

Eksamen på Økonomistudiet 2010-I

Makro A

2. årsprøve

Den 5. januar, 2010

(Tre-timers prøve uden hjælpemidler, lommeregner tilladt)

Alle spørgsmål ønskes besvaret. Ved vurderingen vægter alle delspørgsmål lige meget.

Opgave 1: Steady state i den basale Solow-model og tværlande-empiri

1.1 Angiv de eksogene variable i den basale Solowmodel (som kendt fra pensums kapitel 3) og beskriv og forklar hvordan disse ifølge modellen indgår i bestemmelsen af indkomst per arbejder på langt sigt.

1.2 Nedenfor er angivet resultatet af en OLS-estimation på tværs af 65 repræsentative lande indekseret med i , idet y^i er BNP per arbejder i land i for året 2003, s^i er investeringskvoten som gennemsnit over 1960 - 2003, og n^i er den gennemsnitlige vækstrate for arbejdsstyrken over 1960 - 2003 (standardfejl anført i parentes under estimat).

$$\ln y^i = 8,92 + \underset{(se=0,14)}{1,52} [\ln s^i - \ln(n^i + 0,075)], \quad R^2 = 0,64.$$

Diskuter denne estimation i relation til den basale Solowmodels steady state-forudsigelse som beskrevet i spørgsmål 1.1.

1.3 Forklar hvordan inddragelse af humankapital i modellen vil kunne afhjælpe en del af den mindre gode overensstemmelse fundet i spørgsmål 1.2.

Opgave 2: Variabel kapitaludnyttelsesgrad i en Solowmodel

Ligningerne (1) - (3) nedenfor udgør en basal Solowmodel for en lukket økonomi i sædvanlig notation. De eneste forskelle i forhold til pensum (kapitel 3) er, at totalfaktorproduktiviteten her er sat lig med én samt forekomsten af variabelen β i ligning (1). Denne er at fortolke som kapitaludnyttelsesgraden og er indtil videre en eksogen parameter.

$$Y_t = (\beta K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta \leq 1 \quad (1)$$

$$K_{t+1} - K_t = sY_t - \delta K_t, \quad 0 < s < 1, \quad 0 < \delta < 1 \quad (2)$$

$$L_{t+1} = (1 + n) L_t, \quad n > 0 \quad (3)$$

Der antages givne initialværdier K_0 og L_0 for kapital- og arbejdsudbud. Definér $k_t \equiv K_t/L_t$, og $y_t \equiv Y_t/L_t$.

2.1 Vis at transitionsligningen for k_t i henhold til modellen er:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} [s\beta^\alpha k_t^\alpha + (1-\delta)k_t], \quad (4)$$

og redegør for, at fra en vilkårlig startværdi $k_0 > 0$, indebærer (4) konvergens af k_t mod en bestemt steady state-værdi, k^* .

2.2 Vis at i steady state er BNP per arbejder:

$$y^* = \left(\frac{\beta s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (5)$$

Kommentér (5) mht. hvordan β indgår. Empiri tyder på, at kapitaludnyttelsesgrader i udviklede lande typisk er ca. dobbelt så store som i udviklingslande. Med hvilken faktor kan det på denne baggrund forventes, at indkomst per arbejder i udviklede lande overstiger indkomst per arbejder i udviklingslande **alene** som følge af forskelle i kapitaludnyttelsesgrader (alt andet lige)?

Det er af interesse at forklare (endogenisere) kapitaludnyttelsesgraden. Fra nu af skal derfor betragtes en ny model, hvor såvel kapitaludnyttelsesgraden som nedslidningsraten er endogene variable betegnet hhv. β_t og δ_t .

Den repræsentative virksomhed vælger β_t , som skal opfylde $0 \leq \beta_t \leq 1$, samt de anvendte mængder af kapital og arbejdskraft, hhv. K_t og L_t . Virksomhedens produktionsfunktion er:

$$Y_t = (\beta_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (6)$$

Nedslidningsraten δ_t antages at vokse med β_t , og virksomheden betaler selv for den nedslidning, dens valg af β_t indebærer. Konkret antages:

$$\delta_t = d\beta_t^\phi, \quad 0 < d < 1, \quad \phi > 1, \quad (7)$$

hvor d og ϕ er eksogene parametre. At anvende én enhed kapital i én periode koster i alt virksomheden en “reallejesats” på $r_t = \rho_t + \delta_t$, hvor ρ_t er realrenten. Virksomheden tager ρ_t for given (der antages fuldkommen konkurrence på kapitalmarkedet), men tager fuldt højde for, hvordan betalingen for nedslidning, δ_t , afhænger af valget af β_t via (7). Med reallønnen betegnet w_t er virksomhedens reale profit $\Pi_t = Y_t - r_t K_t - w_t L_t$, som ved inddragelse af (6) og (7) kan skrives:

$$\Pi_t = \underbrace{(\beta_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha}}_{=Y_t} - \left(\rho_t + \underbrace{d\beta_t^\phi}_{=\delta_t} \right) K_t - w_t L_t. \quad (8)$$

2.3 Vis at førsteordensbetingelserne for at maksimere Π_t med hensyn til L_t , K_t og β_t er hhv.:

$$(1 - \alpha) (\beta_t K_t)^\alpha L_t^{-\alpha} = w_t, \quad (9)$$

$$\alpha (\beta_t K_t)^{\alpha-1} \beta_t L_t^{1-\alpha} = \rho_t + d\beta_t^\phi, \quad (10)$$

$$\alpha (\beta_t K_t)^{\alpha-1} K_t L_t^{1-\alpha} = \phi d \beta_t^{\phi-1} K_t. \quad (11)$$

Giv en intuitiv forklaring af (11). Vis videre at ved inddragelse af produktionsfunktionen (6) kan (9) - (11) omskrives til hhv.:

$$w_t L_t = (1 - \alpha) Y_t \quad (12)$$

$$(\rho_t + d\beta_t^\phi) K_t = \alpha Y_t \quad (13)$$

$$\underbrace{\phi d\beta_t^\phi}_{=\delta_t} K_t = \alpha Y_t \quad (14)$$

2.4 Forklar hvad ligningerne (12) - (14) siger om økonomiens indkomstandele. Vis at fra (13) og (14) følger:

$$(\phi - 1) d\beta_t^\phi = \rho_t \quad (15)$$

Angiv hvordan den optimale kapitaludnyttelsesgrad afhænger af realrenten (og parametre) og forklar intuitionen bag. Empirisk findes, at aggregerede nedslidningsrater og realrenter (sidstnævnte forstået som langsigtet realafkastgrad på aktier) er af samme størrelsesorden (begge i området 5 - 8 procent per år). Brug denne information til at argumentere for, at $\phi = 2$ kan være en plausibel værdi for ϕ .

2.5 Vis ved at benytte (6) og (14), at den aggregerede produktionsfunktion, hvor der tages højde for den optimale fastlæggelse af kapitaludnyttelsesgraden, kan skrives:

$$Y_t = BK_t^\gamma L_t^{1-\gamma}, \quad (16)$$

hvor $B \equiv \left(\frac{\alpha}{\phi d}\right)^{\frac{\alpha}{\phi-\alpha}}$ og $\gamma \equiv \alpha \frac{\phi-1}{\phi-\alpha},$

og vis, at $0 < \gamma < 1$.

En samlet model med endogen kapitaludnyttelsesgrad består af (16) samt nedenstående tre ligninger:

$$K_{t+1} - K_t = sY_t - \delta_t K_t \quad (17)$$

$$L_{t+1} = (1+n) L_t, \quad n > 0 \quad (18)$$

$$\delta_t = \frac{\alpha}{\phi} \frac{Y_t}{K_t} \quad (19)$$

Det antages, at $s > \frac{\alpha}{\phi} \frac{n+d}{d}$. Fortsat defineres $k_t \equiv K_t/L_t$, og $y_t \equiv Y_t/L_t$.

2.6 Forklar hvordan (19) fremkommer. Vis at modellen (16) - (19) indebærer følgende dynamik i k_t :

$$k_{t+1} - k_t = \frac{1}{1+n} \left[\left(s - \frac{\alpha}{\phi} \right) B k_t^\gamma - n k_t \right]. \quad (20)$$

Det oplyses, at med de gjorte antagelser indebærer (20) konvergens af k_t mod en steday state-værdi k^* for alle strengt positive startværdier k_0 .

2.7 Angiv steady state-værdierne k^* , y^* og δ^* for kapital per arbejder osv., først udtrykt ved B , γ samt øvrige parametre i modellen (16) - (19). Vis dernæst at udtrykt ved modellens oprindelige parametre er:

$$y^* = \left(\frac{\alpha}{\phi d} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{1}{\phi}} \left(\frac{s - \frac{\alpha}{\phi}}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\phi-1}{\phi}}. \quad (21)$$

Angiv også kapitaludnyttelsesgraden β^* i steady state og vis at $0 < \beta^* < 1$.

2.8 Angiv elasticiteten i y^* mht. bruttoinvesteringskvoten s i henhold til (21). Beskriv og forklar hvordan den fundne elasticitet adskiller sig fra den tilsvarende elasticitet fra en sædvanlige Solowmodel, $\alpha/(1 - \alpha)$, som denne fx ville følge af ligning (5) ovenfor. Hvor stor kan den fundne elasticitet vurderes at være for plausible værdier af de indgående parametre? Diskutér om endogen bestemmelse af kapitaludnyttelsesgraden synes at kunne forbedre overensstemmelsesgraden mellem en Solowmodel og tværlandeempiri som beskrevet i Spørgsmål 1.2.