

Задание 4. Полные теории.

1. Докажите, что для теории, имеющей модель, равносильны следующие условия: теория полна; любые две модели теории элементарно эквивалентны; теория совпадает с теорией любой своей модели.

2. Линейный порядок называется плотным, если между любыми его элементами найдется другой элемент. С помощью теста Воота докажите, что теория плотных линейных порядков без наименьшего и наибольшего элемента является полной.

Полна ли теория плотных линейных порядков с наибольшим и наименьшим элементами? Ответ обоснуйте.

3. Являются ли следующие теории полными: теория групп, теория абелевых групп, теория делимых абелевых групп без кручения, теория полей, теория полей характеристики 0, теория алгебраически замкнутых полей, теория алгебраически замкнутых полей фиксированной характеристики. Ответ обоснуйте.

4. Является ли полной теория плотного неоднородного порядка с наибольшим и наименьшим элементами? Ответ обоснуйте.

Сколько пополнений есть у теории плотного линейного порядка? Перечислите их все.

5. Перечислите все пополнения теории алгебраически замкнутых полей. (Предполагаются известные результаты из курса алгебры об алгебраически замкнутых полях.)

Перечислите в явном виде аксиомы следующих теорий: $Th(\mathbb{Q}; =, <)$, $Th([0, 1]; =, <)$, $Th(\mathbb{Q}; =, +, 0)$, $Th(\mathbb{R}; =, <, +, \times, 0, 1)$, $Th(\mathbb{C}; =, +, \times, 0, 1)$.