Eksamen på Økonomistudiet sommer 2019

Matematik A

11. juni 2019

2-timers prøve uden hjælpemidler

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.

Til dette eksamenssæt hører 0 bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du

- kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om, det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om, det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1. Homogene funktioner.

Lad C være en kegle i $\mathbb{R}^2$ med $C \neq \emptyset$, og lad f være en reel funktion defineret på C.

1) Opskriv definitionen af, at f er homogen af grad k.

Lad nu $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0 \ \wedge y > 0\}$. C er en kegle, hvilket ikke ønskes bevist.

Lad desuden funktionerne f og g, begge defineret på C, have forskrifterne

$$f(x,y) = \frac{2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x}}{x^2 + 2y^2}$$

$$g(x,y) = \sin\left(\frac{x^2}{2x^2 + y^2}\right)$$

2) Vis, ved hjælp af definitionen i 1), at f og g begge er homogene funktioner, og find deres homogenitetsgrader.

Opgave 2

Lad funktionen $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ være givet ved forskriften

$$f(x,y) = -x^2 + 2x + \frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{2}y^2 + 2y + 4$$

1) Find de partielle afledede

$$f_x'(x,y) \quad \text{og} \quad f_y'(x,y)$$

i et vilkårligt punkt $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

2) Vis, at f har netop to stationære punkter, og find disse.

3) Find Hessematricen $H(x,y)$ for f i et vilkårligt punkt $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

(Opgave 2 fortsættes på næste side)

(Opgave 2 fortsat)

4) Undersøg for hvert af de to stationære punkter, om det er et maksimumspunkt, minimumspunkt eller sadelpunkt.

5) Find en ligning for tangentplanen til grafen for f gennem punktet $(2, 0, f(2,0))$.

6) Find værdimængden for f.

Opgave 3

1) Udregn det bestemte integral

$$\int_0^1 8xe^{2x}\,dx$$

Vink til 1) : Benyt partiel integration.

2) Udregn det ubestemte integral

$$\int \big((4x-2)\cos(x^2-x) - 6x^2\big)\,dx$$

Opgavesættet slut