Eksamen på Økonomistudiet sommer 2019

Matematik A

9. august 2019

2-timers prøve uden hjælpemidler

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.

Til dette eksamenssæt hører 0 bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du

- kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om, det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om, det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Opgave 1. Ekstremumsbestemmelse for funktioner af flere reelle variable.

Lad $z = f(x, y)$ være en C^2 −funktion defineret på en åben delmængde D af $\mathbb{R}^2$ (dvs. at alle de fire partielle afledede af anden orden eksisterer og er kontinuerte i D).

1) Opskriv udtrykket for Hessematricen $\mathrm{H}(x, y)$ i et vilkårligt punkt $(x, y) \in D$.

Antag nu, at punktet $(x_0, y_0) \in D$ er et stationært punkt for funktionen f.

2) Opskriv ved hjælp af de afledede af anden orden en tilstrækkelig betingelse for, at (x_0, y_0) er henholdsvis et maksimumspunkt, et minimumspunkt eller et sadelpunkt for f.

Lad nu funktionen $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ være givet ved forskriften

$$f(x, y) = xe^{-x} - 2y^2 + 8y - 8.$$

3) Vis, at punktet $(1,2)$ er det eneste stationære punkt for f, og at punktet er et maksimumspunkt.

4) Begrund, at f ikke har noget globalt minimumspunkt.

Opgave 2

Lad funktionen $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ være givet ved forskriften

$$f(x) = 4\ln(x) + (x-1)^2 - 3.$$

1) Vis, at Taylorpolynomiet P_2 af 2. orden for f ud fra punktet 1 er givet ved

$$P_2(x) = -x^2 + 6x - 8.$$

2) Bestem

$$\lim_{x \to 2} \frac{P_2(x)}{3x - 6} \quad \text{og} \quad \lim_{x \to 3} \frac{P_2(x)}{3x - 6}$$

Opgave 3

For ethvert $x \in \mathbb{R}$ betragtes den uendelige række

$$(*) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (-2x+3)^n$$

1) Vis, at $(*)$ er konvergent, hvis og kun hvis $x \in \,]1{,}2[$.

2) Find en forskrift for sumfunktionen $f : \,]1{,}2[\, \to \mathbb{R}$, der er givet ved

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-2x+3)^n$$

3) Vis, at f er monotont aftagende på $]1{,}2[$, og find værdimængden $R(f)$.

4) Find en forskrift for elasticiteten $El\, f(x)$ for enhver værdi af $x \in \,]1{,}2[$.

Opgavesættet slut