Задание 13. Т-сводимость и Т-скачок.

1. Докажите, что множествј $A \subseteq \mathbb{N}$ рекурсивно перечислимо тогда и только тогда, когда A есть область определения подходящей одноместной рекурсивной частичной функции.

2. Пусть $W_n = dom(\varphi_n)$, тогда $\{W_n\}$ — нумерация всех РПМ. Докажите, что:

- W есть главная вычислимая нумерация РПМ;
- множество $C = \{n \mid n \in W_n\}$ РП, но не рекурсивно;
- любое РПМ m-сводится к C;

3. Пусть $\leq_T$ — отношение Тьюринговой сводимости на $P(\mathbb{N})$. Докажите, что:

- $\leq_T$ есть предпорядок, являющийся собственным расширением предпорядка $\leq_m$;
- фактор-множество $P(\mathbb{N})/\equiv_T$ по индуцированному отношению эквивалентности континуально;
- любые два элемента $P(\mathbb{N})$ имеют супремум по обоим отношениям $\leq_T$ и $\leq_m$.

4. Определим Тьюрингов скачок множества $A \subseteq \mathbb{N}$ соотношением $A' = \{n \mid n \in W_n^A\}$. Докажите, что A' РП но не рекурсивно относительно A, $A' \not\leq_T A$, и $A \leq_T B \implies A' \leq_T B'$.

5. Докажите, что существуют Т-эквивалентные множества, не сравнимые по отношению m-сводимости.