109. Oceľová špirála dĺžky $l_0 = 80\,cm$ sa predĺži silou $F_1 = 20\,N$ o dĺžku $x_1 = 0{,}05\,m$. Akú prácu sa vykoná pri predlžení špirály na dvojnásobok jej pôvodnej dĺžky, keď sila konajúca prácu je úmerná predĺženiu špirály.

- až budeme naťahovať pružinu musí sila $\vec{T}$, ktl. pružinu ťaháme byť rovnaká, ako sila $\vec{F_p}$, ktl. sa pružina naťahovaniu bráni
- ~~sila~~ prácu koná sila T a vieme, že táto sila je priamo úmerná predĺženiu
- veľkosť predĺženia bude $(x-l)$ a

$\vec{F_p} = -\vec{T}$

$$T = k.(x-l)$$

- kde je k konštanta, potom jej veľkosť môžeme zistiť zo zadania

$$T_1 = F_1 \quad x_1 = (x-l) = 0{,}85\,m - 0{,}8\,m = 0{,}05\,m$$

$\vec{T}(k(x-l), 0, 0)$

$$k = \frac{T_1}{x_1} = \frac{20\,N}{0{,}05\,m} = 400\,N.m^{-1}$$

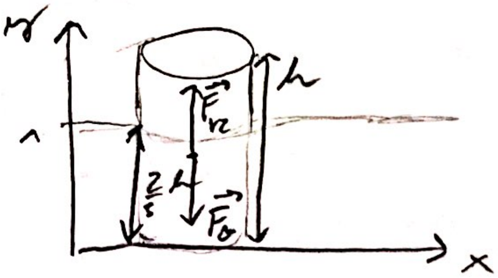
$$W = \int \vec{T}\,d\vec{r} = \int_l^{2l} k(x-l)\,dx = k\left[\frac{x^2}{2} - lx\right]_l^{2l} =$$

$$= k\left[\frac{4l^2}{2} - 2l^2 - \frac{l^2}{2} + l^2\right] = \frac{kl^2}{2} = \frac{400\,N.m^{-1}.(0{,}8\,m)^2}{2} =$$

$$= 128\,J$$

Pri predlžovaní pružiny sa vykoná práca 128 J.

(10.) Drevený valec ponorený vo vode do 2/3 svojej výšky. Akú prácu treba vykonať na vytiahnutie valca z vody, keď polomer valca $r = 0,1\,m$ a jeho výška $h = 0,6\,m$.



- na valec ponorený vo vode pôsobia dve sily, sila tiažová $\vec{F}_G$ a vztlaková sila vody $\vec{F}_{vz}$
- v rovnovážnej situácii je valec v polohe, t.j. $\vec{F}_G + \vec{F}_{vz} = 0$

$-F_g + F_{vz} = 0$ $\quad$ V_p - ponorený objem valca

$V_p = \frac{2}{3}h \cdot S$

$-mg + \rho_v V_p g = 0 \Leftrightarrow$ východisková situácia

- keď začneme valec vyťahovať $F_{výsl} = -mg + \rho_v V_p g$

hmotnosť valca $\to m = S \cdot \frac{2}{3} h \cdot \rho_v$

$V_p = V_p(y)$

$V_p = S \cdot \left(\frac{2}{3} h - y\right)$

- ak chceme valec z vody vytiahnuť, musíme na valec pôsobiť silou, kt. je rovnako veľká ako sila $F_{výsl.}$, ale v opačnom smere

$F_W = -F_{výsl.} = mg - \rho_v V_p \cdot g$

$$W = \int_{2/3 h} F_W \, dy = \int_0^{\frac{2}{3}h} \left(S \cdot \frac{2}{3} h \cdot \rho_v \cdot g - \rho_v S \left(\frac{2}{3} h - y\right) g\right) dy =$$

$$= \int_0^{2/3 h} \left(S \frac{2}{3} h \rho_v \cdot g - S \cdot \frac{2}{3} h \rho_v \cdot g + \rho_v \cdot S y g\right) dy =$$

$$= \int_0^{2/3 h} \rho_v S y g \, dy = \left[\rho_v S g \frac{y^2}{2}\right]_0^{2/3 h} = \rho_v S \cdot g \; \frac{2}{9} h^2 =$$

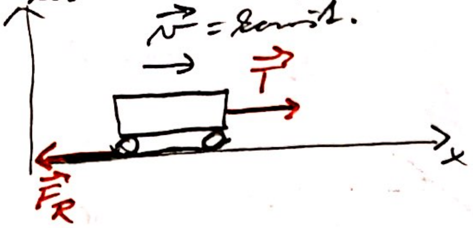
$$= \rho_v \cdot \pi r^2 \cdot g \cdot \frac{2}{9} h^2 = 1000\,kg \cdot m^{-3} \cdot \pi \cdot (0,1\,m)^2 \cdot 9,81\,m \cdot s^{-2} \cdot \frac{2}{9} \cdot (0,6\,m)^2 =$$

$$= 24,65\,J$$

Práca vykonaná pri vytiahnutí valca je 24,65 J.

(107.) Akú prácu vykoná kôň pri ťahaní vozíka hmot. 1500 kg stálou rýchlosťou do vzdialenosti 600 m, keď trenie je 0,8 % tiaže vozíka.

$s = 600\,m$



– kôň ťahá vozík stálou rýchlosťou, to znamená, že ťažná sila koňa $\vec{T}$ presne kompenzuje treciu silu $\vec{F_R}$, tzn. na vozík pôsobí => výsledná sila, kt. je vekt. súčtom síl $\vec{T}$ a $\vec{F_R}$ je nulová

$$\vec{F}_{výsl.} = \vec{T} + \vec{F_R} = 0$$

$$T - F_R = 0$$

$$T = F_R = 0{,}008 \cdot G = 0{,}008 \cdot m \cdot g \qquad \vec{T}(0{,}008mg, 0, 0)$$

– práca sa rovná:

$$W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int T_x\, dx = \int_0^s 0{,}008\, m \cdot g\, dx =$$

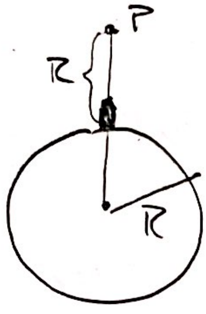
$$= 0{,}008 \cdot mg \int_0^s dx = 0{,}008\, mg \left[x \right]_0^s =$$

$$= 0{,}008\, mgs = 0{,}008 \cdot 1500\,kg \cdot 9{,}81\,m \cdot s^{-2} \cdot 600\,m =$$

$$= 70632\,J$$

Celková práca, kt. vykonal kôň je 70,6 kJ.

123. Nájdite hodnotu v_i, ktorú treba udeliť v smere zvislom nahor telesu nachádzajúcemu sa na povrchu Zeme, aby sa dostalo do výšky rovnajúcej sa zemskému polomeru, kt. má hodnotu $R = 6370$ km!



- budeme vychádzať zo zákona zachovania mech. energie, keďže sa pohybujeme v konzervatívnom poli, kde nepôsobia iné než konzervatívne sily

$v_f = 0\,m.s^{-1}$ – konečná v bode P

$v_i = ?$ – poč. rýchl.

$$E_{k_i} + E_{p_i} = E_{k_f} + E_{p_f}$$

$$\frac{1}{2} m . v_i^2 - \frac{\varkappa m M}{R} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{\varkappa m M}{2R}$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{\varkappa m M}{R} - \frac{\varkappa m M}{2R} = \frac{\varkappa m M}{2R}$$

$$v_i^2 = \frac{\varkappa M}{R}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{\varkappa M}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} kg^{-1} m^3 . s^{-2} . 5{,}97.10^{24} kg}{6370.10^3 m}} =$$

$$= \underline{7\,908\ m.s^{-1}}$$

Počiatočná rýchlosť, kt. treba telesu udeliť je $7{,}9.10^3\,m.s^{-1}$.