

Eksamen på Økonomistudiet vinter 2014-15  
Økonometri A  
2. Årsprøve  
20. februar 2015  
(3-timers prøve med hjælpemidler)  
Dette eksamenssæt består af 4 sider.

## Opgave 1

Antag at i januar i København regner det med sandsynligheden  $\frac{2}{7}$  eller sner med sandsynligheden  $\frac{2}{7}$  på en given dag. De resterende dage er det tørvejr. Antag

uafhængighed mellem vejret på dagene i januar.

1. Er uafhængighed en god antagelse? Opstil en model for antal dage med sne, regn og tørvejr i en given uge i januar. Beregn sandsynligheden for 1 regnvejrsdag og 4 snedage.

Et snerydningsfirma er interesseret i antallet af dage, hvor det sner.

2. Opstil en model for antallet af dage med sne på en given uge. Hvad er sandsynligheden for mindst 2 snedage? Find middelværdi og varians. Hvad er sandsynligheden for at antallet af snedage falder højst 2 standard afvigelser fra middelværdien?

To på hinanden følgende uger er det samlede antal snedage 7.

3. Hvad er sandsynligheden for at det sneede 1 dag i den første uge og 6 dage i den anden uge?

## Opgave 2

På en skole går der 942 elever, hvor 700 spiller computer. Skolen ved ikke hvor mange der spiller computer, så den udvælger tilfældigt 100 elever, og spørger dem.

1. Opstil en model for antallet af computerspillere,  $X$ , i stikprøven. Stikprøven laves uden tilbagelægning. Hvad er sandsynligheden for at der er mindst 75 computerspillere i stikprøven? Vil binomialfordelingen være en god approksimation? Beregn sandsynligheden for at stikprøven indeholder mindst 75 computerspillere med binomialfordelingen.
2. Forklar hvordan vi kan anvende normalfordelingsapproksimationen til  $X$ . Beregn sandsynligheden for at der er mindre end 75 computerspillere i stikprøven med denne approksimation.

I en rapport til skolebestyrelsen bruges undersøgelsen til at se om computerspillerne har mere sygefravær. Resultatet fra undersøgelsen opgøres som i følgende tabel, hvor sygefraværet er opgjort som antal dage på en måned. I tabellen er "Andre" dem som ikke spiller computer.

	Computerspiller	Andre
Middelværdi for sygefravær	4	3
Varians for sygefravær	2	1
Antal observationer	56	44

Antag at sygefraværet er normalfordelt for den enkelte elev med middelværdi og varians som i tabellen. Lad  $Y_j^1, j = 1, \dots, 56$  være sygefraværet for computerspillere, og lad  $Y_j^2, j = 1, \dots, 44$  være sygefraværet for "Andre". Antag uafhængighed mellem elevernes sygefravær.

Lad  $D$  være forskellen mellem det gennemsnitlige antal fraværsdage for computerspillere og "Andre". Dvs.  $D = \frac{1}{56} \sum_j Y_j^1 - \frac{1}{44} \sum_j Y_j^2$

3. Er uafhængighed en god antagelse? Hvad er fordelingen af  $D$ ? Hvad er sandsynligheden for at  $D > 0$ ?

### Opgave 3

En lærer i folkeskolen lader hver dag eleverne slå præcis 5 slag med en fair terning. Terningens udfaldsrum er  $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$ . Når de 5 slag er slået, bliver der udregnet et gennemsnit af de 5 slag. Lad  $X$  være en stokastisk variabel, der angiver gennemsnittet af de 5 slag

1. Vis at middelværdien  $E(X) = 3,5$  og at variansen  $Var(X) = 0,58$

Læreren lader dette eksperiment køre i 20 dage. Antag nu at disse 20 observationer er uafhængige og normalfordelte dvs.  $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, 2, 3, \dots, 20$ . Gennemsnittet af de 20 observationer er 3,66 og den tilsvarende empiriske varians er 0,60.

2. Test hypotesen at  $\sigma^2 = 0,58$  mod alternativet at  $\sigma^2 > 0,58$
3. Test hypotesen at  $\mu = 3,5$  mod alternativet at  $\mu \neq 3,5$

I de 20 dage er der i alt foretaget 100 kast. Fordelingen af de 100 kast er vist i nedenstående tabel

Værdi	Antal kast
1	12
2	14
3	16
4	17
5	28
6	13
Ialt	100

4. Opstil en statistisk model for ovenstående

Læreren er bekymret for om terningen nu er en fair terning.

5. Udfør et test for om terningen er fair.

Læreren har tidligere været bekymret for at den side med 5 øjne er anderledes konstrueret end de øvrige sider

6. Estimer sandsynligheden for at terningen viser 5 og angiv et tilhørende konfidensinterval. Kommenter kort dine beregninger.