Eksamen på Økonomistudiet sommer 2019

Makroøkonomi I

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

3. juni 2019

Dette eksamenssæt består af X sider incl. denne forside.

Syg under eksamen:
Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du

- kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!
Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1: Brexit

I dette spørgsmål skal du evaluere konsekvenserne af et hårdt Brexit. Antag Storbritannien før Brexit kan beskrives ved Solowmodellen for den lille åbne økonomi (pensumbogens kapitel 4). Vi abstraherer herved fra arbejdskraftens frie bevægelighed, og fokuserer på effekterne af kapitalstrømme. Storbritannien er før Brexit en debitornation, hvilket vil sige at en del af landets kapitalapparat er ejet af udlandet. Antag nu, at et hårdt Brexit betyder at Storbritannien går fra at være en åben økonomi til at være en lukket økonomi, og at den udenlandske kapital i processen flygter fra landet.

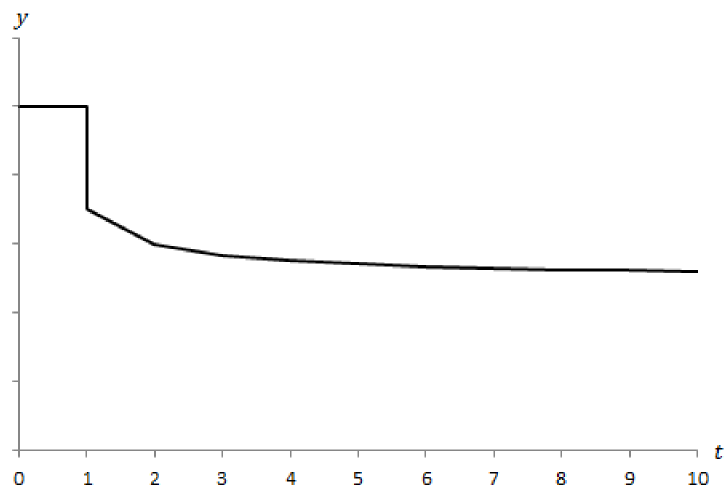
1.1

Forklar hvilke konsekvenser Brexit har for BNP/capita, nationalindkomsten og den indenlandske rente på langt sigt. Hvad er intuitionen?

Svar: Ifølge modellen for den lille åbne økonomi bliver et land debitornation hvis det er opsparingssvagt relativt til udlandet. På langt sigt vil Storbritanniens kapitalapparat derfor være lavere som lukket økonomi, hvorfor BNP/capita vil falde. Et lavere kapitalapparat betyder også et højere marginalprodukt af kapital, og dermed en højere rente. Hvorvidt nationalindkomsten vil falde er mere tricky, da der her er to modsatrettede effekter. BNP/capita falder som nævnt ovenfor, men til gengæld har Storbritannien ikke længere renteudgifter til at pleje udlandsgælden. Nettoeffekten af de to er dog et fald i nationalindkomsten. En forklaring er, at økonomien overholder velfærdsteoremerne, således er den allokering der herskede før Brexit optimal (allokeringen i den åbne økonomi kan være magen til den lukkede. I det tilfælde vil et land have nul nettogæld til udlandet). En anden, mere intuitiv forklaring er, at Storbritannien kun betaler renteudgifterne til den ekstra kapital tilbage til udlandet, mens to tredjedele af den produktion, den ekstra kapital genererer tilfalder britiske lønmodtagere.

1.2

Givet modellen, tegn et diagram der viser udviklingen i BNP/capita over tid startende fra perioden før Brexit. Forklar hvorfor hele justeringen til den nye langsigtsligevægt *ikke* sker med det samme.



Figur 1: Brexit og BNP/capita

Svar: Figur 1 viser den kvalitative udvikling i BNP/capita i Storbritannien hvis økonomien går fra at være åben (periode 0) til at være lukket (periode 1 og frem). BNP/capita falder drastisk i periode 1 som følge af kapitalflugt. Fra periode 1 og frem falder BNP/capita gradvist. Årsagen er at den udenlandske kapital før Brexit har øgede lønindtægterne i økonomien, og en andel af lønindtægterne blev opsparet i indenlandsk kapital. Dermed blev niveauet for den indenlandsk ejede kapital også højere i den åbne økonomi end det ville have været i den lukkede økonomi. Efter Brexit betyder det, at selv efter kapitalflugten er det indenlandske kapitalapparat højere en dets steady state niveau for den lukkede økonomi. Det betyder en gradvis konvergens mod steady state, hvilket i figuren er illustreret af det gradvise fald i BNP/capita.

1.3

Diskutér hvorvidt det er rimeligt at anvende Solowmodellen for den åbne og den lukkede økonomi til at studere Brexit. I lyset af de andre modeller og teorier du har lært om i Makro 1, diskutér også om der kunne være yderligere effekter af et hårdt Brexit end dem beskrevet i de to ovenstående spørgsmål.

Svar: Dette er et åbent spørgsmål, og skal bedømmes på om den studerende fremdrager relevant viden fra pensum. Den studerende kan komme ind på at antagelsen om at gå fra en helt åben til en helt lukket økonomi nok er ekstrem. Men omvendt kunne man forestille sig at Brexit vil hæve omkostningen ved handel og investeringer på tværs af grænser, hvorfor man kunne forvente at den internationale långivning til Storbritannien vil falde (eller ækvivalent, at Storbritannien skal betale højere omkostninger og højere risikopræmie ved international låntagning). Det vil give kvalitativt samme effekter som beskrevet i ovenstående spørgsmål, men naturligvis meget mindre effekter end en fuldstændig lukning af økonomien.

Af andre perspektiver kan nævnes, at endogene vækstmodeller forudsiger en skala-effekt af at have flere forskere. Hvis Storbritanniens exit betyder, at de effektivt dekobles fra den Europæisk forskningsindsats, kan det derfor tænkes at sænke væksten. Man kunne også forestille sig, at Storbritannien vil have sværere ved at tiltrække veluddannet arbejdskraft fra udlandet, hvilket vil mindske BNP-niveauet jf. modellen med humankapital i kapitel 6, og potentielt også væksten i BNP/capita jf. de endogene vækstmodeller. Set i lyset af pensumbogens kapitel 7, kunne man dog også forestille sig at mindre netto immigration kunne reducere presset på boligpriser i de større byer, herunder især i London.

Opgave 2: Befolkningstæthed og vækst

I dette spørgsmål skal du se nærmere på hvad befolkningstæthed betyder for økonomisk vækst. Antag at et lands økonomi er beskrevet ved ligningerne:

$$Y_t = K_t^{\alpha} X^{\beta} \left(A_t L_t\right)^{\gamma}, \; \alpha + \beta + \gamma = 1, \tag{1}$$

$$A_t = \left(\frac{L_t}{X}\right)^{\phi}, \phi > 0, \tag{2}$$

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta) K_t, \tag{3}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t \;, \; n > 0. \tag{4}$$

Desuden antages det, at $\alpha, \beta, \gamma, s,$ og δ alle ligger mellem 0 og 1. Modellen her kan ses som en kombination af modellerne pensumbogens kapitel 7 og 8. Den produktive eksternalitet i

Ligning (2) er dog anderledes end i kapitel 8.

2.1

Forklar hvorfor teknologiniveauet A_t kunne tænkes at blive påvirket positivt af befolkningstætheden $\frac{L_t}{X_t}$. Er det en realistisk antagelse?

Svar: Man kunne forestille sig, at når flere personer bor tæt sammen er det nemmere at udveksle nye idéer og viden. Desuden kan man forestille sig en større grad af arbejdsdeling, og lavere omkostninger ved fx distribution af varer. Det virker derfor som en plausibel antagelse for et teoretisk synspunkt. Empirisk er lønningerne tit højere i større byer, hvilket kunne tale for at produktiviteten også er højere.

2.2

Forklar hvordan skalafkastet til de to variable inputs K_t og L_t afhænger af modellens parametre, og hvilke implikationer det har for modellen og for væksten i indkomst på langt sigt. Vis, at indkomst per capita kan skrives som $y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t} = k_t^\alpha \left(\frac{L_t}{X}\right)^{\gamma\phi-\beta}$ og kommentér på intuitionen for det fundne udtryk.

Svar: Ved indsættelse af udtrykket for A_t i produktionsfunktionen fås:

$$Y_t = K_t^\alpha X^\beta \left(\left(\frac{L_t}{X}\right)^\phi L_t\right)^\gamma = K^\alpha X^{\beta-\phi\gamma} L^{\gamma(1+\phi)}$$

Det fremgår, af skalaafkastet til K_t og L_t er $\alpha + \gamma + \gamma\phi$. Der er altså aftagende skalafkast hvis $\gamma\phi < \beta$, konstant skalaafkast hvis $\gamma\phi = \beta$, og stigende skalafkast $\gamma\phi > \beta$. Tilfældet med aftagende skalaafkast svarer til den Malthusianske økonomi hvor befolkningsvækst vil mindske indkomsten. Tilfældet med konstant skalaafkast svarer til den simple Solowmodel. Tilfældet med stigende skalaafkast svarer til en semi-endogen vækstmodel. Der kan altså være vækst i økonomien på langt sigt hvis $n > 0$ og $\gamma\phi > \beta$. Intuitionen er, at eksternaliteten for befolkningstæthed er så stærk, at den mere end udligner at land er en fast faktor i produktionen. Der kan ikke være endogen vækst i modellen da marginalproduktet til kapital er aftagende uanset værdierne af $\gamma\phi$ og β.

Indkomsten per capita findes ved at dividere med L_t:

$$y_t = k^\alpha \left(\frac{X}{L_t}\right)^\beta \left(\frac{L_t}{X}\right)^{\gamma\phi} = k_t^\alpha \left(\frac{L_t}{X}\right)^{\gamma\phi-\beta}$$

Sammenlignet med en almindelig Solowmodel indgår befolkningstætheden nu som en slags teknologiparameter. Om en højere befolkningstæthed øger eller mindsker produktiviteten afhænger af om vi er i det Malthusianske regime eller i det semi-endogene vækstregime.

2.3

Definér $\widetilde{k}_t \equiv \frac{K_t}{\left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} L_t}$ og $\widetilde{y}_t \equiv \frac{Y_t}{\left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} L_t}$. Udled transitionsligningen for $\widetilde{k}_t$ og vis at økonomien konvergerer mod en steady state hvor:

$$\widetilde{k}^* = \left(\frac{s}{(1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} - 1 + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Forklar hvorfor befolkningsvæksten n indgår som den gør.

Svar: Tansitionsligningen udledes som:

$$\begin{aligned}
K_{t+1} &= sY_t + (1-\delta) K_t \\
\Leftrightarrow \widetilde{k}_{t+1} &= s\frac{Y_t}{\left(\frac{L_{t+1}}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} L_{t+1}} + (1-\delta)\frac{K_t}{\left(\frac{L_{t+1}}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} L_{t+1}} \\
&= \frac{1}{(1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}}\left[s\widetilde{y}_t + (1-\delta)\widetilde{k}_t\right] \\
&= \frac{1}{(1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}}\left[s\widetilde{k}_t^\alpha + (1-\delta)\widetilde{k}_t\right]
\end{aligned}$$

Sættes $\widetilde{k}_{t+1} = \widetilde{k}_t = \widetilde{k}^*$ fremkommer steady state

$$\begin{aligned}
\widetilde{k}^{*} &= \frac{1}{(1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}}\left[s\widetilde{k}^{*\alpha}+(1-\delta)\,\widetilde{k}^{*}\right] \\
\Leftrightarrow (1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} &= s\widetilde{k}^{*\alpha-1}+1-\delta \\
\Leftrightarrow \widetilde{k}^{*} &= \left(\frac{s}{(1+n)^{1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}-1+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

Det kan vises at transitionsligningen går gennem $(0,0)$, og at:

$$\frac{\partial\widetilde{k}_{t+1}}{\partial\widetilde{k}_{t}}>0\ ,\ \lim_{\widetilde{k}_{t}\to 0}\frac{\partial\widetilde{k}_{t+1}}{\partial\widetilde{k}_{t}}>1 \text{ og } \lim_{\widetilde{k}_{t}\to\infty}\frac{\partial\widetilde{k}_{t+1}}{\partial\widetilde{k}_{t}}<1$$

Økonomien konvergerer derfor mod steady state. En god besvarelse vil illustrere dette i transitionsdiagrammet.

Befolkningstilvæksten n indgår i $\widetilde{k}^{*}$ på grund af kapitaludtynding. På grund af eksternaliteten, sker kapitaludtyndingen både direkte gennem befolkningens størrelse, og indirekte fordi befolkningsvæksten påvirker den teknologiske vækst. Sidstnævnte effekt kan både være positiv eller negativ afhængigt af fortegnet på $\gamma\phi-\beta$.

2.4

Hvad bliver indkomsten per capita i steady state, dvs. y_t^{*}? Tegn vækstbanen for y_t^{*} under antagelse af at 1) $\gamma\phi<\beta$, 2) $\gamma\phi=\beta$ og 3) $\gamma\phi>\beta$.

Svar: fra definitionen $\widetilde{y}_t\equiv\frac{Y_t}{\left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}L_t}$ fås:

$$y_t^{*}=\left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^{*}=(1+n)^{\left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)t}\left(\frac{L_0}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^{*}$$

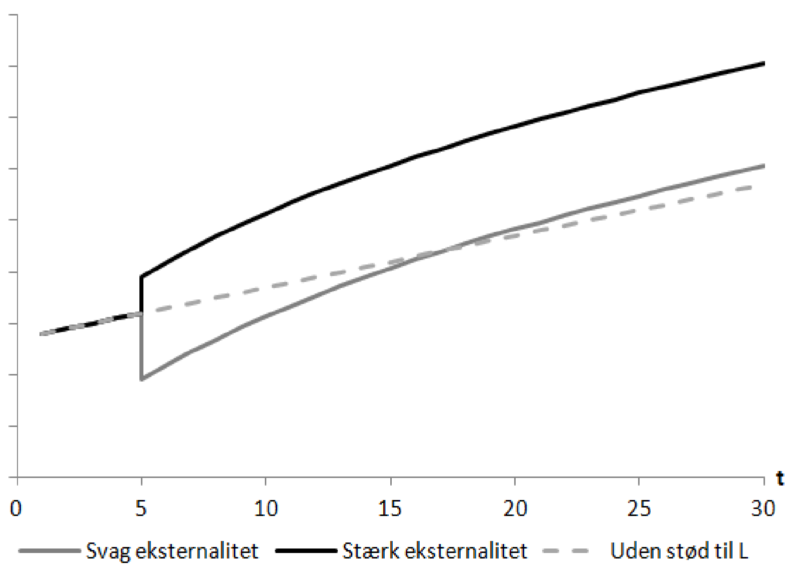
Vækstbanen tegnes ved at plotte $\ln(y_t^{*})$ mod tiden. Det er en ret linje, hvor hældningens fortegn afgøres af $\gamma\phi-\beta$. Så under antagelse af at $n>0$ har vi at i tilfældet 1) er hældningen negativ, i 2) er den nul, og i 3) er den positiv.

2.5

I tilfælde 3) beskrevet ovenfor, hvor $\gamma\phi > \beta$, beskriv hvordan et positivt stød til L_t påvirker $\widetilde{y}_t$ og y_t på kort og på langt sigt (n påvirkes ikke). Illustrér i relevante diagrammer og forklar intuitionen.

Svar: Et stød til L_t vil reducere $\widetilde{k}_t$ og dermed $\widetilde{y}_t$. Dermed vil niveauet for de to variabler i perioden efter L_t steg ligge under deres steady state niveau, men over tid vil de gradvist konvergere tilbage mod deres steady state niveau. Dette kan illustreres i et standard transitionsdiagram.

Da $y_t = \left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} \widetilde{y}_t$ og $\gamma\phi > \beta$ vil et positivt stød til L_t betyde, at y_t omgående vil stige for et givet $\widetilde{y}_t$. Denne effekt skal dog sammenholdes med den midlertidige negative effekt på $\widetilde{y}_t$ beskrevet ovenfor. Hvilken af de to effekter der dominerer i perioden efter stødet til L_t afhænger af hvor tæt $\gamma\phi - \beta$ er på 1. Er eksternaliteten svag relativt til effekten af den begrænsede ressource, vil den negative effekt på $\widetilde{y}_t$ dominerer på kort sigt. Omvendt vil den positive effekt på $\left(\frac{L_t}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}$ dominere hvis $\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}$ er meget stor. Samlet set giver det os to mulige scenarier, illustreret i Figur 2. Fordi $\widetilde{y}_t$ konvergerer tilbage mod steady state vil langsigtseffekten i begge scenarier dog være positiv, som også vist i Figur 2.



Figur 2: Effekt af stød til L

2.6

Antag nu at et land rummer to regioner, vi kunne kalde dem "hovedstad" og "provinsen". Begge regioner følger ligninger svarende til modellen ovenfor:

$$Y_{it} = K_{it}^{\alpha} X^{\beta} \left(A_{it} L_{it}\right)^{\gamma}, \ \alpha + \beta + \gamma = 1, \tag{5}$$

$$A_{it} = \left(\frac{L_t}{X_i}\right)^{\phi}, \phi > 0, \tag{6}$$

$$K_{it+1} = sY_{it} + (1-\delta) K_{it}, \tag{7}$$

for $i = h, p$ (h for hovedstad og p for provinsen). Derudover har vi følgende aggregerede sammenhænge:

$$L_{ht} + L_{pt} = L_t, \tag{8}$$

$$X_h + X_p = X, \tag{9}$$

$$Y_t = Y_{ht} + Y_{pt}, \tag{10}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \tag{11}$$

Variabler uden fodtegn er aggregerede variabler for hele landet. Definer beskæftigelsesandelen i hovedstaden som $\theta_L \equiv \frac{L_{ht}}{L_t}$ og hovedstadens areal relativt til landet som helhed som $\theta_X \equiv \frac{X_h}{X}$. Antag realistisk at $X_h < X_p$, og (til dels urealistisk) at folk i udgangspunktet ikke flytter mellem de to regioner. Befolkningstilvækst, opsparingsrate og deprecieringsrate er antaget at være ens i begge regioner, hvilket betyder, at modellens steady state svarer til en steady state hvor de to regioner er åbne økonomier ift. hinanden (dvs. der er frie kapitalflows på tværs af regioner på langt sigt).

Vis først, at landets samlede steady state indkomst per indbygger kan skrives som:

$$y_t^* = \left(\theta_L \left(\frac{\theta_L}{\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} + (1-\theta_L)\left(\frac{1-\theta_L}{1-\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\right)(1+n)^{\left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)t}\left(\frac{L_0}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} \widetilde{y}_t^*.$$

Forklar hvorfor dette udtryk adskiller sig fra dit svar i spørgsmål 2.4.

Svar:

$$\begin{aligned}
y_t^* &= \frac{Y_t^{h*}}{L_t} + \frac{Y_t^{p*}}{L_t} = \frac{\theta_L Y_t^{h*}}{\theta_L L_t} + \frac{(1-\theta_L)\,Y_t^{p*}}{(1-\theta_L)\,L_t} \\
&= \theta_L y_t^{h*} + (1-\theta_L)\,y_t^{p*} \\
&= \theta_L\,(1+n)^{\left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)t}\left(\frac{L_{k0}}{X_k}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^* + (1-\theta_L)\,(1+n)^{\left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)t}\left(\frac{L_{p0}}{X_p}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^* \\
&= \left(\theta_K\left(\frac{L_{h0}}{X_h}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} + (1-\theta_L)\left(\frac{L_{p0}}{X_p}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\right)(1+n)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}t}\,\widetilde{y}_t^* \\
&= \left(\theta_L\left(\frac{\theta_L}{\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} + (1-\theta_L)\left(\frac{1-\theta_L}{1-\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\right)(1+n)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}t}\left(\frac{L_0}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^*
\end{aligned}$$

Steady-state vækstbanen består af to komponenter. Den første er steady state vækstbanen i en model med kun én region, dvs $(1+n)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}t}\left(\frac{L_0}{X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\widetilde{y}_t^*$. Dette ville være vækstbanen hvis der havde været fri bevægelighed af arbejdskraft på tværs af de to regioner. Havde der været det, ville folk flytte således at alle folk i landet fik samme indkomst, og dermed ville modellen kollapse til modellen med blot én region. Så fordi vi ikke har fri bevægelighed for arbejdskraft, får vi det ekstra led i udtrykket for steady state. Dette led, $\left(\theta_L\left(\frac{\theta_L}{\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}} + (1-\theta_L)\left(\frac{1-\theta_L}{1-\theta_X}\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\right)$, indeholder velfærdstabet for en inefficient allokering af arbejdskraft sammenlignet med situationen med fri bevægelighed.

2.7

Hvad er den optimale beskæftigelsesandel i hovedstaden, dvs. det θ_L der maksimerer landets aggregerede output i steady state? Hvordan afhænger dit svar af modellens parametre? Forklar intuitionen og brug dit svar til at evaluere regeringens politik om at udflytte statslige arbejdspladser fra København til provinsen.

Svar: Bemærk først, at i tilfældet $\gamma\phi-\beta=0$ indgår θ ikke i udtrykket for steady state vækstbanen. Det skyldes, at modellen nu svarer til den basale Solowmodel fordi eksternalitetem og vækstreduktionen fra den begrænsede ressource udligner hinanden perfekt. Derfor spiller befolkningstætheden ingen rolle. For $\gamma\phi-\beta\neq 0$ har vi at:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial y_t^*}{\partial \theta} &= \left(1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)\left(\theta_L^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\theta_X^{\frac{\beta-\gamma\phi}{1-\alpha}}-\left(1-\theta_L\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\left(1-\theta_X\right)^{\frac{\beta-\gamma\phi}{1-\alpha}}\right)=0\\
&\Leftrightarrow\ \theta_L^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\theta_X^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}-\left(1-\theta_L\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}}\left(1-\theta_X\right)^{\frac{\beta-\gamma\phi}{1-\alpha}}=0\\
&\Leftrightarrow\ \frac{\theta_L}{\theta_X}=\frac{1-\theta_L}{1-\theta_X}\\
&\Leftrightarrow\ \theta_L\left(1-\theta_X\right)=\left(1-\theta_L\right)\theta_X\\
&\Leftrightarrow\ \theta_L=\theta_X
\end{aligned}
$$

Dette er en ekstremumspunkt. Om det er et minimum eller et maksimum afhænger af om $\gamma\phi-\beta$ er positivt eller negativ. Formelt:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 y_t^*}{\partial \theta_L^2} &= \left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)\left(1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)\theta_L^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}-1}\theta_X^{\frac{\beta-\gamma\phi}{1-\alpha}}\\
&\quad+\left(\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)\left(1+\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}\right)\left(1-\theta_L\right)^{\frac{\gamma\phi-\beta}{1-\alpha}-1}\left(1-\theta_X\right)^{\frac{\beta-\gamma\phi}{1-\alpha}}
\end{aligned}
$$

Fortegnet på denne afhænger af fortegnet på $\gamma\phi-\beta$. Er den positiv er den andenafledte positiv, og $\theta_L=\theta_X$ er et minimum. I dette tilfælde vil det optimale θ_L være en randløsning, og det vil være optimalt at samle befolkningen i den region med mindst areal, dvs i hovedstaden. Intuitionen er, at den produktive eksternalitet er så stærk at den mere end udligner effekten af den begrænsede ressource, land, i produktionsfunktionen. Derved maksimeres output når befolkningstætheden maksimeres. Omvendt, hvis $\gamma\phi-\beta$ dominerer effekten af den knappe ressource den produktive eksternalitet, og $\theta_L=\theta_X$ er derfor en maksimum (formelt: den andenafledte er negativ). Intuitionen er, at det aftagende marginalprodukt til land gør at produktiviteten er meget høj steder med lav (men strengt positiv) befolkningstæthed. Er befolkningstætheden forskellig i de to regioner, vil det øge aggregeret output at flytte folk fra regionen med højest befolkningstæthed, og dermed lavest produktivitet, til regionen med lavest befolkningstæthed, og dermed højest produktivitet. Den process kan fortsættes indtil befolkningstætheden, og dermed produktiviteten, er ens i det to regioner. Dvs:

$$\frac{\theta_L}{\theta_X} = \frac{1 - \theta_L}{1 - \theta_X} \Leftrightarrow \theta_L = \theta_X.$$

Sammenhængen til regeringens udflytningspolitik ses baseret på ovenstående diskussion. Hvis $\gamma\phi > \beta$, dvs. hvis den produktive eksternalitet er relativt høj, så vil det være en fordel at samle befolkningen i hovedstaden, og dermed vil udflytningen af arbejdspladser til provinsen være en dårlig idé (inden for modellens rammer). Omvendt, hvis problemet med den knappe ressource er stærkest, hvis $\gamma\phi < \beta$, vil udflytningen være en god idé. De relativt høje boligpriser i København viser, at land som knap ressource er vigtig at forholde sig til. Omvendt er lønningerne i København også generelt højere, hvilket peger på tilstedeværelsen af en produktv eksternalitet. Man kan dog forestille sig, at eksternaliteten er højere i nogen erhverv end andre, hvorfor det i praksis kan være en god idé at udflytte nogle typer arbejderspladser, men lade andre typer blive i København.

Note til rettere: der gives fuld point til studerende, der udleder den korrekte løsning ud fra modellens logik og økonomisk intuition. Funktionsundersøgelsen ovenfor er derfor ikke strengt nødvendig.