Eksamen på Økonomistudiet sommer 2016

Lineære Modeller

valgfag

Onsdag d.1 juni 2016.

(3-timers prøve med hjælpemidler, dog ikke lommeregner eller cas-værktøjer)

Dette eksamenssæt består af 2 sider.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

LM Juni 2016

Eksamen i Lineære Modeller

Onsdag d.1 juni 2016.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning $L : \mathbf{R}^5 \to \mathbf{R}^3$, som med hensyn til standardbaserne i begge rum har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \ .$$

Endvidere er en lineær afbildning $T : \mathbf{R}^5 \to \mathbf{R}$ givet ved

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5.$$

(1) Bestem en basis for nulrummet for L. Er L injektiv?

(2) Bestem en basis for billedrummet, $R(L)$, for L. Er L surjektiv? Hvad siger dimensionsætningen om denne situation?

(3) Bestem løsningsmængden til ligningen $Lx = y$, hvor $y = (y_1, y_2, y_3)$ tilhører billedrummet $R(L)$.

(4) Vis at $N(L) \subset N(T)$, altså at nulrummet for L er indeholdt i nulrummet for T.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $3 \times 3-$matrix A, vides, at den har egenværdierne 1, med rodmultiplicitet 2, og -1, med tilhørende egenvektorer hørende til egenværdien 1, $v_1 = (1, 1, 0)$ og $v_2 = (1, -1, 2)$ og hørende til egenværdien -1, $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$.

(1) Bestem en mulig egenvektor $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$.

(2) Bestem matricen A^2.

(3) Gør rede for, at matricen $A^3 - A^2$ ikke er regulær.

(4) Bestem determinanten for matricen e^A.

(5) Bestem vektoren $A^{-1}v_2$.

(6) Bestem vektoren $A^{2k+1}(v_1 + v_2 + v_3)$, hvor k er et naturligt tal.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \cos(ax)\cos(bx)\cos(cx)dx$, hvor a, b, c er positive, reelle tal, om hvilke der gælder at ingen af tallene $a+b+c, a-b+c, a+b-c, a-b-c$ er 0.

(2) Løs ligningen $z^{-2} = \frac{1}{2}(1-i)$. Løsningerne ønskes angivet på rektangulær form $a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{x^4 - 2x^2 + 1}\right)^n.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(5) Løs ligningen $f(x) = y$ (med hensyn til x) for et givet y beliggende i værdimængden for funktionen f.