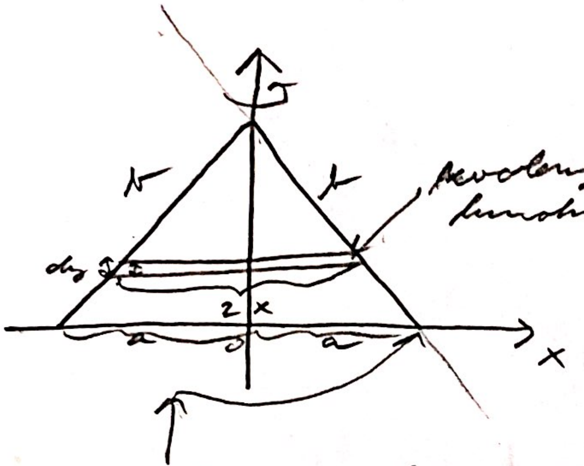
OPRAVA PRÍKLADU č. 163

- pôvodne sme počítali s tým, že výška rovnoramenného trojuholníka je b, v príklade však bolo uvedené, že dĺžku b majú jeho ramená;
- keďže nám pre prípad vyšiel $I_\Delta = \frac{1}{6} m a^2$, je vlastne jedno, akú výšku použijeme, lebo výsledný moment zotrvačnosti je závislý len od veľkosti základne
- príklad teda vyriešime ešte raz pri použití trochu iného prístupu, pri kt. využijeme skutočnosť, že moment zotrvačnosti tyče otáčajúcej sa okolo osi prechádzajúcej jej ťažiskom je $I_T = \frac{1}{12} m l^2$ - dĺžka tyče



výška trojuholníka $= \sqrt{b^2-a^2}$

$$S_\Delta = \frac{\sqrt{b^2-a^2}\cdot 2a}{2} = a\sqrt{b^2-a^2}$$

zvolený hmotn. element dm

$$dm = \frac{M}{S_\Delta}\, dS_\Delta = \frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\, 2x\, dy =$$

$$= \frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\cdot 2\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a\right)dy$$

vidíme, že $x = -\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a$

- príspevok jedného hmot. elementu k celk. momentu zotrvačnosti trojuholníka bude: , dĺžka jedného dm na obrázku

$$dI_\Delta = \frac{1}{12}(2x)^2 dm = \frac{1}{12}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\cdot (2x)^3 dy =$$

$$= \frac{1}{12}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\, 8\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a\right)^3 dy$$

$$I_\Delta = \int_0^{\sqrt{b^2-a^2}} \frac{2}{3}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a\right)^3 dy = \frac{2}{3}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\int_0^{\sqrt{b^2-a^2}}\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a\right)^3 dy =$$

$$= \frac{2}{3}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\left[\frac{1}{4}\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}y + a\right)^4\cdot\left(-\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right)\right]_0^{\sqrt{b^2-a^2}} =$$

$$= \frac{2}{3}\frac{M}{a\sqrt{b^2-a^2}}\left[\frac{1}{4}\underbrace{\left(-\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}\cdot\sqrt{b^2-a^2} + a\right)^4}_{0}\left(-\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}\cdot 0 + a\right)^4\left(-\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right)\right] = \rightarrow$$

$$= \frac{2}{3}\frac{\pi}{a\sqrt{b^2-a^2}}\left[-\frac{1}{4}a^4\cdot\left(-\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right)\right] = \frac{2}{12}\frac{\pi}{a\cancel{\sqrt{b^2-a^2}}}\;\frac{a^4\cdot\cancel{\sqrt{b^2-a^2}}}{a} =$$

$$= \frac{1}{6}\pi a^2$$