

**Математическая логика 2. ФМКН СПбГУ  
(математика 3 к., весенний семестр 2024)**

Лектор В.Л. Селиванов

**Примеры дополнительных экзаменационных вопросов  
(определения и формулировки, без доказательств,  
возможна редакторская правка)**

1. Что такое структура, гомоморфизм, изоморфизм?
2. Что такое декартово произведение структур?
3. Что такое термы и формулы данной сигнатуры?
4. Свободные и связанные переменные. Допустимые подстановки термов вместо свободных переменных.
5. Определение истинности формулы в структуре.
6. Тавтологическая истинность, основные тавтологии.
7. Равносильность формул, основные равносильности.
8. Приведение формулы к предваренному виду.
9. Что такое предложение, теория? Приведите примеры теорий.
10. Что такое модель теории, логическое следование?
11. Как доказать, что данное предложение не следует из данного списка предложений?
12. Являются ли элементарно эквивалентные структуры изоморфными?
13. Фильтры и ультрафильтры. Можно ли расширить любой фильтр до ультрафильтра?
14. Что такое фильтрованное произведение?
15. Сформулируйте теорему Лося об ультрапроизведении.
16. Сформулируйте теорему Гёделя-Мальцева о компактности.
17. Сформулируйте теорему Лёвенгейма-Сколема о понижении мощности.
18. Сформулируйте теорему Лёвенгейма-Сколема о повышении мощности.
19. Каковы возможные мощности моделей данной теории?
20. Аксиоматизируемые классы структур, примеры.
21. Сформулируйте критерий конечной аксиоматизируемости.
22. Сформулируйте критерий универсальной ( $\Pi_1$ -) аксиоматизируемости.
23. Сформулируйте критерий  $\Pi_2$ -аксиоматизируемости.
24. Определите иерархию формул по числу перемен кванторов.
25. Что такое полная теория?
26. Сформулируйте тест Лося-Воота.
27. Что такое модельно полная теория?
28. Сформулируйте тест Линдстрёма.
29. Элиминация кванторов, примеры.
30. Модельная характеристика теорий, допускающих элиминацию кванторов.
31. Ограниченная и неограниченная игра Эренфойхта. Выигрышные стратегии.
32. Что такое кванторная глубина формулы?
33. Как связана элементарная эквивалентность и игра Эренфойхта?
34. Что такое ограниченная элементарная эквивалентность?
35. Приведите примеры аксиом и правил вывода Гильбертовского исчисления предикатов.
36. Приведите примеры аксиом и правил вывода Генценовского исчисления предикатов.
37. Сформулируйте свойства аксиом и правил вывода.
38. Выводимость в исчислении предикатов.
39. Сформулируйте свойства отношения выводимости.
40. Что такое непротиворечивое множество формул?
41. Что такое теория Хенкина?
42. Сформулируйте теорему о существовании модели.

43. Сформулируйте теорему Гёделя о полноте исчисления предикатов.
44. Разрешима ли полная перечислимо аксиоматизируемая теория?
45. Как связаны вычислимость и рекурсивность?
46. Определите операторы суперпозиции и минимизации.
47. Что такое рекурсивные функции и предикаты?
48. Что такое бета-функция Гёделя?
49. Как и зачем кодировать последовательности натуральных чисел?
50. Как определять функции по рекурсии?
51. Будет ли рекурсивной функция, определенная по рекурсии из рекурсивной функции?
52. Как и зачем кодировать термы и формулы?
53. Свойства кодирования термов и формул.
54. Что значит рекурсивность множества выводов?
55. Что такое минимальная арифметика?
56. Что такое арифметика Пеано?
57. Что такое теория стандартной модели арифметики?
58. Определите предикаты, представимые в минимальной арифметике.
59. Определите функции, представимые в минимальной арифметике.
60. Сформулируйте теорему о неразрешимости арифметики.
61. Сформулируйте теорему о неразрешимости логики предикатов.
62. Приведите примеры разрешимых и неразрешимых теорий.
63. Сформулируйте теорему о неполноте арифметики.
64. Что такое R-программа?
65. Что такое R-вычислимая функция?
66. Замкнут ли класс R-вычислимых функций относительно суперпозиции?
67. Замкнут ли класс R-вычислимых функций относительно минимизации?
68. Как кодируются R-вычисления?
69. Совпадают ли классы R-вычислимых и рекурсивных тотальных функций?
70. Определите R-вычислимость частичной функции.
71. Определите рекурсивность частичной функции.
72. Совпадают ли классы R-вычислимых и рекурсивных частичных функций?
73. Что такое R-Вычислимость с оракулом?
74. Что такое относительная рекурсивность?
75. Совпадают ли классы R-вычислимых с оракулом  $h$  и рекурсивных относительно  $h$  тотальных функций?
76. Совпадают ли классы R-вычислимых с оракулом  $h$  и рекурсивных относительно  $h$  частичных функций?
77. Что такое вычислимая нумерация R-вычислимых частичных функций?
78. Что такое главная вычислимая нумерация R-вычислимых частичных функций?
79. Существует ли главная вычислимая нумерация R-вычислимых частичных функций?
80. Сформулируйте теорему о неподвижной точке.
81. Сформулируйте теорему Райса.
82. Приведите различные характеристики рекурсивно перечислимых множеств.
83. Что такое m-сводимость и каковы ее свойства?
84. Что такое тьюрингова сводимость и каковы ее свойства?
85. Что такое тьюрингов скачок и каковы его свойства?
86. Что такое арифметическое множество?
87. Что такое арифметическая иерархия?
88. Каковы свойства арифметической иерархии?
89. Опишите связь арифметической иерархии с итерациями тьюрингова скачка.
90. Сформулируйте теорему Тарского о неопределимости истины.

