

Licenciatura em Engenharia Informática  
FSIAP – 2023/2024

# Relatório Resumo

## *Superfícies Equipotenciais e Campo Elétrico*

**Autores:**

Vasco Sousa, 1221700

Rafael Araújo, 1201804

João Pinto, 1221694

José Sá, 1220612

**Turma:** 2DI

**Grupo:** D

**Data:** 10/10/2023

**Docente:** Lijian Meng

## Procedimento experimental

Este trabalho tem como objetivo identificar o campo elétrico gerado e envolve:

- mapear as superfícies equipotenciais, isto é, identificar as regiões onde o potencial elétrico é constante;
- calcular a diferença de potencial entre dois pontos;
- identificar o sentido das linhas de campo elétrico e relacionar esse sentido com a variação do potencial elétrico;
- determinar o módulo (intensidade) do campo elétrico em uma linha imaginária que conecta os eletrodos e representar essa intensidade e direção num plano;
- representar e determinar a força elétrica que uma carga de prova sentiria num determinado ponto.

Deste modo, para a realização do trabalho experimental, foi-nos proposto colocarmos uma folha de papel milimétrico numa tina com água e posicionarmos dois eletrodos, um cilíndrico e outro plano, a uma distância de 15 a 17 cm entre si, ligados a um voltímetro por fios de ligação, com a respetiva ponta de prova.

Posteriormente, regulámos a fonte de alimentação para 6,0 volts e o voltímetro a ler *d.d.p* (diferença de potencial) em C.C. (corrente contínua), para podermos efetuar os cálculos necessários consoante os objetivos do trabalho.

## TRATAMENTO DE DADOS

No procedimento foi-nos pedido para registarmos 10 pares de coordenadas (x, y) diferentes com o mesmo potencial, como se apresenta na imagem abaixo.

### Ex 5: Pares com a mesma diferença de potencial

Volt (V)	x (cm)	y(cm)	Volt (V)	x (cm)	y(cm)	Volt (V)	x (cm)	y(cm)	Volt (V)	x (cm)	y(cm)	Volt (V)	x (cm)	y(cm)	x (cm)	y(cm)	x (cm)	y(cm)
3,19	15,2	10,3	2,04	7,7	15	2,66	11,9	1,7	4,13	20,3	4,8	3,58	17,1	6,1	5	8	22	8
	15,2	9,1		7,8	2,2		11,9	1,3		20,3	7,6		17,1	7,8				
	15,2	7,2		8	2,6		12	3		20,3	4,9		17,2	4,6				
	15,3	6,2		8,1	13,9		12	15,6		20,4	10,7		17,2	8,6				
	15,3	1,3		8,8	4,3		12,1	12,2		20,4	11,5		17,3	1,8				
	15,4	12,1		8,8	12		12,1	14,4		20,8	12,9		17,4	2,6				
	15,4	2,6		9	5		12,3	3,9		20,9	2,6		17,5	0,7				
	15,5	13,7		9,4	6,6		12,3	4,8		21	13,1		17,6	13,6				
	15,5	15,2		9,4	9,7		12,4	13		21	2,3		17,6	4,1				
	15,6	14,8		9,5	8		12,5	9		21,4	13,4		17,7	14,7				

De seguida, tivemos de realizar o registo do valor do potencial e a coordenada (x, y) correspondente a um ponto afastado a 3 cm de um dos eletrodos

### Ex 6: Diferença de potencial a 3 cm do eletrodo

Volt (V)	x (cm)	y(cm)
3,94	<u>19</u>	8

Por fim, tivemos de registar o *d.d.p* existente entre o eléctrodo de menor potencial e o eléctrodo de maior potencial, progredindo de 2 em 2 cm, e o oposto, mas desta vez progredindo 4 em 4 mm.

**Ex 7.1: Menor potencial -> Maior Potencial (2cm), y=8cm**

x (cm)	7	9	11	13	15	17	19	21
Volt (V)	1,49	1,98	2,48	2,9	3,26	3,6	3,96	4,33

**Ex 7.2: y=8cm**

**Eléctrodo Cilíndrico -> Eléctrodo Plano (0,4cm)**

x (cm)	5,4	5,9	6,3	6,7	7,1	7,5	7,9	8,3	8,7
Volt (V)	0,84	1,08	1,23	1,39	1,54	1,69	1,79	1,9	1,98

**Eléctrodo Plano -> Eléctrodo Cilíndrico (0,4cm)**

x (cm)	21,6	21,2	20,8	20,4	20	19,6	19,2	18,8	18,4	18
Volt (V)	4,42	4,37	4,3	4,2	4,15	4,1	4	3,93	3,86	3,78

## Resultados e representação gráfica

1. Represente graficamente as coordenadas das linhas equipotenciais registadas no ponto 5. Identifique e coloque corretamente no mapa representado o sistema de eixos. Represente também a posição dos eléctrodos no gráfico.

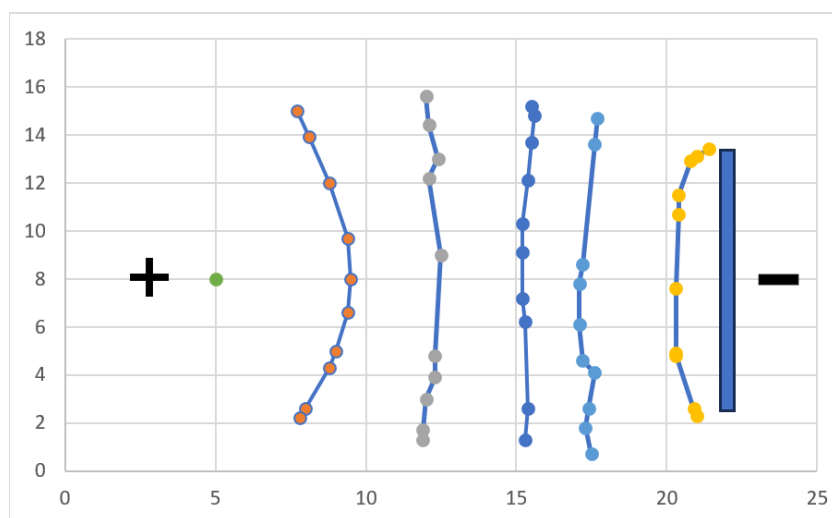


Figura 1 - Gráfico de linhas equipotenciais (linhas distinguidas por cores)

2. No gráfico obtido anteriormente, trace três linhas de força, que iniciem de um eletrodo para o outro, coloque o sentido.

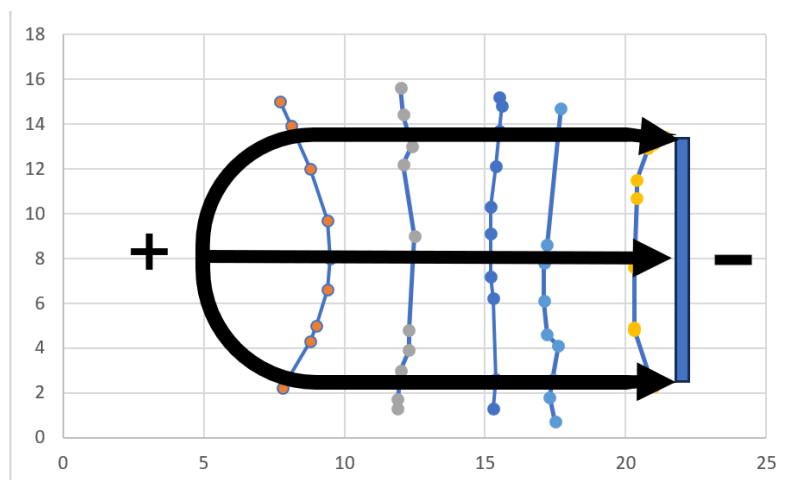


Figura 2 - Gráfico de linhas equipotenciais com 3 linhas de força

3. Represente graficamente os valores obtidos no ponto 7. Relativos ao comportamento da d.d.p. da ponta de prova em função da distância ao eletrodo. Apresente todas as leituras no mesmo gráfico. Inclusive as que representam o comportamento do potencial elétrico nas zonas muito próximas dos eletrodos.

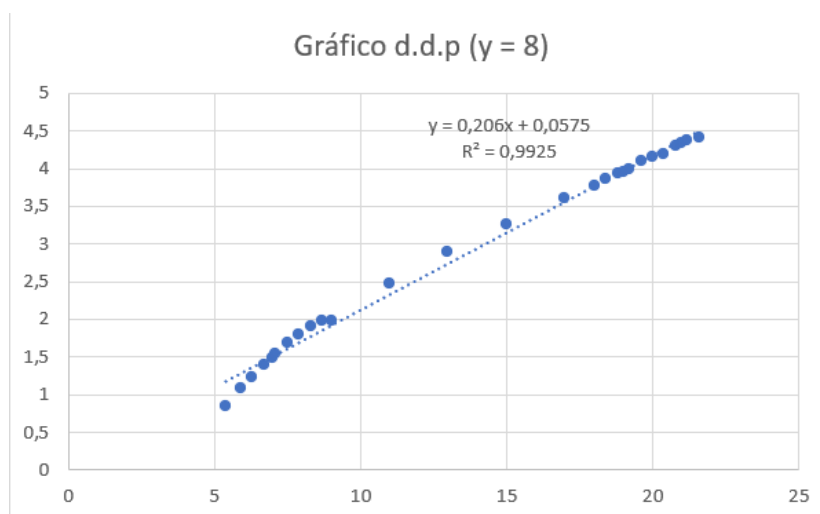


Figura 3 – Gráfico de regressão linear (d.d.p com y=8)

4. Da leitura efetuada no ponto 6, determine o valor do campo elétrico dentro da tina de água, indicando a direção e sentido, graficamente.

De maneira a resolvermos este ponto, foi preciso calcular o valor do campo elétrico, seguindo a seguinte fórmula (fórmula utilizada em pontos mais próximos do eletrodo negativo):

$$\vec{E} = -\frac{\overrightarrow{\Delta V}}{r}$$

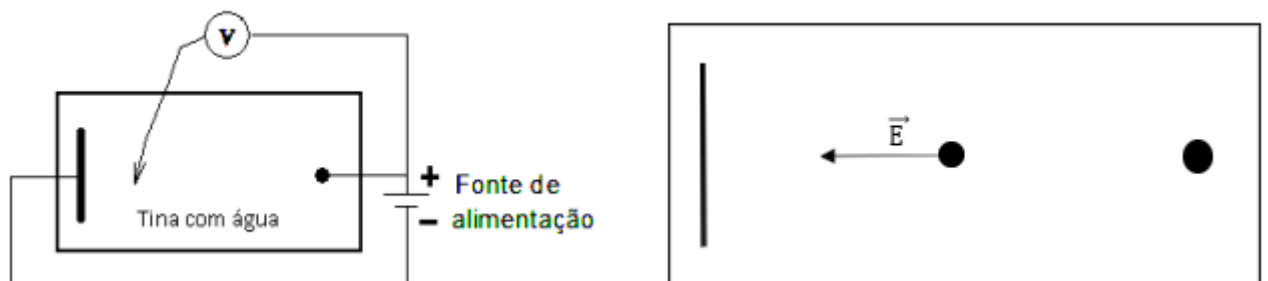
Sendo assim, substituímos as variáveis pelos seguintes valores:

$$\overrightarrow{\Delta V} = 3,94 \text{ V} \quad r = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

No fim, juntando tudo, obtivemos o seguinte resultado:

$$\vec{E} = -\frac{\overrightarrow{\Delta V}}{r} = -\frac{3,94}{3 \times 10^{-2}} \approx -131,3 \text{ V/m}$$

Uma representação gráfica possível é a seguinte:



5. Tendo por base os valores obtidos ainda no ponto 6, dos procedimentos, encontre a razão entre a força elétrica nesse ponto, e um ponto acima da linha de água, com as mesmas coordenadas, devido aos mesmos eletrodos, cujo meio neste caso será o ar.

Para determinar a força elétrica entre o ponto na linha de água e o ponto no ar, precisamos de calcular a razão entre as forças elétricas. Para isso, utiliza-se a seguinte expressão:

$$|\vec{F_e}| = q \times \vec{E} \Leftrightarrow |\vec{F_e}| = q \times \frac{V}{d} \text{ em que: } V = k \times \frac{q}{r}$$

Tendo apenas os dados relativos ao  $V_{\acute{a}gua}$  e à distância e visto que precisamos de calcular o valor da constante de Coulomb da água, assumimos que o valor tabelado para a permissividade elétrica no vácuo/ar ( $\epsilon_{ar}$ ) é igual a  $8,85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$ . Com isto, aplicamos o seguinte:

$$\frac{k_{\acute{a}gua}}{k_{ar}} = \frac{\frac{1}{4\pi\delta_{\acute{a}gua}}}{\frac{1}{4\pi\delta_{ar}}} = \frac{\delta_{ar}}{\delta_{\acute{a}gua}} \qquad \delta_r = \frac{\delta_{\acute{a}gua}}{\delta_{ar}} = 80 \Leftrightarrow \delta_{\acute{a}gua} = 80\delta_{ar}$$

$$\frac{k_{\acute{a}gua}}{k_{ar}} = \frac{\delta_{ar}}{80\delta_{ar}} = \frac{1}{80} \qquad k_{\acute{a}gua} = \frac{k_{ar}}{80} = \frac{8,98 \times 10^9}{80} = 1,12 \times 10^8 Nm^2 C^{-2}$$

Ao obtermos a diferença de potencial e a constante de Coulomb da água, calculamos o valor da carga por:

$$V_{\acute{a}gua} = 1,12 \times 10^8 \times \frac{q}{3 \times 10^{-2}} \Leftrightarrow q = 1,06 \times 10^{-9} C$$

Com a carga do eléctrodo obtemos a diferença de potencial no ar:

$$V_{ar} = 8,98 \times 10^9 \times \frac{1,06 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-2}} = 317,29 V$$

Com isto, o passo final para se calcular a razão entre a força elétrica dos dois pontos é:

$$|\vec{Fe}|_{\acute{a}gua} = 1,06 \times 10^{-9} \times \frac{3,94}{3 \times 10^{-2}} = 1,39 \times 10^{-7} N$$

$$|\vec{Fe}|_{ar} = 1,06 \times 10^{-9} \times \frac{317,29}{3 \times 10^{-2}} = 1,12 \times 10^{-5} N$$

$$\frac{|\vec{Fe}|_{\acute{a}gua}}{|\vec{Fe}|_{ar}} = \frac{1,39 \times 10^{-7}}{1,12 \times 10^{-5}} \cong 0,0124$$

6. Determine qual é o trabalho realizado pelas forças elétricas representadas no gráfico obtido no ponto 2 (da análise e tratamento) sobre um eletrão, que parte do elétrodo negativo até atingir o elétrodo positivo?

Para o cálculo do trabalho realizado pelas forças elétricas, temos o seguinte:

$$W_{a-b} = q(\Delta V) = q(V_a - V_b)$$

$$q = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta V = V_a - V_b = 6,00 - 0 = 6,00 \text{ V}$$

$$W_{a-b} = 1,60217653 \times 10^{-19} * 6,00 \approx 9,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

## Questões

**1 – Como interpreta os resultados que obteve, no ponto 3 da análise e tratamento de dados, em função da forma da linha representativa dos valores. Se for mais fácil, divida a explicação do gráfico em zonas ou comportamentos. Como referência tem o gráfico com a representação de todos os pontos.**

De forma a resolvermos esta questão, foi preciso descobrir a reta de regressão linear, que tem a seguinte formulação analítica:

$$y = mx + b$$

Em que:

$$m = \frac{\sum y_i \cdot (x_i \cdot \bar{x})}{\sum x_i \cdot (x_i \cdot \bar{x})}$$

E em que:

$$b = \bar{y} - m \bar{x}$$

É também importante determinar o valor do coeficiente de correlação e este pode ser determinado aproximadamente por:

$$r = m \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

Sendo assim, na análise do ex3, podemos afirmar através da curva representada pela equação  $y = 0,21x + 0,057$  e pelo valor de  $0 < r = 0,9962 < 1$  que estamos na presença de uma correlação linear positiva, ou seja, a diferença do potencial elétrico

aumenta uniformemente à medida que deslocamos na linha imaginária que separa os dois elétrodos.

Dada a equação da reta, sabemos que a diferença de potencial aumenta 0,21 volts por centímetro nessa linha.

**2 – Explique como se comporta a força elétrica, ao longo de uma das linhas tracejadas que está representada no seguinte esquema (representativo da montagem experimental). Como referência pode usar o gráfico construído no ponto 1 da análise e tratamento de dados.**

A força elétrica pode ser definida como a interação exercida entre as cargas elétricas, sendo que:

- Cargas elétricas de mesmo sinal **repelam-se** quando aproximadas;
- Cargas elétricas de sinais diferentes são **atraídas**.

A intensidade da força ou repulsão entre duas partículas pontuais pode ser calculada através da seguinte fórmula, sendo que  $q_1$  e  $q_2$  são módulos das cargas elétricas (C),  $k_e$  é a constante eletrostática do vácuo ( $k_e = 9,10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ ) e  $r$  é a distância entre as cargas (m):

$$|F| = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Desta forma, visto que o valor de  $k_e$  se mantém constante e o valor do módulo tanto da carga  $q_1$  como da carga  $q_2$  também se mantém constante, apenas irá variar o valor da distância entre as cargas. Deste modo, no caso de o valor da força elétrica for calculado quando as cargas estão mais longe uma da outra, irá dar um valor inferior a caso elas estejam mais próximas uma da outra.

## Observações

Na atividade experimental, estudamos as superfícies equipotenciais num campo elétrico gerado por elétrodos imersos em água. Alcançamos os nossos objetivos, mas enfrentamos desafios, como flutuações de tensão, refração da luz na água e variações de temperatura. Também reconhecemos possíveis erros no registo de resultados, como interferências elétricas e ruídos que podem afetar a precisão das leituras do multímetro, especialmente em medições de baixa voltagem ou corrente, com isto, e de maneira a melhorar em futuros experimentos, consideraremos todos estes aspetos.



### Considerações relativas as grandezas solicitadas:

**Potencial Elétrico:** é representado em volts (V) e é a principal grandeza medida neste experimento. Este foi medido ao longo da linha entre os elétrodos em intervalos regulares. Isso permitiu a criação de um gráfico que mostra as variações na nossa escala.

**Campo Elétrico:** é uma grandeza que está conectada ao potencial elétrico e é expressa em volts(V) por metro(m). Este num sistema de dois elétrodos pode ser encontrado calculando a derivada do potencial em relação à distância.

### Considerações relativas a cálculos auxiliares:

**Regressão Linear:** é realizada para calcular a relação entre o potencial elétrico e a distância e envolve o uso de métodos estatísticos para adicionar uma linha reta aos dados do experimento, o que resulta na obtenção da equação linear.

**Cálculo de *d.d.p*:** é calculado subtraindo o valor do potencial elétrico encontrado num ponto ao valor encontrado no ponto anterior.

### Considerações relativas a aproximações efetuadas:

**Incertezas nos valores de x e y:** para os valores de x e y, a incerteza de leitura associada é de  $\pm 0,05$  cm e visto que o experimento foi executado numa tina com água essa incerteza, por vezes, era notória dependendo do ângulo de visão.

**Incertezas nos valores de tensão:** no decorrer do experimento ficamos incertos sobre os valores de tensão e uma vez que os voltímetros variavam muito, a tensão medida era menor quanto mais tempo estivesse na água ou houvesse uma movimentação menor da ponta de prova. Tudo isto levou a muita incerteza sobre o valor a escolher. Uma maneira de determinar esta incerteza, é calculando a menor divisão da escala dividida por raiz de 3.

Ex.: “Se a menor leitura for 0,1 V, a incerteza associada é de  $\pm 0,1 / \sqrt{3}$  V.”