

Задание 10. Рекурсивные определения, кодирование ИП_σ .

1. Докажите, что следующие функции рекурсивны: $y!$; x^y ; функция, перечисляющая без повторения простые числа в порядке возрастания; последовательность Фибоначчи; количество простых чисел, не превосходящих y .

2. Докажите, что следующие множества рекурсивны:
множество всех кодов термов сигнатуры $\sigma = \{=, <, +, \cdot, 0, 1\}$;
множество всех кодов имен \hat{n} натуральных чисел;
множество всех кодов формул сигнатуры σ ;
множество всех кодов аксиом минимальной арифметики.

3. Докажите рекурсивность функции f :
если a и b — коды термов t и s соответственно, то $f(a, b)$ — код терма $t + s$, иначе $f(a, b) = 0$;
если a — код терма t , то $f(a)$ — код формулы $t + 0 = t$, иначе $f(a) = 0$;
если a — код формулы φ , то $f(a)$ — код формулы $\neg\varphi$, иначе $f(a) = 0$;
если a, b, c — коды формул φ, ψ, θ соответственно, то $f(a, b, c)$ — код формулы $(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \theta$, иначе $f(a, b, c) = 0$.

4. Докажите, что множество (кодов) логических следствий рекурсивно аксиоматизируемой теории конечной сигнатуры рекурсивно перечислимо.

5. Докажите, что множество (кодов) логических следствий полной рекурсивно аксиоматизируемой теории конечной сигнатуры рекурсивно перечислимо.