

Задание 12. R-вычислимость и рекурсивность.

1. Докажите, что суперпозиция частичных R-вычислимых функций является R-вычислимой частичной функцией.

2. Докажите, что минимизация R-вычислимой частичной функции является R-вычислимой частичной функцией.

3. Докажите, что предикаты Оп, Прог, и Рег, а также функции дл, пам, и сос рекурсивны.

4. Пусть $\varphi_n = \varphi_P^{(1)}$, если n является кодом программы P и $\varphi_n = \emptyset$, если n не является кодом программы. Тогда φ — нумерация всех рекурсивных частичных функций. Докажите, что частичная функция $(n, x) \mapsto \varphi_n(x)$ рекурсивна.

5. Докажите, что для множества $A \subseteq \mathbb{N}$ равносильны следующие утверждения:

- рекурсивно перечислимо;
- A есть область значений подходящей одноместной рекурсивной частичной функции;
- A есть область определения подходящей одноместной рекурсивной частичной функции.