Rettevejledning til eksamensopgave i

Miljø-, ressource-og klimaøkonomi

Kandidatfag

11. juni 2015

3 timers prøve uden hjælpemidler

(Bemærk: De anførte vægte til de enkelte opgaver er kun indikative. Ved bedømmelsen vil der blive anlagt en helhedsvurdering af besvarelserne)

OPGAVE 1. Den optimale miljøafgift i en dynamisk miljøøkonomisk model (Indikativ vægt: 4/5)

Betragt en miljøøkonomisk model, der benytter følgende notation:

U = livstidsnytte for den repræsentative forbruger

K = beholdning af produceret realkapital

X = miljøkvalitet (beholdning af miljøgoder)

Y = produktion (BNP)

C = forbrug af producerede goder

A = ressourcer anvendt på forureningsbekæmpelse

E = emission af forurenende stof

Ω = emissionskoefficient (konstant)

ρ = tidspreferencerate (konstant)

η = miljøets absorptions- og regenerationsevne (konstant)

t = tiden

Bortset fra de konstante parametre Ω, ρ og η er alle variable funktioner af tiden, hvilket dog for overskuelighedens skyld ikke angives explicit. En prik over en variabel angiver den afledede af den pågældende variabel med hensyn til tiden, dvs. $\dot{x} \equiv dx/dt$, og fodtegn angiver partielle afledede. Modellen består af følgende ligninger, hvor e er eksponentialfunktionen, $F()$ er en produktionsfunktion, og $a()$ er en "rensefunktion", der angiver den reduktion af emissionerne, som opnås i kraft af forureningsbekæmpelsen:

$$U = \int_0^\infty u(C)\, e^{-\rho t} dt, \qquad \rho > 0, \quad u'(C) > 0, \quad u''(C) < 0. \tag{1}$$

$$Y = F(K, X), \qquad F_K > 0, \quad F_{KK} < 0, \quad F_X > 0, \quad F_{XX} < 0. \tag{2}$$

$$E = \Omega Y - a(A), \qquad \Omega > 0, \quad a(0) = 0, \quad a'(A) > 0, \quad a''(A) < 0. \tag{3}$$

$$\dot{K} = Y - C - A. \tag{4}$$

$$\dot{X} = -(E - \eta), \qquad \eta > 0. \tag{5}$$

Det følger af ligning (3), at

$$dE = \Omega dY - a'(A)\,dA \Longrightarrow \frac{dA}{dY} = \frac{\Omega}{a'(A)} \quad \text{for} \quad dE = 0.$$

Brøken $\Omega/a'(A)$ angiver altså, hvor mange ekstra kroner (i faste priser), der skal anvendes på forureningsbekæmpelse for at forhindre en stigning i emissionerne, når BNP stiger med 1 krone. Vi antager, at der for alle relevante konstellationer af modellens variable gælder

$$\frac{\Omega}{a'(A)} < 1. \tag{6}$$

Spørgsmål 1.1. Kommentér kort modellens ligninger og diskutér i den forbindelse begrundelsen for tilstedeværelsen af konstantleddet η i ligning (5). Diskutér endvidere kort rimeligheden af antagelsen i (6).

Svar på spørgsmål 1.1: Ligning (1) kan opfattes som nutidsværdien af velfærden for et familiedynasti. Den uendelige tidshorisont kan begrundes med en antagelse om, at forældre bekymrer sig om deres børns velfærd. Derved vil den enkelte generations velfærd indirekte afhænge af alle fremtidige generationes velfærd, forudsat at ingen generationer er barnløse. Den positive tidspreferencerate ρ er udtryk for, at fremtidig velfærd vægtes lavere end nutidig velfærd. Den løbende nytte $u(C)$ antages alene at afhænge af forbruget af producerede goder. Man kunne med rimelighed argumentere for, at nytten også afhænger positivt af miljøkvaliteten X, men det ses der altså bort fra her.

Ligning (2) er en produktionsfunktion, hvor produktionen blandt andet afhænger kapitalindsatsen. Der arbejdes med den sædvanlige neoklassiske antagelse om, at kapitalens grænseprodukt er positivt, men faldende ($F_K > 0$, $F_{KK} < 0$). Produktionen antages endvidere at variere positivt med miljøkvaliteten ($F_X > 0$), hvilket kan begrundes med, at tilstedeværelsen af diverse miljøtjenester såsom ren luft og rent vand øger produktiviteten, fx via en bedre sundhedstilstand, et mere stabilt klima, osv. "Grænseproduktet" af et renere miljø (F_X) er således positivt, men antages ligesom grænseproduktet af kapital at være aftagende. Arbejdskraft optræder ikke eksplicit som en produktionsfaktor i (2), men kan antages at indgå implicit, hvis den samlede arbejdsstyrke er eksogen og fuldt beskæftiget.

Ligning (3) antager, at udledningen af forurenende stoffer alt andet lige varierer proportionalt med produktionen, men ved at bruge ressourcer på forureningsbekæmpelse

$(A > 0)$ kan udledningen nedbringes. Der er dog aftagende grænseudbytte af forureningsbekæmpelsesindsatsen, idet $a''(A) < 0$.

Ligning (4) siger blot, at den samlede produktion kan anvendes til forbrug, til investering $(\dot{K})$ og til forureningsbekæmpelse ("renseindsats"). Man bemærker, at der ses bort fra afskrivninger på kapitalapparatet.

Ligning (5) siger, at miljøkvaliteten forringes i det omfang, emissionerne overstiger miljøets naturlige absorptionskapacitet η. Det er rimeligt at antage, at miljøet har en vis evne til at absorbere affald og forurening uden at lide (varig) skade. Fx kan planterne, skovene, havene og atmosfæren i et vist omfang absorbere den CO_2, der fremkommer som følge af de menneskelige aktiviteter.

Antagelsen i ligning (6) kan tolkes som en betingelse for bæredygtig udvikling. Hvis $\Omega/a'(A) > 1$, ville det betyde, at der for hver krones produktion skulle bruges mere end 1 krone på forureningsbekæmpelse. Det ville da være helt umuligt at frembringe en positiv produktion uden en vedvarende stigning i forureningen. En nødvendig betingelse for, at den økonomiske udvikling kan være miljømæssigt bæredygtig på langt sigt, er således, at $\Omega/a'(A) < 1$, dvs. at det er muligt at øge produktionen uden at øge emissionerne, hvis blot en del af det ekstra produktionsresultat reserveres til forureningsbekæmpelse.

Spørgsmål 1.2. Forklar, hvorfor størrelsen $1/a'(A)$ kan tolkes som den marginale reduktionsomkostning (den marginale "renseomkostning"), dvs. omkostningen ved at nedbringe emissionen med en ekstra enhed.

Svar på spørgsmål 1.2: Produktionen Y og ressourcer anvendt til forureningsbekæmpelse (A) måles i den samme enhed (kroner i faste priser). Specifikationen af funktionen $a(A)$ i ligning (3) indebærer, at en ekstra krone anvendt på forureningsbekæmpelse (en stigning i A på 1 enhed) reducerer emissionerne med $a'(A)$ enheder. Omkostningen ved at reducere emissionen med 1 enhed (den marginale reduktionsomkostning) må derfor være lig med $1/a'(A)$ kroner.

Spørgsmål 1.3. En velmenende samfundsplanlægger ønsker at maksimere den repræsentative forbrugers livstidsnytte (1) under bibetingelserne (2) til (5), hvor de initiale værdier af K og X er prædeterminerede. Forklar at Hamiltonfunktionen i løbende værdi svarende til løsningen af dette optimale kontrolproblem kan skrives som

$$H = u(C) + \lambda[F(K,X) - C - A] + \mu[\eta - \Omega F(K,X) + a(A)], \tag{7}$$

hvor λ og μ er skyggeværdierne af hhv. K og X.

Svar på spørgsmål 1.3: Bibetingelserne (2) og (4) kan kondenseres til følgende ligning for kapitalakkumulationen:

$$\dot{K} = F(K,X) - C - A.$$

Tilsvarende kan bibetingelserne (3) og (5) sammenfattes i følgende udtryk for udviklingen i miljøkvaliteten:

$$\dot{X} = \eta - \Omega F(K,X) + a(A).$$

Ved brug af disse dynamiske ligninger samt (1) følger det af standardproceduren for opstilling af Hamilton-funktionen i løbende værdi, at denne er givet ved (7).

Spørgsmål 1.4. Udled førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem, idet kontrolvariablene er C og A, og tilstandsvariablene er K og X (NB: Du behøver ikke opstille transversalitetsbetingelserne).

Svar på spørgsmål 1.4: Standardproceduren for løsning af et optimalt kontrolproblem giver følgende førsteordensbetingelser:

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Longrightarrow u'(C) = \lambda. \tag{i}$$

$$\frac{\partial H}{\partial A} = 0 \Longrightarrow \lambda = \mu a'(A). \tag{ii}$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \rho\lambda - \frac{\partial H}{\partial K} \Longrightarrow \\ \dot{\lambda} &= \rho\lambda - (\lambda - \mu\Omega) F_K. \end{aligned} \tag{iii}$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= \rho\mu - \frac{\partial H}{\partial X} \Longrightarrow \\ \dot{\mu} &= \rho\mu - (\lambda - \mu\Omega) F_X. \end{aligned} \tag{iv}$$

Spørgsmål 1.5. Vis at samfundsplanlæggerens førsteordensbetingelser kræver, at forbruget udvikler sig i overensstemmelse med ligningen

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\left(1 - \frac{\Omega}{a'(A)}\right) F_K - \delta\right], \qquad \varepsilon \equiv -\frac{u''(C)\,C}{u'(C)} > 0. \tag{8}$$

Forklar forskellen mellem (8) og den sædvanlige Keynes-Ramsey regel (Vink: Forklar hvorfor det samfundsmæssige afkast af investering i realkapital er lig med $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K$ i nærværende model).

Svar på spørgsmål 1.5: (**Bemærk:** I ligning (8) ovenfor er der en trykfejl, idet parameteren δ skal erstattes med ρ. En besvarelse, der i udledningerne nedenfor benytter notationen δ i stedet for ρ, skal derfor betragtes som korrekt). Ved at differentiere (i) med hensyn til tiden fås

$$\dot{\lambda} = u''(C)\dot{C},$$

som indsat i (iii) giver

$$u''(C)\dot{C} = \rho\lambda - (\lambda - \mu\Omega)F_K \tag{v}$$

Ved indsættelse af (i) og (ii) i (v) og omordning fås nu

$$u''(C)\dot{C} = \rho u'(C) - \left(u'(C) - \frac{u'(C)}{a'(A)}\Omega\right)F_K \Longrightarrow$$

$$\begin{aligned}\frac{\dot{C}}{C} &= -\frac{u'(C)}{u''(C)C}\left[\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K - \rho\right] \\ &= \frac{1}{\varepsilon}\left[\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K - \rho\right]. \quad \square\end{aligned}$$

Til sammenligning kræver den sædvanlige Keynes-Ramsey regel, at

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\varepsilon}(F_K - \rho). \tag{vi}$$

Størrelsen $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K$ i (8) er det samfundsmæssige nettoafkast af investering i realkapital. En stigning i K på 1 enhed vil ganske vist umiddelbart øge den fremtidige produktionsmulighed med størrelsen F_K, men dette vil alt andet lige øge emissionerne med mængden $F_K\Omega$, hvilket forringer de fremtidige produktionsmuligheder via en lavere miljøkvalitet. For at forhindre en stigning i emissionerne og den deraf følgende miljøforringelse, er det nødvendigt at afsætte et ekstra beløb på $F_K\frac{\Omega}{a'(A)}$ til forureningsbekæmpelse, når kapitalapparatet vokser med 1 krone. Det samfundsøkonomiske nettoafkast af den ekstra investering bliver derfor kun $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K$. Når dette nettoafkast overstiger tidspreferenceraten ρ, er det ifølge (8) samfundsmæssigt fordelagtigt at udskyde forbrug til fremtiden gennem opbygning af realkapital, og vice versa. I den sædvanlige Ramsey-model tages der ikke hensyn til forurening, og derfor optræder størrelsen $F_K \frac{\Omega}{a'(A)}$ ikke i (vi).

Man ser af (8), at ε er grænsenyttens elasticitet mht. forbruget. Når ε er stor, er grænsenytten af forbrug altså kraftigt faldende med stigende forbrug. Forbrugerne vil da i høj grad ønske at udglatte deres forbrug over tid. Dette forklarer, hvorfor en højere værdi af ε ifølge (8) dæmper vækstraten i forbruget.

Spørgsmål 1.6. Førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem kan også vises at indebære følgende udviklingsforløb i indsatsen til forureningsbekæmpelse (NB: Du behøver ikke at udlede denne ligning, men kan blot tage den for givet):

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\left(1 - \frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K - a'(A)\, F_X\right]}{\varphi a'(A)}, \qquad \varphi \equiv -\frac{a''(A)\, A}{a'(A)}. \tag{9}$$

Størrelsen $\left(1 - \frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K - a'(A)\, F_X\right]$ i (9) er lig med den samfundsøkonomiske gevinst ved at investere en krone ekstra i realkapital frem for at anvende en ekstra krone til forureningsbekæmpelse. Forklar hvorfor. Vis at φ er lig med elasticiteten i den marginale reduktionsomkostning med hensyn til forureningsbekæmpelsesindsatsen (Vink: Definér den marginale reduktionsomkostning som $MRO \equiv 1/a'(A)$, og udregn elasticiteten $\varphi \equiv \frac{dMRO}{dA}\frac{A}{MRO}$). Forsøg ved brug af disse indsigter at forklare den økonomiske intuition bag ligning (9).

Svar på spørgsmål 1.6: Hvis der investeres en krone ekstra i forureningsbekæmpelse, vil emissionerne blive dæmpet med størrelsen $a'(A)$. Miljøkvaliteten vil dermed alt andet lige blive tilsvarende forbedret, jf. (5), hvilket isoleret set vil øge den samlede produktionsmulighed med beløbet $a'(A)\, F_X$. Hvis der alternativt investeres en ekstra krone i realkapital, vil produktionsmuligheden i stedet vokse med beløbet F_K. Umiddelbart vil en marginal omlægning fra investering i forureningsbekæmpelse til investering i realkapital alså øge produktionskapaciteten med beløbet $F_K - a'(A)\, F_X$, jf. det sidste led i tælleren i (9). En sådan produktionsforøgelse vil dog i sig selv øge emissionerne, med mindre der afsættes et beløb på $\frac{\Omega}{a'(A)}\left[F_K - a'(A)\, F_X\right]$ til at forebygge en stigning i forureningsudslippet, jf. også ræsonnementet i spm. 1.5. Det marginale samfundsøkonomiske nettoafkast af omlægningen fra investering i miljøforbedring til investering i realkapital bliver derfor kun $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K - a'(A)\,F_X\right]$, svarende til tælleren i (9).

Vi skal dernæst vise, at φ er lig med elasticiteten i den marginale reduktionsomkostning med hensyn til forureningsbekæmpelsesindsatsen. Den marginale reduktionsomkostning er

$$MRO = \frac{1}{a'(A)} \Longrightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{dMRO}{dA} &= -\frac{a''(A)}{\left[a'(A)\right]^2} \Longrightarrow \\ \frac{dMRO}{dA}\frac{A}{MRO} &= -\frac{a''(A)}{\left[a'(A)\right]^2}\frac{A}{1/a'(A)} = -\frac{a''(A)\,A}{a'(A)} = \varphi \quad \square \end{aligned}$$

Vi kan nu forklare intuitionen bag ligning (9): Hvis størrelsen $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K - a'(A)\,F_X\right]$ i tælleren er stor, er der her og nu et stort samfundsmæssigt afkast af at investere i realkapital frem for i forureningsbekæmpelse. Det er derfor fordelagtigt at udskyde en stor del af forureningsbekæmpelsen til senere, hvilket trækker i retning af en høj vækstrate i A. Hvis elasticiteten φ imidlertid er høj, betyder det omvendt, at de marginale reduktionsomkostninger stiger kraftigt ved en stigning i forureningsbekæmpelsesindsatsen. Dermed bliver det optimalt at fordele indsatsen mere jævnt over tid, hvilket trækker i retning af at sænke den optimale vækstrate i A, som det fremgår af (9). (*Bemærk: Dette spørgsmål må betragtes som svært, og kun den meget avancerede besvarelse kan forventes at medtage alle de ovennævnte facetter*).

Betragt nu en markedsøkonomi med et stort antal identiske virksomheder, der opererer under fuldkommen konkurrence. Den enkelte repræsentative virksomheds produktionsbetingelser og forurening er givet ved ligningerne (2) og (3), og hver virksomhed kontrolleres af et familiedynasti, der har livstidsnytten (1). Staten pålægger virksomhederne en emissionsafgift med satsen τ for hver enhed af det forurenende stof, de slipper ud. Afgiftssatsen τ kan variere over tid, og det samlede provenu fra denne miljøafgift tilbageføres til forbrugerne som en lump-sum overførsel. Den enkelte repræsentative husholdning tager både afgiftssatsen og den modtagne statslige indkomstoverførsel (T) for givet. Husholdningen, der altså også er virksomhedsejer, skal vælge sit forbrug samt virksomhedens udgifter til forureningsbekæmpelse under hensyntagen til følgende dynamiske budgetrestriktion, der angiver, hvor mange midler der er til rådighed for kapitalakkumulation i virksomheden:

$$\begin{aligned}\dot{K} &= F(K,X) - A - \tau E + T - C \\ &= F(K,X) - A - \tau\left[\Omega F(K,X) - a(A)\right] + T - C. \qquad (10)\end{aligned}$$

Spørgsmål 1.7. Den repræsentative husholdning ønsker at maksimere sin livstidsnytte (1) under bibetingelse af den dynamiske budgetrestriktion (10), hvor husholdningen tager både τ og T som givne. Opstil Hamilton-funktionen i løbende værdi og udled førsteordensbetingelserne for løsning af dette optimale kontrolproblem, hvor C og A er kontrolvariable, og K er tilstandsvariablen (NB: Du behøver ikke opstille transversalitetsbetingelsen).

Svar på spørgsmål 1.7: Ligningerne (1) og (10) indebærer, at Hamilton-funktionen i løbende værdi bliver

$$H = u(C) + \lambda\left[(1-\tau\Omega) F(K,X) - A + \tau a(A) + T - C\right].$$

Husholdningens førsteordensbetingelser bliver dermed

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Longrightarrow u'(C) = \lambda. \qquad \text{(vii)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial A} = 0 \Longrightarrow \tau a'(A) = 1. \qquad \text{(viii)}$$

$$\dot{\lambda} = \rho\lambda - \frac{\partial H}{\partial K} \Longrightarrow$$

$$\dot{\lambda} = \rho\lambda - \lambda(1-\tau\Omega) F_K \qquad \text{(ix)}$$

Spørgsmål 1.8. Vis at din analyse i spørgsmål 1.7 implicerer at

$$\frac{1}{a'(A)} = \tau. \qquad (11)$$

Giv en økonomisk fortolkning af denne betingelse og forklar kort den økonomiske adfærd, der ligger bag.

Svar på spørgsmål 1.8: Ligning (11) følger umiddelbart ved omordning af (viii). Venstresiden af (11) er den marginale reduktionsomkostning, som altså i ligevægt er lig med emissionsafgiften. Dette kan forklares som følger: Virksomhedens omkostning ved at reducere emissionen med 1 enhed er $1/a'(A)$. Til gengæld sparer virksomheden et afgiftsbeløb på

τ ved at sænke emissionen med 1 enhed. Virksomheden kan derfor reducere sine samlede omkostninger ved at øge sine udgifter til forureningsbekæmpelse op til det punkt, hvor de ekstra reduktionsomkostninger netop svarer til den sparede afgiftsbetaling, dvs. indtil $1/a'(A) = \tau$.

Spørgsmål 1.9. Udled ud fra dine resultater i spørgsmål 1.7 et udtryk for forbrugsvækstraten $\dot{C}/C$ i markedsøkonomien. Vil forbrugsvækstraten i markedsøkonomien afvige fra den samfundsmæssigt optimale udvikling i forbruget givet ved (8)?

Svar på spørgsmål 1.9: Ved at differentiere (vii) med hensyn til tiden fås

$$\dot{\lambda} = u''(C)\,\dot{C},$$

som indsat i (ix) giver

$$u''(C)\,\dot{C} = \rho\lambda - \lambda(1-\tau\Omega)\,F_K. \tag{x}$$

Fra (vii) har vi, at $\lambda = u'(C)$. Ved at indsætte dette i (x) og dividere igennem med C får vi efter omordning:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{C}}{C} &= -\frac{u'(C)}{u''(C)\,C}\left[(1-\tau\Omega)\,F_K - \rho\right] \\ &= \frac{1}{\varepsilon}\left[(1-\tau\Omega)\,F_K - \rho\right], \qquad \varepsilon \equiv -\frac{u''(C)\,C}{u'(C)}. \end{aligned} \tag{xi}$$

Ifølge (11) gælder, at $\tau = 1/a'(A)$, så (xi) kan også skrives som

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K - \rho\right]. \tag{xii}$$

Ligning (xii) har nøjagtigt samme form som ligning (8). Det kunne derfor umiddelbart se ud, som om betingelsen for en samfundsøkonomisk optimal forbrugsudvikling "automatisk" er opfyldt, når staten pålægger en emissionsafgift. Dette forudsætter dog, at afgiften fastsættes på det optimale niveau, der sikrer, at indsatsen til forureningsbekæmpelse (A) i markedsøkonomien svarer til den forureningsbekæmpelsesindsats, som samfundsplanlæggeren ville vælge. Kun derved vil størrelsen af højresiderne i ligningerne (8) og (xii) blive identiske.

Spørgsmål 1.10. Vis ved differentiering af begge sider af ligning (11) med hensyn til tiden, at udviklingen i forureningsbekæmpelsen i markedsøkonomien er givet ved

$$\dot{A} = -\frac{a'(A)}{a''(A)}\frac{\dot{\tau}}{\tau} \tag{12}$$

Udled ved brug af (12) og (9) et udtryk for den vækstrate i miljøafgiften ($\dot{\tau}/\tau$), som vil sikre en samfundsmæssigt optimal udvikling i forureningsbekæmpelsen.

Svar på spørgsmål 1.10: Differentiering af (11) med hensyn til tiden giver

$$\frac{-a''(A)\dot{A}}{[a'(A)]^2} = \dot{\tau} \quad \Longrightarrow \quad \dot{A} = -\frac{[a'(A)]^2}{a''(A)}\dot{\tau} \tag{xiii}$$

Ifølge (11) gælder, at $a'(A) = 1/\tau$. Ved indsættelse heraf i (xiii) fås (12). Ved brug af den i ligning (9) anførte definition af φ kan ligning (12) omskrives til

$$\frac{\dot{A}}{A} = -\frac{a'(A)}{a''(A)A}\frac{\dot{\tau}}{\tau} = \frac{1}{\varphi}\frac{\dot{\tau}}{\tau} \quad \Longrightarrow$$

$$\frac{\dot{\tau}}{\tau} = \varphi\frac{\dot{A}}{A} \tag{xiv}$$

Den samfundsmæssigt optimale vækstrate i A er givet ved (9). Ved indsættelse af dette udtryk for $\dot{A}/A$ i (xiv) får vi derfor den vækstrate i emissionsafgiften, som vil sikre en optimal udvikling i forureningsbekæmpelsen:

$$\frac{\dot{\tau}}{\tau} = \frac{\left(1 - \frac{\Omega}{a'(A)}\right)[F_K - a'(A)F_X]}{a'(A)} \tag{xv}$$

Den avancerede besvarelse kan derudover bemærke, at når (xv) er opfyldt, dvs. når forureningsbekæmpelsesindsatsen er optimal, følger det af analysen i spm. 1.9, at også forbrugsudviklingen vil være samfundsmæssigt optimal, således at man opnår en first-best allokering.

I den betragtede økonomi er en langsigtsligevægt karakteriseret ved, at alle variable er konstante over tid. En langsigtsligevægt kræver altså blandt andet, at $\dot{\tau} = 0$ og dermed $\dot{A} = 0$. I et samfundsøkonomisk optimum indebærer ligevægtsbetingelsen $\dot{A} = 0$ ifølge ligning (9), at $F_K = a'(A)F_X$. En optimal miljøafgift skal altså sikre, at denne betingelse er opfyldt i langsigtsligevægt. Under fuldkommen konkurrence gælder, at $F_K = r$, hvor r er realrenten. Ved brug af denne sammenhæng samt ligning (11) kan vi derfor skrive betingelsen $F_K = a'(A)F_X$ på følgende måde:

$$\tau = \frac{F_X}{r}. \tag{13}$$

Spørgsmål 1.11. Forklar den økonomiske intuition bag ligning (13). Hvad er tolkningen af brøken F_X/r ?

Svar på spørgsmål 1.11: Hvis emissionen i én periode sænkes med 1 enhed, vil miljøkvaliteten også blive forbedret med 1 enhed. Det vil give en permanent produktionsforøgelse på F_X enheder. Størrelsen F_X/r på højresiden af (13) er nutidsværdien af denne permanente forøgelse af produktions- og forbrugsmulighederne. Højresiden angiver derfor den marginale samfundsmæssige fordel ved at reducere emissionen med 1 enhed. Venstresiden af (13) er ifølge (11) lig med $1/a'(A)$, som angiver den marginale omkostning ved at reducere emissionen med 1 enhed. Ligning (13) udtrykker således, at den marginale omkostning ved forureningsbekæmpelse skal svare til den marginale samfundsøkonomiske gevinst derved. (*Bemærk: Tolkningen af udtrykket på højresiden af (13) vil formentlig blive opfattet som vanskelig, da de studerende er vant til at analysere optimale miljøafgifter inden for rammerne af en statisk model*).

OPGAVE 2. Den Grønne Solow model (Indikativ vægt: 1/5).

(Vink: Det er acceptabelt, hvis du giver en rent verbal besvarelse af hele opgave 2, men du må også gerne inddrage ligninger til at understøtte forklaringerne).

Spørgsmål: Den Grønne Solow model forudsiger en sammenhæng mellem udviklingen i indkomsten per indbygger og udviklingen i udledningen af forurenende stoffer. Redegør for denne sammenhæng og forklar de økonomiske mekanismer bag den.

Svar på spørgsmål: Den Grønne Solow model kombinerer den traditionelle Solow-model med en antagelse om, at udledningen af forurenende stoffer per produceret enhed falder med en konstant (relativ) rate over tid som følge af tekniske fremskridt i teknologierne til forureningsbekæmpelse. Modellen antager således både eksogene tekniske fremskridt i færdigvareproduktionen og eksogene tekniske fremskridt i forureningsbekæmpelsen. Det antages endvidere, at opsparings- og investeringskvoten er konstant, og at de samlede ressourcer anvendt på forureningsbekæmpelse udgør en konstant andel af BNP.

Under disse omstændigheder kan modellen generere en sammenhæng mellem indkomsten per indbygger og den samlede absolutte emission af forurenende stoffer, der tager form som et omvendt U. Denne sammenhæng kaldes i litteraturen for den miljømæssige Kuznets-kurve. Mekanismerne bag denne sammenhæng er følgende:

Hvis økonomien starter ud med en lav kapitalintensitet (et lavt kapitapparat per effektiv arbejder), vil indkomsten per indbygger være lav, og de samlede emissioner vil ligeledes være lave pga. et forholdsvis lavt økonomisk aktivitetsniveau. Den lave kapitalintensitet betyder til gengæld, at kapitalens grænseprodukt er højt. De løbende investeringer giver derfor et højt afkast og skaber derfor en forholdsvis høj økonomisk vækstrate. Den høje vækst har en positiv skalaeffekt på de samlede emissioner, og denne effekt er større end den modsatrettede effekt af de tekniske fremskridt i teknologierne til forureningsbekæmpelse. I den tidlige fase af den økonomiske udviklingsproces er nettoeffekten af fremgangen i produktion og indkomst per indbygger således, at de samlede emissioner stiger, forudsat at den initiale kapitalintensitet og dermed indkomsten per indbygger er tilstrækkeligt lav.

Efterhånden som kapitalakkumulationen skrider frem, bliver marginalafkastet af yderligere investeringer imidlertid presset ned som følge af det aftagende udbyttes lov, og vækstempoet er derfor gradvist aftagende, efterhånden som økonomiens kapitalintensitet og dermed indkomsten per indbygger stiger. Den positive skalaeffekt af investeringer på de samlede emissioner aftager derfor med tiden, og på et tidspunkt bliver skalaeffekten overdøvet af effekten af de fortsatte tekniske fremskridt i forureningsbekæmpelsen, således at de samlede emissioner begynder at falde. Dermed passeres toppunktet på den miljømæssige Kuznets-kurve, og efter dette punkt vil fortsatte stigninger i indkomsten per indbygger være forbundet med faldende udledning af forurenende stoffer.

I litteraturen har der været nævnt to supplerende/alternative forklaringer på den miljømæssige Kuznets-kurve: 1) I takt med den økonomiske vækstproces forskydes efterspørgslens og produktionens sammensætning gradvis væk fra forholdsvis forurenende vareproduktion over mod mindre forurenende serviceproduktion. 2) Stigende indkomst per indbygger har en positiv indkomsteffekt på efterspørgslen efter miljøkvalitet, hvilket via de politiske processer fører til en gradvis opstramning af miljøreguleringen, efterhånden som samfundet bliver rigere. (*NB: Det er ikke et krav, at disse supplerende forklaringer nævnes, men fint hvis de bliver omtalt*).

Tilføjelse: Det forventes som nævnt ikke (og er derfor ikke en betingelse for, at der *kan gives en topkarakter), at en besvarelse indeholder en udledning af ligning (9), men nedenfor vises for en ordens skyld, hvordan denne ligning fremkommer. Hvis en besvarelse inkluderer denne udledning, er det naturligvis fornemt.*

Ved at differentiere ligning (ii) med hensyn til tiden fås

$$\dot{\lambda} = \dot{\mu} a' + \mu a'' \dot{A}. \tag{xvi}$$

Indsættelse af (iii) i (xvi) giver

$$\begin{aligned} \dot{\mu} a' + \mu a'' \dot{A} &= \rho\lambda - (\lambda - \mu\Omega) F_K \Longrightarrow \\ \dot{\mu} &= \frac{1}{a'} \left[\rho\lambda - (\lambda - \mu\Omega) F_K - \mu a'' \dot{A} \right]. \end{aligned} \tag{xvii}$$

Vi indsætter nu (iv) i (xvii) og får

$$\rho\mu - (\lambda - \mu\Omega) F_X = \frac{1}{a'} \left[\rho\lambda - (\lambda - \mu\Omega) F_K - \mu a'' \dot{A} \right]. \tag{xviii}$$

Ifølge (ii) gælder, at $\lambda = \mu a'$. Ved at indsætte dette i (xviii) og dividere igennem med μ får vi

$$\begin{aligned} \rho - (a' - \Omega) F_X = \rho - \left(1 - \frac{\Omega}{a'}\right) F_K - \frac{a''}{a'} \dot{A} \quad &\Longrightarrow \\ \dot{A} = -\frac{a'}{a''} \left[\left(1 - \frac{\Omega}{a'}\right) (F_K - a' F_X) \right] \quad &\Longrightarrow \\ \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\left(1 - \frac{\Omega}{a'}\right)(F_K - a' F_X)}{\varphi a'}, \quad \varphi \equiv -\frac{a'' A}{a'}. \quad &\square \end{aligned}$$