Rettevejledning til

Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2017-2018

Makro I

2. årsprøve

11. januar, 2018

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Opgave 1: R&D-drevet teknologisk udvikling

Produktionsfunktion for ny teknologi gentaget fra opgaveteksten:

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^{\phi} L_{At}^{\lambda}, \quad \rho > 0,\ 0 < \phi \leq 1,\ 0 < \lambda \leq 1,$$

1.1 Ved 'constant returns' til A_t ($\phi = 1$) gælder, at hvis $L_{At} > 0$ og konstant, så er nyproduktionen af teknologi, $A_{t+1} - A_t$, proportional med det indeværende teknologiske niveau, A_t. Det betyder, at tæller og nævner i den teknologisek vækstrate, $g_t \equiv (A_{t+1} - A_t)/A_t$, altid vokser relativt lige meget, hvorfor brøken g_t bliver konstant. Rent matematisk følger det af produktionsfunktionen når $\phi = 1$, at $g_t \equiv (A_{t+1} - A_t)/A_t = \rho L_{At}^{\lambda}$, hvoraf direkte ses, at med L_{At} konstant lig med L_A, bliver g_t konstant lig med ρL_A^{λ}. Intuitivt betyder $\phi = 1$, at eksisterende teknologi er så tilstrækkelig produktiv i frembringelsen af ny teknologi, at selv med en konstant ressourceanvendelse i forskningssektoren vil nyfrembringelsen af teknologi netop følge (proportionalt) med det eksisterende niveau af teknologi.

1.2 Ved 'diminishing returns' til A_t ($\phi < 1$) gælder, at hvis $L_{At} > 0$ og konstant, så er nyproduktionen af teknologi, $A_{t+1} - A_t$, stadig altid positiv, og den er også voksende i det indeværende teknologiske niveau, A_t, men denne gang mindre end proportionalt voksende: En stigning i A_t på 1 pct., vil give en stigning i $A_{t+1} - A_t$ på ϕ pct., hvor jo $\phi < 1$. Derfor vil $g_t \equiv (A_{t+1} - A_t)/A_t$ være aftagende og gå imod nul. Matematisk ses, at $g_t \equiv (A_{t+1} - A_t)/A_t = \rho A_t^{\phi-1} L_A^{\lambda}$, når $L_{At} = L_A$ konstant. Da $A_{t+1} - A_t$ er strengt positiv, vil A_t altid vokse, hvilket igen betyder, at $A_{t+1} - A_t$ er voksende, hvorfor A_t må gå imod uendelig. Det betyder fra $g_t = \rho A_t^{\phi-1} L_A^{\lambda}$, at g_t aftager efterhånden som A_t vokser og går imod nul, når A_t går imod uendelig. Intuitivt betyder $\phi < 1$, at eksisterende teknologi ikke er tilstrækkelig produktiv i frembringelsen af ny teknologi til at sikre, at med en konstant ressourceanvendelse i forskningssektoren vil nyfrembringelsen af teknologi kunne følge proportionalt med det eksisterende teknologiske niveau. For at kunne fastholde en konstant vækstrate, g_t, i teknologien må ressourceindsatsen være voksende. Matematisk ses, at $g_t = g$, kræver $\rho A_t^{\phi-1} L_{At}^{\lambda} = g$, eller $L_{At} = (g A_t^{1-\phi}/\rho)^{1/\lambda}$, så L_{At} må vokse, efterhånden som A_t vokser.

1.3 Empirien taler for $\phi < 1$, dvs. en relativt behersket 'standing on shoulders'-effekt. Hvis $\phi \geq 1$, skulle den stigende ressourceanvendelse i forskningssektoren have givet sig udslag i en stigende vækstrate i A_t, hvilket efterhånden (i henhold til al eksisternde vækstteori) ville sætte sig som en stigende vækstrate i BNP per arbejder eller capita. Men det, man har set, er ret konstante væktrater.

Dette ($\phi < 1$), betyder, at fortsat eksponentiel vækst kun kan lade sig gøre med eksponentiel vækst i ressourceanvendelsen, L_{At}, i forskningssektoren. Dette kan i længden (på rigtig langt sigt) kun lade sig gøre, så længe der er eksponentiel vækst i befolkningens størrelse, men det kan der alene pga. manglende plads ikke blive ved med at være. Så R&D-væksttankegangen samme med den relativt svage 'standing on shoulders'-effekt indikerer, at fortsat eksponentiel vækst i BNP per capita ikke vil være mulig på rigtig langt sigt. Som svaret på 1.2 antyder, behøver dette ikke være fatalt, idet det teknologiske niveau og dermed BNP per capita stadig kan være evigt voksende og gå imod uendelig på langt sigt også når resourceindsatsen L_{At} ikke vokser.

Opgave 2: Opbremsning i produktivitetsvæksten i avancerede økonomier?

Aggregeret produktionsfunktion gentaget fra opgavetksten:

$$Y_t = B_t K_t^{\alpha} \left(h_t L_t\right)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

2.1 TFP eller B_t dækker over indflydelse fra alle andre variable af betydning for den aggregerede produktion ind de direkte inddragne, nemlig kapitalinput, K_t, humankapital per arbejder, h_t, samt arbejdsinput, L_t. Dette kan rumme faktorer som naturressourcer, 'socialkapital' mv. samt det teknologiske niveau. Hvis B_t fortolkes som sidstnævnte, ville en opbremsning i væksten i B_t ud fra en R&D-baseret endogen vækst-tankegang kunne begrundes i en moderat 'standing on shoulders'-effekt samt et ikke tilstrækkelig stærkt voksende input af ressourcer i forskningssektoren, jf. også opgave 1.

2.2 Ved at bruge definitionen af y_t og dividere med L_t på begge sider af (1) fås:

$$y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t} = \frac{B_t K_t^{\alpha} \left(h_t L_t\right)^{1-\alpha}}{L_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}} = B_t \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} \left(\frac{h_t L_t}{L_t}\right)^{1-\alpha}$$

eller

$$y_t = B_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha} \tag{2}$$

Ved her at tage naturlig logaritme på begge sider fås:

$$\ln y_t = \ln B_t + \alpha \ln k_t + (1-\alpha) \ln h_t$$

Når denne skrives op for to perioder, hhv. T og t, og den anden trækkes fra den første, og der herefter divideres på begge sider med $T-t$ fås:

$$\frac{\ln y_T - \ln y_t}{T-t} = \frac{\ln B_T - \ln B_t}{T-t} + \alpha \frac{\ln k_T - \ln k_t}{T-t} + (1-\alpha) \frac{\ln h_T - \ln h_t}{T-t} \tag{3}$$

2.3 Venstresiden af (3) er netop den gennemsnitlige (approksimative) vækstrate i BNP per arbejdstime også kaldet timeproduktiviteten, y_t, fra t til T. Ligningen viser således, at en vækst i y_t kan fremkomme ved vækst i TFP eller vækst i fysisk kapital per arbejder (såkaldt 'capital deepening') eller vækst i humankapital per arbejder (eller naturligvis en passende konstellation af disse).

Fortolkningen af figur 1 er ikke entydig, men en rimelig diskussion kunne være:

For næsten alle landene (UK og til dels Belgien undtaget) gælder, at vækstraterne i timeproduktiviteten har været højere i 50'erne og 60'erne end senere, så den del bekræftes.

Der er også tegn på lavere vækst i timeproduktiviteten efter årtusindeskiftet end før, men da finanskrisen her kan gøre sig gældende både i perioden 2000-2010 og i 2010-2014, kan det være svært herudfra at konkludere, om den lavere vækst i timeproduktiviten efter 2000 er strukturel eller betinget af krisen. (Bemærk, at selve det forhold, at BNP under krisen falder kraftigt eller stiger betydeligt mindre end sædvanligt, ikke nødvendigvis giver en lav vækst i timeproduktiviteten, idet beskæftigelsen og dermed antallet af arbejdstimer også falder eller stiger relativt lidt i krisen. Det er imidlertid velkendt, at beskæftigelsen først ændres med forsinkelse ved større udsving i BNP, så derfor kan krisen godt have haft betydning for udviklingen i timeproduktiviteten).

Det er uklart ud fra en ren øjemålsbetragtning, om man kan tale om en jævnt aftagende tendens i væksten i timeproduktiviteten. Lidt mere formelt er der for hvert land i figuren seks overgange fra én periode til den følgende, altså i alt 48 overgange. I ca. 24 af disse er der tale om, at væksten i timeproduktiviteten falder fra periode til periode. Dvs., at i ca. halvdelen af tilfældene falder timeproduktiviteten, mens den i de øvrige stiger. Dette peger ikke med tyngde på et jævnt og stadigt fald i væksten i produktiviteten.

Man kan ikke fra ud fra udviklingen i timeproduktiviteten slutte, hvordan den underliggende TFP-vækst har været: Som (3) viser, kan en relativt stor stigning i timeproduktiviteten optræde uden en relativt stor stigning i TFP, hvis der er en relativt stor stigning i kapital per arbejder eller i humankapital per arbejder. Der behøver således ikke *nødvendigvis* være sammenhæng mellem ændringer i timeproduktiviteten og TFP.

2.4 Ved at differentiere produktionsfunktionen (1) mht. L_t fås:

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = (1-\alpha) B_t K_t^{\alpha} (h_t L_t)^{-\alpha} h_t \tag{4.1}$$

eller med definitionen $H_t \equiv h_t L_t$:

$$w_t = (1-\alpha) B_t K_t^{\alpha} H_t^{-\alpha} h_t \tag{4.2}$$

Ved i den første af ovenstående to ligninger at gange på begge sider med L_t fås:

$$w_t L_t = (1-\alpha) B_t K_t^{\alpha} (h_t L_t)^{-\alpha} h_t L_t = (1-\alpha) B_t K_t^{\alpha} (h_t L_t)^{1-\alpha} = (1-\alpha) Y_t,$$

hvoraf ses, at $w_t L_t / Y_t = 1 - \alpha$. Da lønandele typisk ligger relativt konstant i niveauet 2/3 i avancerede økonomier, kan $\alpha \approx 1/3$ være en rimelig kalibrering.

Humankapitalfunktion gentaget fra opgaveteksten.

$$h(u_t) = \exp(\psi u_t), \quad \psi > 0, \tag{5}$$

2.5 Ved at tage den naturlige logaritme på begge sider af (5) fås:

$$\ln h(u_t) = \psi u_t$$

Ved her at differentiere mht. u_t fås:

$$\frac{h'(u_t)}{h(u_t)} = \psi \tag{6}$$

Med $h'(u_t) \equiv \partial h_t / \partial u_t$ og $h(u_t) = h_t$ kan denne skrives:

$$\frac{\partial h_t}{h_t} = \psi \partial u_t$$

som netop viser, at en lille *absolut* ændring i uddannelse på $\partial u_t > 0$, giver en *relativ* stigning i humankapital på $\psi \partial u_t$.

2.6 Ved at indsætte $h_t = \exp(\psi u_t)$ i (4.2) fås:

$$w_t = (1-\alpha) B_t K_t^{\alpha} H_t^{-\alpha} \exp(\psi u_t)$$

Ved her at tage ln på begge sider fås:

$$\ln w_t = \ln(1-\alpha) + \ln B_t + \alpha \ln K_t - \alpha \ln H_t + \psi u_t$$

Ved her at differentiere mht. u_t, *idet H_t tages for given*, fås:

$$\frac{\frac{\partial w_t}{\partial u_t}}{w_t} = \psi$$

eller

$$\frac{\partial w_t}{w_t} = \psi \partial u_t \tag{7}$$

Denne siger, at en *absolut* stigning i uddannelse på ∂u_t giver en *relativ* stigning i reallønnen på $\psi \partial u_t$. Da 1 års ekstra uddannelse ($\partial u_t = 1$) typisk giver en stigning i reallønnen på 10 pct. ($\partial w_t / w_t = 0,1$), svarer dette til $\psi \approx 0{,}1$, som altså kan anses for en rimelig kalibrering.

2.7 Ud fra (3) og med $\alpha = 1/3$ kan TFP-vækstraten beregnes som:

$$\frac{\ln B_T - \ln B_t}{T-t} = \frac{\ln y_T - \ln y_t}{T-t} - \frac{1}{3}\frac{\ln k_T - \ln k_t}{T-t} - \frac{2}{3}\frac{\ln h_T - \ln h_t}{T-t} \tag{8}$$

Når denne formel bruges i tabellen skulle man få (beregnede værdier med fed skrift):

Gnst. årlig vækstrate, USA, pct.				
Periode	y_t	k_t	h_t	B_t
1950-1960	2,6	3,0	0,45	**1,3**
1960-1970	2,7	2,4	1,2	**1,1**
1970-1980	1,4	1,8	0,9	**0,2**
1980-1990	1,6	1,2	0,3	**1,0**
1990-2000	2,1	1,2	0,45	**1,4**
2000-2010	2,0	2,7	0,3	**0,9**
2010-2014	0,5	-0,3	0,15	**0,5**

2.8 I figur 2 for TFP-vækst genfindes *nogle af* tendenserne fra spørgsmål 2.3 vedrørende væksten i timeproduktiviteten, fx en ret generel tendens til højere TFP-vækst i 50'erne og 60'erne end i senere perioder (UK undtaget) samt en relativt lav TFP-vækst efter årtusindeskiftet, hvilket dog igen til dels kan være et finanskrisefænomen.

Den store forskel mellem figur 1 og 2 ligger i, at figur 2 for TFP-vækst i langt højere grad synes at støtte en hypotese om en ret jævnt og stabilt aftagende produktivitetsvækst gældende for den underliggende vækst i teknologien (TFP), end figur 1 gør for timeproduktiviteten. Dette støttes ved en ren øjemålsvurdering, idet søjlerne synes i det store og hele at være jævnt aftagende i højde fra venstre mod højre i figuren, men også ved at ud af de 48 periodeovergange i figur 2, falder TFP-væksten i ca. de 38.

En vækstregnskabsøvelse synes altså faktisk at give et vist belæg for hypotesen om en opbremsning i væksten i den underliggende produktivitet (en 'productivity slow down'), som sætter sig igennem nogenlunde jævnt gennem hele efterkrigstiden.

Opgaven beder ikke om mulige forklaringer heraf, men med opgavens gennemgående tema kunne en god besvarelse nævne, at en mulig forklaring kunne være, at de avancerede økonomier ikke vedvarende har været i stand til forøge mængden af ressourcer i R&D-sektorerne i et tempo, som det pga. en moderat 'standing-on-shoulders effekt' ville have krævet for at fastholde en konstant underliggende teknologisk vækstrate.