

Eksamen på Økonomistudiet sommer 2018

Makroøkonomi I

(3-timers skriftlig prøve uden hjælpemidler)

4. juni 2018

Dette eksamenssæt består af 7 sider (inkl. forside).

OBS: Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangsvej, skal du kontakte et tilsyn, blive registreret som syg hos denne. Derefter afleverer du en blank besvarelse i systemet og forlader eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Opgave 1: R&D og vækst

Betragt en lukket økonomi, der er baseret på R&D-drevet teknologisk udvikling, hvor produktionen af teknologi/viden er givet ved:

$$A_{t+1} - A_t = \rho s_R Y_t, \quad \rho > 0 \text{ og } 0 < s_R < 1, \quad (1)$$

hvor s_R er andelen af den samlede produktion (Y_t), der bruges på forskning. Den samlede produktion i økonomien er beskrevet ved en standard Cobb-Douglas produktionsfunktion:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (2)$$

hvor K_t er fysisk kapital og L er arbejdsstyrken, der antages konstant over tid.

1.1

Vis at vækstraten i teknologi/viden er givet ved:

$$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = \rho \left(\frac{K_t}{Y_t} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} s_R L. \quad (3)$$

Redefør kort for om denne model er i stand til at udvise balanceret vækst (under standard antagelser vedr. kapitalakkumulation – som i pensums kapitel 5 fx).

1.2

Sammenlign denne model med R&D-modellen fra pensums kapitel 9, hvor produktionen af teknologi var givet ved:

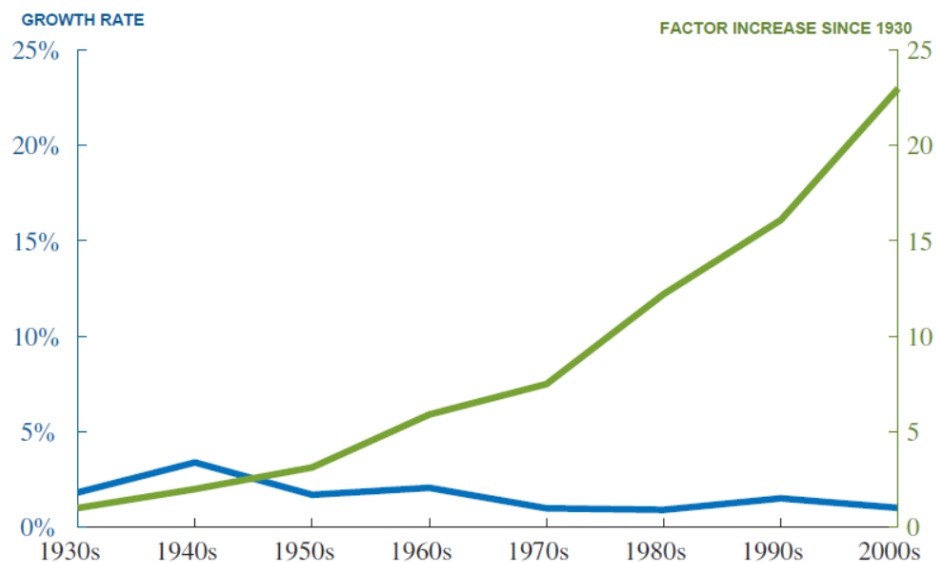
$$A_{t+1} - A_t = \rho A_t^\phi L_{At}^\lambda, \quad \rho > 0, \quad 0 < \phi \leq 1, \quad 0 < \lambda \leq 1. \quad (4)$$

Hvad er der antaget om marginal produktet til eksisterende teknologi i produktionen af ny teknologi i R&D modellen givet ved ligningerne (1)-(3)?

1.3

Den blå kurve i Figur 1 (nedenfor) viser udviklingen for vækstraten i total faktor produktivitet (dvs. et mål for teknologisk vækst) i USA fra 1930erne til 2000erne. For den samme tidsperiode, viser den grønne kurve stigningen i resurser til R&D-sektoren (dvs. omkring år 2000 bruges ca. 23 så mange gange resurser på R&D-sektoren sammenlignet med 1930erne). Diskuter om den R&D-baseret model givet ved ligningerne (1)-(3) er forenelig med data for USA (som givet i Figur 1).

Figur 1:
TFP-vækst og resurser til R&D-sektoren i USA, 1930-2000



Opgave 2: En Solowmodel med migration

I denne opgave skal du betragte en Solowmodel med migration. Ligningerne (5)-(8) udgør – i udgangspunktet – modellen:

$$Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta X_t^\kappa, \alpha, \beta, \kappa \geq 0, \alpha + \beta + \kappa = 1 \text{ og } A > 0, \quad (5)$$

$$L_{t+1} = L_t + M_t, L_0, M_0 \text{ givet}, \quad (6)$$

$$K_{t+1} = S_t + (1 - \delta)K_t + \lambda M_t, 0 \leq \delta \leq 1, \lambda > 0 \text{ og } K_0 \text{ givet}. \quad (7)$$

$$S_t = sY_t, 0 < s < 1. \quad (8)$$

Ligning (5) angiver en Cobb-Douglas produktionsfunktion, der beskriver den samlede produktion i økonomien (Y_t) som funktion af total faktor produktivitet (A), fysisk kapital (K_t), den samlede arbejdsstyrke/befolkningen (L_t) og land (X). Ligning (6) bestemmer, hvordan arbejdsstyrken vokser over tid, hvor M_t er netto-immigration i periode t ; dvs. hvis $M_t > 0$ ($M_t < 0$) er antallet af immigranter større (mindre) end antallet af emigranter. Netto-immigrationsraten er defineret som $m_t \equiv M_t/L_t$. Ligning (7) beskriver, hvorledes fysisk kapital udvikler sig over tid, hvor S_t er den samlede opsparing, δ er nedslidningsraten og λ er mængden af fysisk kapital hver immigrant (emigrant) medbringer (tager med sig) til (fra) økonomien. Den samlede opsparing (S_t) er en andel (s) af den samlede produktion; jvf. ligning (8).

Den repræsentative virksomhed maksimerer profitten og der eksisterer faktormarkeder – under fuldkommen konkurrence – for ydelserne fra fysisk kapital, arbejdskraft og land. Indfødte og immigranter er perfekte substitutter i produktionen af goder (jvf. ligning 5). Der anvendes definitionerne: $y_t \equiv Y_t/L_t$, $k_t \equiv K_t/L_t$, $m_t \equiv M_t/L_t$, og $x_t = X/L_t$

2.1

Opstil den repræsentative virksomheds profitmaksimeringsproblem. Find reallønnen (w_t) og reallejesatsen (r_t).

I delspørgsmålene 2.2-2.4 skal du antage, at økonomien er lukket for kapital eksport/import, men åben over for migration. Du skal samtidig antage at $\kappa = 0$, hvilket betyder at land (X) *ikke* indgår som en produktionsfaktor. Hvis ikke andet er angivet, er netto-immigrationsraten (m) antaget eksogen, tidsinvariant og positiv.

2.2

Vis at transitionsligning for kapital pr. arbejder kan skrives som:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+m} (sAk_t^\alpha + (1-\delta)k_t + \lambda m). \quad (9)$$

Under hvilken betingelse udviser modellen konvergens i kapital pr. arbejder?

2.3

Illustrer ved brug af det modificerede Solowdiagram, hvorledes en stigning i netto-immigrationsraten (m) påvirker kapital pr. arbejder (k_t) og dermed BNP pr. arbejder (y_t). Redegør for at hvis $\lambda < k_t$ ($\lambda > k_t$), så har en stigning i m en negativ (positiv) effekt på kapital pr. arbejder.

2.4

I dette spørgsmål skal du antage, at m afhænger positivt af kapital pr. arbejder på følgende måde:

$$m(k_t) = \begin{cases} \gamma k_t, & \text{if } k_t < \hat{k} \\ \bar{m}, & \text{if } k_t \geq \hat{k}. \end{cases} \quad (10)$$

Sådan en sammenhæng kan begrundes med, at immigranter finder det mere attraktivt at flytte til en økonomi med en højere levestandard. Under antagelse af, at økonomien oprindeligt

er i en steady state ($k_1^* < \hat{k}$), vis ved brug af Solowdiagrammet (eller det modificerede Solow-diagram), hvordan en stigning i total faktor produktivitet påvirker k_t . Sammenlign evt. dine resultater med en Solowmodel uden migration (svarende til pensums kapitel 3).

I delspørgsmålene 2.5-2.7 skal du antage, at økonomien er åben for kapital import/eksport (dvs. perfekt kapitalmobilitet). Du skal også antage at $\delta = 0$ og $\kappa > 0$ (dvs. nu indgår land som en produktionsfaktor). Verdensmarkedsrenten er givet ved \bar{r} . Fremfor for at antage, at migration er eksogen (eller givet via en postuleret funktion som ligning 10), er der nu fri migration til/fra den indenlandske økonomi. Omkostningerne for en migrant ved at flytte til den indenlandske økonomi er givet ved:

$$\text{omk} = \eta(\omega + m_t)\bar{w}, \eta > 0 \text{ og } 0 < \omega < 1, \quad (11)$$

hvor \bar{w} er reallønnen i verden og η og ω er eksogen parametre. Det vil sige at omkostningerne er stigende i netto-immigrationsraten (m_t), hvilket kan motiveres med, at det bliver sværere at finde job, bolig mv., når antallet af immigranter stiger ift. den indfødte befolkningsstørrelse. De økonomiske fordele ved at flytte til den indenlandske økonomi er givet ved reallønnen i landet (w_t).

2.5

Som følge af antagelsen om perfekt kapitalmobilitet vil der ske ækvalisering af realrenterne ($\bar{r} = r$). Vis at kapital pr. arbejder kan skrives som:

$$k_t^* = \left(\frac{\alpha A}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} x_t^{\frac{\kappa}{1-\alpha}}. \quad (12)$$

2.6

Antagelsen om fri migration til/fra den indenlandske økonomi betyder, at omkostninger og fordele ved at flytte bliver ækvaliseret i ligevægt (dvs. $\eta(\omega + m_t)\bar{w} = w_t$). Vis nu at netto-immigrationsraten vil været givet:

$$m_t = \frac{\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A^{\frac{1}{1-\alpha}} \beta}{\eta \bar{w} \bar{r}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} x_t^{\frac{\kappa}{1-\alpha}} - \omega. \quad (13)$$

Med vægt på den økonomiske intuition, forklar/diskuter hvordan total faktor produktivitet (A), reallønnen i verden (\bar{w}) og befolkningsstørrelsen (L_t) påvirker netto-immigrationsraten for den indenlandske økonomi.

2.7

Skitser vha. relevante diagrammer, hvordan den indenlandske befolkning udvikler sig over tid. Hvad bliver netto-immigrationsraten i steady state? Og hvordan påvirker en stigning i A BNP pr. arbejder i steady state?