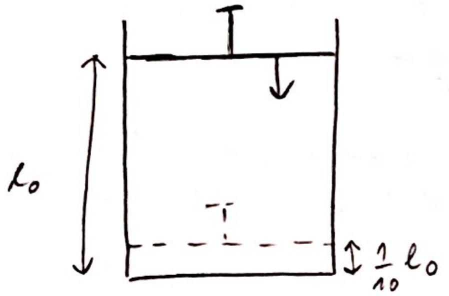
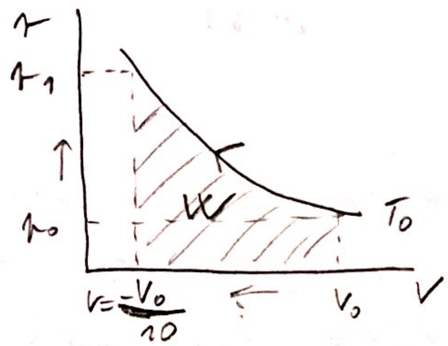
(416.) V uzavretom valci s piestom dĺžky l_0 a prierezom S je plyn s tlakom p_0. Akú veľkú prácu vykonáme pri zmenšení objemu vyplneného piestom na desatinu pôvodnej dĺžky pri stálej teplote?





$V = S.l$

$V_0 = S.l_0 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{10} S.l_0 = \frac{1}{10} V_0$

- pre prácu vykonanú vonkajšími silami platí:

$dW = -p\, dV$

pre ideálny plyn platí, pri $T = konšt.$

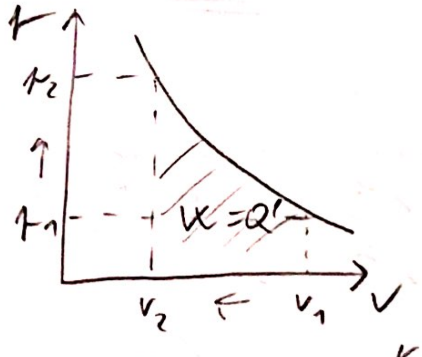
$p_0 V = nRT = pV$

$$p = \frac{p_0 V_0}{V} = \frac{p_0 S.l_0}{S l} = \frac{p_0 l_0}{l}$$

$$W = -\int_1^2 p\, dV = -\int_{l_0}^{\frac{l_0}{10}} p . S\, dl = -\int_{l_0}^{\frac{l_0}{10}} p_0 l_0 S \frac{dl}{l} = \int_{\frac{l_0}{10}}^{l_0} p_0 l_0 S \frac{dl}{l} =$$

$$= p_0 l_0 S \left[\ln l\right]_{\frac{l_0}{10}}^{l_0} = p_0 l_0 S \ln \frac{l_0}{\frac{l_0}{10}} = \underline{\ln 10\, p_0 l_0 . S}$$

(418.) Pri izotermickom stlačení $V_1 = 4{,}5\, l$ vzduchu z pôvodného tlaku $p_1 = 98658\, Pa$ sa okoliu odovzdalo $Q \doteq 1046{,}5\, J$ tepla. Vypočítajte tlak a objem vzduchu po stlačení!



- ide o izotermické stlačenie, teplota a teda ani vnútorná energia sústavy sa nemení

$\Delta U = -Q' + W = 0 \Rightarrow W = Q'$

$p_2 = ?$ $V_2 = ?$

$p_1 V_1 = nRT = pV \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{p_1 V_1}{V} = p$

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\, dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = \int_{V_2}^{V_1} p_1 V_1 \frac{dV}{V} =$$

$$= p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = Q'$$

$$e^{\frac{Q'}{p_1 V_1}} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{e^{\frac{Q'}{p_1 V_1}}}$$

$$V_2 = \frac{4{,}5\,l}{e^{\frac{1046{,}5\,J}{0{,}0045\,m^3 \cdot 98658\,Pa}}} = \frac{4{,}5\,l}{10{,}56} = \underline{\underline{0{,}426\,l}}$$

objem vzduchu po stlačení

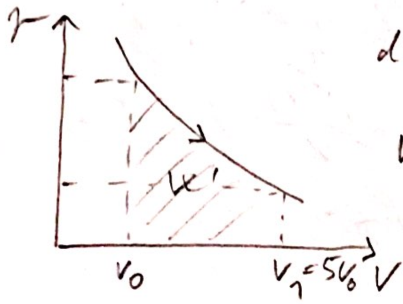
$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{98658\,Pa \cdot 4{,}5\,l}{0{,}426\,l} = \underline{\underline{1{,}04\ MPa}}$$

tlak vzduchu po stlačení

426. Určité množstvo vzduchu sme nechali rozopnúť zo začiatoč. objemu $V_0 = 2\,l$ na $V_1 = 5V_0$. Začiatočný tlak vzduchu $p_0 = 0{,}1\,MPa$. Vypočítajte, akú prácu sme získali, keď sa expanz. uskutočnila a.) izobaricky, b.) izotermicky, c.) adiabaticky!

a.) izotermicky



$T = konšt.$ $\quad p_0 V_0 = nRT = pV$

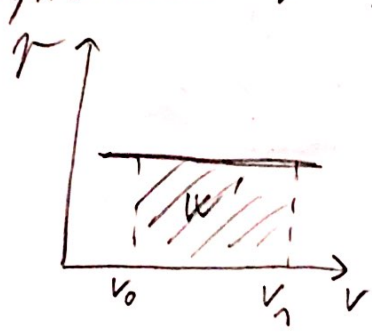
$dW' = p\,dV$ $\quad p = \frac{p_0 V_0}{V}$

$$W' = \int_{V_0}^{V_1} \frac{p_0 V_0}{V}\,dV = \left[p_0 V_0 \ln V\right]_{V_0}^{V_1} =$$

$$= p_0 V_0 \ln\frac{V_1}{V_0} = 0{,}1 \cdot 10^6\,Pa \cdot 0{,}002\,m^3 \ln 5 =$$

$$= \underline{\underline{322\,J}}$$

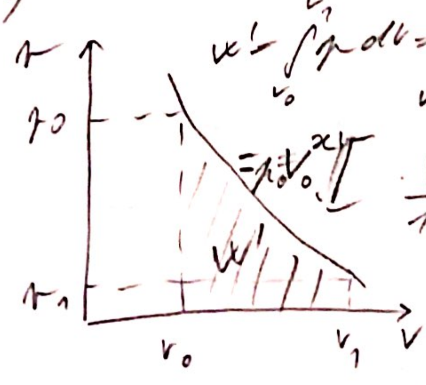
b.) izobaricky $\quad p = konšt.$



$$W' = \int_{V_0}^{V_1} p_0\,dV = p_0 (V_1 - V_0) = 0{,}1 \cdot 10^6\,Pa \cdot 0{,}008\,m^3 =$$

$$= \underline{\underline{800\,J}}$$

c.) adiabaticky – bez tepelnej výmeny medzi sústavou a okolím



$$W' = \int_{V_0}^{V_1} p\,dV = \int_{V_0}^{V_1} p_0 V_0^{\kappa} \frac{dV}{V^{\kappa}} =$$

$$= p_0 V_0^{\kappa} \left[\frac{V^{1-\kappa}}{1-\kappa}\right]_{V_0}^{V_1} =$$

$$= p_0 V_0^{\kappa} \left[\frac{V_1^{1-\kappa}}{1-\kappa} - \frac{V_0^{1-\kappa}}{1-\kappa}\right] =$$

$$= p_0 V_0^{1{,}4} \left[\frac{1}{+0{,}4} \cdot \left(\frac{1}{V_1^{0{,}4}} + \frac{1}{V_0^{0{,}4}}\right)\right] = \longrightarrow$$

$pV^{\kappa} = konšt.$

$p_0 V_0^{\kappa} = p V^{\kappa}$

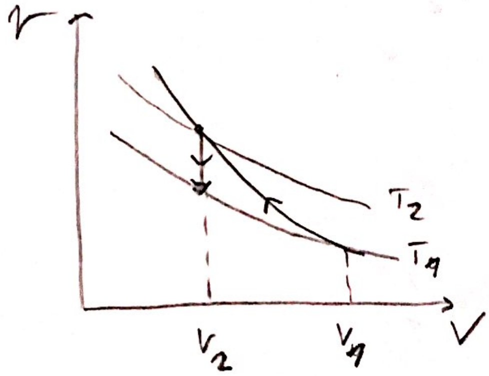
$p = \frac{p_0 V_0^{\kappa}}{V^{\kappa}}$

$\kappa_{vzduch} = 1{,}4$

$$= \frac{10^5 Pa \cdot (0{,}002 m^3)^{1{,}4}}{0{,}4} \cdot \left(\frac{1}{(0{,}002 m^3)^{0{,}4}} - \frac{1}{(0{,}01 m^3)^{0{,}4}} \right) =$$

$$= \underline{\underline{237 J}}$$

(427.) Plyn s tlakom $p_1 = 4{,}9 \cdot 10^4 Pa$ sme adiabaticky stlačili na polovičný objem a potom izochoricky ochladili na teplotu, ktorú mal na začiatku stláčania. Vypočítajte konečný tlak plynu!



Počiatočná a konečná teplota plynu sú pri tomto deji rovnaké

$T_i = T_f = T_1$

- zo stavovej rovnice vieme, že

$$p_1 V_1 = nRT_1 = p_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{V_1}{2}$$

$$p_1 V_1 = p_2 \frac{V_1}{2}$$

$$p_2 = 2 p_1 = 2 \cdot 4{,}9 \cdot 10^4 Pa = 9{,}8 \cdot 10^4 Pa$$

Konečný tlak plynu je $9{,}8 \cdot 10^4 Pa$

(437.) Do 3 litrov vody teploty 15°C sme ponorili 1 kg olova zohriateho na teplotu 300°C. Ako sa zmenila entropia tejto sústavy po ustálení teploty, keď vylučujeme tepelné straty a predpokladáme, že tepelnú kapacitu nádoby, v ktorej sa voda nachádza, môžeme zanedbať?

$c_{Pb} = 129 J kg^{-1} K^{-1}$

$c_{H_2O} = 4186 J kg^{-1} K^{-1}$

$T_{Pb} = 573 K$

$T_{H_2O} = 288 K$

- zmenu entropie sústavy vrátime ako $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$
- tým, že teplo bude prechádzať z teplejšieho olova na chladnejšiu bude celková výsledná zmena daná poklesom entropie olova a nárastom entropie vody

- najprv si vrátime teplotu, pri ktorej sa v rámci sústavy olovo voda ustáli rovnovážny stav

$$c_{Pb} \cdot m_{Pb} \cdot (T_{Pb} - T_F) = c_{H_2O} \, m_{H_2O} \, (T_F - T_{H_2O})$$

teplo odovzdané olovom

teplo prijaté vodou

$$T_F = \frac{c_{Pb} m_{Pb} T_{Pb} + c_{H_2O} m_{H_2O} T_{H_2O}}{c_{Pb} m_{Pb} + c_{H_2O} m_{H_2O}} =$$

$$= \frac{129\, J.kg^{-1}K^{-1}.1kg.573K + 4186\, J kg^{-1}K^{-1}.3kg.288K}{129\, J.kg^{-1}.1kg + 4186\, J kg^{-1}K^{-1}.3kg} = \underline{\underline{291\, K}}$$

Teplo odovzdávané olovom pri danej teplote vyjadríme ako:

$$\frac{\delta Q_{Pb}}{T} = \frac{m_{Pb} c_{Pb}\, dT}{T}$$

H_2O podobne pre teplo prijímané vodou pri danej teplote:

$$\frac{\delta Q_{H_2O}}{T} = \frac{m_{H_2O} c_{H_2O}\, dT}{T}$$

$$\Delta S = \int_{T_{Pb}}^{T_F} \frac{\delta Q_{Pb}}{T} + \int_{T_{H_2O}}^{T_F} \frac{\delta Q_{H_2O}}{T} = \int_{T_{Pb}}^{T_F} m_{Pb} c_{Pb} \frac{dT}{T} + \int_{T_{H_2O}}^{T_F} m_{H_2O} c_{H_2O} \frac{dT}{T} =$$

$$= m_{Pb} c_{Pb} \ln \frac{T_F}{T_{Pb}} + m_{H_2O} c_{H_2O} \ln \frac{T_F}{T_{H_2O}} =$$

$$= 129 J.K^{-1} \ln\left(\frac{291K}{573K}\right) + 12558 JK^{-1} \ln\left(\frac{291K}{288K}\right) =$$

$$= -87,4\, J.K^{-1} + 130,1\, J.K^{-1} = \underline{42,7\, J.K^{-1}}$$

Entropia sústavy vzrástla o $42,7\, JK^{-1}$.

438. Aká bola zmena entropie 20 g ľadu teploty 0°C, keď ho premeníme na vodnú paru teploty 100°C pri normálnom atmosférickom tlaku?

- ... celkovú zmenu entropie sústavy získame ako súčet zmien počas troch fáz, pričom sa bude sústava postupne nachádzať

5.

- v prvej fáze musí sústava prijať teplo potrebné k roztopeniu ľadu pri teplote 273 K
- v druhej fáze bude sústava prijímať teplo potrebné na ohriatie vody z 273 K na 373 K
- v tretej fáze prijíma sústava skupenské teplo varu teploty 373 K

$$\frac{dQ}{T} = c_{H_2O}\, m_{H_2O} \frac{dT}{T}$$

$l_V = 2{,}257 \cdot 10^6\ J \cdot kg^{-1}$

$l_T = 334 \cdot 10^3\ J \cdot kg^{-1}$

$$\Delta S = \frac{L_T}{T_0} + \int_{T_0}^{T_{100}} \frac{dQ}{T} + \frac{L_V}{T_{100}} =$$

$$= \frac{m_{H_2O}\, l_T}{T_0} + m_{H_2O}\, c_{H_2O} \ln \frac{T_{100}}{T_0} + \frac{m_{H_2O}\, l_V}{T_{100}} =$$

$$= \frac{0{,}02\,kg \cdot 334 \cdot 10^3\, J\, kg^{-1}}{273\,K} + 0{,}02\,kg \cdot 4186\, J\, kg^{-1} K^{-1} \cdot \ln\left(\frac{373\,K}{273\,K}\right) + \frac{0{,}02\,kg \cdot 2257 \cdot 10^3\, J\, kg^{-1}}{373\,K} =$$

$$= 24{,}5\ J \cdot K^{-1} + 26\ J \cdot K^{-1} + 121\ J \cdot K^{-1} = \underline{\underline{171{,}5\ J \cdot K^{-1}}}$$

Entropia ľadu sa zmení o $171{,}5\ J \cdot K^{-1}$.