Theoretische Physik I (Mechanik) SS 24

Physik

Experimentalphysik

„Induktive Vorgehensweise"

↳ man schließt von beobachteten Phänomenen auf allgemeine Zusammenhänge.

Theoretische Physik

„Deduktive Vorgehensweise"

↳ schließt von allgemeinen Hypothesen auf physikalische Gesetzmäßigkeiten

↳ muss sich am Experiment messen lassen!

- in der theo. Physik: ⇒ abstrahiert und idealisiert.

  Beispiel:
  - "Massenpunkt": Vernachlässigung räumlicher Ausdehnung.
  - Vernachlässigung von z.B. Luftwiderstand, Nichtlinearitäten in Federn.
- wichtig: Was ist der Einfluss dieser Idealisierung/Abstraktion/... auf unsere Lösung
- im besten Fall: systematisch verbesserbar.

1. Newtonsche Mechanik

1.1 Newtonsche Axiome

Ziel: Beschreibung und Vorhersage der Bewegung materieller Körper.

Hypothesen

I) Alle materiellen Körper sind als Massepunkte oder Familie von n Massepunkten mit Masse m_i, $i = 1, \dots, n$ darstellbar.

- Ort $\vec{r}_i \in \mathbb{R}^3$ des i-ten Massepunktes

  Vorherzusagen: $\vec{r}_i(t)$ Bahnkurve

II) Die Bahnkurven $r_i(t)$ genügen den Newtonschen Gleichungen:

$$\boxed{m_i \ddot{\vec{r}}_i(t) = \vec{K}_i\left(\vec{r}_1(t), \dots, \vec{r}_n(t), \dot{\vec{r}}_1(t), \dots, \dot{\vec{r}}_n(t), t\right) \quad i = 1, \dots, n}$$

- Kraft: $\vec{K}_i$
- verlange:

$$\left.\begin{matrix} \vec{r}_i \\ \dot{\vec{r}}_i \\ \ddot{\vec{r}}_i \end{matrix}\right\} \text{stetig}$$

- mathematisch: Hypothese II $\Rightarrow$ System von DGs.

  2. Ordnung: Anfangsorte und -geschwindigkeiten legen die Bahnkurven fest.

  (unter bestimmten Annahmen für die Kräfte)

Formulierung durch Newton:

Axiom 1: (NA 1)

Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

Axiom 2: (NA 2)

Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden

Kraft proportional und geschieht in Richtung der Kraft:

$$\vec{K}_i = \frac{d}{dt}\left(m_i \dot{\vec{r}}_i\right) \overset{m_i = \text{const}}{\Downarrow} m_i \ddot{\vec{r}}_i$$

$$= \dot{\vec{p}}_i \qquad \vec{p}_i : \text{Impuls des } i\text{-ten Massepunktes}$$

<u>Axiom 3</u> (NA 3)

Die Kräfte zweier Körper aufeinander sind entgegengesetzt gleich:

$$\text{actio} = \text{reactio}$$

$$F_{12} = -F_{21}$$

(nicht allgemein gültig: geschw. abhängige Kräfte)

- Die Newtonschen Axiome gelten nur in unbeschleunigten, sogenannten <u>Inertialsystemen</u>
- Betrachte zwei Bezugssysteme S, S', die gleichmäßig, mit (konstanter) Geschwindigkeit $\vec{u}$ gegeneinander bewegt sind:

$$\Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{u} \cdot t + \vec{r}\,'(t)$$

"Galileitransformation"

dann gilt: $\ddot{\vec{r}}(t) = \ddot{\vec{r}}\,'(t)$

Massen, Kräfte unabhängig vom Bezugssystem:

$$\text{NA 2} \Rightarrow \vec{K} = m \ddot{\vec{r}}$$

<u>invariant</u> unter Wechsel des Inertialsystems.
unter Galileitransformationen.

- in beschleunigten Bezugssystemen treten sogenannte Trägheitskräfte auf, die nicht aus der WW mit anderen Körpern stammen und für die actio = reactio nicht gilt.
Trägheitskräfte können durch Transformation in ein Inertialsystem eliminiert werden.

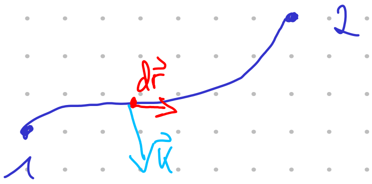
<u>Beispiel</u>: Konservative Kräfte, Potentiale, Energieerhaltung

- def. Arbeit entlang eines infinitesimalen Wegstücks:

$$dW = \left(\vec{K}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) \cdot d\vec{r} \right) \qquad \text{Skalarprodukt!}$$

endlicher Weg:

$$W_{12} = \int_1^2 dW = \underbrace{\int_1^2 \vec{K}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) \cdot d\vec{r}}_{\text{Linienintegral}} = \underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \vec{K}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)\, \dot{\vec{r}}(t)\, dt}_{\text{Parametrisiert: gewöhnliches Integral}}$$



$\vec{r}(t)$ aus NA 2 und Anfangsbedingungen.

- Konservative Kräfte:

Sei $\vec{K}(\vec{r})$. Für welche Kräfte $\vec{K}(\vec{r})$ hängt die Arbeit nur vom Anfangs- und Endpunkt ab?

- solche Kräfte nennt man <u>konservativ</u>. Es gilt:

$$\vec{K}(\vec{r}) \text{ ist konservativ} \iff \exists \text{ skalares Potential } V(\vec{r}),$$
$$\text{so dass } \vec{K}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Beachte: zeitabhängige Kräfte können ein Potential haben

weil $\vec{K}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}, t)$

sind aber nicht konservativ!

- für konservative Kräfte gilt:

$$\int_1^2 \vec{K}\, d\vec{r} = -\int_1^2 \vec{\nabla} V(\vec{r})\, d\vec{r} = V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2)$$

- aus NA 2 folgt:

$$\int_1^2 \vec{K}\, d\vec{r} = m \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\vec{r}}\, \dot{\vec{r}}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2} \dot{\vec{r}}(t)^2 \right) dt$$

$$= \frac{m}{2}\left[\dot{\vec{r}}(t_2)^2 - \dot{\vec{r}}(t_1)^2 \right]$$

$\hookrightarrow$ gesamte Arbeit geht in die Änderung der kin. Energie.

$$\Rightarrow \frac{m}{2}\dot{\vec{r}}(t_2)^2 + V(\vec{r}_2) = \frac{m}{2}\dot{\vec{r}}(t_1)^2 + V(\vec{r}_1)$$

$\Rightarrow$ Für konservative Kräfte ist die Summe aus kinetischer und potentieller Energie eine Konstante der Bewegung!

$\rightarrow$ Energieerhaltung ($\Rightarrow$ "konservativ")