Rettevejledning økonometri A januar 2015

Opgave 1

1. $T \sim Exp(\frac{1}{3})$. $P(T>1) = 0,717$. $P(T>2|T>1) = \frac{P(T>2)}{P(T>1)} = 0,717$.Hukommelsesløs
2. Det nemmeste er at antage 20 pct. af tiden besvares telefonen ikke og 80 pct. besvares den. Andre kombinationer i besvarelserne kan muligvis forekomme, men skal være meningsfulde. Den forventede taletid vil kunne findes ved loven om totale forventninger (sandsynlighed). Når den besvares er den forventede samtale tid 3 minutter og hvis den ikke besvares er den 0 minutter. $E[S] = 0 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,8 = 2,4$.
3. Lad A være hændelsen den distræte ven har ringet. Opgaven går ud på at finde $P(A|T = 3,5)$. Ifølge Bayes lov kan dette skrives $\frac{f(3,5|A)P(A)}{f(3,5)}$, hvor f er tæthedsfunktionen for eksponential fordelingen. Apriori er der lige stor ssh for at det er den distræte eller den anden ven, så $P(A) = \frac{1}{2}$.Tæthedsfunktionen for den distræte ven er givet ved $f(3,5|A) = 0,8 \cdot f(3,5|\lambda = \frac{1}{3})$,hvor f er tæthedsfunktionen for en eksponentialt fordelt stok. variabel med ankomst intensitet på λ. For den anden ven er $f(3,5|A^c) = f(3,5|\lambda = \frac{1}{2})$. Nu kan næveren beregnes ved loven om den totale sandsynlighed. $f(3,5) = P(A) \cdot f(3,5|A) + (1-P(A)) \cdot f(3,5|A^c) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot f(3,5|\lambda = \frac{1}{3}) + \frac{1}{2} f(3,5|\lambda = \frac{1}{2}) = 0,085$. Så $P(A|T = 3,5) = \frac{0,083 \cdot 0,5}{0,085} = 0,489$. Ikke meget information at hente. Den lange samtale tyder på den distræte ven, men fordi han glemmer sin telefon 20 pct. af tiden øger det sandsynligheden for at det er den anden ven, alt i alt er der større sandsynlighed for at det er den anden ven.

Opgave 2

1. Marginale fordeling af $X, f(X)$ og den betingede fordeling af $X, f(X|Y = 30)$

X	$f(X)$	$f(X\|Y=30)$
20	$0,32$	$0,29$
30	$0,28$	$0,36$
40	$0,40$	$0,36$

2. $E[X] = 30,8, E[Y] = 30,4, Var(X) = 71,36, Var(Y) = 17,84, cov(X,Y) = -13,32$. Varianser er positive som de skal være og kovariansen er negativ, som at når X er høj er Y lille og vice versa.

3. Først findes $Var(Z) = Var(\lambda 2X + (1-\lambda)3Y) = 4\lambda^2 Var(X) + 9(1-\lambda)^2 Var(Y) + 12\lambda(1-\lambda)Cov(x,y)$. Det er en 2. grads ligning i λ Indsæt varianser og kovarianser for at få

$$Var(Z) = 285,44\lambda^2 + 160,56\lambda^2 + 159,84\lambda^2 - 321,12\lambda - 159,84\lambda + 160,56 = 605,85\lambda^2 - 480,96\lambda + 160,56$$

Vi differentierer denne og sætter lig 0. $1211,68\lambda = 480,96 \Longrightarrow \lambda = 0,397$. Denne ligger i intervallet $(0,1)$ og dermed har vi fundet minimum.

Opgave 3

1. (X_1, X_2, X_3, X_4) er multinomisk fordelt med $N = 900$ og p_1, p_2, p_3, p_4. Der gælder at summen af de 4 X'er er 900 og summen af de fire sandsynligheder er 1. P_1 er andelen af socialdemokrater i befolkningen etc. Principielt set er p'er ikke konstante men i praksis er de, da det er en lille stikprøve på 900 ud af ca. $4,2$ mio. vælgerberettiget

2. $H_0 : p_1 = 0,248 \; p_2 = 0,123 \; p_3 = 0,267 \; p_4 = 0,362 \quad H_A : H_0$ gælder ikke.

	OBS	For	O-F	χ^2 bidrag
A	197	223,2	-26,2	3,08
O	171	110,7	60,3	32,85
V	222	240,3	-18,3	1,39
andre	310	325,8	-15,8	0,77
	900	900	0,0	38,08

Her $223,2 = 900 * 0,219$ etc. Teststørrelsen bliver $38,08$ som er chi-i-anden med $DF = 4 - 1 = 3$ (der er ikke estimeret nogen parameter). Sss=$P(\chi^2(3) \geq 38,08) = 0$ så nul-hypotesen afvis meget klart!

3. $\widehat{p} = \frac{X}{n} = \frac{171}{900} = 0,19$. Formlen lyder : $\hat{p} \pm 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}}$.Det trækker IKKE fra hvis man har divideret med n i stedet for n-1. $0,19 \pm 1,96\sqrt{\frac{0,19*(1-0,19)}{900-1}}$ $[16,4\%$ til $21,6\%]$. Så relevante kommentarer er at DF med stor sikkerhed vil gå til det kommende folketingsvalg. Sidste valgresultat på 12,3% er jo ikke indeholdt i intervallet.

4. Formel for konfidensinterval er $\widehat{\mu} \pm t_{.975}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 505,1 \pm 2,306 \cdot \frac{95,2}{\sqrt{9}} =$ $[431,9 - 578,3]$, Som omfatter det europæiske gennemsnit på 500. Så vi afviger ikke signifikant fra Europa.

5. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \; H_A : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. Estimat for σ_1^2 er s_1^2 som er $(95,2)^2 = 9063,04$ Estimat for σ_2^2 er s_2^2 som er $(87,3)^2 = 7621,29$.Teststørrelse der bruges er

F=$\frac{max(\text{af de to variansestimater})}{min(\text{af de to variansestimater})} = \frac{9063{,}04}{7621{,}29} = 1,19$.

Teststørrelse skal slås op i en F-fordeling med $8,10$ frihedsgrader. Sss=$2 \cdot P(F(8,10) > 1,19) = 78,2\%$ meget stor p-værdi, dermed kan vi IKKE afvise nul-hypotesen. Vi må fortsat antage at de to varianser er ens.

6. $H0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_A : \mu_1 > \mu_2$. Den fælles s bliver beregnet ved nedenstående.

$s^2 = \frac{(n_1-1)\cdot s_1^2+(n_2-1)*s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(9-1)\cdot 9063{,}04+(11-1)\cdot 7621{,}29}{9+11-2} = (90,9)^2$

$t = \frac{\widehat{\mu}_1-\widehat{\mu}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{505{,}1-495{,}3}{90{,}9\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{11}}} = 0,24$ som er t fordelt med $9 + 11 - 2 = 18$ frihedsgrader. Med det blotte øje kan man se at teststørrelsen ikke er signifikant (den er jo mindre end 1,645). Men Sss=$P(t(18) > 0,23) = 41\%$.Så Danmark er ikke signikant højere end Sverige. Man kan jo komme med kommentarer om at øge stikprøverne etc.