

Eksamen på Økonomistudiet forår 2013

Makro A

2. Årsprøve

21. juni 2013

(3-timers prøve uden hjælpemidler)

Vi henleder din opmærksomhed på, at du skal besvare eksamensopgaven på det sprog, som du har tilmeldt dig ved eksamenstilmeldingen. Har du tilmeldt dig fagets engelske titel, skal du besvare på engelsk, har du tilmeldt dig fagets danske titel, eller den engelske titel med "eksamen på dansk" i parentes, skal opgaven besvares på dansk.

Dette opgavesæt består af i alt 5 sider inklusiv forside.

Eksamen, Makro A, Forår 2013.

Alle spørgsmål 1.1-1.3 og 2.1-2.9 skal besvares og vægtes ens ved bedømmelsen.

Opgave 1

Spørgsmål 1.1

I en lukket Solowmodel med humankapital (en af modellerne fra pensumbogens kapitel 6), er steady state-værdien for fysisk kapital per effektiv arbejder givet ved:

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s_K^{1-\alpha} s_H^\varphi}{n + g + \delta + ng} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\varphi}}, \quad 0 < \alpha, \varphi < 1, \quad \alpha + \varphi = 1 \quad (1)$$

hvor s_K er opsparingskvoten i fysisk kapital, s_H er opsparingskvoten i humankapital, n er vækstraten i befolkningen, g er vækstraten i teknologi, δ er nedslidningsraten, α er outputelasticiteten med hensyn til fysisk kapital og φ er outputelasticiteten med hensyn til humankapital.

Vurdér på baggrund af (1) hvordan en stigning i opsparingskvoten i humankapital, s_H , påvirker \tilde{k}^* . Giv en kort, intuitiv forklaring på dit svar.

Spørgsmål 1.2

I en lukket Solowmodel med en fast naturressource (en af modellerne fra pensumbogens kapitel 7) er vækstraten i BNP per capita i steady state givet ved:

$$g^y = \frac{\beta}{1-\alpha} g - \frac{\kappa}{1-\alpha} n, \quad 0 < \alpha, \beta, \kappa < 1, \quad \alpha + \beta + \kappa = 1, \quad (2)$$

hvor g er vækstraten i teknologi, n er vækstraten i befolkningen, α er outputelasticiteten med hensyn til kapital, β er outputelasticiteten med hensyn til teknologi og arbejdskraft og κ er outputelasticiteten med hensyn til den faste naturressource.

Hvilken effekt har en øgning i befolkningsvækstraten på vækstraten i BNP per capita i steady state? Giv en kort, intuitiv forklaring på dit svar.

Spørgsmål 1.3

I en model med efficiency wages (kendt fra pensumbogens kapitel 11) er Solowbetingelsen givet ved:

$$a'(w_i) w_i = a(w_i), \quad (3)$$

hvor w_i er reallønnen i virksomhed i og $a(w_i)$ er effektiviteten for den enkelte arbejder i virksomhed i . Sidstnævnte er givet ved

$$a(w_i) = (w_i - V)^\eta, \quad 0 < \eta < 1, \quad (4)$$

hvor V er outside option, og η måler følsomheden af effektiviteten overfor ændringer i lønnen.

Benyt (3) og (4) til at vise at en stigning i outside option, V , tilskynder virksomheden til at sætte en højere realløn. Forklar kort intuitionen bag dette resultat.

Opgave 2

I denne opgave skal vi se nærmere på en vækstmodel hvor teknologisk vækst skabes ved allokering af ressourcer til forskning. Som i modellerne i pensumbogens kapitel 9 afhænger ændringen i det teknologiske niveau positivt af antallet af forskere. Det nye i modellen er, at det også afhænger negativt af den samlede befolknings størrelse. En mulig forklaring på denne sammenhæng er, at diffusion af idéer foregår imperfekt, og jo større befolkningen er, desto sværere er det for nye teknologier at diffundere ud til de enkelte virksomheder. Dermed vil stigninger i den gennemsnitlige virksomheds teknologiske niveau afhænge negativt af den samlede befolkning.

Formålet med opgaven er, at undersøge hvad denne nye antagelse har af betydning for modellens konklusioner med hensyn til skalaeffekter og politik, der sigter på at øge BNP per capita.

Modellens ligninger:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_{Yt})^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^\phi \left(\frac{L_{At}}{L_t} \right)^\lambda, \quad 0 < \phi \leq 1, \quad 0 < \lambda < 1, \quad \rho > 0, \quad A_0 > 0 \quad (6)$$

$$L_{At} + L_{Yt} = L_t \quad (7)$$

$$L_{At} = s_R L_t, \quad 0 < s_R < 1 \quad (8)$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \quad n > -1, \quad L_0 > 0 \quad (9)$$

$$K_{t+1} = s Y_t + (1-\delta) K_t, \quad 0 < s, \quad \delta < 1, \quad K_0 > 0 \quad (10)$$

Modellens variable:

Y_t er den samlede produktion af færdigvarer og lig med økonomiens BNP, K_t er kapitalbeholdningen, α er outputelasticiteten med hensyn til kapital, A_t er det teknologiske niveau, L_{Yt} er antal personer, der arbejder i produktionssektoren, ρ er faktorproduktiviteten i forskningssektoren, ϕ er elasticiteten af ændringen i teknologi med hensyn til det teknologiske niveau, L_{At} er antal personer, der arbejder i forskningssektoren, L_t er den samlede befolkning, som antages at være lig arbejdsstyrken, λ måler elasticiteten af ændringen i teknologi med hensyn til L_{At}/L_t , s_R er andelen af personer, der arbejder indenfor forskningssektoren, n er vækstraten i befolkningen, s er opsparingskvoten og δ er nedslidningsraten på kapital.

Beskrivelse af modellens ligninger:

(5) er en Cobb-Douglas-produktionsfunktion. (6) beskriver ændringen i det teknologiske niveau som en funktion af det teknologiske niveau, antallet af forskere og den samlede befolkning. Bemærk at $A_{t+1} - A_t$ ikke som i pensumbogens kapitel 9 skal fortolkes som antallet af nye idéer, men snarere som antallet af idéer eller teknologier, der rent faktisk implementeres, og har en virkning på produktionen - jævnfør forklaringen i den indledende tekst til denne opgave. (7) siger at den samlede befolkning er lig antallet af forskere plus antallet af arbejdere i produktionen. (8) siger at der i hver periode allokeres en konstant andel af befolkningen til forskningssektoren. (9) siger at væksten i befolkningen er konstant. (10) er kapitalakkumulationsligningen.

Spørgsmål 1

Vis ved at benytte (6) og (8) at ændringen i A_t fra t til $t + 1$ kan skrives som:

$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^\phi s_R^\lambda \quad (11)$$

Hvad er effekten af at øge henholdsvis A_t og s_R på ændringen i det teknologiske niveau, $A_{t+1} - A_t$? Forklar kort intuitionen bag disse to effekter.

Fra og med spørgsmål 2 og til og med spørgsmål 8 vil vi antage at $\phi = 1$.

Spørgsmål 2

Vis at den teknologiske vækstrate er givet ved:

$$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = \rho s_R^\lambda. \quad (12)$$

Lad i det følgende $g_e \equiv \rho s_R^\lambda$

Spørgsmål 3

Vi vil som sædvanlig analysere modellen i $\tilde{\cdot}$ -variablene $\tilde{y}_t \equiv Y_t / (A_t L_t)$ og $\tilde{k}_t \equiv K_t / (A_t L_t)$.

Vis at \tilde{y}_t -produktionsfunktionen kan skrives som:

$$\tilde{y}_t = (1 - s_R)^{1-\alpha} \tilde{k}_t^\alpha. \quad (13)$$

Hvordan afhænger \tilde{y}_t af s_R i (13) (for \tilde{k}_t fastholdt)? Giv en intuitiv forklaring på denne sammenhæng.

Spørgsmål 4

Vis at transitionsligningen for \tilde{k}_t er givet ved:

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g_e)} \left(s(1-s_R)^{1-\alpha} \tilde{k}_t^\alpha + (1-\delta) \tilde{k}_t \right). \quad (14)$$

Spørgsmål 5

Antag at stabilitetsbetingelsen, $n + g_e + \delta + n g_e > 0$ er opfyldt gennem resten af opgaven.

Vis at steady state-værdien for \tilde{k}_t er givet ved:

$$\tilde{k}^* = (1 - s_R) \left(\frac{s}{g_e + n + \delta + n g_e} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

og vis grafisk, eventuelt ved at benytte et transitionsdiagram, at der altid er konvergens mod denne steady state for en vilkårlig initialværdi $\tilde{k}_0 > 0$.

Spørgsmål 6

Antag at økonomien er i steady state i periode 0, og at der fra og med periode 1 og gældende alle perioder herefter sker en stigning i befolkningsvækstraten, n . Illustrér effekten på \tilde{k}_t i et transitionsdiagram eller et Solowdiagram, og forklar konvergensens med ord. Hvornår sker den første ændring i \tilde{k}_t ? Hvad starter konvergensens og hvad får den til at stoppe?

Spørgsmål 7

Vis at BNP per capita, y_t , og kapital per capita, k_t vokser med raten g_e i steady state.

I de endogene vækstmodeller fra pensumbogens kapitel 8 og 9 er der en skalaeffekt således at større befolkning giver større vækst i BNP per capita på lang sigt. Er der også sådan en skalaeffekt i modellen i denne opgave? Giv en intuitiv forklaring på hvorfor/hvorfor ikke.

Spørgsmål 8

Hvilken effekt har en øgning i andelen af forskere på vækstraten i BNP per capita i steady state?

Diskutér med udgangspunkt i modellen fra denne opgave effekten på BNP per capita af en politik der øger andelen af ressourcer allokeret til forskning. Er det altid en god idé at øge s_R eller kan der være forskellige effekter på kort og på lang sigt?

Spørgsmål 9

Antag nu at $0 < \phi < 1$. Vis at den teknologiske vækstrate i dette tilfælde vil konvergere mod 0, og giv en intuitiv forklaring på hvorfor.