

Eksamen på Økonomistudiet vinter 2013-14
Økonometri A
2. Årsprøve
20. februar 2014
(3-timers prøve med hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 4 sider.

Opgave 1

Transfervinduet er den periode, hvor fodboldklubber kan rekruttere nye spillere. "Klubben", der spiller i den bedste danske række, har ansat en statistiker, som har undersøgt antallet af nye spillere i transfervinduet. Hun fandt ud af at ankomstintensiteten er to spillere per transfervindue

1. Lad Y være antallet af nye spillere i transfervinduet. Opstil en sandsynlighedsmodel for Y . Hvad er sandsynligheden for at der kommer flere end fire spillere i et transfervindue?

Transfervinduet er to måneder langt. Antag at tiden er kontinuert.

2. Opstil en model for ventetiden, T , til den første spiller ankommer til klubben. Hvad er sandsynligheden for at ventetiden er længere end en måned? Givet at klubben allerede har ventet en måned, hvad er sandsynligheden for at der ikke kommer nogen nye spillere til klubben?

De andre klubber i ligaen er identiske med "Klubben", dvs. for alle klubber er ankomstintensiteten to i et transfervindue. I alt er der 12 klubber.

3. Lad Y_1, \dots, Y_{12} være antallet af nye spillere i hver af de 12 klubber. Hvad er sandsynligheden for at alle klubberne modtager to spillere, når der betinges på at 24 nye spillere kommer til den bedste liga?

Opgave 2

En motionist løber hver dag 5000 meter. Han har fundet ud af at tiderne er normalfordelte med middelværdi 20 (minutter) og standardafvigelse 2.

1. Find medianen, og 1. og 3. kvartil. Hvad er sandsynligheden for at han løber under 18 minutter?

Han begynder at træne i klub, hvor der trænes i intervaller, for at forbedre sine tider. Intervallerne består af skiftevis 1000 meter i højt tempo og 300 meter i langsomt tempo. Han starter og slutter med højt tempo og løber i alt fem intervaller. Der er uafhængighed mellem de enkle intervaller. 1000 meter i højt tempo er normal fordelt med middelværdi 3 og standardafvigelse 0,2, og 300 meter i langsomt tempo er normalfordelt med middelværdi 2 og standard afvigelse 0,2.

2. Find fordelingen for at løbe fem gange 1000 meter i højt tempo og fire gange 300 meter i langsomt tempo.

Der er 10 løbere i klubben og to af dem er dopede. Der kommer et hold fra antidoping myndighederne og udtager en stikprøve på tre uden tilbagelægning og tester dem for doping.

- Opstil en sandsynlighedsmodel for antallet af dopede løbere i stikprøven. Hvad er sandsynligheden for at de fanger en dopet løber? Hvad er sandsynligheden for at een af de udtagne løbere ikke er dopet?

Opgave 3

I mange undersøgelser af skoleelevers færdigheder har det vist sig, at elevens sociale kapital er meget determinerende for elevens testresultater. Den sociale kapital kan beskrives med et indeks ESCS, der udtrykker familiens økonomiske, sociale og kulturelle status. I det følgende kan det antages at $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ og at de er uafhængige, hvor x_i er den i 'te elevs ESCS.

elev	ESCS
1	0,24
2	-1,47
3	1,61
4	-1,19
5	0,09
6	1,34
7	0,31
8	0,72
9	-0,49
10	1,17
gns (\bar{x})	0,23
$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$	9,71

- Estimer parametrene μ og σ . Redegør for estimatorernes egenskaber.
- Udregn et 95% konfidensinterval for μ .
- Test hypotesen om at $\mu = 0$ mod alternativet at $\mu > 0$.

I en stor international elevundersøgelse blev der udvalgt 5.797 elever fra Danmark og 5.810 elever fra Finland. I nedenstående tabel er vist gennemsnit og spredning for de to populationer.

ESCS	DK	Finland
antal	5.797	5.810
gennemsnit (\bar{x})	0.14	0.41
spredning (s)	0.94	0.78

I det følgende kan det antages at målinger kan beskrives ved følgende:
 Danmark: $X_1, \dots, X_{5797} \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ uafhængige

Finland: $Y_1, \dots, Y_{5810} \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ uafhængige

Antag at de to varianser er ens ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$).

4. Estimer den fælles varians

Et af de mange argumenter for at Finland klarer sig godt i internationale elevundersøgelser er, at den sociale kapital er større i Finland end i mange andre lande. Det ønskes derfor undersøgt om danske elever har mindre social kapital end de finske elever.

5. Test hypotesen at $\mu_1 = \mu_2$. Mod alternativet at $\mu_1 < \mu_2$.

For alle deltagende lande under et gælder, at indekset er konstrueret således at det har middelværdi nul og varians 1. Dette ønskes undersøgt for Danmarks vedkommende.

6. opskriv en teststørrelse for hypotesen at $\sigma_1^2 = 1$ mod alternativet at $\sigma_1^2 < 1$ og angiv fordelingen for teststørrelsen.