Eksamen på Økonomistudiet vinter 2018-19

Matematik A

21. januar 2019

(2-timers prøve uden hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.
Til dette eksamenssæt hører 0 bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt. Derefter forlader du eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1: Uendelige rækker

(a) Lad (a_n) være en følge af reelle tal. Betragt den uendelige række

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \, .$$

Redegør for definitionen af, at denne række er konvergent med sum s.

Brug denne definition til at vise, at rækken

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$$

ikke er konvergent.

(b) Bestem summen af den konvergente række

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{2}{5})^n \, .$$

(c) Betragt den uendelige række

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{(x-1)n} \, ,$$

hvor x er et reelt tal.

Bestem de værdier af x, for hvilke denne række er konvergent.

Opgave 2

Betragt funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ givet ved

$$f(x,y) = 2e^{-x^2-y^2} + x^2 + y^2 \,.$$

(a) Bestem de partielle afledede

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \quad \text{og} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$$

i et vilkårligt punkt (x,y).

(b) Vis, at $(0,0)$ er et stationært punkt for f.

(c) Bestem Hessematricen (andenordensmatricen) $H(x,y)$ for f i et vilkårligt punkt (x,y).

Afgør om $(0,0)$ er et maksimumspunkt, et minimumspunkt eller et saddelpunkt. Begrund dit svar.

(d) Bestem alle stationære punkter for f.

Opgave 3

(a) Udregn følgende bestemte integraler:

$$\int_1^3 (x^2 - \frac{1}{x^2})\,dx \quad \text{og} \quad \int_0^2 xe^{x+3}\,dx \,.$$

(b) Afgør om det uegentlige integral

$$\int_0^\infty \frac{x}{x^2+2}\,dx$$

er konvergent (kan tillægges en værdi) eller divergent. Begrund dit svar.

(c) Betragt funktionen f defineret ved

$$f(x) = x^2 \ln(x^2) \quad \text{for alle } x > 0.$$

Udregn det ubestemte integral

$$\int f(x)\,dx \,.$$

Hint: Kan løses ved anvendelse af partiel integration.