ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

Курсова робота

Використання глибокого навчання для обернених задач

Виконав студент IV курсу групи
ПМп-41 напрямку підготовки
(спеціальності)
113 – “Прикладна математика”
Середович В.В.

Курівник: Музичук Ю.А

Львів - 2020

Зміст

Вступ

Вступ про типи обернені задач та глибоке навчання

Оберненими задачами називають такі задачі, коли необхідно відновити параметри які характеризують деяку модель з використанням непрямих спостережень. До них можна віднести багото по відновленню зображень зменшення кількості шуму (deblurring) чи заповнення втрачених даних (inpainting).

1 Постановка задачі

Оберненими задачами будемо вважати такі задачі, в яких невідомим є $n-$ піксельне зображення $\boldsymbol{x}^{\star} \in \mathbb{R}^{n}$ яке було отримане з m вимірювань $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{m}$ з певним рівнем шуму $\boldsymbol{\varepsilon}$

$$\boldsymbol{y} = \mathcal{A}\left(\boldsymbol{x}^{\star}\right) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

де $\mathcal{A}$ - це прямий оператор вимірювання та ε є вектором шуму. Метою є відновлення $x^{\star}$ з y. Можна розглянути більш загальний випадок моделі неадитивної шуму, який має вигляд

$$\boldsymbol{y} = \mathcal{N}\left(\mathcal{A}\left(\boldsymbol{x}^{\star}\right)\right)$$

де $\mathcal{N}(\cdot)$ є прикладами вибірки з шумом.

Цей процес називають некоректним або погано поставленим (ill-posed), бо реконструювати єдиний розв'язок який задовілняє спостереження є складною або неможливою задачей за умови відсутності попередніх знаннь про дані.

Отже метою даної рототи буде розв'язання таких обернених задач з використанням моделей глибокого навчання.

2 Методи розв'язання обернених задач

2.1 Метод регуляризації

Якщо розподіл шуму відомий, розвязання задачі оцінки максимальної ймовірності (Maximum Likelihood), може відновити x

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{ML}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) = \arg\min_{\boldsymbol{x}} - \log p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x})$$

де $p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x})$ це ймовірність спостереження $\boldsymbol{y}$ за умови якщо $\boldsymbol{x}$ є справжнім зображенням.

В залежності від умов задачі, можуть бути відомі попередні дані про те яким має бути x. Ці умови можуть бути використанні для формування задачі оцінки максимальної апостеріорної ймовірності

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}) = \arg - \max_{\boldsymbol{x}} p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) p(\boldsymbol{x}) = \arg\min_{\boldsymbol{x}} - \ln p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) - \ln p(\boldsymbol{x})$$

Для випадку білого гаусівського шуму (AVGN), з максимальної апостеріорної ймовірності виплавае:

$$\arg\min_{\boldsymbol{x}} \frac{1}{2} \|\mathcal{A}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}\|_2^2 + r(\boldsymbol{x})$$

де $r(\boldsymbol{x})$ є пропорційним до негативного логарифмічного пріора. $\boldsymbol{x}$. Прикладами такого підходу є регуляризація Тіхонова.

2.2 Машинне навчання для обернених задач

TODO

3 Глибоке навчання для обернених задач

3.1 Алгоритм 1

TODO

3.2 Алгоритм 2

TODO

4 Реалізація та аналіз

4.1 Реалізація

TODO

4.2 Аналіз

TODO

5 Висновок

TODO

Бібліографія

[1] Gregory Ongie та ін. *Deep Learning Techniques for Inverse Problems in Imaging*. 2020. arXiv: `2005.06001 [eess.IV]`.

[2] Jonas Adler та Ozan Öktem. "Solving ill-posed inverse problems using iterative deep neural networks". в: *Inverse Problems* 33.12 (листоп. 2017), с. 124007. ISSN: 1361-6420. DOI: `10.1088/1361-6420/aa9581`. URL: `http://dx.doi.org/10.1088/1361-6420/aa9581`.