Eksamen på Økonomistudiet sommer 2015

Makro A

2. årsprøve

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

24. juni 2015

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.7, skal besvares og vægtes ens ved bedømmelsen.

Dette eksamenssæt består af 7 sider (inkl. forside).

Opgave 1

1.1

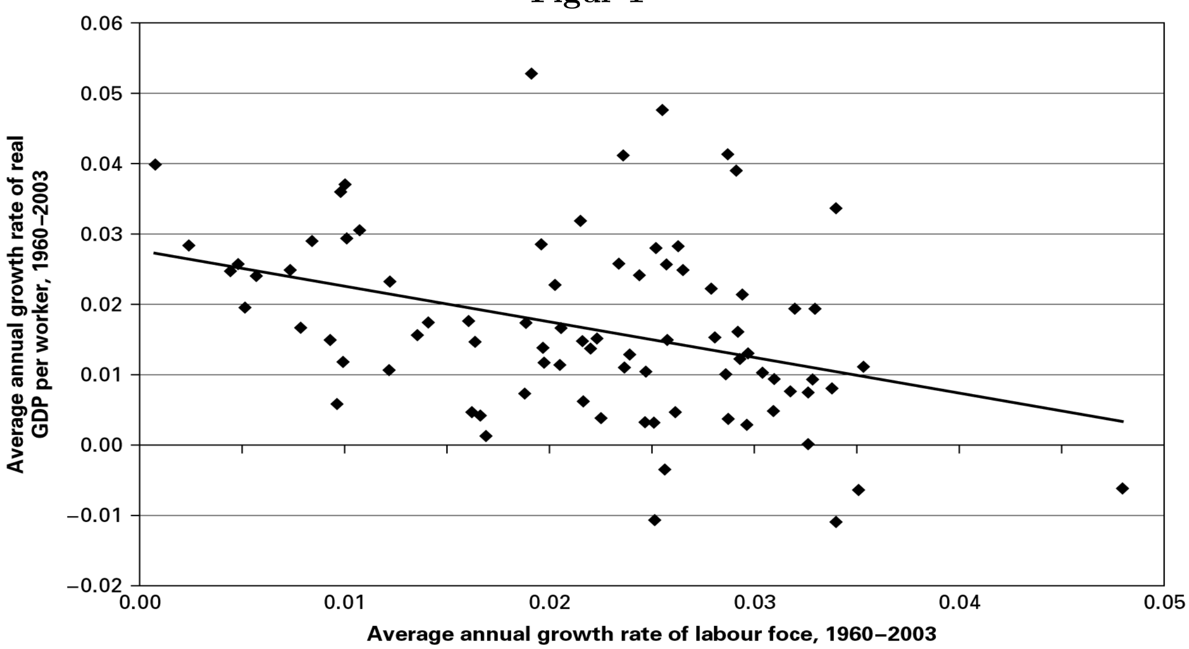
Forklar hvordan en stigning i opsparingsraten for fysisk kapital påvirker udviklingen i BNP pr. arbejder på kort og lang sigt i henhold til Solowmodellen med eksogen teknologisk vækst (svarende til kapitel 5).

Hvordan ændres denne beskrivelse, hvis Solowmodellen med produktive eksternaliteter og endogen vækst (svarende til kapitel 8) i stedet betragtes.

1.2

Diskutér hvilke teoretiske modeller i pensum, der er konsistente med mønsteret i data, der er vist i Figur 1.

Figur 1



Noter: 1. aksen angiver vækstraten i arbejdsstyrken og 2. aksen angiver vækstraten i BNP pr. arbejder. Perioden er 1960-2003. Observationerne er lande.

1.3

I en ny forskningsartikel af Lant Pritchett og Lawrence H. Summers betragtes følgende regressionsligning:

$$g^y_{i,00-10} = \beta_0 + \beta_1 g^y_{i,90-00} + \varepsilon_i, \tag{1}$$

hvor i angiver land, $g^y_{i,00-10}$ er vækstraten i BNP pr. capita for den 10-årige periode 2000 til 2010, $g^y_{i,90-00}$ er vækstraten i BNP pr. capita for den forrige 10-årige periode 1990 til 2000 og ε_i er et fejlled. Denne ligning estimeres for 143 lande vha. OLS med følgende resultat:

$$g^y_{i,00-10} = \underset{(se=0{,}00;\ t=10{,}76)}{0,02} + \underset{(se=0{,}07;\ t=4{,}57)}{0,21} g^y_{i,90-00}, \quad R^2 = 0,06. \tag{2}$$

Dette fund er senere blevet tolket som værende i modstrid med Solowmodellens forudsigelse om konvergens. Diskutér, med udgangspunkt Solowmodellen (svarende til kapitel 3, 5 eller 6), om denne tolkning er korrekt.

Opgave 2

Ligningerne (3)-(6) udgør en lukket økonomi, der er beskrevet ved en model med fysisk kapital og en produktiv eksternalitet fra kapital pr. arbejder:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \tag{3}$$

$$A_t = B k_t^{\phi(1-\alpha)}, \quad B > 0,\, 0 \le \phi \le 1, \tag{4}$$

$$K_{t+1} = sY_t,\ 0 < s < 1, \tag{5}$$

$$L_{t+1} = (1+n)L_t,\ n > -1. \tag{6}$$

Ligning (3) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion, Y_t, som funktion af total faktor produktivitet (forkortet TFP), A_t, fysisk kapital, K_t, og arbejdskraft, L_t. Ligning (4) er begrundet i "learning-by-doing", hvor det antages, at TFP afhænger positivt af kapital pr. arbejder, $k_t = \frac{K_t}{L_t}$. Ligning (5) beskriver, hvordan fysisk kapital udvikler sig over tid, hvor s er opsparingsraten. Ligning (6) beskriver udviklingen i arbejdsstyrken, hvor n er vækstraten. Modellens tilstandsvariable er K_t og L_t med initialværdierne $K_0 > 0$ og $L_0 > 0$. Modellens eksogene parametre er α, B, ϕ, s og n.

Det antages, at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten og, at der eksisterer faktormarkeder for ydelserne fra fysisk kapital og arbejdskraft. Faktorpriserne er benævnt ved reallejesatsen, r_t, og reallønnen, w_t. Den repræsentative virksomhed skal opfattes som lille i forhold til hele økonomien, hvorfor den ikke opfatter at have indflydelse på aggregerede størrelser. Den tager derfor A_t som en udefra given størrelse i sine produktionsbeslutninger. Der anvendes definitionerne:

$$k_t \equiv \frac{K_t}{L_t} \text{ og } y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t} \tag{7}$$

2.1

Opstil den repræsentatives virksomheds profitmaksimeringsproblem, udled reallejesatsen og reallønnen.

2.2

Vis at modellen indebærer følgende transitionsligning for kapital pr. arbejder:

$$k_{t+1} = \frac{sB}{1+n} k_t^{\alpha+\phi(1-\alpha)}. \tag{8}$$

2.3

Udled først steady-state værdierne:

$$k^* = \left(\frac{sB}{1+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\phi(1-\alpha)}} \tag{9}$$

$$y^* = B^{\frac{1}{1-\alpha-\phi(1-\alpha)}} \left(\frac{s}{1+n}\right)^{\frac{\alpha+\phi(1-\alpha)}{1-\alpha-\phi(1-\alpha)}}, \tag{10}$$

Analysér herefter under hvilke betingelse modellen udviser konvergens mod steady state i disse variable. Giv en intuitiv forklaring på, hvorfor modellen kan udvise konvergens (dvs., at modellen har en global stabil steady state).

2.4

Under antagelsen, at modellen udviser konvergens, beskriv og forklar med illustration i relevante diagrammer, hvordan reallejsesatsen og reallønnen udvikler sig over tid fra deres udgangspunkt i periode 0, hvorom det gælder at $k_0 > k^*$.

Dernæst udled elasticiteterne af y^* mht. s og B og redegør for intuitionen bag, at disse er større end i Solowmodellen uden teknologisk vækst (svarende til kapitel 3).

2.5

Under antagelsen, at modellen udviser konvergens, vis at vækstraten i BNP pr. arbejder kan skrives som:

$$g_t^y = \ln B + [\alpha + \phi(1-\alpha)] \ln \frac{s}{1+n} + [\alpha + \phi(1-\alpha) - 1] \ln y_t, \tag{11}$$

hvor $g_t^y \equiv \ln y_{t+1} - \ln y_t$. Forklar hvorfor g_t^y er upåvirket af arbejdsstyrkens størrelse og negativ påvirket af vækstraten i arbejdsstyrken. Relatér til resultaterne fra den semi-endogene model (svarende til kapitel 8).

2.6

I dette spørgsmål skal du antage, at økonomien initialt er i en steady state givet ved k^*, hvorefter en ny og forbedret infrastruktur medfører, at den produktive eksternalitet bedre kan diffundere. I modelsprog vil det sige, at ϕ stiger til $\phi' = 1$. Beskriv og forklar vha. illustration i fasediagrammet, hvordan kapital pr. arbejder og BNP pr. arbejder ændrer sig over tid som følge af den forbedret infrastruktur. Under hvilke betingelse vokser økonomien over tid? Vis dernæst, at vækststien for kapital pr. arbejder kan skrives som:

$$k_t = k^* \left(1 + \frac{sB - (1+n)}{1+n}\right)^t \tag{12}$$

I den betragtede økonomi, der er beskrevet ved ligningerne (3)-(6), er eksternalitetsparameteren ϕ antaget eksogen givet. Man kan dog sagtens forestille sig, at ϕ afhænger positivt af økonomiens udvikling, eftersom videnspredning nemmere kan finde sted i en mere udviklet økonomi, fx med en bedre infrastruktur. Derfor skal du i det sidste delspørgsmål tilføje følgende ligning til modellen:

$$\phi_t = 1 - \frac{1}{1+k_t}, \tag{13}$$

og ligning (4) ændres dermed til:

$$A_t = Bk_t^{\phi_t(1-\alpha)}, \quad B > 0,\ 0 \leq \phi \leq 1, \tag{14}$$

dvs., at den nye økonomi er beskrevet ved ligningerne (3), (5), (6), (13) og (14).

2.7

i) Vis hvad vækstraten i kapital pr. arbejder ($g_t^k \equiv \frac{k_{t+1}-k_t}{k_t}$) bevæger sig mod i grænserne, hvor $k_t \to 0$ og $k_t \to \infty$. Antag herefter, at der *ikke* eksisterer én stabil steady state og $\lim_{k_t \to \infty} g_t^k > 0$. Skitsér, for dette tilfælde, udseendet af transitionsligningen for kapital pr. arbejder i transitionsdiagrammet.

ii) Nu skal du antage, at der eksisterer en lokal stabil steady state og $\lim_{k_t \to \infty} g_t^k > 0$. Skitsér, for dette tilfælde, udseendet af transitionsligningen for kapital pr. arbejder i transitionsdiagrammet. Diskutér herefter muligheden for en såkaldt fattigdomsfælde. En sådan fælde er beskrevet ved, at økonomien er 'fanget' i økonomisk stagnation, og kun et kraftigt skub (dvs. en stor stigning i kapital pr. arbejder) kan medføre en frigørelse, hvor økonomien efterfølgende vil opleve vedvarende økonomisk vækst.

.