Eksamen på Økonomistudiet, vinter 2015-2016

Reeksamen

Makro A

2. årsprøve

15. februar, 2016

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

Alle delspørgsmål, 1.1-1.3 og 2.1-2.8, skal besvares og alle tæller lige meget ved bedømmelsen.

I Opgave 1 er fokus på de verbale, intuitive forklaringer, men formel analyse og notation kan inddrages efter ønske.

I Opgave 2 er de formelle og beregningsmæssige elementer i fokus, men verbale, intuitive forklaringer er fortsat vigtige.

Dette opgavesæt består i alt af 6 sider inkl. denne.

Opgave 1: Investeringsrate og økonomisk vækst på langt sigt

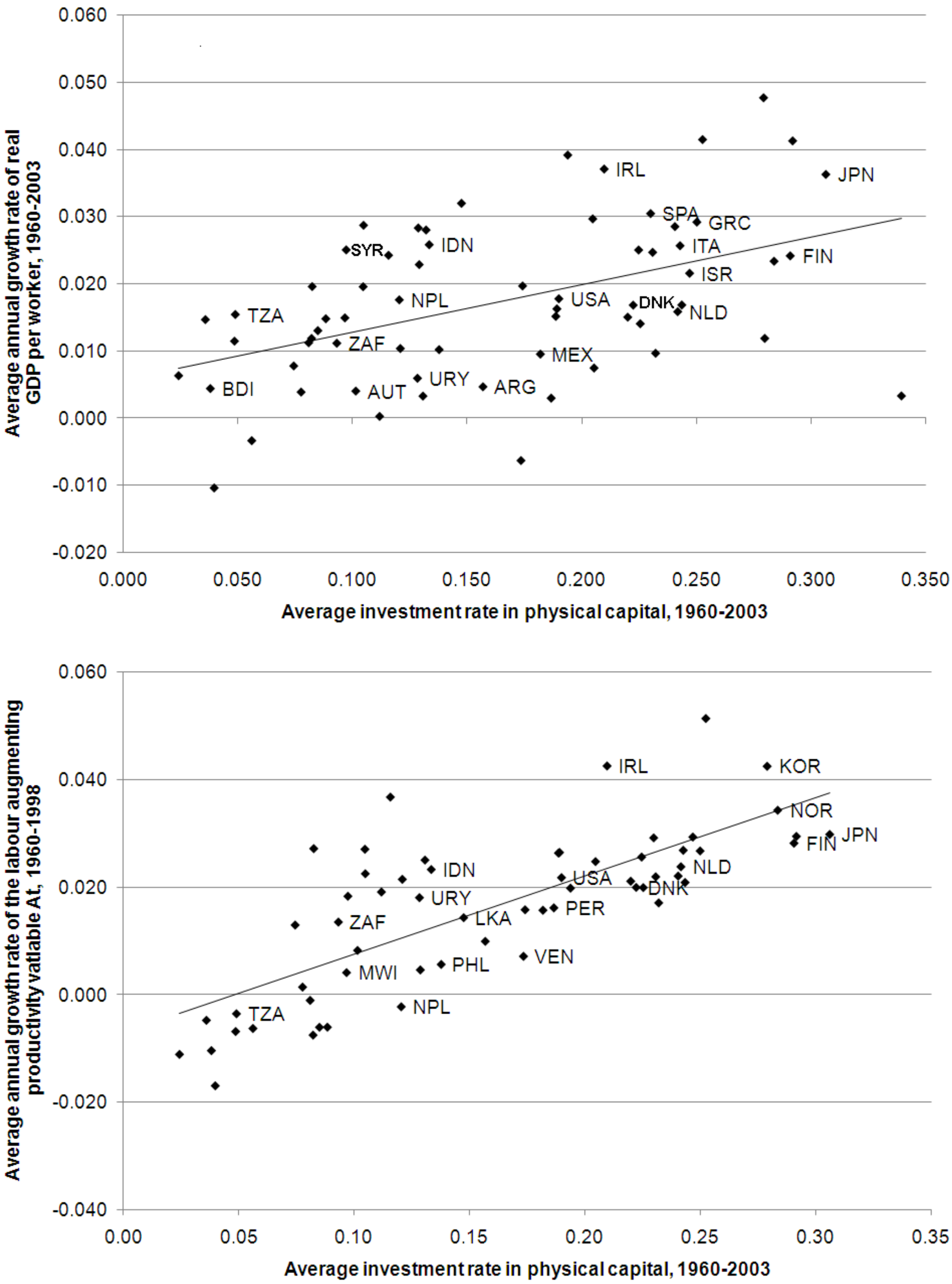
1.1 Redegør for sammenhængen mellem investeringsraten i fysisk kapital (bruttoinvesteringerne i forhold til BNP, i pensum oftest kaldet s) og den langsigtede (steady state-) vækstrate i BNP per arbejder i henhold til Solow-vækstmodeller med eksogen teknologisk udvikling (som kendt fra pensums kapitler 5, 6 og 7).

1.2 Redegør nu for sammenhængen mellem investeringsraten (s) og den langsigtede vækstrate i BNP per arbejder i henhold til vækstmodeller med endogen teknologisk udvikling baseret på produktive eksternaliteter (som kendt fra pensums kapitel 8).

Figur 1 på næste side viser på tværs af 65 lande (som udgør en repræsentativ stikprøve) og som gennemsnit for perioden 1960 - 2003: Øverst vækstraten i BNP per arbejder mod investeringsraten i fysisik kapital; nederst vækstraten i den arbejdsudvidende teknologiske variabel (i pensum kaldet A_t) som bestemt ved vækstregnskab mod investeringsraten i fysisk kapital.

1.3 Diskutér på bagrund af figuren plausibiliteten af de to typer vækstteori, der er set på i hhv. spørgsmål 1.1 og 1.2

Figur 1. Gennemsnitlig vækstrate i BNP per arbejder mod gennemsnitlig investeringsrate (øverst) og gennemsnitlig vækstrate i arbejdsudvidende teknologivariabel (bestemt ved vækstregnskab) mod gennemsnitlig investeringsrate (nederst), 65 lande, 1960-2003.



Kilde: Pensumbogen af Peter Birch Sørensen og Hans Jørgen Whitta-Jacobsen.

Opgave 2: Endogen vækst som følge af høj grad af substituerbarhed mellem kapital og arbejdskraft?

Ligningerne (1)-(3) nedenfor udgør en basal Solow-model (uden antagelse om eksogen tekonologisk vækst) for en lukket økonomi, hvor produktionsfunktionen ikke er af typen CD (Cobb-Douglas), men af typen CES (Constant Elasticity of Substitution).

Ligning (1) er den aggregerede produktionsfunktion: Output (BNP), Y_t, i periode t produceres fra input af kapital, K_t, og arbejdskraft, L_t, hvor α og σ er tekniske parametre. Ligning (2) er kapitalakkumulationsligningen, hvor s er opsparings/investeringsraten (brutto), og δ er nedslidningsraten. Ligning (4) siger, at arbejdsstyrken/beskæftigelsen vokser med eksogen rate, n.

$$Y_t = \left(\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha) L_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \sigma > 0, \quad \sigma \neq 1 \tag{1}$$

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta) K_t, \quad 0 < s < 1, \quad 0 < \delta < 1 \tag{2}$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \quad n \geq 0 \tag{3}$$

Modellens eksogene parametre, $\alpha, \sigma, s, \delta$ og n, opfylder de angivne parameterrestriktioner, som bl.a. indebærer $n + \delta > 0$. Der antages givne, strengt positive initialværdier K_0 og L_0 for tilstandsvariablene. Der anvendes definitionerne: $k_t \equiv K_t/L_t$ og $y_t \equiv Y_t/L_t$.

Det antages, at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten, og at markederne for output, kapitalydelser og arbejdskraftydelser har fuldkommen konkurence. Reallejesatsen for kapital (bruttorealrenten) betegnes r_t, og reallønnen w_t.

2.1 Det marginale substitutionsforhold 'arbejdskraft for kapital', $\mathrm{MRS}(K_t, L_t)$, er lig med grænseproduktet for kapital divideret med grænseproduktet for arbejdskraft. Vis at

$$\mathrm{MRS}(K_t, L_t) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} \tag{4}$$

Vis videre at den repræsentative virksomheds optimale inputforhold (dvs. forholdet mellem de to inputs, når virksomheden maksimerer profitten) som funktion af faktorprisforholdet er

$$\frac{K_t}{L_t} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\sigma}\left(\frac{r_t}{w_t}\right)^{-\sigma} \tag{5}$$

Forklar på baggrund heraf at σ kan fortolkes som et mål for graden af substituerbarhed mellem de to inputs (dette mål kaldes substitutionselasticiteten).

2.2 Vis at lønandelen (arbejdskraftens indkomstandel) i periode t er

$$\frac{w_t L_t}{Y_t} = \frac{1-\alpha}{\alpha k_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 - \alpha} \tag{6}$$

og redegør for, hvordan lønandelen afhænger af k_t for hhv. $\sigma > 1$ og $\sigma < 1$.

2.3 Vis at

$$y_t = \left(\alpha k_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 - \alpha\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

og at transitionsligningen for k_t (dvs. k_{t+1} som funktion af k_t) er

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}\left[s\left(\alpha k_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 - \alpha\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + (1-\delta) k_t\right] \tag{7}$$

2.4 Vis at Solow-ligningen (dvs. $k_{t+1} - k_t$ som funktion af k_t) er

$$k_{t+1} - k_t = \frac{1}{1+n}\left[s\left(\alpha k_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 - \alpha\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - (n+\delta) k_t\right] \tag{8}$$

og vis videre, at der er en veldefineret, strengt positiv steady state-værdi for k_t, nemlig

$$k^* = \left(\frac{(1-\alpha) s^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}{(n+\delta)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - \alpha s^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{9}$$

hvis

$$\alpha s^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} < (n+\delta)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \tag{10}$$

I delspørgsmålene 2.5-2.7 antages $\sigma > 1$, hvor betingelsen (10) er ensbetydende med

$$s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} < n + \delta \tag{10'}$$

2.5 Vis at hældningen på transitionskurven (grafen for k_{t+1} som funktion af k_t) er

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial k_t} = \frac{\alpha s\left[\alpha + (1-\alpha) k_t^{-\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} + 1 - \delta}{1+n} \tag{11}$$

Vis videre at transitionskurven har følgende egenskaber: 1) Den er overalt strengt voksende. 2) Den har en strengt positiv skæring med k_{t+1}-aksen (her bruges $\sigma > 1$). 3) Dens hældning er overalt strengt aftagende i k_t. 4) Dens hældning går imod uendelig for k_t gående mod nul og imod

$$\frac{s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + (1-\delta)}{1+n} \tag{12}$$

for k_t gående imod uendelig, og denne grænseværdi for hældningen er strengt mindre end 1, hvis og kun hvis betingelsen (10') er opfyldt (her bruges igen $\sigma > 1$). Brug de fundne egenskaber for transitionskurven til at skitsere transitionsdiagrammet for tilfældet, hvor (10) og (10') *er* opfyldt og vis ved 'trappeiteration' i diagrammet, at k_t da konvergerer imod steady state-værdien k^*.

2.6 Antag nu, at (10) og (10') *ikke* er opfyldte, men at der tværtimod gælder $s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} > n+\delta$ (og stadig $\sigma > 1$). Skitsér igen transitionsdiagrammet og vis at i dette tilfælde må k_t gå imod uendelig på langt sigt (for t gående imod uendelig). Hvordan opfører y_t sig på langt sigt? Skitsér også Solow-diagrammet (dvs. de to kurver, $s\left(\alpha k_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 - \alpha\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$ og $(n+\delta)\,k_t$, fra Solow-ligningen som funktioner af k_t) for dette tilfælde. Hvad er dybest set grunden til, at der i dette tilfælde kan være evig vækst i k_t og y_t?

2.7 Antag fortsat $s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} > n+\delta$. Vis at på langt sigt går vækstraten i k_t imod

$$g = \frac{1}{1+n}\left[s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - (n+\delta)\right] > 0 \tag{13}$$

Vis videre at grænseværdien for vækstraten i y_t på langt sigt også er lig med g. Vis endelig, at for σ tilstrækkelig tæt på 1, vil (10) og (10') altid være opfyldte, men hvis $\alpha > (n+\delta)/s$, da vil man for alle tilstrækkeligt store værdier af σ have $s\alpha^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} > n+\delta$.

2.8 I lyset af ovenstående kan man sige, at der er opnået en forklaring af endogen vækst for $\alpha > (n+\delta)/s$ og σ tilstrækkelig stor (herunder $\sigma > 1$). Kunne man have en tilsvarende endogen, evig vækst for $\sigma < 1$? Forsøg at vurdere plausibiliteten af den opnåede endogen vækst-forklaring, fx: Kan de sidste 200 års økonomiske vækst i den vestlige verden forstås ud fra en sådan forklaring?