

Використання глибокого навчання для обернених задач

Середович Віктор

Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

11 травня 2021 р.

Зміст

- 1 Постановка задачі
- 2 Структура обернених задач
- 3 Автоенкодер для розв'язування обернених задач
 - Автоенкодер
 - Автоенкодер для видалення шуму
- 4 Реалізація моделі для автоенкодера
 - Оцінка реконструкції
 - Оцінка зображень
 - Архітектура моделі для автоенкодера
 - Тренування
- 5 Аналіз результатів
- 6 Висновок

Постановка задачі

Оберненими задачами будемо вважати такі задачі, в яких невідомим є n – піксельне зображення $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ яке було отримане з m вимірювань $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ відповідно до рівняння 1.1.

Загальне подання оберненої задачі

$$\mathbf{y} = \mathcal{A}(\mathbf{x}) + \epsilon \quad (1.1)$$

де \mathcal{A} - це прямий оператор вимірювання та ϵ є певним вектором шуму.

Структура обернених задач

Задача максимальної ймовірності (maximum likelihood)

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ML}} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{x}} -\log p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

де $p(\mathbf{y} | \mathbf{x})$ це ймовірність спостереження \mathbf{y} за умови якщо \mathbf{x} є справжнім зображенням.

Задача для випадку білого гаусівського шуму

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathcal{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda R(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

де, $R(\mathbf{x})$ - член регуляризації, а λ є параметром регуляризації.

Автоенкодер

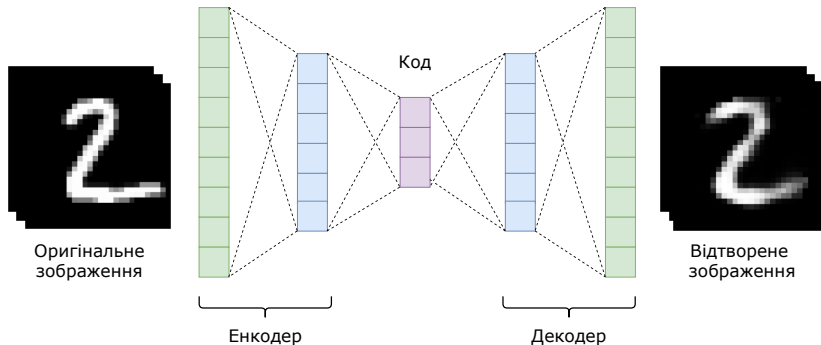


Рис.: Загальна структура автоенкодера, що відображає "оригінальне зображення" на "відтворене зображення" через внутрішнє представлення "код".

Автоенкодер для видалення шуму

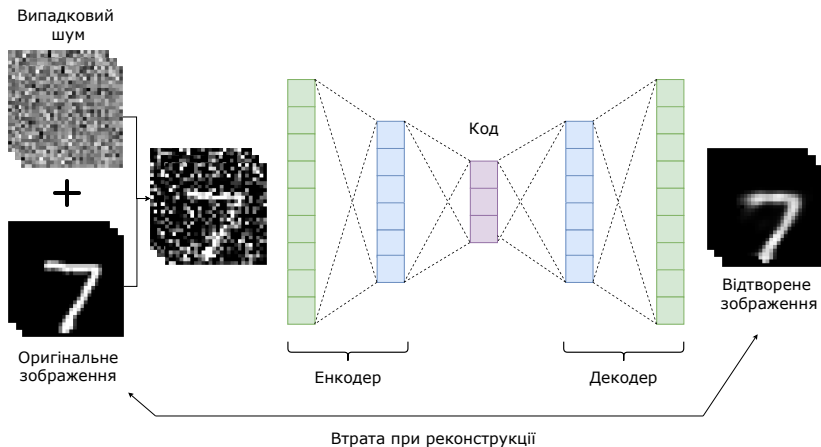


Рис.: Структура функції витрат для автоенкодера який навчається реконструювати оригінальні зображення x з пошкоджених деяким випадковим шумом.

Оцінка реконструкції

MSE штрафна функція

$$J(\omega, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(a^{(L,i)}, y^{(i)}) \quad (4.1)$$

Функція втрати для одного набору елементів за L_2 нормою

$$L(a^{(l,i)}, y^{(i)}) = \frac{1}{2} \|a^{(l,i)} - y^{(i)}\|_{L_2}^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (a_j^{(l,i)} - y_j^{(i)})^2 \quad (4.2)$$

SSIM (structural similarity index measure) оцінка зображень.

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (4.3)$$

де

- μ_x, μ_y середнє значення x, y
- σ_x^2, σ_y^2 дисперсія x, y
- σ_{xy} коваріація x та y
- $c_1 = (k_1L)^2, c_2 = (k_2L)^2$
- L - динамічний діапазон пікселів
- $k_1 = 0.01$ та $k_2 = 0.03$ - константи.

Архітектура моделі для автоенкодера

Була побудована модель автоенкодера, яка задана таблицею 1.

Шар мережі (активаційна функція)	Розмірність
Енкодер	
Dense (Relu)	784×64
Dense (Relu)	64×32
Декодер	
Dense (Sigmoid)	32×784

Табл.: Архітектура щільної нейронної мережі для автоенкодера.

Тренування

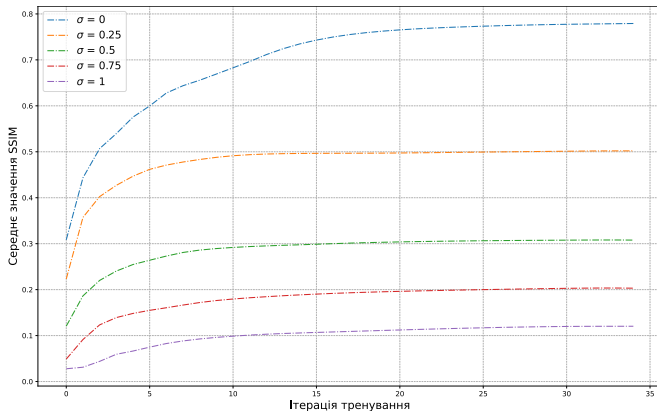


Рис.: Графік залежності усередненої SSIM оцінки для тестового датасету від кількості ітерацій тренування. σ відповідає стандартному відхиленню гаусівського шуму.

Результати роботи автоенкодера для видалення

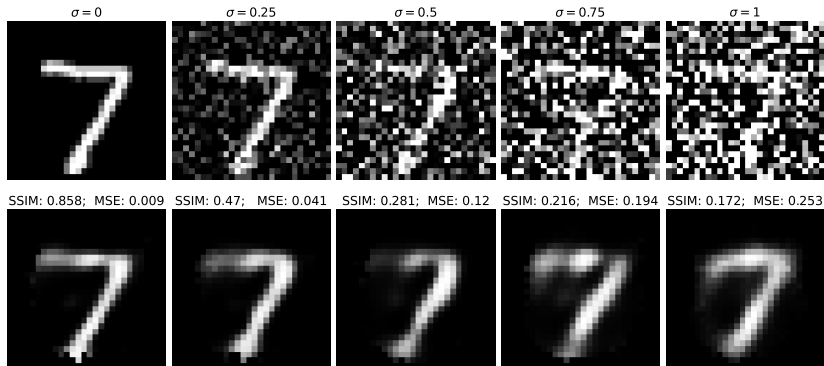


Рис.: Порівняння точності реконструкції зображень автоенкодером для різної величини стандартного відхилення σ білого шуму.

Порівняння роботи автоенкодера з регуляризацією

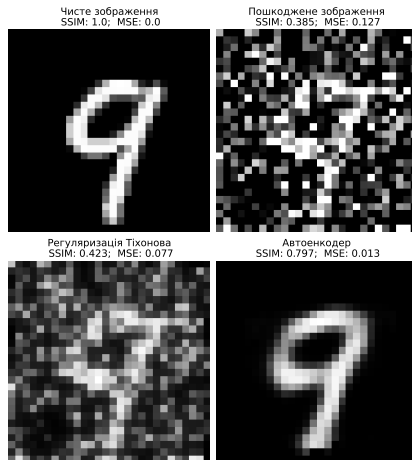






Рис.: Порівняння видалення шуму за допомогою автоенкодера з класичним методом ґрунованим на регуляризації.

Висновок

За результатами експериментів можна сказати, що побудована модель глибокого навчання є досить ефективною у розв'язанні розглянутої оберненої задачі. Вона успішно впоралась з видаленням шуму при його низьких показниках та дала прийнятні результати для його надмірної кількості. Варто зазначити, що автоенкодер продемонстрував себе значно краще в порівнянні з методом регуляризації. Можна стверджувати що використання глибокого навчання для розв'язання поставленої оберненої задачі по видаленню шуму є ефективним підходом.

-  Gregory Ongie та ін. *Deep Learning Techniques for Inverse Problems in Imaging*. 2020. arXiv: 2005.06001 [eess.IV].
-  Ian Goodfellow, Yoshua Bengio та Aaron Courville. *Deep Learning*. <http://www.deeplearningbook.org>. MIT Press, 2016.
-  Jonas Adler та Ozan Öktem. “Solving ill-posed inverse problems using iterative deep neural networks”. в: *Inverse Problems* 33.12 (листоп. 2017), с. 124007. ISSN: 1361-6420. DOI: 10.1088/1361-6420/aa9581. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6420/aa9581>.
-  Junyuan Xie, Linli Xu та Enhong Chen. “Image Denoising and Inpainting with Deep Neural Networks”. в: *Advances in Neural Information Processing Systems*. за ред. F. Pereira та ін. т. 25. Curran Associates, Inc., 2012.