## Rettevejledning til

Eksamensopgave på Økonomistudiet sommer 2017 i

## Miljø-, ressource- og klimaøkonomi

Den 19. juni 2017

(3-timers prøve uden hjælpemidler)

## Opgave 1. Optimal udvinding af fossile brændsler

Betragt en miljøøkonomisk model, der benytter følgende notation:

Y =produktion af færdigvarer

K =beholdning af produceret realkapital

R =input af fossile brændsler

S = reserve beholdning af fossile brændsler

c = grænseomkostning ved udvinding af 'en enhed af det fossile brændsel (opgjort i enheder af færdigvaren)

C =forbrug af færdigvarer

I = investering i produceret realkapital

Z =samlede omkostninger ved udvinding af fossile brændsler (opgjort i enheder af færdigvaren)

U = livstidsnytte for den repræsentative forbruger

u =nyttestrøm i den enkelte periode

 $\rho$  = tidspreferencerate

t =tiden (der behandles som en kontinuert variabel)

Der ses bort fra efterforskning og opdagelse af nye fund af brændselsreserver. Brændselsreserven på tidspunkt t er derfor lig med den initiale brændselsreserve  $S_0$  fratrukket det akkumulerede brændselsforbrug fra tidspunkt 0 til tidspunkt t:

$$S_t = S_0 - \int_0^t R_v dv \tag{1}$$

Koncentrationen af  $CO_2$  i atmosfæren og den deraf følgende globale opvarmning antages at være en monotont voksende funktion af det akkumulerede brændselsforbrug og er dermed monotont aftagende i størrelsen af den tilbageværende brændselsreserve. Den globale opvarmning antages at skade produktiviteten. På den baggrund antages færdigvareproduktionen af være givet ved følgende produktionsfunktion, hvor variable uden tidsangivelse refererer til periode t, og  $F_X$  angiver den partielle afledede af produktionsfunktionen m.h.t. variablen X:

$$Y = F(K, R, S),$$
  $F_K, F_R, F_S > 0.$  (2)

Antagelsen  $F_s > 0$  afspejler altså, at en større reservebeholdning er ensbetydende med en lavere akkumuleret  $CO_2$  –udledning og dermed mindre global opvarmning med deraf følgende højere produktivitet.

Af (1) følger, at ændringen i brændselsreserven på tidspunkt t er givet ved

$$\dot{S} = -R \tag{3}$$

hvor en prik over en variabel angiver dens afledede mht. til tiden t. Idet vi ser bort fra afskrivninger, er stigningen i kapitalapparatet i periode t lig med periodens investeringer:

$$\dot{K} = I \tag{4}$$

Den gennemsnitlige og marginale omkostning ved udvinding af fossile brændsler antages at være lig med konstanten c. De samlede udvindingsomkostninger bliver dermed

$$Z = cR (5)$$

Økonomiens samlede ressourcebegrænsning er

$$Y = C + I + Z \tag{6}$$

og den repræsentative forbrugers livstidsnytte på tidspunkt 0 er givet som

$$U_0 = \int_0^\infty u(C_t) e^{-\rho t} dt, \qquad u' > 0, \qquad u'' < 0$$
 (7)

**Spørgsmål 1.1:** Antag at en velmenende samfundsplanlægger i den betragtede økonomi ønsker at tilrettelægge forbruget og udvindingen af fossile brændsler sådan, at forbrugerens livstidsnytte (7) maksimeres. Vis at Hamilton-funktionen i løbende værdi svarende til samfundsplanlæggerens problem er givet ved

$$H = u(C) + \mu \left[ F(K, R, S) - C - cR \right] - \lambda R \tag{8}$$

hvor  $\mu$  og  $\lambda$  er skyggepriserne på hhv. K og S.

Svar på spørgsmål 1.1: Hamilton-funktionen i løbende værdi er

$$H = u(C) + \mu \dot{K} + \lambda \dot{S} \tag{i}$$

Ved at indsætte (2), (4) og (5) i (6) får man

$$\dot{K} = F(K, R, S) - C - cR \tag{ii}$$

Indsættelse af (3) og (ii) i (i) giver herefter (8).

**Spørgsmål 1.2:** Udled førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem (Vink: Bemærk at kontrolvariablene er C og R, mens tilstandsvariablene er K og S).

Svar på spørgsmål 1.2: Fra (8) får man førsteordensbetingelserne

$$\partial H / \partial C = 0 \implies u'(C) = \mu$$
 (iii)

$$\partial H / \partial R = 0 \implies \mu(F_R - c) = \lambda$$
 (iv)

$$\dot{\mu} = \rho \mu - \partial H / \partial K \quad \Rightarrow \quad \dot{\mu} = \mu (\rho - F_K) \tag{v}$$

$$\dot{\lambda} = \rho \lambda - \partial H / \partial S \quad \Rightarrow \quad \dot{\lambda} = \rho \lambda - \mu F_S \tag{vi}$$

Derudover skal en optimal løsning tilfredsstille transversalitetsbetingelserne

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \mu_t K_t = 0 \tag{vii}$$

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \lambda_t S_t = 0 \tag{viii}$$

Det bør dog ikke betragtes som en fejl, hvis transversalitetsbetingelserne (vii) og (viii) ikke er anført i en besvarelse, da disse betingelser ikke skal bruges senere.

**Spørgsmål 1.3:** Vis at førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem kræver opfyldelse af følgende betingelse:

$$F_K = \frac{\dot{F}_R + F_S}{F_R - c} \tag{9}$$

Svar på spørgsmål 1.3: Ved at differentiere (iv) med hensyn til tiden får man (idet c er angivet at være konstant, dvs. c=0):

$$\dot{\lambda} = \dot{\mu}(F_R - c) + \mu \dot{F}_R \tag{ix}$$

Af (vi) og (ix) ser vi, at højresiderne af disse to ligninger må være identiske, dvs.

$$\rho \lambda - \mu F_{s} = \dot{\mu} (F_{R} - c) + \mu \dot{F}_{R} \tag{X}$$

Vi eliminerer nu  $\mu$  fra (x) ved brug af (v) og får

$$\rho \lambda - \mu F_S = \mu (\rho - F_K) (F_R - c) + \mu F_R \tag{xi}$$

Dernæst bruger vi (iv) til at eliminere  $\lambda$  fra (xi), hvilket giver

$$\rho\mu(F_R - c) - \mu F_S = \mu(\rho - F_K)(F_R - c) + \mu F_R$$
 (xii)

Ved at dividere igennem med  $\mu$  på begge sider af (xii) får vi

$$\rho(F_R - c) - F_S = \rho(F_R - c) - F_K(F_R - c) + \dot{F}_R \iff$$

$$F_K(F_R - c) = \dot{F}_R + F_S \tag{xiii}$$

Ligning (9) fremkommer nu ved at dividere igennem med  $(F_R - c)$  på begge sider af (xiii).

**Spørgsmål 1.4:** Giv en økonomisk fortolkning af betingelsen (9). Hvordan adskiller den sig fra den klassiske Hotelling-regel for optimal udvinding af en udtømmelig ressource?

Svar på spørgsmål 1.4: Venstresiden af (9) er det samfundsøkonomiske marginalafkast af investering i realkapital, mens højresiden er det samfundsøkonomiske marginalafkast af at investere i naturkapital ved at lade en ekstra enhed af det fossile brændsel forblive i undergrunden i dag. I optimum skal de to former for kapital give det samme marginale afkast. Tælleren i brøken på højresiden af (9) måler det absolutte afkast af at investere i naturkapital. For at få det relative afkast, der er sammenligneligt med realkapitalens grænseprodukt  $F_K$ , skal det absolutte afkast af naturkapitalen sættes i forhold til den marginale ressourcerente  $F_R - c$ , der angiver offeromkostningen ved at lade en ekstra enhed af det fossile brændsel forblive i undergrunden i dag. Størrelsen  $F_R/(F_R-c)$  på højresiden af (9) kan tolkes som den procentvise "kapitalgevinst", naturkapitalen afkaster som følge af, at ressourcerenten vokser over tid pga. stigende knaphed på fossile brændsler (idet  $F_R$  afspejler den stigning i brændselets grænseprodukt, der følger af den stigende knaphed). Derudover inkluderer afkastet af naturkapital størrelsen  $F_s / (F_R - c)$ , der måler gevinsten ved, at en udskydelse af forbruget af fossile brændsler og den deraf følgende dæmpning af den globale opvarmning øger produktiviteten (afspejlet i leddet  $F_{\rm S}$  ). Denne sidstnævnte effekt optræder ikke i den klassiske Hotelling-regel, der har formen  $F_K = F_R / (F_R - c)$ , og som dermed ikke tager højde for den negative eksternalitet ved brugen af fossile brændsler.

Antag nu, at de fossile brændselsreserver er privatejede. Ressourceejerne tager den reale markedspris  $P_t$  på det fossile brændsel for givet og tilrettelægger den løbende udvinding  $R_t$  med henblik på at maksimere nutidsværdien af den forventede profit V, som på tidspunkt 0 er

$$V_0 = \int_0^\infty (P_t R_t - cR_t) e^{-\int_0^\infty r_v dv} dt$$
 (10)

hvor r er den reale markedsrente.

**Spørgsmål 1.5:** Opstil Hamilton-funktionen i løbende værdi svarende til ressourceejerens problem og udled førsteordensbetingelserne for maksimering af nutidsværdien af den forventede profit (Vink: Husk at ændringen i brændselsreserven fortsat er givet ved (3)). *Svar på spørgsmål 1.5:* Hamilton-funktionen i løbende værdi svarende til ressourceejerens problem er

$$H = PR - cR - \lambda R \tag{xiv}$$

hvor  $\lambda$  er skyggeværdien af brændselsreserven S. Kontrolvariablen er R, og tilstandsvariablen er S. Fra (xiv) får man derfor førsteordensbetingelserne

$$\partial H / \partial R = 0 \implies P - c = \lambda$$
 (xv)

$$\dot{\lambda} = r\lambda - \partial H / \partial S \quad \Rightarrow \quad \dot{\lambda} = r\lambda \tag{xvi}$$

Derudover skal løsningen til ressourceejerens problem tilfredsstille transversalitetsbetingelsen

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\int_{0}^{t} r_{v} dv} \lambda_{t} S_{t} = 0$$

som dog ikke behøver at blive anført, da den ikke skal bruges senere.

**Spørgsmål 1.6:** Benyt de i spørgsmål 1.5 udledte førsteordensbetingelser til at udlede en Hotelling-regel for den private ressourceejers optimale udvindingstakt. Giv en økonomisk fortolkning af reglen.

Svar på spørgsmål 1.6: Ved at differentiere (xv) med hensyn til tiden får man

$$\dot{P} = \dot{\lambda}$$
 (xvii)

Indsættelse af (xv) og (xvii) i (xvi) giver nu

$$\dot{P} = r(P - c) \tag{xviii}$$

Venstresiden af (xviii) er den gevinst, ressourceejeren kan opnå ved at udskyde udvindingen af en ekstra enhed af det fossile brændsel fra "i dag" til "i morgen". Denne gevinst består i den stigning i ressourceprisen og dermed i ressourcerenten, der indtræffer fra i dag til i morgen. Højresiden af (xviii) er den indkomststigning ressourceejeren kan opnå "i morgen", hvis han udvinder en ekstra enhed "i dag", sælger den på markedet og investerer den resulterende nettoprofit P-c (ressourcerenten) i kapitalmarkedet til markedsrenten r. Ligning (xviii) er således en klassisk Hotelling regel, der udtrykker, at ressourceejeren i optimum skal være indifferent mellem at udvinde en ekstra enhed i dag og at udskyde udvindingen til i morgen.

**Spørgsmål 1.7:** Forklar forskellen mellem den i spørgsmål 1.6 udledte Hotelling-regel for den private ressourceejer og samfundsplanlæggerens regel (9), idet du antager, at der er fuldkommen konkurrence i markedsøkonomien (Vink: Opskriv udtryk for r og P under fuldkommen konkurrence).

*Svar på spørgsmål 1.7:* Under fuldkommen konkurrence vil den reale markedsrente være lig med grænseproduktet af realkapital, og markedsprisen på det fossile brændsel vil være lig med brændselets grænseprodukt i færdigvareproduktionen, dvs.

$$r = F_{\kappa}$$
 (xix)

$$P = F_R \tag{XX}$$

Af (xx) følger, at

$$\dot{P} = \dot{F}_R \tag{xxi}$$

Ved at indsætte (xix) og (xx) i (xviii) og omordne det resulterende udtryk, får man

$$F_K = \frac{\dot{F}_R}{F_R - c} \tag{xxii}$$

Størrelsen på højresiden af (xxii) angiver det procentvise marginale afkast, den private ressourceejer opnår ved at investere i naturkapital, dvs. ved at udskyde udvindingen af en ekstra enhed af brændselet fra i dag til i morgen (og dermed overføre en større brændselsreserve til morgendagen). Ved at sammenligne (xxii) med (9) ser man, at markedet ikke belønner ressourceejeren for den produktivitetsgevinst  $F_s$ , der opnås, når ressourceudvindingen og dermed den globale opvarmning udskydes. Denne produktivitetsgevinst tages der derimod højde for i betingelsen (9) for den samfundsøkonomisk optimale udvindingstakt. I markedsøkonomien vil der derfor være en tendens til, at ressourceudvindingen går for hurtigt i forhold til det samfundsmæssigt optimale udvindingsforløb.

Antag nu at staten pålægger de private ressourceejere en skat på deres *akkumulerede* udvinding af fossile brændsler. Den samlede skattebetaling  $T_t$  for den repræsentative ressourceejer i periode t bliver dermed

$$T_{t} = \tau_{t} \left( S_{0} - S_{t} \right) \tag{11}$$

hvor  $S_0 - S_t$  er den akkumulerede udvinding fra tidspunkt 0 til tidspunkt t, og  $\tau_t$  er skattesatsen i periode t.

**Spørgsmål 1.8:** Udled den relevante Hotelling-regel for den repræsentative private ressourceejer, når han pålægges udvindingsskatten (11), og angiv den størrelse af udvindingsskattesatsen  $\tau_i$  der vil sikre den samfundsmæssigt optimale udvindingstakt. Forklar intuitionen bag dit resultat.

Svar på spørgsmål 1.8: Nutidsværdien af ressourceejerens profit bliver nu

$$V_{0} = \int_{0}^{\infty} \left( P_{t}R_{t} - cR_{t} - T_{t} \right) e^{-\int_{0}^{t} r_{v} dv} dt$$

$$= \int_{0}^{\infty} \left[ P_{t}R_{t} - cR_{t} - \tau_{t} \left( S_{0} - S_{t} \right) \right] e^{-\int_{0}^{t} r_{v} dv} dt$$

og Hamilton-funktionen i løbende værdi svarende til ressourceejerens problem bliver derfor

$$H = PR - cR - \tau (S_0 - S) - \lambda R \tag{xxiii}$$

hvorfra man får førsteordensbetingelserne

$$\partial H / \partial R = 0 \implies P - c = \lambda$$
 (xxiv)

$$\lambda = r\lambda - \partial H / \partial S \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = r\lambda - \tau \tag{xxv}$$

Af (xxiv) følger, at  $\dot{P} = \dot{\lambda}$ . Når dette indsættes i (xxv) sammen med (xxiv), får man følgende modificerede Hotelling-regel for ressourceejerens optimale udvindingstakt:

$$\dot{P} = r(P - c) - \tau \tag{xxvi}$$

Ved brug af (xix) og (xx) kan (xxvi) omskrives til

$$\dot{F}_R = F_K (F_R - c) - \tau \implies$$

$$F_K = \frac{\dot{F}_R + \tau}{F_R - c} \tag{xxvii}$$

Ved at sammenholde (xxvii) med (9) ser man, at en skattesats af størrelsen

$$\tau = F_{\rm s}$$
 (xxviii)

kan sikre en samfundsmæssigt optimal udvindingstakt, idet den vil sikre, at betingelsen (xxvii) for ressourceejerens optimale udvinding bliver sammenfaldende med samfundsplanlæggerens optimumsbetingelse (9). Beskatningsreglen (xxviii) indebærer, at ressourceejeren pålægges en skat per udvundet enhed, der svarer til den marginale eksterne skadeomkostning  $F_s$  (dvs. det produktivitetstab), som brugen af en ekstra enhed af det fossile brændsel medfører. Dermed opnås en fuld internalisering af den negative eksternalitet ved brugen af brændselet.

**Spørgsmål 1.9:** Omtal kort nogle komplikationer, der i praksis gør det vanskeligt at identificere den optimale klimapolitik.

Svar på spørgsmål 1.9: I praksis er det overordentligt vanskeligt at estimere den marginale eksterne skadeomkostning ved brugen af fossile brændsler. Det skyldes blandt andet, at der er stor videnskabelig usikkerhed om sammenhængene i klimasystemet. Fx er der stor usikkerhed om

størrelsen af den såkaldte klimasensitivitetsparameter, der angiver den langsigtede stigning i den globale gennemsnitstemperatur ved en fordobling af koncentrationen af  $CO_2$  i atmosfæren. Man kender endog ikke den sande sandsynlighedsfordeling for størrelsen af denne parameter. Der er ligeledes usikkerhed om, hvor stor en andel af  $CO_2$ -emissionerne, der kan absorberes af arealer, skove og oceaner, og man ved ikke, hvornår (dvs. ved hvilken grad af opvarmning) klimasystemet eventuelt passerer farlige og irreversible "tipping points", hvor fx Golfstrømmen kan tænkes at vende, isen ved polerne eller indlandsisen på Grønland smelter, eller tundraområder tør op med frigivelse af store mængder metan til følge. Ligeledes er der usikkerhed om, hvordan effekterne af klimaforandringerne vil blive fordelt mellem verdens lande, og i hvilken grad samfundene vil være i stand til at tilpasse sig klimaforandringerne.

## Opgave 2. Kontroversen om diskontering

Redegør for nogle vigtige synspunkter i debatten om valget af diskonteringsrate ved evaluering af klimapolitiske tiltag.

Svar på opgave 2: Da effekten af klimapolitiske tiltag udspiller sig over meget lange tidshorisonter, har valget af diskonteringsrate overordentlig stor betydning for opgørelsen af nutidsværdien af størrelsen af tiltagenes omkostninger og fordele. Debatten om diskontering tager ofte udgangspunkt i den såkaldte Ramsey-formel, der angiver betingelsen for, at forbruget er optimalt fordelt over tid. Ramsey-formlen for den reale diskonteringsrate r er:

$$r = \rho + \varepsilon g \tag{xxix}$$

Variablen r er den såkaldte forbrugsdiskonteringsrate, dvs. den rate hvormed en given mængde fremtidigt forbrug neddiskonteres til en velfærdsækvivalent mængde nutidigt forbrug. Parameteren  $\rho$  er den rene tidspreferencerate, dvs. den rate, hvormed fremtidig nytte neddiskonteres;  $\varepsilon$  er elasticiteten i grænsenytten af forbrug med hensyn til forbrugsniveauet, og g er vækstraten i forbruget. En højere vækstrate i forbruget indebærer alt andet lige en lavere grænsenytte af fremtidigt i forhold til nutidigt forbrug og øger dermed ifølge (xxix) diskonteringsraten. Ved en større grænsenytteelasticitet i forbruget vil en given forbrugsvækstrate endvidere medføre et større fald i grænsenytten af fremtidigt forbrug, hvilket ligeledes ses at øge diskonteringsraten, ligesom en højere tidspreferencerate naturligt nok øger r.

Ifølge den såkaldte  $præskriptive\ tilgang$  bør størrelsen af parametrene  $\rho$  og  $\varepsilon$  fastsættes på basis af etiske overvejelser, når Ramsey-formlen (xxix) anvendes til at kalibrere diskonteringsraten i samfundsøkonomiske projektvurderinger. Fx har Nicholas Stern og mange andre argumenteret, at den rene tidspreferencerate  $\rho$  bør sættes meget tæt på nul, da nutidige generationer ikke har etisk ret til at vurdere deres egen velfærd højere end velfærden for fremtidige generationer, blot fordi de sidstnævnte fødes senere. Ifølge dette synspunkt er det alene den lille sandsynlighed for, at menneskeheden kan blive udslettet, der kan berettige en (meget lav) positiv tidspreferencerate.

Ifølge den præskriptive tilgang bør grænsenytteelasticiteten  $\varepsilon$  endvidere fastsættes ud fra samfundets fordelingspolitiske preference for udjævning af forbrugsmuligheder på tværs af generationer. Jo stærkere denne preference for forbrugsudjævning er, jo højere bør værdien af  $\varepsilon$ 

sættes, hvorved øgede forbrugsmuligheder for fremtidige generationer tillægges lavere (højere) værdi, såfremt de fremtidige generationer i forvejen forventes at have et højere (lavere) forbrug end de nutidige generationer.

Den præskriptive tilgang lægger således op til, at det alene er den forventede forbrugsvækstrate *g*, der kan fastlægges "objektivt" ud fra en rent økonomisk analyse.

Tilhængere af den såkaldte  $deskriptive\ tilgang$  som fx William Nordhaus argumenterer derimod for, at i en velfungerende markedsøkonomi vil det marginale afkast af realinvesteringer være givet ved en formel som (xxiv), hvor størrelserne  $\rho$  og  $\varepsilon$  vil afspejle markedsdeltagernes preferencer, og g vil afspejle den forventede/planlagte forbrugsvækstrate. Hvis der er konstant skalaafkast, vil det gennemsnitlige kapitalafkast være lig med det marginale kapitalafkast, som altså vil være givet ved formlen (xxiv). Tilhængerne af den deskriptive tilgang mener derfor, at diskonteringsraten bør sættes lig med det observerede gennemsnitlige afkast af realinvesteringer, da dette nogenlunde vil svare til kapitalens grænseprodukt. Ifølge dette synspunkt bør investeringer i klimapolitiske tiltag til nedbringelse af drivhusgasudledningerne altså mindst give et afkast, der svarer til afkastet af traditionelle investeringer i realkapital, da afkastet af sidstnævnte repræsenterer offeromkostningen ved at investere i klimatiltag.

Antagelsen bag den deskriptive tilgang er, at man kan kompensere for skaderne ved klimaforandringerne ved at foretage investeringer, der giver mulighed for et øget forbrug af konventionelle forbrugsgoder. Det forudsættes dermed implicit, at de miljøgoder, der destrueres som følge af den globale opvarmning, kan erstattes af konventionelle goder. Miljøøkonomerne Hoel, Sterner og Persson har imidlertid argumenteret for, at miljøgoder og konventionelle goder kun i ringe grad kan substituere hinanden, og at klimaforandringernes miljøvirkninger vil skabe en stigende knaphed på miljøgoder i forhold til konventionelle goder. Den relative værdi af miljøgoder (målt ved det marginale substitutionsforhold, dvs. miljøgodernes grænsenytte i forhold til grænsenytten af konventionelle forbrugsgoder) vil derfor stige over tid, hvilket vil øge velfærdsgevinsten ved at forebygge fremtidige klimaskader. Denne analyse lægger dermed op til, at der i klimaøkonomiske analyser skal anvendes to forskellige diskonteringsrater: En forholdsvis høj diskonteringsrate ved neddiskontering af fremtidige ændringer i forbruget af konventionelle goder, og en forholdsvis lav (måske endog negativ) diskonteringsrate ved neddiskontering af fremtidige ændringer i udbuddet af miljøgoder. I en artikel af Sterner og Persson (2008) inddrager forfatterne ufuldkommen substitution mellem miljøgoder og konventionelle goder i den kendte klimaøkonomiske model DICE og viser, at dette kan retfærdiggøre store og hurtige reduktioner af de globale CO2-udledninger, selv når man ikke inddrager de etiske overvejelser bag den præskriptive tilgang til diskonteringsspørgsmålet, dvs. selv hvis man vælger de samme værdier af parametrene  $\rho$  og  $\varepsilon$ , som typisk anvendes i den deskriptive tilgang.