Mikroøkonomi I, Ordinær eksamen
Rettevejledning

1. I en virksomhed produceres en forbrugsvare ved indsats af to inputvarer. Man har erfaring for, at de to inputs kan erstatte hinanden, således at indsatsen af den første inputvare er omvendt proportional med kvadratet på indsatsen af den anden, når output holdes konstant. Enhederne er valgt således, at indsættes 1 enhed af hver input vare, er output også 1. Der er faldende skalaafkast i produktionen på en sådan måde, at hvis produktionen skal fordobles med et givet forhold mellem inputs, må indsatsen af alle disse firedobles.

(1) Find virksomhedens omkostninger som funktion af produceret mængde, når priserne på de to inputs er henholdsvis 2 og 4.

Fra beskrivelsen af virksomhedens teknik har vi at 1-isokvanten har formen $\{(z_1, z_2) \mid z_1 z_2^2 = 1\}$, *hvor* z_1 *og* z_2 *er indsatsen af de to inputs. Ved indsats* (z_1, z_2) *er det marginale substitutionsforhold* $\frac{1}{2}\frac{z_2}{z_1}$, *som skal være lige med* $2/4$, *så vi får at* $\frac{z_2}{z_1} = 1$ *eller* $z_1 = z_2$ *i alle punkter, hvor isokvanter tangerer isokostlinier givet ved inputpriserne* $(2, 4)$.

Da omkostningerne ved $z_1 = z_2 = 1$ *er 6 og output er 1, får vi fra oplysningerne om skalaafkast at omkostningerne ved* y *er* $y^2 \cdot 6$, *og det giver os*

$$TC(y) = 6y^2.$$

Den producerede vare sælges på et marked med betydelig international konkurrence, selvom virksomheden er den eneste i landet. Der er således 3 andre producenter internationalt, alle med adgang til samme teknik og adgang til input til samme priser som vor producent. Den sidst observerede pris på verdensmarkedet var 24.

(2) Hvor meget producerede hjemlandets virksomhed og hvor meget produceres på verdensplan?

Hjemlandets producent har grænseomkostninger $MC(y) = 12y$, *så ved prisen* 24 *produceres 2 enheder. Da der er tre andre producenter med samme omkostninger, produceres ialt 8 enheder.*

Man overvejer nu forskellige tiltag, der kan forbedre virksomhedernes overskud. Man er fra politisk hold opmærksom på, at færdigvareprisen kan påvirkes af ændringer i den hjemlige produktion. Det vurderes, at når prisen stiger med 1 enhed, falder efterspørgslen med 1 enhed, og efterspørgslen falder helt væk hvis prisen sættes op til 32.

(3) Et første forslag er at give et 50% tilskud til prisen på inputvare 2. Hvad sker der med færdigvareprisen og den hjemlige virksomheds overskud?

Virksomhedens overskud ved produktion af 2 enheder er $48 - 6 \cdot 2^2 = 24$. *Ved de nye priser* *er det marginale substitutionsforhold 1, og der må derfor gælde* $\frac{z_2}{z_1} = 2$ *eller* $z_2 = 2z_1$. *For at producere 1 enhed skal vi derfor have at* $z_1(2z_1)^2 = 1$ *eller* $z_1 = a$, *hvor* $a = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,63$, *og* $z_2 = 2a$. *Omkostningerne ved priserne* $(2,2)$ *er dermed* $2 \cdot 3a = 6a$, *og som før har vi* $TC(y) = 6ay^2$.

Fra TC finder vi $MC(y) = 12ay$, *hvoraf vi finder udbudskurven som den inverse, dvs.* $y = \frac{1}{12a}p$. *For at finde den nye ligevægtspris skal vi have samlet udbud, som er* $y = p\left(\frac{3}{12} + \frac{1}{12a}\right)$. *Den skal skæres med efterspørgselskurven, som gik igennem det gamle ligevægtspunkt med pris 24 og mængde 8, og som har ligningen* $y = 32 - p$. *Det giver os ligevægtsprisen* $p = 23,15$. *Virksomheden producerer nu* $23,15 \cdot \frac{1}{12a} = 3,06$ *enheder, dens indtægt er 70,89 og omkostningerne er* $3,06^2 \cdot 6a = 35,45$, *så profitten er 35,45, en forøgelse med 48%.*

(4) Alternativt kan man give virksomhederne en præmie på 25% af prisen for hver solgt enhed af færdigvaren. Vil det være bedre for virksomheden?

Hvis prisen set fra virksomheden er $1,25 \cdot p$, *og omkostningerne er som tidligere, vil virksomheden i stedet producere* $1,25 \cdot p/12$ *enheder, samlet udbud bliver dermed* $y = 4,25 \cdot p/12$, *og med efterspørgsel givet ved* $y = 32 - p$ *bliver prisen* $32(1 + 4,25/12) = 23,63$ *og produceret mængde bliver* $23,63 \cdot 1,25/12 = 2,46$. *Indtægten for virksomheden er* $1,25 \cdot 23,63 \cdot 2,46 = 72,71$, *og omkostningerne bliver* $6 \cdot 2,46^2 = 36,36$, *så overskuddet på* $36,36$ *er en smule større end i (3).*

2. Vi betragter en bytteøkonomi med to forbrugere med sædvanlige konvekse og monotone præferencer. Vi antager at forbrugernes præferencer er forskellige i den forstand at de for ethvert bundt har forskellige marginale substitutionsforhold. Der er givet en samlet beholdning $\omega \in \mathbb{R}^2_+$ af de to varer, hvor $\omega_1 > 0$ og $\omega_2 > 0$.

(1) Skitser Edgeworth-boxen hørende til denne økonomi, og forklar, at alle allokeringer, dvs. par (x_1, x_2), hvor x_i er et forbrug af de to varer for forbruger i, $i = 1,2$, som er opnåelige i den forstand, at samlet forbrug netop svarer til samlede ressourcer, svarer til et punkt i boxen, og forklar, hvorledes de Pareto-optimale (Pareto-efficiente) allokeringer kan illustreres i denne box. Vis, at boxens midtpunkt ikke giver en Pareto-optimal allokering.

Dette er standardstof, her forventes en forklaring gående ud på at de to forbrugeres indifferenskurver netop rører hinanden i de punkter der svarer til Pareto-optimale allokeringer. Hvis boxens midtpunkt skulle være Pareto-optimal, måtte forbrugerne, der her får samme bundt, have samme marginale substitutionsforhold, i strid med vore antagelser.

(2) En allokering er *misundelsesfri* hvis der ikke er nogen forbruger, der hellere ville have den andens bundt. Angiv en misundelsesfri allokering i Edgeworth-boxen, som ikke er Pareto-optimal. Forklar at en allokering, hvor én forbruger får mere end en anden af begge varer, ikke kan være misundelsesfri. Vis omvendt, at hvis en

forbruger foretrækker en andens bundt, da vil forbrugeren også foretrække den helt lige fordeling af samtlige ressourcer.

Den lige fordeling af samtlige ressourcer mellem de to forbrugere er trivielt misundelsesfri. Vi antaget at denne allokering ikke er Pareto-optimal. Hvis den ene forbruger får mere af alt end den anden, og der som antaget er monotone præferencer, vil den anden foretrække den førstes bundt, så allokeringen kan ikke være misundelsesfri. Hvis forbruger 1 foretrækker forbruger 2's bundt, vil bundtet i den lige fordeling, som er gennemsnittet af de to bundter, også være foretrukket – her bruges antagelsen om konvekse præferencer.

(3) En allokering, som er *både* misundelsesfri og Pareto-optimal, er *fair.* Vis at hvis hver forbruger har valgt sit bedste bundt ved givne priser og lige store indkomster, da er allokeringen fair.

Når forbrugernes bundter opfylder den samme budgetrestriktion, og hver enkelt vælger sit bedste bundt under denne restriktion, er de andres bundt ikke bedre. Da vi dermed har en markedsligevægt med passende indkomstoverførsler, er den resulterende ligevægt også Pareto-optimal ifølge velfærdsteoriens første hovedsætning.

(4) Forklar, at der findes fair allokeringer i denne økonomi.

Først deles samtlige ressourcer lige mellem forbrugerne, derefter finder vi en Walras-ligevægt med disse ressourcer. Allokeringen hørende til denne ligevægt er fair ifølge (3).

3. En forbruger har indgået en aftale om at sende 1/5 af sit indkøb af en bestemt vare (vare 1) til hungerramte familier i Afrika. Forbrugeren er dog stadig indstillet på at opnå højest mulig behovstilfredsstillelse af sit resterende forbrug.

(1) Hvordan vil forbrugens indifferenskurver, indtegnet i et diagram med forbrugerens varekøb ud ad akserne, blive påvirket af, at denne aftale efterleves?

Når 1/5 af det indkøbte skal afleveres, svarer nytten af et indkøbt forbrugsbundt $(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ *til nytten af forbruget* $\left(\frac{4}{5}x_1, \ldots, x_m\right)$, *så når man gør forskel på forbrug og indkøb, rykkes indifferenskurverne udad (i første akses retning) med en faktor* $\frac{5}{4}$.

(2) Antag at der kun er to varer. Forbrugernes præferencer er beskrevet ved en Cobb-Douglas nyttefunktion $u(z) = z_1^\alpha z_2^{1-\alpha}$, hvor (z_1, z_2) er forbrugernes faktiske forbrug af de to varer. Find et udtryk for forbrugernes efterspørgsel efter vare 1 og vare 2 ved priser p_1, p_2 og indkomst I, og sammenlign med situationen før aftalen.

Ved priserne (p_1, p_2) *skal forbrugeren maximere* $u\left(\frac{4}{5}x_1, x_2\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^\alpha x_1^\alpha x_2^{(1-\alpha)}$ *under budgetrestriktionen* $p_1x_1 + p_2x_2 = I$. *Da nytten nu blot er en monoton transformation af den tidligere, er efterspørgslen som før* $x_1 = \alpha\frac{I}{p_1}, x_2 = (1-\alpha)\frac{I}{p_2}$.

(3) Det viser sig nu, at der er en anden type forbrugere, for hvem de to varer er helt komplementære, således at disse forbrugere ønsker at forbruge varerne i forholdet 1:2. Find efterspørgslen fra en sådan forbruger ved priser p_1, p_2 og indkomst I før

og efter reglens indførelse, og sammenlign med resultatet for den første type af forbrugere.

Den anden type forbrugere ønskede tidligere 2 enheder af vare 2 for hver enhed af vare 1. Sammen med budgetrestriktionen giver det efterspørgsel $x_1 = \dfrac{I}{p_1 + 2p_2}$, $x_2 = \dfrac{2I}{p_1 + 2p_2}$. *Med afleveringsreglen vil forbrugeren ønske* $x_2 = \dfrac{8}{5}x_1$ *enheder af vare 2 ved køb* x_1 *af vare 1, og det giver efterspørgsler*

$$x_1 = \frac{I}{p_1 + \frac{8}{5}p_2},\ x_2 = \frac{I}{\frac{5}{8}p_1 + p_2}.$$

Det ses af for givne priser og indkomster vil reglen medføre et skift i efterspørgslen væk fra vare 2, svarende til at der afleveres noget af det indkøbte af vare 1.

(4) Antag at der kun er to forbrugere, én af hver type, og at forbrugeren af første type har parameter $\alpha = 1/5$ og en initialbeholdning bestående af 10 enheder af vare 1, mens forbrugeren af type 2 har 20 enheder af vare 2. Find Walras-ligevægtene før og efter reglens indførelse. Kommentér resultatet.

Vi normerer priserne således at $p_2 = 1$. *Samlet efterspørgsel efter vare 1 før reglens ikrafttrædelse er*

$$\frac{1}{5}\frac{10p_1}{p_1} + \frac{20}{p_1 + 2} = 2 + \frac{20}{p_1 + 2}$$

som skal være lige udbuddet 10, hvilket giver en ligevægtspris $p_1 = \dfrac{1}{2}$. *Ved disse priser vil forbruger 1 købe 2 enheder af vare 1 og mens forbruger 2 køber de resterende 8 enheder, og forbruger 1 køber 4 enheder af vare 2, mens forbruger 2 køber de resterende 16. Med den nye regel er samlet efterspørgsel*

$$\frac{1}{5}\frac{10p_1}{p_1} + \frac{20}{p_1 + \frac{8}{5}} = 2 + \frac{20}{p_1 + \frac{8}{5}}$$

og det giver ligevægtsprisen $p_1 = \dfrac{9}{10}$. *Forbruger 1's forbrug af vare 1 er uændret 2, og også forbruger 2 har samme køb (8 enheder) af vare 1. For vare 2 er de to forbrugeres køb henholdsvis* $\dfrac{36}{5}$ *og* $\dfrac{64}{5}$. *Reglen har altså til følge, at prisen på vare 1 stiger, så at forbruger 1 bliver relativt rigere og derfor kan øge sit forbrug af vare 2, mens omvendt forbruger 2 rammes af prisændringen.*