vil hverken nationalformuen eller det indenlandske BNP imidlertid være upåvirkede af selskabsskatten.

2.5 Af ligning (5) følger $(1-\tau)\alpha k_t^{\alpha-1} = r_t$. Når man her isolerer k_t fås:

$$k_t = k^* \equiv \left([1-\tau]\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{16}$$

Ved at dividere på begge sider af lighedstegnet i (1) med L_t fås: $y_t = k_t^\alpha$. Når man heri indsætter k^* for k_t fås:

$$y_t = y^* \equiv \left([1-\tau]\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{17}$$

Ved at indsætte indsætte k^* for K_t/L_t i (6) fås:

$$w_t = w^* \equiv (1-\alpha)\left([1-\tau]\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{18}$$

Det ses, at en højere selskabsskattesats vil få indenlandsk kapital, produktion og realløn per arbejder til at falde. Forklaringen ligger i kapitaltilpasningen som beskrevet i spørgsmål 2.2.

2.6 Ved at dividere på begge sider af (15) med L_t og derefter bruge (17) fås:

$$\begin{aligned} y_t^n &= \bar{r}v_t + (1-\alpha+\tau\alpha)\, y_t = \bar{r}v_t + (1-\alpha+\tau\alpha)\left([1-\tau]\,\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ &= \bar{r}v_t + z^*, \quad \text{hvor } z^* \equiv (1-\alpha+\tau\alpha)\left([1-\tau]\,\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned} \tag{19}$$

For *en given værdi* af v_t er der to modsatrettede effekter på y_t^n af en højere selskabskattesats: Den første faktor i z^* bliver større, hvilket afspejler, at at en større *andel* af y_t forbliver i indlandet pga. beskatningen. Den anden faktor bliver mindre, hvilket afspejler, at selve y_t falder. Man indser, at den anden påvirkning er stærkest, f.eks. ved:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln z^*}{\partial \tau} &= \frac{\alpha}{1-\alpha+\tau\alpha} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\frac{\alpha}{\bar{r}}}{(1-\tau)\,\frac{\alpha}{\bar{r}}} \\ &= \frac{\alpha}{1-\alpha+\tau\alpha} - \frac{\alpha}{(1-\alpha)\,(1-\tau)} \\ &= \frac{\alpha}{(1-\alpha)\,(1-\tau)+\tau} - \frac{\alpha}{(1-\alpha)\,(1-\tau)} < 0 \end{aligned}$$

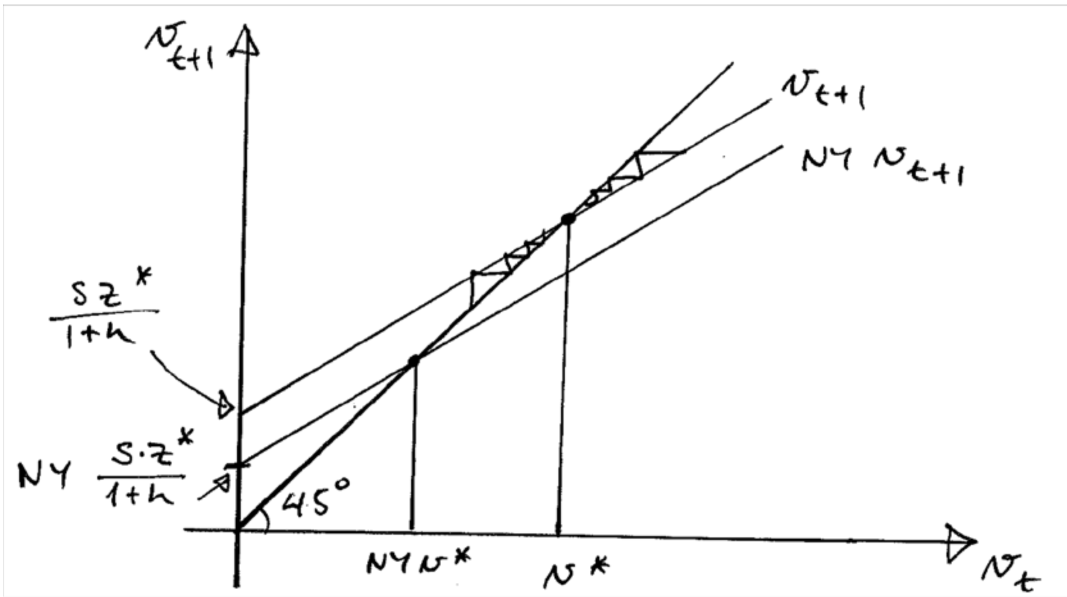
2.7 Ved at dividere på begge sider af (10) med L_{t+1} og bruge, at fra (11) er $L_{t+1} = (1+n)\,L_t$, og (19) fås:

$$\begin{aligned} v_{t+1} &= \frac{v_t + s y_t^n}{1+n} = \frac{v_t + s\,(\bar{r}v_t + z^*)}{1+n} \\ &= \frac{sz^*}{1+n} + \frac{1+s\bar{r}}{1+n} v_t \end{aligned} \tag{20}$$

Med den antagne stabilitetsbetingelse, $s\bar{r} < n$, ser transitionskurven ud som anført i figur 2 nedenfor. Trappeiteration i digrammet godtgør konvergens af v_t mod steady state-værdien v^* givet ved skæringen mellem 45°-linjen og transitionskurven; denne værdi findes ved:

$$v = \frac{sz^*}{1+n} + \frac{1+s\bar{r}}{1+n} v \Leftrightarrow (1+n)\,v = sz^* + (1+s\bar{r})\,v \Leftrightarrow$$

$$v = v^* \equiv \frac{s}{n-s\bar{r}} z^* \tag{21}$$



Figur 2

En højere selskabsskattesats påvirker transitionskurven via z^*, som falder jf. ovenfor, dvs. kurven forskydes parallelt nedad. Dette betyder, at steady state-værdien v^* falder, som det også fremgår af (21).

2.8 Ved i (19) at indsætte steady state-værdien v^* for v_t og efterfølgende skrive ind, hvordan z^* er givet ved parametre fås:

$$
\begin{aligned}
y^{n*} &= \bar{r}v^* + z^* = \bar{r}\frac{s}{n - s\bar{r}}z^* + z^* = \left(\frac{s\bar{r}}{n - s\bar{r}} + 1\right) z^* = \frac{n}{n - s\bar{r}} z^* \\
&= \frac{n}{n - s\bar{r}} \cdot (1 - \alpha + \tau\alpha) \left([1 - \tau] \frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}
\end{aligned}
$$

Det ses, at selskasskattesatsen kun indgår via z^*, og vi ved allerede fra spørgsmål 2.6, at z^* falder, når τ øges. Det gør y^{n*} derfor også. [Man kan også få konklusionen mht. y^{n*} blot ved at kombinere svarene fra spørgsmål 2.6 og 2.7].