Rettevejledning økonometri A august 2015

Opgave 1

1. Lad X være antallet af børn med et højt ordforråd. X er binomialfordelt med sandsynlighedsparameter 0.4. Uafhængighed og konstant sandsynlighed. Nej, uafhængighed er ikke nødvendigvis en god antagelse, da børnene kan lære ord af hinanden. $X \sim Bin(16, 0.4).P(X = 5) = 0.1623$.
2. $E[X] = 16 \cdot 0.4 = 6.4$.Lad Y være antallet på rødstue, så er $E[Y] = 20 \cdot 0.4 = 8$. Så hvis $Z = X + Y$,så er $E[Z] = E[X] + E[Y] = 14.4$
3. $P(X = 5|Z = 12) = \frac{P(X=5,Z=12)}{P(Z=12)} = \frac{P(X=5,Y=7)}{P(Z=12)} = \frac{P(X=5)\cdot P(Y=7)}{P(Z=12)} = \frac{0.1623\cdot 0.1659}{0.0995} = 0.2705$

Opgave 2

1. Antallet af børn med et højt ordforråd er en sum af Bernouilli fordelte stokastiske variable og kan derfor approksimeres med en normal fordeling.I forsøget er $p = 0.434$. $\mu = 1000 \cdot 0.434 = 434$ og $\sigma^2 = 1000 \cdot 0.434 \cdot (1 - 0.434) \approx 246.P(500 \leq X \leq 520) = P(X \leq 520) - P(X \leq 500) = \Phi(\frac{520-400}{\sqrt{246}}) - \Phi(\frac{500-400}{\sqrt{246}}) \approx 0$
2. Fordelingen af D er differencen mellem to normalfordelte variable og er derfor også selv normalfordelt. Efter de fire uger er middelværdi og varians i normalfordelingen $\overline{\mu} = 520$ og $\overline{\sigma}^2 \approx 250$.Dvs. $D \sim N(520 - 434, 246 + 250) = N(86, 496).P(D > 0) = 1 - P(D < 0) = 1 - \Phi(\frac{-86}{\sqrt{496}}) = 1 - \Phi(-3.86) = 1$
3. DD følger også en normalfordelingen da den er differencen mellem to normal fordelinger. $\widetilde{D} \sim N(461 - 399, 248 + 240) = N(62, 488)$. Nu bliver $DD \sim N(86 - 62, 496 + 488) = N(24, 984)$. $P(DD > 0) = 1 - P(DD < 0) = 1 - \Phi(\frac{-24}{\sqrt{984}}) = 1 - \Phi(-0.76) = 0.788$

Opgave 3

1. $\mu = \frac{23.546,2}{200} = 117,7$ middelret estimator (også konsistent) $\sigma^2 = s^2 = \frac{10.205,7}{199} = 7,2^2$ også middelret estimator
2. $H_0 : \mu = 100$ $H_A : \mu > 100$ (ensidet der er brugt ordet mindst)

$T = \sqrt{200}\frac{117{,}7-100}{7{,}2} = 35{,}0$

p-værdi= $P(T(199) > 35) = 0$ hypotesen forkastes og det konkluderes at gennemsnitslønnen er mindst \$100.000

3. $P(X > 125) = 1 - \Phi(\frac{125-117{,}7}{7{,}2}) = 15{,}5\%$ Her er brugt at X er normalfordelt med middelværdi $= 117{,}7$ og spredning $= 7{,}2$. Dette kan også udregnes direkte i Excel.

4. X = antallet af kvinder der starter med en løn mindre end gennemsnittet (på $117{,}7$) kan antages at være binomialfordelt med antalsparameter $n = 80$ og en sandsynlighedsparameter p (Her er det naturligt at antage at p kan være $= \frac{1}{2}$). Begrundelse er at der er to udfald større eller mindre end gennemsnittet. Samme sandsynlighed for den enkelte kvinde for at lande starte under gennemsnittet og så en antaget uafhængighed mellem personer.

5. $\widehat{p} = \frac{45}{80} = 0{,}56$ $\widehat{p} \pm 1{,}96\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}} = 0{,}56 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}56(1-0{,}56)}{80}} = 0{,}56 \pm 0{,}11$

Dvs. interval fra $0{,}45$ til $0{,}67$

6. Der udføres et uafhængighedstest hvor de forventede værdier er rækkesum ganget med søjlesum divideret med totalsum (som er 200). Teststørrelsen bliver $q = 0{,}92$ som er χ^2 fordelt med 2 frihedsgrader $((3-1)(2-1) = 2)$. Den kritiske værdi er $5{,}99$ og p-værdien bliver $P(q > 0{,}92) = 63\%$ (regnes også let ud i Excel)