Задание №4. 1. Интерполирование: Полиномы Лагранжа и Ньютона

Цель задания: *практическое освоение методов интерполирования функций*

1. Программно реализуйте процесс построения:

− **интерполяционного полинома в форме Лагранжа**:

в двух вариантах:

1) по n равноотстоящим узлам для функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ (обозначение: $L_n(x)$);

2) по n «оптимальным» узлам (см. (3.2)) для функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ (обозначение: $Lopt_n(x)$):

− **интерполяционного полинома в форме Ньютона**

в двух вариантах:

1) по n равноотстоящим узлам для функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ (обозначение: $N_n(x)$);

2) по n «оптимальным» узлам (см. (3.2)) для функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ (обозначение: $Nopt_n(x)$):

$$x_i = \frac{1}{2}\Big[(b-a)\cos\frac{(2i+1)}{2(n+1)}\pi + (b+a)\Big], \quad i = \overline{0, n}. \qquad (3.2)$$

Примечание:

1) интерполируемая функция $f(x)$ указана в Вашем варианте задания (см. Приложение). № варианта = Ваш № в списке группы.

2) $[a, b]$ − любой интервал непрерывности из области определения функции $f(x)$ на Ваш выбор.

2. Найти максимальные отклонения интерполяционных полиномов (Лагранжа, Ньютона) от функции $f(x)$ для разного количества узлов. Максимальное отклонение определяется по формуле:

$$RL_n = \max\,(|f(t_i) - L_n(t_i)|), \qquad i = 1..m, \qquad m \gg n.$$

$$RN_n = \max\,(|f(t_i) - N_n(t_i)|), \qquad i = 1..m, \qquad m \gg n.$$

где
n – количество узлов интерполирования, по которым строится интерполяционный полином;
m – количество точек разбиения интервала интерполирования, в которых определяется отклонение полинома от функции $f(x)$ ($m \gg n$).

Заполнить таблицы (автоматически в Вашей программной реализации) :

Таблица №1. Поведение интерполяционного полинома Лагранжа при увеличении количества узлов интерполирования.

Количество узлов (n)	**Количество проверочных точек (m)**	**Максимальное отклонение (RL_n)**	**Максимальное отклонение ($RLopt_n$)**

Таблица №2. Поведение интерполяционного полинома Ньютона при увеличении количества узлов интерполирования.

Количество узлов (n)	**Количество проверочных точек (m)**	**Максимальное отклонение (RN_n)**	**Максимальное отклонение ($RNopt_n$)**

3. Построить графики интерполируемой функции $f(x)$ и интерполяционных полиномов для разного количества узлов интерполирования, например:

График №1: $f(x)$, $L_3(x), L_{10}(x)$, …, $L_{50}(x)$
График №2: $f(x)$, $Lopt_3(x), Lopt_{10}(x)$, …, $Lopt_{50}$(x)
…
или

График №1: $f(x)$, $L_3(x)$, $Lopt_3(x)$
График №2: $f(x)$, $L_{10}(x), Lopt_{10}(x)$
…

Аналогичные графики построить для полиномов Ньютона.

Варианты функций для выполнения задания

1. $f(x) = x - \sin x - 0.25;$
2. $f(x) = x^3 - e^x + 1;$
3. $f(x) = \sqrt{x} + \cos x;$
4. $f(x) = x^2 + 1 - \arccos x;$
5. $f(x) = \lg x + \frac{7}{2x+6};$
6. $f(x) = \operatorname{tg}(0.5x + 0.2) - x^2;$
7. $f(x) = 3x - \cos x - 1;$
8. $f(x) = x + \lg x.5;$
9. $f(x) = x^2 - \arcsin(x - 0.2);$
10. $f(x) = x^2 + 4\sin x - 2;$
11. $f(x) = \operatorname{ctg} x + x^2;$
12. $f(x) = \operatorname{tg} x - \cos x + 0.1;$
13. $f(x) = x\ln(x+1);$
14. $f(x) = x^2 - \sin 10x;$
15. $f(x) = \operatorname{ctg} x - x;$
16. $f(x) = \operatorname{tg} 3x + 0.4 - x^2;$
17. $f(x) = x^2 + 1 - \operatorname{tg} x;$
18. $f(x) = x^2 - 1 - \ln x;$
19. $f(x) = 0.5^x + 1 - (x-2)^2;$
20. $f(x) = (x+3)\cos x - 1;$
21. $f(x) = x^2 \cos 2x + 1;$
22. $f(x) = \cos(x + 0.3) - x^2;$
23. $f(x) = 2^x(x-1)^2 - 2;$
24. $f(x) = x\ln(x+1) - 0.5.$