Задание №6: Градиентный метод

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k - h_k \nabla f(\vec{x}_k).$$

Реализовать 3 способа выбора h_k:

1. Находим h_k из условия минимума (метод золотого сечения).
2. Положить $h_k = \mathrm{const}$.
3. Использовать условие:

   $$\alpha \langle \nabla f(\vec{x}_k), \vec{x}_{k+1} - \vec{x}_k \rangle \leqslant f(\vec{x}_k) - f(\vec{x}_{k+1}) \leqslant \beta \langle \nabla f(\vec{x}_k), \vec{x}_{k+1} - \vec{x}_k \rangle$$

   с $0 < \alpha < \beta < 1$.

Тестовые функции

- Выпуклая функция (квадратичная)

  $$f(x_1, x_2) = 100\left(x_1 - x_2\right)^2 + 5\sum_{j=2}^{n}\left(1 - x_j\right)^2.$$

  Попробовать $n = 2,\ 3,\ 5,\ 10$.

- Функция Розенброка

  $$f(x_1, x_2) = 100\left(x_2 - x_1^2\right)^2 + 5\left(1 - x_1\right)^2.$$

  $$\vec{x}^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad f^* = 0.$$

  Принять $\vec{x}_0 = \vec{0}$.

Для $n = 2$ построить на плоскости (x_1, x_2) траекторию последовательных приближений $\{\vec{x}_k\}$ (соединить соседние точки ломаной).