Eksamen på økonomistudiet sommer 2015

Miljø-, ressource-og klimaøkonomi

Kandidatfag

11. juni 2015

3 timers prøve uden hjælpemidler

(Opgave på 6 sider inclusive denne forside)

(Bemærk: De anførte vægte til de enkelte opgaver er kun indikative. Ved bedømmelsen vil der blive anlagt en helhedsvurdering af besvarelserne)

OPGAVE 1. Den optimale miljøafgift i en dynamisk miljøøkonomisk model (Indikativ vægt: 4/5)

Betragt en miljøøkonomisk model, der benytter følgende notation:

U = livstidsnytte for den repræsentative forbruger

K = beholdning af produceret realkapital

X = miljøkvalitet (beholdning af miljøgoder)

Y = produktion (BNP)

C = forbrug af producerede goder

A = ressourcer anvendt på forureningsbekæmpelse

E = emission af forurenende stof

Ω = emissionskoefficient (konstant)

ρ = tidspreferencerate (konstant)

η = miljøets absorptions- og regenerationsevne (konstant)

t = tiden

Bortset fra de konstante parametre Ω, ρ og η er alle variable funktioner af tiden, hvilket dog for overskuelighedens skyld ikke angives explicit. En prik over en variabel angiver den afledede af den pågældende variabel med hensyn til tiden, dvs. $\dot{x} \equiv dx/dt$, og fodtegn angiver partielle afledede. Modellen består af følgende ligninger, hvor e er eksponentialfunktionen, $F()$ er en produktionsfunktion, og $a()$ er en "rensefunktion", der angiver den reduktion af emissionerne, som opnås i kraft af forureningsbekæmpelsen:

$$U = \int_0^\infty u(C)\, e^{-\rho t} dt, \qquad \rho > 0, \quad u'(C) > 0, \quad u''(C) < 0. \tag{1}$$

$$Y = F(K, X), \qquad F_K > 0, \quad F_{KK} < 0, \quad F_X > 0, \quad F_{XX} < 0. \tag{2}$$

$$E = \Omega Y - a(A), \qquad \Omega > 0, \quad a(0) = 0, \quad a'(A) > 0, \quad a''(A) < 0. \tag{3}$$

$$\dot{K} = Y - C - A. \tag{4}$$

$$\dot{X} = -(E - \eta), \qquad \eta > 0. \tag{5}$$

Det følger af ligning (3), at

$$dE = \Omega dY - a'(A)\, dA \Longrightarrow \frac{dA}{dY} = \frac{\Omega}{a'(A)} \quad \text{for} \quad dE = 0.$$

Brøken $\Omega/a'(A)$ angiver altså, hvor mange ekstra kroner (i faste priser), der skal anvendes på forureningsbekæmpelse for at forhindre en stigning i emissionerne, når BNP stiger med 1 krone. Vi antager, at der for alle relevante konstellationer af modellens variable gælder

$$\frac{\Omega}{a'(A)} < 1. \tag{6}$$

Spørgsmål 1.1. Kommentér kort modellens ligninger og diskutér i den forbindelse begrundelsen for tilstedeværelsen af konstantleddet η i ligning (5). Diskutér endvidere kort rimeligheden af antagelsen i (6).

Spørgsmål 1.2. Forklar, hvorfor størrelsen $1/a'(A)$ kan tolkes som den marginale reduktionsomkostning (den marginale "renseomkostning"), dvs. omkostningen ved at nedbringe emissionen med en ekstra enhed.

Spørgsmål 1.3. En velmenende samfundsplanlægger ønsker at maksimere den repræsentative forbrugers livstidsnytte (1) under bibetingelserne (2) til (5), hvor de initiale værdier af K og X er prædeterminerede. Forklar at Hamiltonfunktionen i løbende værdi svarende til løsningen af dette optimale kontrolproblem kan skrives som

$$H = u(C) + \lambda\left[F(K, X) - C - A\right] + \mu\left[\eta - \Omega F(K, X) + a(A)\right], \tag{7}$$

hvor λ og μ er skyggeværdierne af hhv. K og X.

Spørgsmål 1.4. Udled førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem, idet kontrolvariablene er C og A, og tilstandsvariablene er K og X (NB: Du behøver ikke opstille transversalitetsbetingelserne).

Spørgsmål 1.5. Vis at samfundsplanlæggerens førsteordensbetingelser kræver, at forbruget udvikler sig i overensstemmelse med ligningen

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\left(1 - \frac{\Omega}{a'(A)}\right) F_K - \delta\right], \qquad \varepsilon \equiv -\frac{u''(C)\, C}{u'(C)} > 0. \tag{8}$$

Forklar forskellen mellem (8) og den sædvanlige Keynes-Ramsey regel (Vink: Forklar hvorfor det samfundsmæssige afkast af investering i realkapital er lig med $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)F_K$ i nærværende model).

Spørgsmål 1.6. Førsteordensbetingelserne for løsning af samfundsplanlæggerens problem kan også vises at indebære følgende udviklingsforløb i indsatsen til forureningsbekæmpelse (NB: Du behøver ikke at udlede denne ligning, men kan blot tage den for givet):

$$\frac{\dot{A}}{A}=\frac{\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K-a'\left(A\right)F_X\right]}{\varphi a'},\qquad \varphi\equiv-\frac{a''\left(A\right)A}{a'\left(A\right)}. \tag{9}$$

Størrelsen $\left(1-\frac{\Omega}{a'(A)}\right)\left[F_K-a'\left(A\right)F_X\right]$ i (9) er lig med den samfundsøkonomiske gevinst ved at investere en krone ekstra i realkapital frem for at anvende en ekstra krone til forureningsbekæmpelse. Forklar hvorfor. Vis at φ er lig med elasticiteten i den marginale reduktionsomkostning med hensyn til forureningsbekæmpelsesindsatsen (Vink: Definér den marginale reduktionsomkostning som $MRO\equiv1/a'\left(A\right)$, og udregn elasticiteten $\varphi\equiv\frac{dMRO}{dA}\frac{A}{MRO}$). Forsøg ved brug af disse indsigter at forklare den økonomiske intuition bag ligning (9).

Betragt nu en markedsøkonomi med et stort antal identiske virksomheder, der opererer under fuldkommen konkurrence. Den enkelte repræsentative virksomheds produktionsbetingelser og forurening er givet ved ligningerne (2) og (3), og hver virksomhed kontrolleres af et familiedynasti, der har livstidsnytten (1). Staten pålægger virksomhederne en emissionsafgift med satsen τ for hver enhed af det forurenende stof, de slipper ud. Afgiftssatsen τ kan variere over tid, og det samlede provenu fra denne miljøafgift tilbageføres til forbrugerne som en lump-sum overførsel. Den enkelte repræsentative husholdning tager både afgiftssatsen og den modtagne statslige indkomstoverførsel (T) for givet. Husholdningen, der altså også er virksomhedsejer, skal vælge sit forbrug samt virksomhedens udgifter til forureningsbekæmpelse under hensyntagen til følgende dynamiske budgetrestriktion, der angiver, hvor mange midler der er til rådighed for kapitalakkumulation i virksomheden:

$$\begin{aligned}\dot{K} &= F\left(K,X\right)-A-\tau E+T-C\\ &= F\left(K,X\right)-A-\tau\left[\Omega F\left(K,X\right)-a\left(A\right)\right]+T-C.\end{aligned}\tag{10}$$

Spørgsmål 1.7. Den repræsentative husholdning ønsker at maksimere sin livstidsnytte (1) under bibetingelse af den dynamiske budgetrestriktion (10), hvor husholdningen tager både τ og T som givne. Opstil Hamilton-funktionen i løbende værdi og udled førsteordensbetingelserne for løsning af dette optimale kontrolproblem, hvor C og A er kontrolvariable, og K er tilstandsvariablen (NB: Du behøver ikke opstille transversalitetsbetingelsen).

Spørgsmål 1.8. Vis at din analyse i spørgsmål 1.7 implicerer at

$$\frac{1}{a'(A)} = \tau. \tag{11}$$

Giv en økonomisk fortolkning af denne betingelse og forklar kort den økonomiske adfærd, der ligger bag.

Spørgsmål 1.9. Udled ud fra dine resultater i spørgsmål 1.7 et udtryk for forbrugsvækstraten $\dot{C}/C$ i markedsøkonomien. Vil forbrugsvækstraten i markedsøkonomien afvige fra den samfundsmæssigt optimale udvikling i forbruget givet ved (8)?

Spørgsmål 1.10. Vis ved differentiering af begge sider af ligning (11) med hensyn til tiden, at udviklingen i forureningsbekæmpelsen i markedsøkonomien er givet ved

$$\dot{A} = -\frac{a'(A)}{a''(A)}\frac{\dot{\tau}}{\tau} \tag{12}$$

Udled ved brug af (12) og (9) et udtryk for den vækstrate i miljøafgiften ($\dot{\tau}/\tau$), som vil sikre en samfundsmæssigt optimal udvikling i forureningsbekæmpelsen.

I den betragtede økonomi er en langsigtsligevægt karakteriseret ved, at alle variable er konstante over tid. En langsigtsligevægt kræver altså blandt andet, at $\dot{\tau} = 0$ og dermed $\dot{A} = 0$. I et samfundsøkonomisk optimum indebærer ligevægtsbetingelsen $\dot{A} = 0$ ifølge ligning (9), at $F_K = a'(A)\,F_X$. En optimal miljøafgift skal altså sikre, at denne betingelse er opfyldt i langsigtsligevægt. Under fuldkommen konkurrence gælder, at $F_K = r$, hvor r er realrenten. Ved brug af denne sammenhæng samt ligning (11) kan vi derfor skrive betingelsen $F_K = a'(A)\,F_X$ på følgende måde:

$$\tau = \frac{F_X}{r}. \tag{13}$$

Spørgsmål 1.11. Forklar den økonomiske intuition bag ligning (13). Hvad er tolkningen af brøken F_X/r ?

OPGAVE 2. Den Grønne Solow model (Indikativ vægt: 1/5).

(Vink: Det er acceptabelt, hvis du giver en rent verbal besvarelse af hele opgave 2, men du må også gerne inddrage ligninger til at understøtte forklaringerne).

Spørgsmål: Den Grønne Solow model forudsiger en sammenhæng mellem udviklingen i indkomsten per indbygger og udviklingen i udledningen af forurenende stoffer. Redegør for denne sammenhæng og forklar de økonomiske mekanismer bag den.