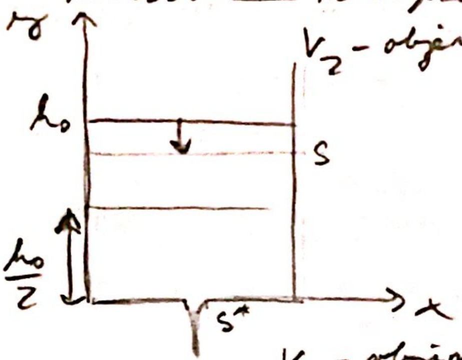
228. Za aký čas vytečie polovica kvapaliny z valcovej nádoby prierezu S malým kruhovým otvorom na dne s prierezom S^*, ak je koef. zúženia výtok. lúča μ a keď hladina kvapaliny je vo výške h_0 nad dnom?



V_2 - objem kvapaliny v nádobe

- vieme, že rýchlosť, akou bude vytekať voda menším otvorom je $v = \sqrt{2gy}$
- bude teda závisieť od výšky hladiny; čím nižšie bude hladina, tým bude rýchlosť nižšia

V_1 - objem kvapaliny pretekajúci otvorom S^*

- za čas dt pretečie cez otvor kvapalina o objeme $dV_1 = \mu S^* v\, dt =$
$= \mu S^* \sqrt{2gy}\, dt$
- rýchlosť akou bude klesať hladina závisí od zmeny objemu $\frac{dV_2}{dt} = -\frac{dy}{dt} S \implies dV_2 = -dy\, S$

rýchlosť poklesu hladiny

- pretože uvažujeme nestlačiteľnú kvapalinu, musí platiť $dV_1 = dV_2$

$$\mu S^* \sqrt{2gy}\, dt = -S\, dy \qquad dt = -\frac{S}{\mu S^* \sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{y}}\, dy$$

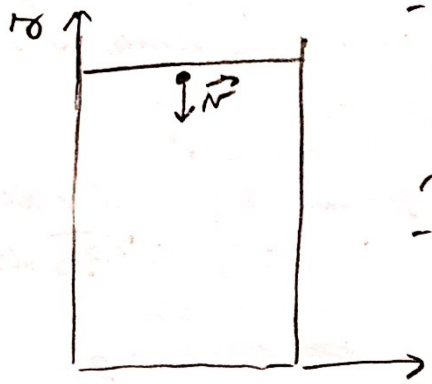
- chceme zistiť, za aký čas vytečie z nádoby polovica hladiny, t.j. hladina klesne o polovicu z h_0 na $h_0/2$

$$\int_0^{t_0} dt = -\int_{h_0}^{\frac{h_0}{2}} \frac{S}{\mu S^* \sqrt{2g}} \frac{1}{\sqrt{y}}\, dy = \int_{\frac{h_0}{2}}^{h_0} \frac{S}{\mu S^* \sqrt{2g}} \frac{1}{\sqrt{y}}\, dy$$

$$t_0 = \frac{S}{\mu S^* \sqrt{2g}} \left[2\sqrt{y} \right]_{\frac{h_0}{2}}^{h_0} = \frac{S}{\mu S^* \sqrt{2g}} \left[2\sqrt{h_0} - 2\sqrt{\frac{h_0}{2}} \right] =$$

$$= \frac{S}{\mu S^*} \sqrt{\frac{h_0}{g}} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \left[\sqrt{2} - 1 \right] = \frac{S}{\mu S^*} \sqrt{\frac{h_0}{g}} \left[\sqrt{2} - 1 \right]$$

237. Oceľová guľôčka polomeru $r = 2\,mm$ a hustoty $\rho_1 = 7{,}7\,g.cm^{-3}$ je voľne pustená v oleji s koef. viskozity $\eta = 22\,g.cm^{-1}s^{-1}$ a hustoty $\rho_2 = 0{,}9\,g.cm^{-3}$. Nájdite hodnoty rýchlosti rovnomerného pohybu, ktorým sa guľôčka bude pohybovať v oleji po uplynutí určitého času



- hľadáme hodnotu rýchlosti, kt. sa už nemení; v tejto situácii musí byť výslednica síl pôsobiacich na guľôčku nulová
- na guľôčku ponorenú v kvapaline a pohyb. sa určitou nenul. rýchlosťou pôsobia nasled. sily:
  - $\vec{F}_G$ – tiažová sila
  - $\vec{F}_{vz}$ – vztlaková sila kvapaliny
  - $\vec{F}_O$ – odporová sila kvapaliny závislá od veľkosti jej rýchlosti

- pri ~~rovnomernom~~ rovnomernom pohybe guľôčky platí:

$$\vec{F}_{visl.} = \vec{F}_G + \vec{F}_{vz} + \vec{F}_o = 0$$

$$F_{visl.} = -m_G g + \rho_2 V_G g + 6\pi\eta R_G v_y$$

$$m_G \frac{dv_y}{dt} = -m_G g + \rho_2 V_G g + 6\pi\eta R_G v_y$$

$$\frac{dv_y}{dt} = g + \frac{\rho_2 V_G g}{V_G \cdot \rho_1} + \frac{6\pi\eta R_G}{V_G \cdot \rho_1} v_y$$

$$A = g + \frac{\rho_2 g}{\rho_1}$$

$$B = \frac{6\pi\eta R_G}{\frac{4}{3}\pi R_G^3 \rho_1}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = A - B v_y$$

POČ. PODM.: $v_y = 0$ pre $t = 0$

$$\int \frac{dv_y}{A + Bv_y} = \int dt$$

$$-\frac{1}{B} \ln(A + Bv_y) = t + C$$

$$\ln(A + Bv_y) = -Bt + K_1$$

$$A + Bv_y = e^{-Bt} \cdot K_2$$

$$-Bv_y = K_2 e^{-Bt} - A$$

$$v_y = \frac{A}{B} - \frac{K_2}{B} e^{-Bt}$$

$$v_y(0) = \frac{K_2}{B} - \frac{A}{B} = 0$$

$$K_2 = A$$

$$v_y(t) = \frac{A}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)$$

tento výraz ide pre rastúce t k 1

- po dlhšom čase bude platiť $v_y \doteq \frac{A}{B}$

3.

$$v_g = \frac{A}{B} = \frac{g - \frac{\rho_2}{\rho_1} g}{\frac{18\eta}{4r^2\rho_1}} = \frac{9{,}81\,m\cdot s^{-2}\left(1 - \frac{0{,}9\,g\cdot cm^{-3}}{7{,}7\,g\cdot cm^{-3}}\right)}{\frac{18\cdot 22\,g\cdot cm^{-1}\cdot s^{-1}}{4\cdot(0{,}2\,cm)^2\cdot 7{,}7\,g\cdot cm^{-3}}} =$$

$$= \frac{8{,}66\,m\cdot s^{-2}}{321{,}4\,s^{-1}} = 0{,}0269\,m\cdot s^{-1}$$

Rýchlosť rovnomerného pohybu guličky je $2{,}69\,cm\cdot s^{-1}$.

334. Určité množstvo vzduchu má pri teplote $t_0 = 8°C$ a tlaku $p_0 = 99991{,}5\,Pa$ objem $V_0 = 112\,cm^3$. Na akú teplotu ho treba ohriať, aby pri tlaku $p_1 = 98658\,Pa$ mal objem $V_1 = 136\,cm^3$?

$t_0 = 8°C \rightarrow T_0 = 281\,K$

- vzduch budeme považ. za ideálny plyn
- platí teda $\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{p_1V_1}{T_1}$

$$T_1 = \frac{p_1V_1}{p_0V_0}\cdot T_0 = \frac{98658\,Pa \cdot 136\,cm^3}{99991{,}5\,Pa \cdot 112\,cm^3}\cdot 281\,K = 336{,}7\,K$$

$T_1 = 336{,}7\,K \rightarrow t_1 = 63{,}7\,°C$

Vzduch je potrebné ohriať na teplotu $63{,}7\,°C$.

335. V nádobe objemu 40 litrov sa nachádza pri teplote $27°C$ O_2 pod tlakom $1\,MPa$. Vypočítajte aká je jeho tiaž?

- $V = 0{,}04\,m^3$ $p = 10^6\,Pa$ $T = 300\,K$ .... O_2

$F_G = m\cdot g$ ... potrebujeme zistiť hmotnosť O_2

- vieme, že $M_{mO_2} = 0{,}032\,kg\cdot m^{-3}$

$$m = n\cdot M_{mO_2} = \frac{pV}{RT}\cdot M_{mO_2} = \frac{10^6\,Pa\cdot 0{,}04\,m^3}{8{,}314\,J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}\cdot 300\,K}\cdot 0{,}032\,kg\cdot m^{-3} =$$

$$= 0{,}51\,kg$$

Tiaž O_2 v nádobe je 5 N.

336. Vypočítajte, aká je hustota dusíka pri teplote 10 °C a tlaku 0,2 MPa! $\quad M_{m\,N_2} = 0{,}028\ kg.mol^{-1}$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n.M_m}{n.V_m} = \frac{M_m}{\frac{RT}{p}} = \frac{p.M_m}{RT} =$$

$$= \frac{2.10^5 Pa\ .\ 0{,}028\ kg.mol^{-1}}{8{,}314\ J.K^{-1}mol^{-1}.\ 283 K} = \underline{\underline{2{,}38\ kg.m^{-3}}}$$

Hustota N_2 pri zadaných podmienkach teploty a tlaku je 2,38 $kg.m^{-3}$.