

Eksamen på Økonomistudiet 2012-II

Økonometri A

2. årsprøve

6. juni 2012

(3-times prøve med hjælpemidler, lommeregner
ikke tilladt)

Opgave 1

En virksomhed har produceret en ny køleskabsmodel, der har et strømforbrug, som er normalfordelt med middelværdi 25 kWh og varians 2, per dag.

1. Hvad er sandsynligheden for at et tilfældigt køleskab har et strømforbrug, der ligger indenfor 1 kwh af middelværdien.

Miljøministeriet mærker elmaskiner efter hvor meget strøm de bruger. Når nye produkter kommer på markedet udtages tilfældigt 30 enheder og de testes. For eksempel for at få mærket A skal 'målet' for elmaskinen være omkring 25 kWh per dag. Med omkring menes, at de 30 enheder i gennemsnit skal ligge indenfor 1 kWh af målet.

2. Hvad er sandsynligheden for at den nye køleskabsmodel bliver godkendt til mærket A.

I nabolandet er der også energimærker. Her tages også 30 enheder og testes. Mærket A kræver også at energiforbruget er omkring 25 kWh per dag. Med omkring menes at den Euklidiske afstand til 25 kWh ikke er større end 6. Den Euklidiske afstand til 25 er givet ved $D = \sqrt{\sum_{i=1}^{30} (x_i - 25)^2}$, x_i er resultatet af det i 'te test.

3. Hvad er sandsynligheden for at køleskabet bliver godkendt til mærket A i nabolandet, dvs. beregn $P(D \leq 6)$. (Hint: $\frac{D^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(30)$, når x_i 'erne er uafhængige og identisk fordelte). Giv en grund til at anvende det mere komplicerede test i nabolandet fremfor det simple i b).

Opgave 2

Af 1200 pendlere tager de 800 bilen og resten tager cyklen på arbejde.

1. Hvis der trækkes 10 pendlere tilfældigt med tilbagelægning, beskriv da antallet af bilister i denne trækning med en sandsynlighedsmodel. Hvad er det forventede antal og hvad er variansen.
2. Gør det samme som i (1) men uden tilbagelægning. Kommenter i forhold til (1).

Det vides, at halvdelen af pendlerne er mænd. En forsker finder, at sandsynligheden for at køre bil givet pendleren er mand er 0,6 og sandsynligheden for at køre bil givet pendleren er kvinde er 0,2.

3. Hvad er sandsynligheden for en pendler er mand givet at der cykles til arbejde. Fortolk resultatet med brug af prior og posterior.

Opgave 3

26 elever er udvalgt tilfældigt fra en række skoler. I marts 2011 gennemfører de 26 elever en test i matematik. Derefter gennemgår de 26 elever et særligt træningsprogram og de udsættes for en ny test i maj 2011. Resultaterne af de to test er vist i nedenstående tabel. Her er også vist forskellen i test for den enkelte elev. Således at en positiv differens er udtræk for at eleven får en højere test score efter træningsprogrammet. Ialt 17 elever opnår en højere score.

elev nr.	test1	test2	differens
1	471,7	492,7	21,0
2	582,1	621,8	39,7
3	472,5	499,3	26,8
4	501,3	525,8	24,5
5	451,9	486,6	34,6
6	354,6	357,0	2,5
7	498,5	527,1	28,5
8	500,6	558,7	58,1
9	548,9	580,5	31,6
10	470,9	528,6	57,7
11	456,8	502,4	45,7
12	453,3	447,5	-5,8
13	501,4	476,1	-25,3
14	376,5	347,6	-29,0
15	262,4	353,9	91,5
16	468,2	514,6	46,4
17	529,2	609,4	80,2
18	425,7	447,3	21,6
19	589,2	544,9	-44,3
20	525,6	496,4	-29,2
21	618,6	596,7	-21,9
22	465,9	487,4	21,5
23	451,4	424,4	-27,1
24	462,3	443,0	-19,3
25	569,5	544,8	-24,7
26	569,3	577,7	8,5

I første omgang er man interesseret i antallet af elever, der opnår en højere score i den 2. test. Lad X være antallet af elever, der får en højere score i 2. test.

1. Angiv en fordeling for X og begrund svaret.
2. Estimer sandsynligheden $p = P(\text{differens} > 0)$ for at en elev får en højere score i 2. test som følge af træningsprogrammet. Angiv egenskaberne for denne estimator.

3. Angiv et 95% konfidensinterval for p .
4. Test hypotesen at $p = \frac{1}{2}$ mod alternativet at $p > \frac{1}{2}$.

Man er nu interesseret i den målte differens, grundet erfaringer fra tidligere prøver, mener man at differensen kan beskrives med en normalfordeling, dvs. $diff \sim N(\mu, \sigma^2)$. I det følgende kan du bruge at gennemsnittet af de 26 differencer er 15,9 og at den tilsvarende spredning er 36,4.

5. Udregn et 95% konfidensinterval for middelværdien.

Baseret på erfaringer fra tidligere har man forventet at den gennemsnitlige forøgelse ville være blevet 10.

6. Test hypotesen at $\mu = 10$ mod alternativet at $\mu > 10$