

Mathematica 快速入门

倪致祥

一、引言

Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司开发的数学软件，主要用途是科学研究与工程技术中的计算。由于它的功能十分强大，使用非常简便，现在已成为理工科师生进行科学研究和教学改革的有力工具。它的主要特点有：

1、既可以进行程序运行，又可以进行交互式运行。一句简单的 **Mathematic** 命令常常可以完成普通的 c 语言几十甚至几百个语句的工作。例如解方程： $x^4 + x^3 + 3x - 5 = 0$ 只要运行下面的命令

```
Solve[x^4 + x^3 + 3x - 5 == 0, x]
```

2、既可以进行任意**高精度**的数值计算，又可以进行各种复杂的符号演算，如函数的微分、积分、幂级数展开、矩阵求逆等等。它使许多以前只能靠纸和笔解决的推理工作可以用计算机处理。例如求不定积分： $\int x^4 e^{-2x} dx$ 只要运行下面的命令：`Integrate[x^4*Exp[-2x], x]`

3、既可以进行科学计算，又可以很方便地画出用各种方式表示的函数图形，使人能够直观地把握住函数的特性。例如绘制函数图形： $y = e^{-x/2} \cos x, x \in [0, \pi]$ ，只要运行下面的命令

```
Plot[Exp[-x/2]*Cos[x], {x, 0, Pi}]
```

4、**Mathematica** 把各种功能有机地结合在一个集成环境里，可以根据需要做不同的操作，给使用者带来极大的方便。

二、Mathematica 的使用

1、基本运算及其对象

Mathematica 的基本数值运算有加法、减法、乘法、除法和乘(开)方，分别用运算符“+”、“-”、“*”、“/”和“^”来表示(在不引起误解的情况下，乘号可以省略或用空格代替)，例如 $2.4 \times 3^2 - (5/(6+3))^{1/3}$ 表示 $2.4 \times 3^2 - \sqrt[3]{5 \div (6+3)}$ 。小括号“(”和“)”作为表示运算优先顺序的符号，用于组合运算；中括号用于命令和函数，大括号用于集合和列表。

Mathematica 的关系运算符有： $>$ 、 $<$ 、 $>=$ 、 $<=$ 、 $!=$ 、 $==$ 等，它们的意义与通常的数学语言相同，要注意“ $!=$ ”表示不等于，双等号“ $==$ ”表示等于。而单等号“ $=$ ”和冒号等号“ $:=$ ”表示定义或赋值，不表示相等。逻辑运算符主要有： $!$ 、 $\&\&$ 、 $\|$ ，它们的意义与 c 语言中相同，分别是“非”、“与”、“或”。

Mathematica 的基本数值运算对象有常数、变数和函数，包含整数，有理数、实数和复数四种数值类型。为了方便，**Mathematica** 预先用符号表示了一些重要常数，如 Pi 表示圆周率 π ， E 表示自然对数的底 $e = 2.17828\dots$ ， I 表示虚单位 i ， Infinity 表示无穷大 ∞ 等。比如说， $\text{E}^{(2*\text{Pi}*\text{I})}$ 表示 $e^{2\pi i}$ 。

Mathematica 还预先定义了大量数学函数以供调用，调用格式为“**函数名[自变量]**”，预定义的**函数名**用大写字母开始的标识符表示，常用的有

函数名及使用格式	函数的功能
Abs[x]	求 x 的绝对值
Exp[x]	求 e 的 x 次幂
Log[x]	求 x 的自然对数 ln(x)
Log[b,x]	求以 b 为底的 x 的对数
Sin[x],Cos[x],Tan[x]	求 x 的正弦、余弦和正切函数
ArcSin[x],ArcCos[x],ArcTan[x]	求 x 的反正弦、反余弦和反正切函数
Factorial[n]或 n!	求 n 的阶乘（其中 n 可以取实数）

Mathematica 中也允许我们自己定义函数，定义函数的格式为“**函数名[自变量]:=表达式**”。其中**函数名**用标识符表示，自定义的标识符通常以小写字母开始，后跟数字和字母的组合，例如：fn1、g 等；中括号里的**自变量**后面要有下划线；**冒号等号**表示定义，也可以用**等号**来替换；**表达式**中可以包括已经定义过的函数。例如 $\text{try}[x_]:=3+x*\text{Sin}[x^2]$ 表示定义了函数 $\text{try}(x)=3+x\sin(x^2)$ 。自定义函数的调用方式与预定义的函数完全相同，如 $\text{D}[\text{try}[x], x]$ 表示自定义函数 $\text{try}(x)$ 对自变量 x 求导函数，结果是 $2x^2 \cos x^2 \sin x^2$ 。

Mathematica 中变数可以根据需要自行定义，一个变量可以用来表示一个数值，或者一个表达式，甚至一个图形。定义变量的格式为“**变量名=表达式**”。其中**变量名**用标识符表示，等号“=”同时还有为变量赋值的作用。例如： $x=3^2+4$ 定义了变量 x ，同时赋予该变量值为 13。

2、符号演算

2.1 解代数方程

Mathematica 中解代数方程的命令是 Solve，它能给出方程的所有解析解，而且结果中可以含有参数或虚数。使用格式为“**Solve[方程, 变量]**”，其中**方程**里必须用双等号表示相等，**变量**为本次命令所要求解的变量。例如对变量 x 求解方程 $x^2+px+q=0$ 可以用命令 $\text{Solve}[x^2+p*x+q==0, x]$ ，结果为

$$-\frac{1}{2} \sqrt{p^2-4q} - \frac{p}{2}, -\frac{1}{2} \sqrt{p^2-4q} + \frac{p}{2};$$

又如求解方程 $x^4+2x^2+5=0$ 可以用命令 $\text{Solve}[x^4+2*x^2+5==0, x]$ ，结果为

$$\sqrt{-1-2a}, -\sqrt{-1-2a}, \sqrt{-1+2a}, -\sqrt{-1+2a}$$

Solve 命令还能求解代数方程组，使用格式为“**Solve[{方程组}, {变量组}]**”。

2.2 求积分

Mathematica 中求不定积分的命令是 Integrate，它能给出被积函数的原函数，使用格式为“**Integrate[被积函数, 积分变量]**”。例如求不定积分 $\int \frac{u\sqrt{1+u^2}}{2+u^2} du$ 可以用命令 $\text{Integrate}[u*\text{Sqrt}[1+u^2]/(2+u^2), u]$ ，

结果为 $\frac{1}{1+u^2} - \text{ArcTan}\left[\frac{u}{1+u^2}\right]$

Integrate 命令还能求定积分，使用格式为“**Integrate[被积函数, {积分变量, 下限, 上限}]**”。例如求定积分 $\int_0^\infty e^{-2x} \sin x dx$ 可以用命令 $\text{Integrate}[\text{Exp}[-2x]*\text{Sin}[x], \{x, 0, \text{Infinity}\}]$ ，结果为 $1/5$ 。

2.3 求导数和解常微分方程

Mathematica 中求导函数的命令是 **D**，使用格式为 “**D** [**函数**, **自变量**]”，例如求 $\arcsin x^2$ 的导函数可以用 **D** [ArcSin[x^2], x]; **D** 命令也可以用来求函数的 **n** 阶导数，格式为 “**D** [**函数**, {**自变量**, **n**}]”。

Mathematica 中求解常微分方程的命令是 **DSolve**，它能给出方程的通解。使用格式为 “**DSolve**[**方程**, **待求函数**, **自变量**]”，其中 **方程** 里可以用单引号表示对待求函数的导数。例如求微分方程 $y' = x e^{2x}$ 的通解可以用命令 **DSolve**[y'[x]==x Exp[2x], y[x], x]，结果为

$$-\frac{1}{4} e^{2x} x^2 + \frac{x}{2} + C$$

存在定解条件时，**Dsolve** 还能给出微分方程的特解，使用格式为 “**DSolve**[{**方程**, **条件**}, **待求函数**, **自变量**]”，例如求微分方程 $y'' + k^2 y = 0$, $y(0)=0$, $y'(0)=3$ 的特解可以用命令 **DSolve**[{y''[x]+k^2 y[x]==0, y[0]==0, y'[0]==3}, y[x], x]，结果为

$$\frac{\sin kx}{k}$$

3、数值计算

3.1 代数方程的数值解

对五次以上的代数方程，一般来说不存在解析解。这时 **Mathematica** 提供了数值求解的命令，格式为 “**NSolve**[**方程**, **变量**]”，例如求解方程 $x^5 - x^2 + 3 = 0$ 可以用命令 **NSolve**[x^5 - x^2 + 3 == 0, x]，结果为

$$-1.11834, -0.488144 - 1.26117 i, -0.488144 + 1.26117 i, 1.04731 - 0.608231 i, 1.04731 + 0.608231 i$$

对于超越方程，数值求解的命令为 **FindRoot**，格式为 “**FindRoot**[**方程**, {**变量**, **初值**}]”，例如对方程 $e^x - x^2 + 3 = 0$ 在 $x = 0$ 附近求解，可以用命令 **FindRoot** [Exp[x] - x^2 + 3 == 0, {x, 0}]，结果得

$$-1.78006$$

。与 **Nsolve** 相比较，**FindRoot** 命令能够求解任意代数方程，但一次只给出一个实根。

3.2 定积分的数值计算

Mathematica 中数值计算定积分的命令为 **NIntegrate**，使用格式为 “**NIntegrate** [**被积函数**, {**积分变量**, **下限**, **上限**}]”。例如求定积分 $\int_1^{\infty} (e^{-2x}/x) dx$ 可以用命令 **NIntegrate** [Exp[-2x]/x, {x, 1, Infinity}]，结果为 0.0489005。

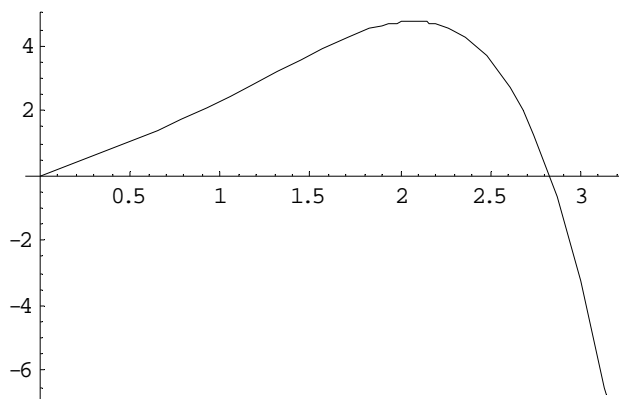
3.3 常微分方程的数值求解

Mathematica 中数值计算常微分方程特解的命令为 **NDSolve**，使用格式为 “**NDSolve**[{**方程**, **条件**}, **待求函数**, {**自变量**, **下限**, **上限**}]”，例如数值求微分方程 $y'' + 4y = 0$, $y(0)=0$, $y'(0)=3$, $x \in [0, 5]$ 的特解可以用命令 **NDSolve**[{y''[x]+4 y[x]==0, y[0]==0, y'[0]==3}, y[x], {x,0,5}]，结果得到一个定义[0, 5]区间内的插值函数 **InterpolatingFunction**，**Mathematica** 虽然不能把它用解析公式表达出来，但是可以列出函数值表或绘出函数图象。

4、函数作图

4.1 一元函数作图

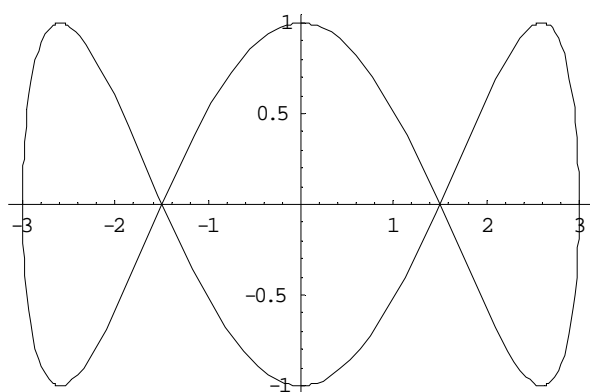
Mathematica 中提供了多种函数作图的命令,对一元显函数作图的命令为 **Plot**,使用格式为“**Plot**[**函数**, {**自变量**, **下限**, **上限**}, **选项**]”,表示给定区间上,按**选项**的要求画出函数的图形,取默认设置时**选项**可以省略。例如按默认设置画出函数 $y = \cos x e^x - x^2 + x$ 在区间 $x \in [0, \pi]$ 中的图象,可以用命令 **Plot**[**Sin**[x] **Exp**[x] - x^2 + x, {x, 0, Pi}], 结果为



在格式中把**函数**改为{**函数组**},就可以在给定区间上,按选项的要求同时画出几个函数的图形。

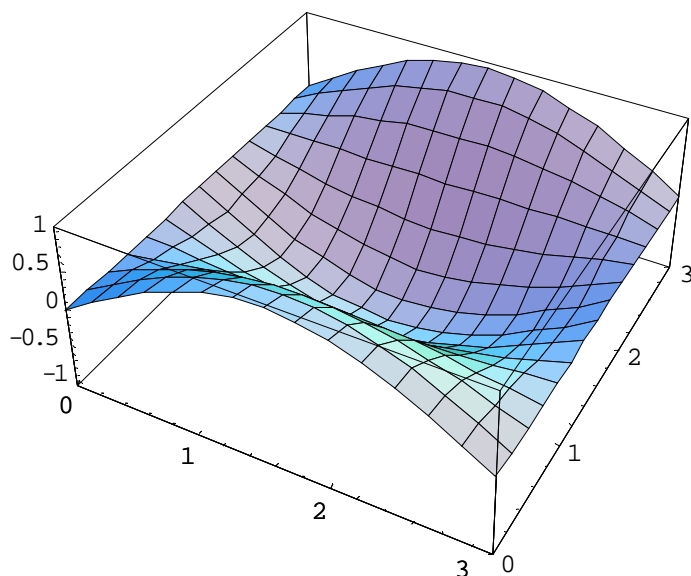
4. 2 参数方程的作图

对于以参数方程形式给出的函数, **Mathematica** 中提供了参数作图的命令, 格式为 “**ParametricPlot**[{**函数组**}, {**参数**, **下限**, **上限**}, **选项**]”。例如画一个参数方程为 $x = 3 \cos t, y = \sin 3t$ 在区间 $t \in [0, 2\pi]$ 上的函数, 用命令 **ParametricPlot**[{3**Cos**[t], **Sin**[3t] }, {t, 0, 2Pi}], 结果为




4. 3 二元函数作图

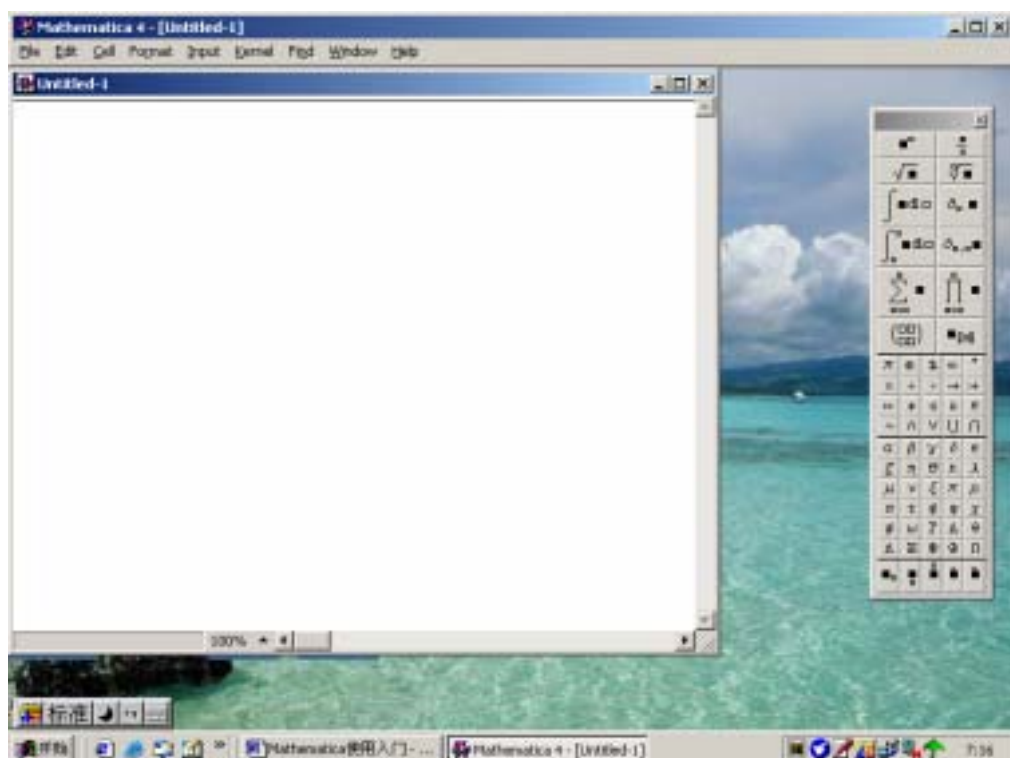
Mathematica 中对二元函数作图的命令为 **Plot3D**,使用格式为 “**Plot3D**[**二元函数**, {**自变量 1**, **下限**, **上限**}, {**自变量 2**, **下限**, **上限**}, **选项**]”,表示给定区间上,按**选项**的要求画出二元函数的立体图形。例如按默认设置画出函数 $u = \sin x \cos 2y$ 在区间 $x \in [0, \pi], y \in [0, 3]$ 中的空间曲面, 可以用命令 **Plot3D**[**Sin**[x] **Cos**[2y], {x, 0, Pi}, {y, 0, 3}], 结果为



三、Mathematica 的运行

1、启动

假设在 Windows 环境下已安装好 Mathematica4.0，启动 Windows 后，双击桌面上的快捷方式，或在“开始”菜单的“程序”中单击  Mathematica 4，就启动了 Mathematica4.0，在屏幕上第一行为标题栏，标题栏的左边标明了正在处理的文件名，最右边是退出按钮；第二行为菜单栏，最常用的有文件菜单 File、编辑菜单 Edit、核心菜单 Kernel 和帮助菜单 Help。菜单右下方为 Notebook 窗口，供输入和输出用，系统把 Notebook 中的内容作为一个文件，暂时取名 Untitled-1，直到用户保存时重新命名为止。菜单左下方为输入工具栏，提供了进行二维输入的基本工具。



2、输入

按照的 **Mathematica** 语法要求，把命令输入到 Notebook 窗口中即可。输入有两种方式：一种是前面介绍的直接利用键盘进行一维输入，另一种是利用输入工具栏进行二维输入（具体方法与 Word 中输入公式相同）。

3、计算

在输入完成后，按组合键 **Shift + Enter**，或在 **Kernel** 菜单中选择 **Evaluation—Evaluate Cells**，**Mathematica** 就会对所输入的内容进行检查，如果有错误就进行提示，否则就进行计算。

4、输出

计算完成后，**Mathematica** 会把得到的结果显示在 Notebook 窗口。这时你可以继续输入下一条命令，也可以选择退出。

5、退出

单击标题栏上的退出按钮，或在菜单 **File** 中选择 **Exit**，即可结束本次运行，退出 **Mathematica**。

四、进一步提高

上面的介绍只是一个非常简单的引导，如果需要了解 **Mathematica** 更多的功能，进一步提高使用水平，可以通过以下途径自学。

- 1、利用帮助系统。**Mathematica** 的帮助系统可按 **F1** 键来调用，它非常完善，给出了所有功能的详细说明和使用举例。
- 2、阅读参考书。例如：洪维恩编著，魏宝琛改编，数学运算大师 **Mathematica 4**，北京：人民邮电出版社，2002。
- 3、借助网络。可以用任何一个搜索引擎来搜索 **Mathematica**，获得相关信息。