

Задание 1. Логика предикатов

1. Запишите аксиомы теории групп предложениями следующих сигнатур: $\{=, \cdot\}$; $\{=, \cdot, e\}$; $\{=, \cdot, e, {}^{-1}\}$. Какая из этих сигнатур лучше соответствует изложению теории групп? Сделайте синтаксический разбор полученных формул.

2. Докажите основные равносильности (см. файл reminderLogic1). Докажите, что любую формулу можно привести к предваренному виду, в котором бескванторная часть является ДНФ бескванторных формул.

3. Существует ли алгоритм, вычисляющий значение $\varphi^{\mathbb{A}}$ по любой конечной сигнатуре σ , σ -предложению φ , и конечной σ -структуре \mathbb{A} . Если да, оцените сложность вашего алгоритма.

4. Докажите, что для любой конечной структуры конечной сигнатуры найдется предложение, единственной (с точностью до изоморфизма) моделью которого является данная структура.

5. Напишите предложения сигнатуры $\{=, \leq\}$, моделями которых являются в точности плотные линейные порядки с наименьшим, но без наибольшего элемента. Докажите, что любые две счетные модели этого множества предложений изоморфны. Верно ли это для моделей мощности континуум?