# Reeksamen på Økonomistudiet sommer 2016

# Makro I

# 2. årsprøve

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

25. august

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.7, skal besvares og vægtes ens ved bedømmelsen.

Dette eksamenssæt består af 5 sider (inkl. forside).

# Opgave 1:

### 1.1

Redegør for begrebet “balanceret vækst” og forklar kort, hvordan begrebet bruges i opbygningen af de teoretiske vækstmodeller i pensum.

### 1.2

I Solowmodellen med eksogen teknologisk vækst (svarende til kapitel 5) anvendes Harrod-neutrale teknologiske fremskridt. Redegør for to andre typer af teknologisk fremskridt og forklar hvilken betydning antagelsen om formen af teknologisk fremskridt har for resultaterne i denne model.

### 1.3

Betragt følgende CES produktionsfunktion:

$$Y = \left(\alpha \left[A_K K\right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)\left[A_L L\right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},\ 0 < \alpha < 1,\, \sigma > 0 \text{ og } \sigma \neq 1, \tag{1}$$

hvor $Y$ er BNP, $K$ er fysisk kapital og $L$ er arbejdskraft. $A_K$ og $A_L$ er to forskellige typer af teknologi.

1) Find det relative marginal produkt mellem de to inputfaktorer (dvs. $MP_K/MP_L$).

2) Diskuter - med vægt på intuition - hvorledes en stigning i $A_K/A_L$ påvirker det relative marginal produkt af fysisk kapital.

# Opgave 2:

Ligningerne (2)-(7) udgør en lille åben økonomi, der er beskrevet ved en model med human kapital og endogen vidensudvikling:

$$Y_t = H_t^{\beta}(A_t L_Y)^{1-\beta},\ 0 < \beta < 1, \tag{2}$$

$$H_{t+1} = s_H Y_t + (1-\delta) H_t,\ 0 < s_H, \delta < 1,\ H_0 \text{ givet}, \tag{3}$$

$$A_{t+1} - A_t = \bar{A}_t^{\mu} A_t^{\phi} L_A^{\lambda},\ 0 < \lambda, \mu, \phi < 1,\ A_0 \text{ givet}, \tag{4}$$

$$\bar{A}_{t+1} = (1 + g^W)\bar{A}_t,\ \bar{A}_0 \text{ givet}, \tag{5}$$

$$L_Y + L_A = L, \tag{6}$$

$$L_A = s_R L,\ \ 0 < s_R < 1. \tag{7}$$

Ligning (2) beskriver BNP som funktion af human kapital $H_t \equiv h_t L_Y$, hvor $L_Y$ er produktionsarbejdere og $A_t$ er vidensniveauet (eller produktivitet). Ligning (3) beskriver, hvorledes human kapital udvikler sig over tid, hvor $s_H$ er opsparingsraten og $\delta$ er nedslidningsraten. Ligning (4) angiver udviklingen i (indenlandsk) viden, hvor $\bar{A}_t$ er udtryk for det globale vidensniveau og $L_A$ er antal (indenlandske) forskere. Parameteren $\mu$ kan fx fortolkes som graden, hvori landet er integreret i international vidensdeling. Ligningen (5) beskriver udviklingen i det globale vidensniveau. Den samlede befolkning i landet er $L$, hvor andelen $s_R$ er forskere og $1 - s_R$ er produktionsarbejdere; jvf. ligningerne (6) og (7).

Det antages at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten og at der eksisterer et faktormarked for produktionsarbejdere, men ikke noget særskilt marked for human kapital. Yderligere antages det, at befolkningen (forskere og produktionsarbejdere) er fuldstændige immobile (dvs. ingen migration) og at den offentlige sektor (indirekte) finansierer forskningssektoren. BNP pr. capita er givet ved $y_t \equiv Y_t / L$.

### 2.1

Find BNP pr. capita og vis, at dennes aproksimative vækstrate, til alle tidspunkter, kan skrives som:

$$g_t^y = (1-\beta)g_t^A + \beta g_t^h, \tag{8}$$

hvor $g_t^A$ og $g_h^h$ angiver aproksimative vækstrater i hhv. det indenlandske vidensiniveau og human-kapital pr. produktionsarbejder.

Under antagelse, at der faktisk eksisterer en balanceret vækststi, hvor bl.a. $y_t$ og $h_t$ vokser med samme hastighed, hvad bliver da steady-state vækstraten i BNP pr. capita?

### 2.2

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for vækstraten i det indenlandske vidensniveau:

$$g_{t+1}^A = \left(1+g^W\right)^{\mu}\left(1+g_t^A\right)^{\phi-1} g_t^A. \tag{9}$$

### 2.4

For en vilkårlig initial værdi $g_0^A$, udled under hvilke betingelser, at $g_t^A$ konvergerer mod steady state-værdien:

$$g^{A*} = \left(1+g^W\right)^{\frac{\mu}{1-\phi}} - 1. \tag{10}$$

Giv en kort intutiv forklaring på hvorfor $g^{A*} = 0$ såfremt $\mu = 0$.

### 2.5

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for human kapital pr. *effektiv* produktionsarbejder:

$$\tilde{h}_{t+1} = \frac{1}{1+g_t^A}\left(s_H \tilde{h}_t^{\beta} + (1-\delta)\tilde{h}_t\right), \tag{11}$$

hvor $\tilde{h}_t \equiv H_t/(A_t L_y) = h_t/A_t$. Under antagelsen at $g_t^A$ konvergerer mod sin steady-state værdi, beskriv vha. relevante diagrammer, hvordan økonomien udvikler sig over tid for givne initial værdier $g_0^A > 0$ og $\tilde{h}_0 > 0$.

### 2.6

Vis at den balanceret vækststi for BNP pr. capita (dvs. i steady state) kan udledes til:

$$y_t^* = \left(\frac{s_H}{g^A + \delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} (1 - s_R) s_R^{\frac{\lambda}{1-\phi}} \left(g^{A*}\right)^{\frac{1}{\phi-1}} L^{\frac{\lambda}{1-\phi}} \left(\bar{A}_0\right)^{\frac{\mu}{1-\phi}} \left(1 + g^{A*}\right)^t . \tag{12}$$

Diskutér hvorledes international integration og befolkningstørrelse påvirker udviklingen i BNP pr. capita på den balanceret vækststi.

### 2.7

Diskutér betydningen af antagelsen om, at fysisk kapital ikke indgår eksplicit i produktionsfunktionen, givet ved ligning (2), ift. resultaterne i de forrige delspørgsmål.