

Eksamen på Økonomistudiet sommer 2015

Erhvervsøkonomi

1. Årsprøve

RETTEVEJLEDNING

Opgave 1

Michael Svendsen er træt af sit job som konsulent. Han overvejer at blive selvstændig erhvervsdrivende. Han har altid drømt om at starte en lille virksomhed der designer, producerer og sælger specialfremstillede møbler.

For at starte sin forretning skal Svendsen investere i et produktionsanlæg, og han regner derudover med at afholde en række andre omkostninger i forbindelse med drift og produktion:

- Anlægsinvestering 950.000 kr.
(Maskiner, industriværktøj, mv.)
- Årlige lokaleomkostninger 260.000 kr. per år
(Værksted, kontor og showroom)
- Øvrige faste omkostninger 90.000 kr. per år
(Markedsføring, revision, forsikringer, mv.)

Svendsen regner med, at anlægsinvesteringen har en levetid på 4 år, hvorefter den vil kunne afhændes til 100.000 kr.

Svendsen regner desuden med at møde en stor efterspørgsel på sine specialfremstillede møbler. Han regner med at kunne afsætte alt, hvad han kan nå at producere. Svendsen forventer, at han har kapacitet til at fremstille 30 møbelgenstande per år, og han estimerer de gennemsnitlige materialeomkostninger per møbel til 5.000 kr.

Svendsen tjener i øjeblikket 44.000 kr. om måneden som konsulent. Som uddannet økonom er han opmærksom på, at han bør tage højde for sin alternativomkostning, hvis han overvejer at investere i en virksomhed, som han selv skal drive.

Svendsen anvender en kalkulationsrente på 10 pct. for denne investering.

1.1

Beregn nettonutidsværdien af ovenstående investering - medregnet Svendsens alternativomkostning - under forudsætning af, at Svendsen kan opnå en gennemsnitlig salgspris på 45.000 kr. per møbel. Bør Svendsen foretage investeringen ud fra nettonutidsværdikriteriet?

Nettonutidsværdien findes som summen af alle tilbagediskonterede nettoindbetalinger fra investeringen – medregnet alternativomkostninger - minus investeringsbeløbet.

$$\text{Årsløn} = 528.000$$

$$\text{NNV} = -950.000 + (30 * (45.000 - 5.000) - 260.000 - 90.000 - 528.000) * (1 - (1,1)^{-4}) / 0,1 + 100.000 * (1,1)^{-4}$$

$$\text{NNV} = 138.998$$

Ja, han bør foretage investeringen jf. nettonutidsværdikriteriet: Nettonutidsværdien er større end 0, og dermed er investeringen rentabel i forhold til alternativrente og alternativomkostning i form af tabt lønindtægt.

1.2

Beregn den interne rente af ovenstående investering, samt den modificerede interne rente - stadig medregnet Svendsens alternativomkostning. Diskutér kort forskellen på de to rentabilitetsmål (skriv højst 6 linjer).

Den interne rente er den diskonteringsrente, som sikrer, at nettonutidsværdien af investeringen bliver nul.

IR=16,32% (fundet vha. goalseek)

$$MIR=[(100.000+(30*(45.000-5.000)-260.000-90.000-528.000)*(1,1^4-1)/0,1)/950.000]^{(1/4)-1}$$

MIR=13,82%

Den interne rente forudsætter implicit, at den relevante geninvesteringsrente svarer til den interne rente, da den er defineret ved den alternativrente, som bevirker at investeringens NNV går i 0. Denne alternativrente svarer implicit også til opsparingsrenten for de løbende nettoindbetalinger. Den modificerede interne rente restringerer geninvesteringsrenten til kapitalomkostningen, i dette tilfælde 10%, og sikrer dermed en mere konservativ opgørelse af den interne rente.

1.3

Hvad skal salgsprisen per møbel være, for at nettonutidsværdien af investeringen - med Svendsens alternativomkostning medregnet - bliver nul? Forklar i ord, hvad det siger om projektets rentabilitet, hvis nettonutidsværdien er præcis nul (skriv højst 6 linjer).

$$NNV=-950.000+(30*(P-5.000)-260.000-90.000-528.000)*(1-(1,1)^{-4})/0,1+100.000*(1,1)^{-4}$$

$$NNV(P=45.000)=138.998$$

$$NNV(P=43.538)=0$$

Pris: 43.538 (fundet vha. goal-seek. Søgning på prisen P, mens NNV sættes til 0)

Resultatet betyder, at ved denne salgspris er projektets rentabilitet erhvervsøkonomisk ækvivalent med at forblive i jobbet som konsulent. Metoden tager dog ikke højde for ikke-monetære omkostninger, som fx at Svendsen er træt af sit nuværende job.

1.4

Svendsen regner med, at han vil stige i løn, hvis han bliver i sit nuværende konsulentjob. Han regner med, at hans løn vil stige med 8 pct. om året, dvs. at han vil få udbetalt 570.240 kr. i år 1, 615.859 kr. i år 2, osv. Hvilken salgspris per møbel sikrer, at nettonutidsværdien af investeringen er præcis nul under denne forudsætning?

Der skal korrigeres for lønudviklingen i beregningen af nettonutidsværdien, inden der målsøges:

$$NNV = -950.000 + (30 \cdot (P - 5.000) - 260.000 - 90.000) \cdot (1 - (1,1)^{-4}) / 0,1 + 100.000 \cdot (1,1)^{-4} - 528.000(1 - (1,1/1,08)^{-4}) / (1,1/1,08 - 1)$$

$$NNV(P=45.000) = -205.043$$

$$NNV(P=47.156) = 0$$

Pris: 47.156 (fundet vha. goal-seek. Søgning på prisen P, mens NNV sættes til 0)

Opgave 2

Michael Svendsen valgte i starten af 2014 at blive selvstændig med en lille virksomhed, der producerer specialfremstillede møbler. I løbet af 2014 havde Svendsen følgende transaktioner i forbindelse med sin virksomhed:

- A. Indbetaler 500.000 kr. i egenkapital den 1. januar
- B. Låner 700.000 kr. i banken til en årlig rente på 10 pct.
- C. Køber produktionsanlæg for i alt 800.000 kr. (kontant)
- D. Køber diverse råvarer og hjælpematerialer til i alt 300.000 kr. (kontant)
- E. Producerer efter bestilling 28 møbler til en samlet omsætning på 1.100.000 kr.
- F. Betaler diverse udgifter og honorarer for 2014, 70.000 kr.
- G. Modtager delvis betaling for leverede møbler, 600.000 kr.
- H. Betaler husleje for hele 2014 samt for 1. kvartal 2015, 325.000 kr.
- I. Opgør råvare- og materialelageret ultimo 2014 til en samlet værdi af 100.000 kr.
- J. Betaler renter og afdrag på banklånet, i alt 120.000 kr.
- K. Afskriver 25% af den bogførte værdi på produktionsanlægget

2.1

Find årets resultat for 2014 og afrapportér i en overskuelig tabel, der viser alle særskilte poster på resultatopgørelsen. Det er ikke nødvendigt at bogføre transaktionerne på T-konti.

- A. Påvirker ikke resultatet
- B. Påvirker ikke resultatet
- C. Påvirker ikke resultatet
- D. Påvirker ikke resultatet
- E. Omsætning på 1.100.000 på resultatopgørelsen
- F. Diverse omkostninger og honorarer på resultatopgørelsen, 70.000
- G. Påvirker ikke resultatet
- H. Husleje for 2014, dvs. kun de 260.000, er lokaleomkostninger på resultatopgørelsen
- I. Vareforbrug: indkøb af råvarer - ultimolager = $300.000 - 100.000 = 200.000$, figurerer som en omkostning på resultatopgørelsen
- J. Kun renter figurerer på resultatopgørelsen. Da der betales 10% af hovedstolen i renter, må renteomkostningen være på $700.000 \cdot 0,1 = 70.000$
- K. Afskrivning påvirker resultatopgørelsen: 25% af 800.000 i anlægsværdi = 200.000

Resultatopgørelsen 2014:

Resultatopgørelse:	(i tusind kr.)
Omsætning	1.100
Vareforbrug	200
Diverse omkostninger, honorarer, mv.	70
Lokaleomkostninger	260
Afskrivninger	200
Renteomkostninger	70
Årets resultat	300

2.2

Find virksomhedens samlede aktiver og samlede egenkapital ultimo 2014. Afrapportér i overskuelige tabeller, der viser alle særskilte poster på de to opgørelser.

Ultimoaktiver findes ved at kortlægge, hvordan de 11 transaktioner påvirker aktiverne. Derefter summeres alle transaktioner under hver enkel aktivpost.

- A. Kontanter: +500.000
- B. Kontanter: +700.000
- C. Kontanter: -800.000, Anlæg: +800.000
- D. Kontanter: -300.000, Råvarer: +300.000
- E. Tilgodehavender: +1.100.000
- F. Kontanter: -70.000
- G. Kontanter: +600.000, Tilgodehavender: -600.000
- H. Kontanter: -325.000, Forudbetalt leje: +65.000
- I. Råvarelager: -200.000
- J. Kontanter: -120.000
- K. Anlæg: -200.000

Aktiver	(i tusind kr.)
Kontanter	185
Tilgodehavender	500
Forudbetalt leje	65
Råvarer	100
Anlæg	600
Balance ultimo 2014	1.450

Ultimoegenkapital findes vha:

Primo egenkapital + Årets Resultat - Udbytter + Nye indskud

Indskuddet på 500.000 den 1. januar kan enten behandles som primo egenkapital eller som et nyt indskud. Hvis det behandles som primo egenkapital, ser egenkapitalopgørelsen således ud:

Egenkapital	(i tusind kr.)
Primo egenkapital	500
Årets resultat	300
Ultimo egenkapital	800

2.3

Find virksomhedens afkastningsgrad samt egenkapitalens forrentning for 2014, baseret på ultimoaktiver og ultimoegenkapital.

Afkastningsgrad: (årets resultat før renter)/ultimoaktiver

Afkastningsgrad: $(300+70)/1.450=26\%$

Egenkapitals forrentning: (årets resultat efter renter)/ultimoegenkapital

Egenkapitals forrentning: $300/800=38\%$

2.4

Kan Svendsen øge gennemsnitsforrentningen af sin investerede kapital ved at finansiere en større andel af virksomhedens aktiver med gæld? Begrund og substantiér med relevante nøgletal.

Ja, da Afkastningsgraden (26%) er højere end gældsrenten (10%) kan det betale sig at geare virksomheden med mere gæld. Intuitivt, er det billigere at låne kapital, i forhold til hvor meget afkast kapitalen genererer til virksomheden. Virksomhedens investorer kan tjene et højere afkast på denne difference.

Opgave 3

Opgaven består af 6 spørgsmål med udgangspunkt i 6 forskellige udsagn. Hvert spørgsmål skal besvares med enten SANDT eller FALSK, og hvert svar skal understøttes med en kort forklaring eller en relevant udregning på højst 4 linjer. Tekst skrevet udover 4 linjer vil ikke indgå i bedømmelsen, og besvarelser uden supplerende forklaring betragtes som ikke-besvaret.

3.1

"En virksomhed er finansieret med lige dele gæld og egenkapital, har en gearing af indtjeningsstrukturen (GIS) på 85 pct. og en overskudsgrad (OG) på 5 pct. Desuden har virksomheden aktiver for i alt 10 mio. kr. For at opnå en egenkapitalforrentning på over 15 pct. skal virksomheden dermed generere en omsætning på mindst 20 mio. kr." SANDT eller FALSK?

Falsk: $EKF = 2 \cdot 0,85 \cdot 0,05 \cdot 2 = 0,17$. (Omsætning på 20 mio. vil give en omsætningshastighed i aktiverne på 2,0). Dermed vil en lavere omsætningshastighed (på 1,76) resultere i en EKF på 0,15.

3.2

"En veletableret industrivirksomhed, der genererer konsistente overskud, som anvendes til at nedbringe gæld og udbetale udbytter til investorerne, vil typisk have en positiv pengestrøm fra sine driftsaktiviteter og en negativ pengestrøm fra sine finansieringsaktiviteter." SANDT eller FALSK?

Sandt. Udbytter og nedbringelse af gæld resulterer i negativ pengestrøm fra finansiering, og konsistente overskud resulterer i en positiv pengestrøm fra driftsaktiviteterne.

3.3

"Hvis en industrivirksomhed overraskende taber et civilt søgsmål og dømmes til at betale en substantiel erstatning til flere af dens kunder, så vil den bogførte værdi af virksomheden falde, mens markedsværdien vil forblive uændret." SANDT eller FALSK?

Falsk. Markedsværdien påvirkes også, da de reducerede aktiver vil generere lavere indtægter og udbytter i fremtiden.

3.4

"En virksomhed har en egenkapitalomkostning på 10%, en gennemsnitlig gældsrente på 4% og er finansieret med dobbelt så meget gæld som egenkapital. Når virksomheden skal vurdere rentabiliteten af et nyt projekt, bør den anvende en kalkulationsrente på 7%." SANDT eller FALSK?

Falsk. Virksomheden bør anvende en WACC på $(1/3)*10\%+(2/3)*4\%=6\%$

3.5

"Hvis investering A har en højere nettonutidsværdi end investering B, så vil den interne rente af investering A også nødvendigvis være højere end den interne rente af investering B." SANDT eller FALSK?

Falsk. Interne renter er konstante, mens nettonutidsværdien af de to investeringer vil variere afhængigt af den anvendte kalkulationsrente. Beregning af den interne rente tager kun udgangspunkt i investeringsbetalingsrække, mens NNV også tager udgangspunkt i en relevant diskonteringsrente.

3.6

"Hvis nettonutidsværdien af investering A er større end nettonutidsværdien af investering B, så vil annuitetsværdien af investering A også være større end annuitetsværdien af investering B." SANDT eller FALSK?

Falsk. Annuitetsværdien afhænger af en kombination mellem nettonutidsværdien og investeringslevetid. En investering med en lav nettonutidsværdi og en kort levetid kan have en højere annuitetsværdi end en investering med en høj nettonutidsværdi og en lang levetid. Det fremgår direkte af ligningen for annuitetsværdien: $A=NNV*r/(1-(1+r)^{-n})$

Opgave 4

Den børsnoterede virksomhed EnvyZooms A/S producerer enzymer, som anvendes i produktionen af en række forbrugerprodukter såsom vaskepulver, sæbe, fødevarer, tekstiler mm.

EnvyZooms vigtigste produkt er enzymet XB-38, som bruges i mange forskellige typer vaskemidler. EnvyZooms har i en årrække solgt dette produkt til en række af store vaskemiddelsproducenter og har erfaret, at efterspørgslen efter produktet kan beskrives ved følgende inverse efterspørgselskurve

$$P(Q) = 1.000 - 0,01Q$$

hvor Q er salget af XB-38 målt i antal rammer af dåser, og $P(Q)$ er den højeste pris, EnvyZooms kan tage pr. ramme, hvis den ønsker at sælge denne mængde. Omkostningerne ved produktion af XB-38 er givet ved følgende omkostningsfunktion:

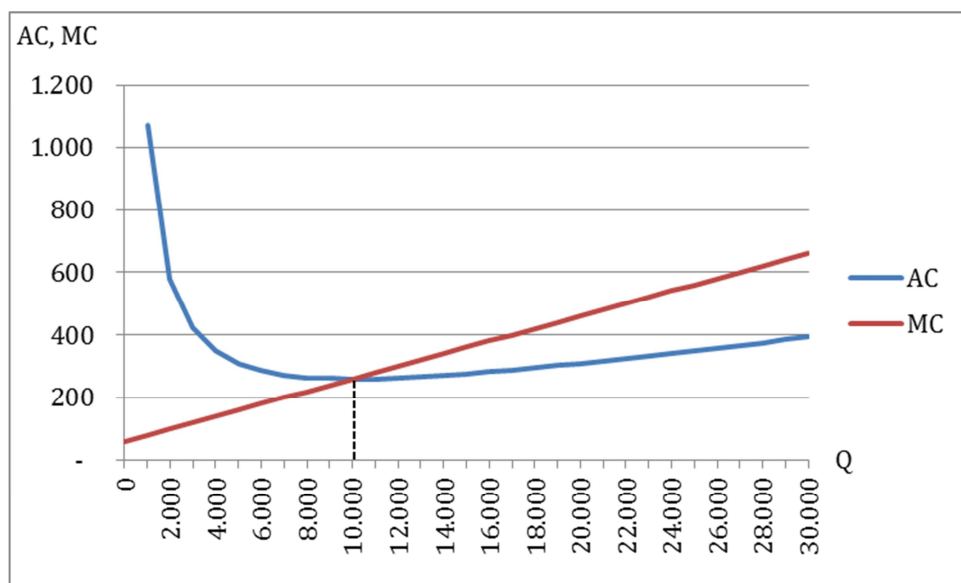
$$TC(Q) = 1.000.000 + 60Q + 0,01Q^2$$

4.1

Hvad er den minimale efficiente skala for produktionen af XB-38? Illustrer i et diagram, der viser de gennemsnitlige omkostninger og marginalomkostningerne som funktion af den producerede mængde.

Den minimale efficiente skala findes ved at sætte marginalomkostninger lig gennemsnitsomkostninger:

$$MC = AC \Leftrightarrow 60 + 0,02Q = \frac{1.000.000}{Q} + 60 + 0,01Q \Leftrightarrow Q = 10.000$$



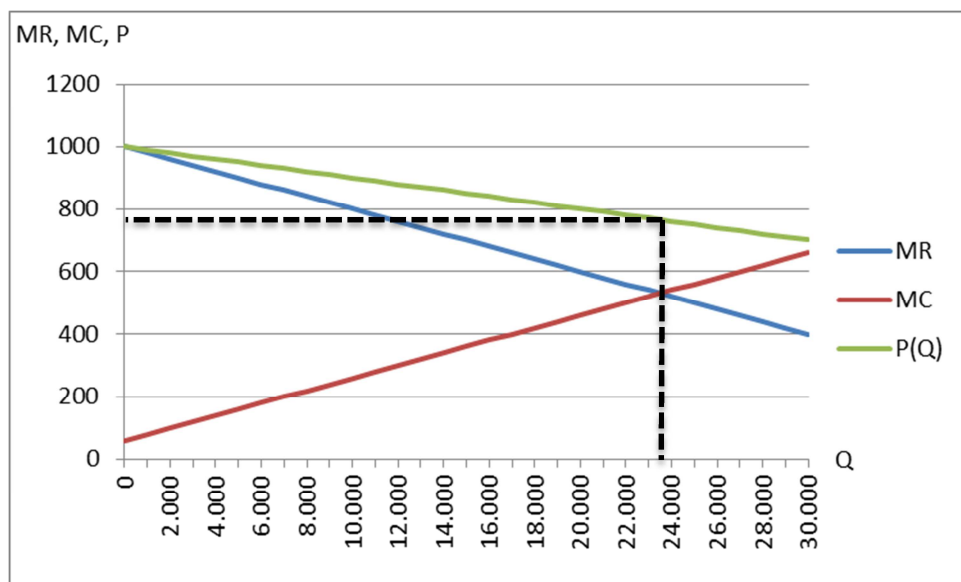
4.2

Find den optimale produktion af XB-38 og den optimale pris. pr. ramme. Illustrer i et diagram, der viser den inverse efterspørgselskurve, den marginale omsætning og de marginale omkostninger.

Den optimale produktion findes ved at sætte $MR = MC$. Den totale omsætning er $TR = P(Q) * Q = 1000Q - 0,01Q^2$, hvormed den marginale omsætning er $MR = P(Q) * Q = 1000 - 0,02Q$. Den optimale produktion Q^* er dermed givet ved

$$MR = MC \Leftrightarrow 1000 - 0,02Q^* = 60 + 0,02Q^* \Leftrightarrow Q^* = \frac{940}{0,04} = 23.500$$

Den optimale pris kan da findes ved indsættelse i den inverse efterspørgselskurve:
 $P^* = 1000 - 0,01Q^* = 765$.



4.3

Forklar i ord, hvorfor marginalomsætningen ved at øge produktionen med én ramme altid er mindre end eller lig prisen pr. ramme. Ved hvilket produktionsniveau er efterspørgselselasticiteten lig 1? Hvad sker der med marginalomsætningen, hvis produktionen overstiger dette niveau? Forklar kort intuitionen bag sidstnævnte resultat.

Hvis virksomheden sælger én ramme mere, øges den samlede omsætning *alt andet lige* med prisen på denne ramme. For at kunne øge salget med én ramme, er virksomheden dog nødt til at sænke prisen, og det betyder mindre omsætning fra alle de rammer, den solgte i forvejen. Den samlede effekt på omsætningen vil derfor altid være mindre end eller lig prisen pr. ramme.

En efterspørgselselasticitet på 1 er ensbetydende med, at marginalomsætningen er lig nul. Ved benyttelse af ovenstående udtryk for marginalomsætningen ses, at dette opnås ved $Q = 50.000$. Hvis produktionen overstiger dette niveau, bliver marginalomsætningen negativ. Det skyldes, at efterspørgselselasticiteten nu er mindre end 1, og virksomheden er derfor nødt til at sænke prisen mere end 1 pct, hvis den ønsker at øge efterspørgslen med 1 pct.

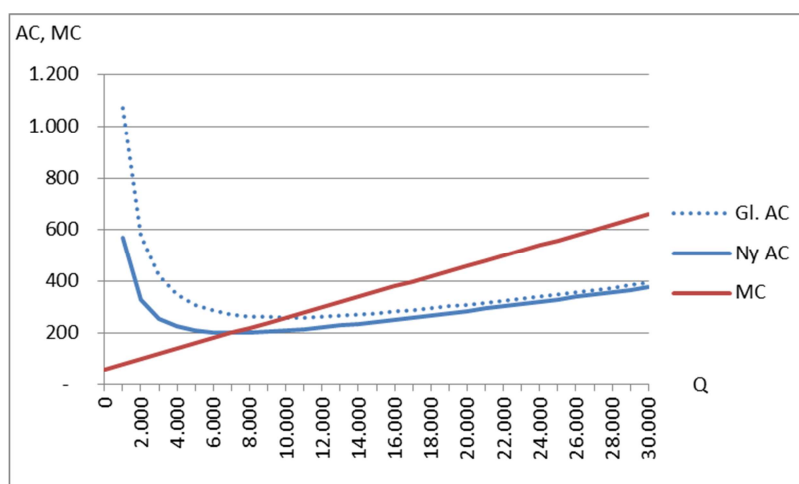
Det betyder, at den negative omsætningseffekt fra en lavere pris dominerer den positive fra øget efterspørgsel, og den samlede omsætning falder derfor, hvis produktionsmængden øges yderligere.

Ledelsen i EnvyZooms bestiller en konsulentrapport om arbejdsgangene i virksomheden. Rapporten konkluderer, at der er betydelige besparelser at hente i administrationen og andre funktioner, som ikke er knyttet direkte til produktionen af XB-38.

4.4

Forklar, hvordan gennemførelsen af ovennævnte besparelser vil påvirke omkostningsfunktionen. Hvordan vil besparelserne påvirke den minimale efficiente skala i produktionen af XB-38? Hvordan vil de påvirke den optimale pris og mængde af XB-38 samt virksomhedens profit?

De nævnte besparelser vedrører omkostninger, som ikke er direkte afhængige af produktionsniveauet, altså de faste omkostninger, som nu bliver mindre. AC-kurven forskydes nedad, fordi der nu er færre faste omkostninger at "sprede ud", og den minimale efficiente skala bliver mindre.



Virksomhedens optimale mængde og pris påvirkes derimod ikke, da disse er bestemt af optimalitetsbetingelsen $MR = MC$. Virksomhedens *marginale* omkostninger er uændrede, og det samme er efterspørgslen. Omsætningen bliver derfor den samme, mens omkostningerne falder. Resultatet bliver, at virksomhedens profit øges én til én med besparelsen i de faste omkostninger.

Ledelsen i EnvyZooms afsøger hele tiden muligheder for at udvide virksomhedens forretningsområder. Et tilbagevendende tema er, om virksomheden skal investere i udviklingen af en ny type enzym, PK-97, som kan bruges til at gøre visse opvaskemidler lettere at nedbryde i naturen.

Virksomheden overvejede allerede for nogle år siden at starte en produktion af PK-97. Baggrunden var en henvendelse fra sæbeproducenten Green Planet, som tilbød at aftage 20.000 rammer PK-97 om året til en stykpris på 650 kr. Green Planet er en mindre nicheproducent, som har specialiseret sig i særligt miljøvenlige husholdningsprodukter. Den kemiske sammensætning i deres opvaskemiddel adskiller sig på mange måder fra mere

konventionelle opvaskesæber, og en accept af ordren fra Green Planet ville derfor kræve udvikling af en særligt tilpasset udgave af enzymet PK-97. Den daværende ledelse i EnvyZooms konkluderede på den baggrund, at omkostningerne til udvikling af produktet og etablering af et produktionsanlæg ville være så høje, at projektet ikke ville være rentabelt. Kort efter fik virksomhedens forskere idéen til det nært beslægtede enzym XB-38. EnvyZooms ledelse vurderede, at efterspørgslen efter dette produkt ville være stor, og de valgte derfor at investere i udviklingen af XB-38, hvilket de siden har haft stor succes med.

EnvyZooms har imidlertid netop fået ny administrerende direktør. Den nye direktør tager straks kontakt til Green Planet, som fortæller, at deres tilbud stadig står ved magt.

4.5

Hvilke(t) forhold kan begrunde, at den nye direktør genovervejer at investere i udviklingen og produktionen af PK-97? Hvad har ændret sig, siden det oprindelige tilbud fra Green Planet blev modtaget? Inddrag begrebet samdriftsfordele, og begrund hvorfor sådanne fordele kan tænkes at opstå i EnvyZooms tilfælde. Skriv højst 6 linjer.

EnvyZooms har nu, i modsætning til tidligere, investeret i udviklingen af XB-38. Da de to enzymer er nært beslægtede, kan man forestille sig, at der vil være samdriftsfordele i form af positive spill-overs fra udviklingen af XB-38, som kan anvendes i udviklingen af PK-97. De faste omkostninger til udviklingen af PK-97 vil i så fald være mindre nu, end de var, da virksomheden sidst overvejede at starte produktionen. Det kan medføre, at produktionen af PK-97 nu er rentabel, selv om den ikke var det tidligere.

4.6

Er der nogle særlige forhold ved tilbuddet fra Green Planet, som gør, at EnvyZooms bør tænke sig om en ekstra gang, inden den underskriver en kontrakt? Skriv højst 10 linjer.

En accept af Green Planets tilbud ville kræve udvikling af en særligt tilpasset udgave af PK-97. Det betyder, at investeringen i udviklingen af PK-97 er relationsspecifik, idet det resulterende produkt må forventes at være markant mere værd inden for rammerne af den foreliggende transaktion end i det bedste alternativ. Ved at indgå aftalen med Green Planet udsætter EnvyZooms sig dermed for en betydelig risiko for hold-up, da Green Planet kan udnytte en ufuldstændig kontrakt til at kræve genforhandling af aftalen, når først produktet er udviklet. I den situation vil EnvyZooms omkostninger til produktudviklingen være sunk cost. Ledelsen vil derfor have incitament til at acceptere et ringere tilbud fra Green Planet, selv hvis det resulterer i et samlet tab, så længe tilbuddet blot sikrer en mindst lige så høj profit, som den ville kunne opnå ved den bedste alternative anvendelse af produktet.

Opgave 5

EnvyZooms direktør beslutter at gå videre med produktudviklingen af det nye enzym, PK-97. For at sikre de bedst mulige forhold for EnvyZooms forskere og produktudviklere beslutter direktøren sig for at investere i et helt nyt laboratorium. Omkostningerne hertil udgør 6,8 mio. kr., og direktøren beslutter i samråd med den øvrige ledelse at finansiere projektet ved at optage et lån.

EnvyZooms kontakter sit realkreditinstitut, som tilbyder følgende finansieringsmuligheder:

1. Et 10-årigt, fastforrentet annuitetslån med 3 pct. i kuponrente og 1 årlig termin. Lånet kan optages til kurs 99.
2. Et 10-årigt, fastforrentet annuitetslån med 2 pct. i kuponrente og 1 årlig termin. Lånet kan optages til kurs 95.

Begge de to lån involverer et tinglysningsgebyr til staten på 1.660 kr. plus 1,5 pct. af lånets **hovedstol** samt kurtaget til realkreditinstitutet, som udgør 0,15% af lånets **kursværdi** (= hovedstol*kurs/100). Begge dele betales ved udbetalingstidspunktet. Der er ingen øvrige omkostninger forbundet med lånene.

5.1

Hvor stor skal hovedstolen være på hver af de to lån, for at EnvyZooms opnår det krævede provenu på 6,8 mio. kr.? Opstil en tabel, der viser hovedstol, etableringsomkostninger og provenu for hver af de to lån.

Lånenes hovedstol findes ud fra følgende formel:

$$\text{Provenu} = \text{Hovedstol} - \text{kurstab} - \text{tinglysningsgebyr} - \text{kurtage}$$

$$= \text{Hovedstol} * \frac{\text{kurs}}{100} - (1660 + 0,015 * \text{Hovedstol}) - 0,0015 * \text{Hovedstol} * \frac{\text{kurs}}{100}$$

$$\Leftrightarrow \text{Hovedstol} = \frac{\text{Provenu} + 1660}{\frac{\text{kurs}}{100} (1 - 0,0015) - 0,015}$$

Ved indsættelse af de angivne kursværdier samt det krævede provenu på 6,8 mio. kr. fås, at hovedstolen på lån 1 skal være 6.986.702,82 kr., mens hovedstolen på lån 2 skal være 7.285.606,41 kr.

Hovedstol, omkostninger og provenu i tabelform:

	Lån 1	Lån 2
Hovedstol	6.986.702,82	7.285.606,41
Kurstab	69.867,03	364.280,32
Tinglysningsgebyr	106.460,54	110.944,10
Kurtage	10.375,25	10.381,99
Provenu	6.800.000,00	6.800.000,00

5.2

Opstil for hver af de to lån en tabel, der for hvert år i lånets løbetid viser følgende:

- Restgælden ved indgangen til året
- Renter, afdrag og samlet ydelse i løbet af året
- Restgælden ved udgangen af året

Den faste årlige ydelse findes ved brug af annuitetsformlen:

$$Y = \text{Hovedstol} * \frac{r}{1 - (1 + r)^{-10}}$$

hvor r er lånets pålydende rente. Restgælden ved indgangen til år 1 er lig hovedstolen. Herudfra beregnes renterne ved at gange med den pålydende rentesats. Årets afdrag kan da beregnes residualt som ydelse – renter, hvorefter restgælden ved udgangen af året kan beregnes som restgælden primo året minus årets afdrag. Restgælden ved indgangen til efterfølgende år er lig restgælden ved udgangen af det foregående år.

Lån 1:

År	Restgæld primo	Renter	Afdrag	Ydelse	Restgæld ultimo
1	6.986.702,82	209.601,08	609.453,63	819.054,71	6.377.249,20
2	6.377.249,20	191.317,48	627.737,24	819.054,71	5.749.511,96
3	5.749.511,96	172.485,36	646.569,35	819.054,71	5.102.942,61
4	5.102.942,61	153.088,28	665.966,43	819.054,71	4.436.976,18
5	4.436.976,18	133.109,29	685.945,43	819.054,71	3.751.030,75
6	3.751.030,75	112.530,92	706.523,79	819.054,71	3.044.506,96
7	3.044.506,96	91.335,21	727.719,50	819.054,71	2.316.787,46
8	2.316.787,46	69.503,62	749.551,09	819.054,71	1.567.236,37
9	1.567.236,37	47.017,09	772.037,62	819.054,71	795.198,75
10	795.198,75	23.855,96	795.198,75	819.054,71	0,00

Lån 2:

År	Restgæld primo	Renter	Afdrag	Ydelse	Restgæld ultimo
1	7.285.606,41	145.712,13	665.369,14	811.081,26	6.620.237,27
2	6.620.237,27	132.404,75	678.676,52	811.081,26	5.941.560,75
3	5.941.560,75	118.831,21	692.250,05	811.081,26	5.249.310,70
4	5.249.310,70	104.986,21	706.095,05	811.081,26	4.543.215,65
5	4.543.215,65	90.864,31	720.216,95	811.081,26	3.822.998,70
6	3.822.998,70	76.459,97	734.621,29	811.081,26	3.088.377,41
7	3.088.377,41	61.767,55	749.313,72	811.081,26	2.339.063,69
8	2.339.063,69	46.781,27	764.299,99	811.081,26	1.574.763,70
9	1.574.763,70	31.495,27	779.585,99	811.081,26	795.177,71
10	795.177,71	15.903,55	795.177,71	811.081,26	0,00

5.3

Hvad er den effektive årlige rente på hver af de to lån? Forklar kort, hvorfor den effektive rente er mere velegnet til sammenligning af omkostningerne ved de to lån end den pålydende rente.

Den effektive årlige rente er defineret som den årlige rentesats, der sikrer, at nutidsværdien af ydelserne er lig lånets provenu. I modsætning til den pålydende rente tager den effektive rente højde for alle omkostninger ved lånet, herunder kurstab samt etableringsomkostninger, og den giver derfor et sammenligneligt billede af lånets reelle omkostninger.

Den effektive rente for de to lån er:

Lån 1: 3,53%

Lån 2: 3,34%

EnvyZooms betaler selskabsskat på 25 pct. Virksomhedens renteudgifter kan fratrækkes i grundlaget for selskabsskatten. Det betyder, at for hver 100 kr., EnvyZooms betaler i rente, falder dens skattebetaling med 25 kr. Ydelsen efter skat er defineret som ydelsen før skat minus skattefradraget for renteudgifter. Den effektive rente efter skat er defineret som den rentesats, der sikrer, at nutidsværdien af lånets ydelser efter skat er lig nettoprovenuet.

5.4

Forklar, hvorfor ydelserne efter skat stiger over tid for begge lån. Hvilket af lånene har den højeste effektive rente efter skat? Er svaret det samme som i spørgsmål 5.3? Forklar kort hvorfor / hvorfor ikke.

Ydelsen efter skat beregnes som ydelsen før skat minus 0,25 gange renteudgifterne i det pågældende år. Ydelsen før skat er konstant, men efterhånden som restgælden falder, bliver renteudgifterne mindre, og skattefradraget bliver derfor også mindre. Derfor stiger ydelsen efter skat i løbet af lånets løbetid.

Den effektive rente *efter skat* er 2,77% for lån 1 og 2,81% for lån 2. Den effektive rente efter skat er altså (marginalt) højere for lån 2 end for lån 1, mens det var lige omvendt med den effektive rente *før skat*. Årsagen er, at kurstabet udgør en større del af omkostningerne ved lån 2 end ved lån 1, som til gengæld har højere pålydende renteudgifter. Da det kun er sidstnævnte, der kan trækkes fra i skat, vil skattefradraget for renteudgifter favorisere lån 1 frem for lån 2.

EnvyZooms er organiseret som et aktieselskab, og dens aktie har været handlet på børsen i en lang årrække. I tabellen nedenfor ses de årlige afkast i de seneste ti år for aktier i EnvyZooms samt i den konkurrerende virksomhed ABC Enzymer A/S. Der er tale om totale afkast ("total return") angivet i procent. Tallene i tabellen kan også findes i Excelarket "EnvyZooms_data.xlsx".

Årlige procentvise aktieafkast for EnvyZooms A/S og ABC Enzymer A/S

År	EnvyZooms A/S	ABC Enzymer A/S
1	9,4	-1,0
2	7,4	-5,3
3	10,7	33,3
4	10,2	11,6
5	5,3	5,6
6	3,0	-10,9
7	11,3	18,8
8	7,3	-2,5
9	-0,2	3,8
10	14,0	26,8

Note: Tallene angiver totale afkast i hvert år angivet i procent.

5.5

En aktionær, som har ejet et fast antal aktier i virksomheden i præcis 10 år, udtrykker højlydt kritik af ledelsen i EnvyZooms, fordi aktionæren mener at have fået mindre ud af sin investering i EnvyZooms, end han ville have fået ved at investere i aktier i ABC Enzymer. Har aktionæren ret i sin påstand? Begrund dit svar.

Aktionæren har ikke ret i sin påstand. Som et retvisende mål for det gennemsnitlige afkast, investoren har fået ved at eje aktierne i en given årrække, benyttes det geometriske gennemsnit af de årlige afkast i denne periode (eller alternativt det kumulative afkast over perioden). Det geometriske gennemsnit for afkastet af EnvyZooms-aktien i den angivne 10-årsperiode er 7,8 pct., mens det tilsvarende geometriske gennemsnit for ABC Enzymer-aktien er 7,2 pct.

Det kan bemærkes, at det *aritmetiske gennemsnit* er højere for ABC Enzymer end for EnvyZooms, men dette betyder altså *ikke*, at det samlede kumulative afkast over perioden er højere for ABC Enzymer. At det geometriske gennemsnit for EnvyZooms-aktien er højere end for ABC Enzymer-aktien, trods et lavere aritmetisk gennemsnit, kan rent matematisk forklares med, at standardafvigelsen på afkastet af ABC-Enzymer-aktien er langt højere end den tilsvarende standardafvigelse for EnvyZooms-aktien. (Denne sidste pointe er ikke nødvendig for en fyldestgørende besvarelse af spørgsmålet).

En risikoavers investor overvejer at sammensætte en portefølje bestående af aktier i EnvyZooms og ABC Enzymer. Investoren kender ikke de nøjagtige sandsynlighedsfordelinger for de fremtidige afkast, men estimerer relevante størrelser ud fra de historiske data i ovenstående tabel.

5.6

Benyt de historiske afkastdata for aktier i EnvyZooms og ABC Enzymer til at beregne estimater for forventet værdi (middelværdi) og standardafvigelse for fremtidige afkast for hver af de to aktier. Beregn derefter et estimat for kovariansen mellem de to aktiers afkast.

Som estimator for de *forventede værdier* af de to aktiers fremtidige afkast benyttes de aritmetiske gennemsnit af de historiske afkast. Som estimator for *standardafvigelserne* for de fremtidige afkast benyttes de empiriske standardafvigelser for de historiske afkast. Og som estimator for *kovariansen* mellem de to aktiers fremtidige afkast benyttes den empiriske kovarians for de historiske data.

Estimater baseret på de historiske afkast er vist i nedenstående tabel:

	EnvyZooms A/S	ABC Enzymer A/S
Forventet afkast	7,8	8,0
Standardafvigelse	4,2	14,4
Kovarians	40,3	

5.7

Benyt svarene i spørgsmål 5.6 til at beregne forventet afkast og standardafvigelse for en portefølje bestående af 50 procent EnvyZooms-aktier og 50 procent ABC Enzymer-aktier.

Det forventede afkast af porteføljen beregnes som et vægtet gennemsnit af de forventede afkast for hver af de to aktier, hvor vægtene svarer til hver af aktiernes andel af porteføljen:

$$E[R_p] = 0,5 * 7,8\% + 0,5 * 8,0\% = 7,9\%$$

Standardafvigelsen for porteføljen findes ved først at benytte variansformlen

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

og dernæst tage kvadratroden. Indsættelse af $\sigma_1 = 4,2$, $\sigma_2 = 14,4$ og $\sigma_{12} = 40,3$ giver en standardafvigelse for porteføljeafkastet på 8,8%.

5.8

Investoren overvejer at supplere sin portefølje med aktier i den udenlandske detailhandelskæde Überbillig. Denne aktie har samme forventede afkast som porteføljen bestående af 50 procent EnvyZooms-aktier og 50 procent ABC Enzymer-aktier, mens standardafvigelsen for afkastet på Überbillig-aktien er højere end standardafvigelserne for både EnvyZooms-aktien og ABC Enzymer-aktien. Hvad kan investorens rationale for at inkludere denne aktie i porteføljen være? Inddrag begrebet diversifikation, og skriv højst 6 linjer.

Inklusion af Überbillig-aktien kan reducere porteføljerisikoen, uden at det forventede afkast mindskes. En sådan diversifikationsgevinst kan opnås på trods af den højere standardafvigelse på Überbillig-aktien, så længe kovariansen mellem denne aktie og den eksisterende portefølje ikke er for høj. Da Überbillig opererer inden for en anden branche end de to enzymproducenter (og i et andet land), kan inddragelsen af denne aktie bidrage til at eliminere den risiko, der skyldes specifikke forhold i enzymfremstillingsbranchen.