**ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**
**ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

# Курсова робота

Використання глибокого навчання для обернених задач

Виконав студент IV курсу групи
ПМп-41 напрямку підготовки
(спеціальності)
113 – "Прикладна математика"
Середович В.В.

Курівник: Музичук Ю.А

Львів - 2020

# Зміст

# Вступ

Вступ про типи обернені задач та глибоке навчання

Оберненими задачами називають такі задачі, коли необхідно відновити параметри які характеризують деяку модель з використанням непрямих спостережень. До них можна віднести багото по відновленню зображень зменшення кількості шуму (deblurring) чи заповнення втрачених даних (inpainting).

# 1 Постановка задачі

Оберненими задачами будемо вважати такі задачі, в яких невідомим є $n-$ піксельне зображення $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ яке було отримане з $m$ вимірювань $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$ відповідно до рівняння

$$\boldsymbol{y} = \mathcal{A}\left(\boldsymbol{x}\right) + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1.1}$$

де $\mathcal{A}$ - це прямий оператор вимірювання та $\boldsymbol{\varepsilon}$ є певним вектором шуму. Метою задачі є відновлення $x$ з $y$. Можна розглянути більш загальний випадок моделі неадитивного шуму, який має вигляд

$$\boldsymbol{y} = \mathcal{N}\left(\mathcal{A}\left(\boldsymbol{x}\right)\right) \tag{1.2}$$

де $\mathcal{N}(\cdot)$ є прикладами вибірки з шумом.

**Означення 1.1** *Відповідно до поняття, уведеного Жаком Адамаром, задачу 1.2 називають коректно поставленою, якщо вона задовольняє наступні умови:*

1. *Для кожного $x$ розв'язок задачі існує.*
2. *Розв'язок є единий для кожного $x$.*
3. *Розв'язок є стійкий до малих варіацій величини $x$, тобто достатньо малим зміненням величини $x$ відповідають як завгодно малі зміни величини $y$.*

**Означення 1.2** *Задачу, яка не задовільняє хоча б одну із умов означення 1.1, називають некоректно поставленою.*

Отже, очевидно, що розглянута обернена задача є некоректно (або погано обумовленою), оскільки в ній порушуються умови означення 1.1. Така задача знаходження єдиного розв'язку, яка задовілняє спостереженням є складною або неможливою, за умови відсутності попередніх знаннь про дані.

Таку задачу оцінки $\boldsymbol{x}$ з $\boldsymbol{y}$ називають задачею реконструкції зображенні. Класичні підподи до реконструкції зображенть припускають наявність деякої попередньої інформації про зображення, яку називають пріором. В якості пріору можуть виступати параметри гладкості, щільності та інші геометричні властивості зображення.

Отже метою даної роботи буде розв'язання таких обернених задач за допомогую глибокого навчання. Зокрема, будемо розглядати задачу зменшення кількості шуму у зоброженнях.

# 2 Структура обернених задач

Якщо розподіл шуму відомий, $x$ можна відновити розвязавши задачу оцінки максимальної ймовірності (maximum likelihood):

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{ML}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) = \arg\min_{\boldsymbol{x}} - \log p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x})$$

де $p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x})$ це ймовірність спостереження $\boldsymbol{y}$ за умови якщо $\boldsymbol{x}$ є справжнім зображенням.

В залежності від умов задачі, можуть бути відомі попередні дані про те яким має бути $x$. Ці умови можуть бути використанні для формування задачі оцінки максимальної апостеріорної ймовірності (maximum a posteriori), що приводить до задачі

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}) = \arg - \max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) p(\boldsymbol{x}) = \arg\min_{\boldsymbol{x}} - \ln p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) - \ln p(\boldsymbol{x})$$

Для випадку білого гаусівського шуму, формулювання MAP дає:

$$\frac{1}{2} \| \mathcal{A}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y} \|_2^2 + r(\boldsymbol{x}) \tag{2.1}$$

де $r(\boldsymbol{x})$ є пропорційним до негативного логарифмічного пріора $\boldsymbol{x}$.. Прикладами такого підходу є регуляризація Тіхонова.

Задача маскимальної апостеріорної оцінки може використовуватись для реконструкції зображень, однак такий такий підхід може бути не таким ефективним, якщо розподіл шуму або прямий оператор є невідомі. Алгоритми основані на використанні машинного навчання дають змогу побороти більшість з цих труднощів, що робить їх ефективною альтернативою класичному підходу.

# 3 Огляд машинного навчання для розв'язування обернених задач

## 3.1 Кортрольоване і некортнольоване навчання

Перший і найпоширеніший тип розв'язування оберених задач з використанням глибогоко навчання є контрольована інверсія. Ідея полягає у створенні співвідношення між датасетом справжніх зображень $x$ та відповідними вимірюваннями $y$. Тобто ми можемо натренувати нейронну мережу приймати значення $y$ та реконструювати оберенне значення $x$. Цей підхід є дуже ефективним, але є чутливим до змін в опереторі вимірювання $A$.

Другим типом розв'язування обернених задач є неконтрольованого навчання. Він передбачає, що інформація про пари вхідної та вихідної інформації

$x$ та $y$ невідомі під час тренування. До нього можна віднести ситуації коли відомі тільки чисті зображення $x$ або тільки результати вимірювання $y$.

Ці два підходи маюсь фундоментальні відміності і ця робота націлена саме на методи контрольованого навчання, тому що очікується що вони дадуть кращі результати в порівнянні з класичними методами.

## 3.2 Класифікація навчання розв'язування обернених задач

# 4 Глибоке навчання для обернених задач

## 4.1 Автоенкодер

TODO

## 4.2 Алгоритм 2

TODO

# 5 Реалізація та аналіз

# 6 Герерація шуму

TODO

## 6.1 Реалізація

TODO

## 6.2 Аналіз

TODO

## 7 Висновок

TODO

# Бібліографія

[1] Gregory Ongie та ін. *Deep Learning Techniques for Inverse Problems in Imaging*. 2020. arXiv: `2005.06001 [eess.IV]`.

[2] Jonas Adler та Ozan Öktem. "Solving ill-posed inverse problems using iterative deep neural networks". в: *Inverse Problems* 33.12 (листоп. 2017), с. 124007. ISSN: 1361-6420. DOI: `10.1088/1361-6420/aa9581`. URL: `http://dx.doi.org/10.1088/1361-6420/aa9581`.