Основы микроэкономики

Лекция 7: Теория игр

Константин Сонин
Российская экономическая школа

План

- Стратегическое взаимодействие
- Игра двух олигополистов
- Модели Курно и Бертрана
- Примеры из теории игр

Стратегическое взаимодействие

- «Игроки»: Билайн и МТС
- Каждая из компаний делает выбор
  - «Рекламировать новый тариф»
  - «Не рекламировать»
- Прибыли компаний
  - Каждая фирма получает по $50 млн. от новых абонентов
  - Рекламная кампания стоит $20 млн.
  - С помощью рекламной кампании у конкурента отнимается $30 млн.

Игра

игроки

стратегии

		МТС	
		Нет	Реклама
Билайн	Нет	50 , 50	20 , 60
	Реклама	60 , 20	30 , 30

выигрыш 1-го

выигрыш 2-го

Игра

		МТС: Нет	МТС: Реклама
Билайн	Нет	50 , 50	20 , 60
	Реклама	60 , 20	30 , 30

30=50+30-20-30
=было + выигрыш от рекламы – затраты
– проигрыш от рекламы конкурента

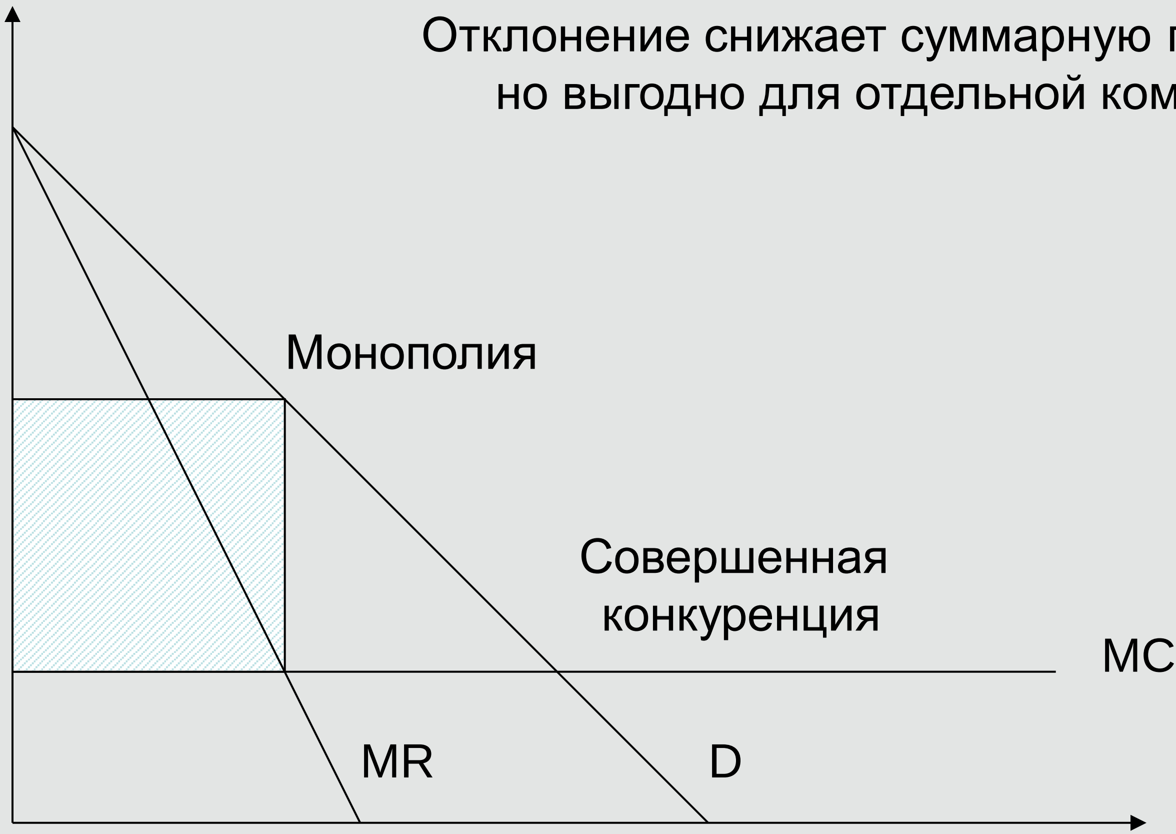
60=50+30-20
=было + выигрыш от рекламы – затраты

Общий случай несовершенной конкуренции

- Две фирмы с линейными издержками
- В динамике ключевую роль играют ограничения по мощностям (из-за быстрого роста предельных издержек)
    - анализ не сильно меняется

Случай линейного спроса

Отклонение снижает суммарную прибыль,
но выгодно для отдельной компании



Дуополия Курно

- Стоимость производства единицы продукта равна *c*, то есть фиксированных издержек нет, а переменные - *c*
- Фирма 1 производит q_1 продукта, а фирма 2 - q_2
- Всего на рынок попадает $Q= q_1+ q_2$
- Спрос на продукт зависит от его количества на рынке; обратная функция спроса (зависимость цены от количества) есть $p(Q)=a-Q$
- Каждая фирма решает - какое количество продукта ей производить
  - <u>игроки:</u> фирмы 1 и 2
  - <u>стратегии:</u> выпуск q_1 и q_2, соответственно
  - <u>платежи:</u> прибыль фирмы *k* равна $\pi_k=q_kP(Q)-cq_k$
- Наша задача - найти равновесие по Нэшу
- Предполагается, что фирмы принимают свои решения
  - независимо и одновременно
  - зная, как будет рассуждать конкурент

Дуополия Курно: равновесие

- Перепишем еще раз платеж для 1-ой фирмы (для 2-ой все аналогично):

$$\pi_1(q_1,q_2)=q_1P(q_1+q_2)-cq_1$$

- По определению, пара стратегий (q^*_1,q^*_2) является равновесием, если q^*_1 максимизирует прибыль фирмы 1, если выпуск фирмы 2 равен q^*_2 ; а q^*_2 максимизирует прибыль фирмы 2, если выпуск фирмы 1 равен q^*_1.
- Найдем максимум выражения

$$\pi_1(q_1,q^*_2)=q_1P(q_1+q^*_2)-cq_1= q_1(a- q_1-q^*_2)-cq_1$$

- Получим $q^*_1=(a-q^*_2 -c)/2$
- Точно также $q^*_2=(a-q^*_1 -c)/2$
- Решая эти два уравнения, получим $q^*_1=q^*_2= (a-c)/3$
- Простая экономическая интуиция

Стимулы к отклонению

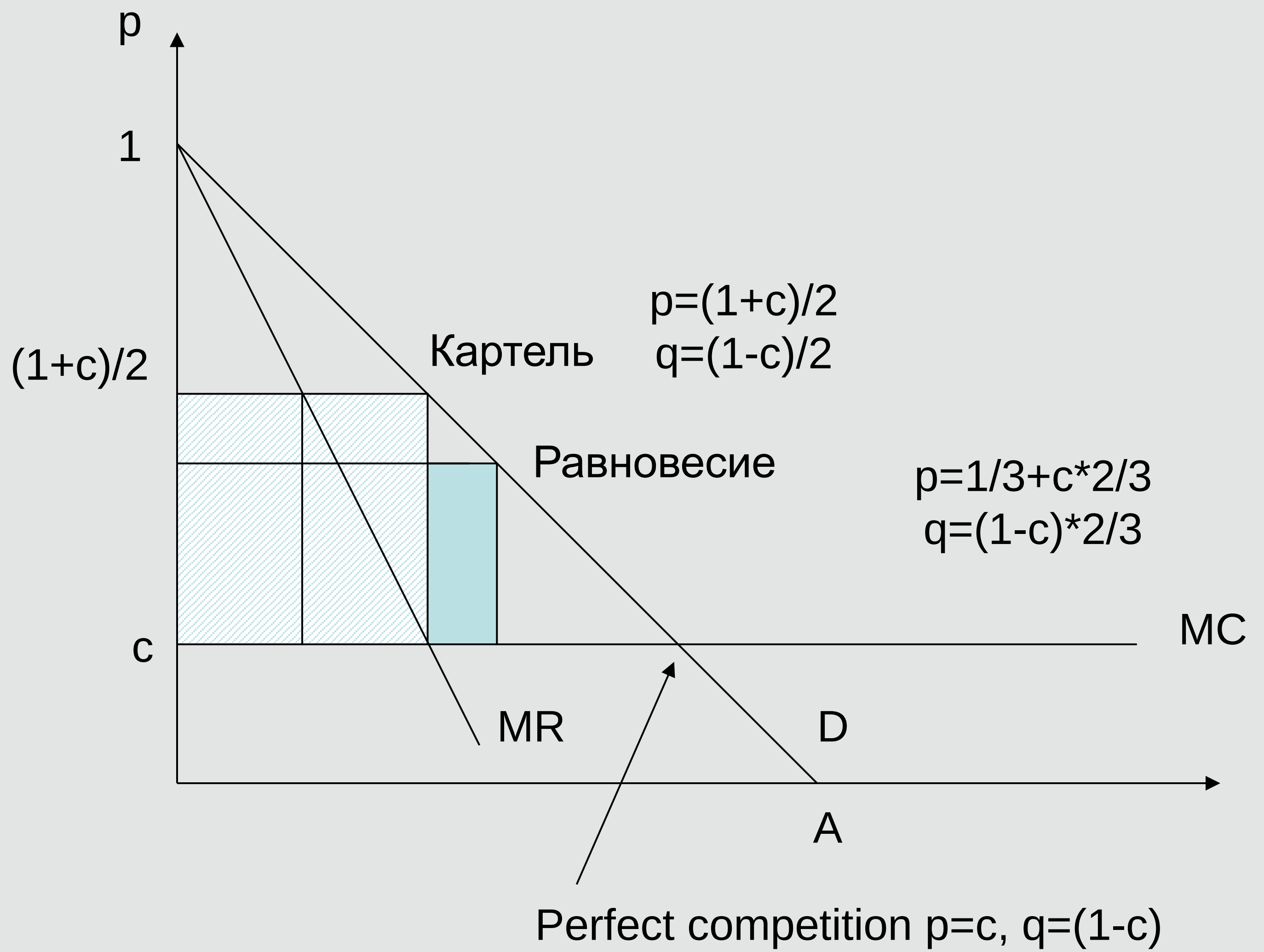
- Спрос: $q=1-p$
- Обратная функций спроса $p=1-q_1-q_2$
- Первая фирма решает задачу

  $\max (1-q_1-q_2)q_1-cq_1$ при заданном поведении другой q_2
- Условие первого порядка

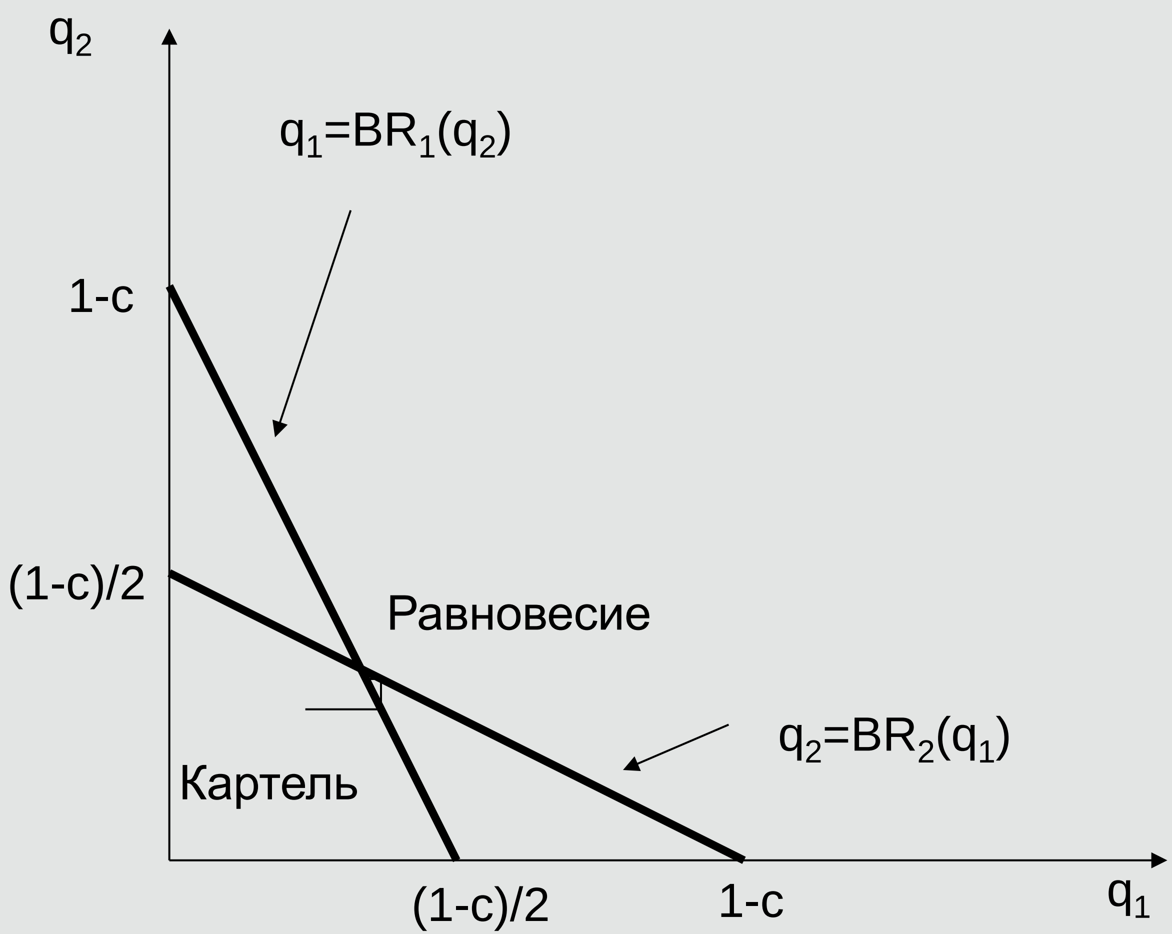
  $q_1=(1-c-q_2)/2$ ("наилучший ответ на q_2")

Если вторая фирма производит половину монопольного выпуска $q_2=(1-c)/4$ (картель) то $q_1=(1-c)*3/8>(1-c)/4$

Решение


p
1
(1+c)/2
c
Картель
p=(1+c)/2
q=(1-c)/2
Равновесие
p=1/3+c*2/3
q=(1-c)*2/3
MC
MR
D
A
Perfect competition p=c, q=(1-c)

Функции наилучшего ответа



Равновесие

- Процесс наилучших ответов сходится к равновесию, в котором фирмы производят больше, чем при монополии
- Концепция равновесия: равновесие по Нэшу
  - Фирмы не выигрывают от одностороннего отклонения
  - $q_1=BR_1(q_2)$ и $q_2=BR_2(q_1)$
  - Решение $q_1=q_2=(A-c)/3$
- Такая олигополия (когда конкуренты выбирают выпуски) называется олигополией по Курно
- Если бы фирм было больше, равновесие было бы еще ближе к конкурентному

Олигополия по Бертрану

- Компании часто выбирают не выпуск, а цену
  - товары полностью заменяют друг друга
- Стратегии: p_1, p_2
- Потребители выбирают более низкую цену
- Как устроены прибыли фирм:
  - Если $p_1 > p_2$ то $\Pi_1 = 0$ $\Pi_2 = (p_2 - c)D(p_2)$
  - Если $p_1 < p_2$ то $\Pi_1 = (p_1 - c)D(p_1)$ $\Pi_2 = 0$
  - Если $p_1 = p_2$ то $\Pi_1 = (p_1 - c)D(p_1)/2$ $\Pi_2 = (p_1 - c)D(p_1)/2$

Равновесие

- Если $p_2>c$ то оптимальный ответ – «отобрать весь рынок» $p_1<p_2$
- Поэтому единственное возможное равновесие $p_1=p_2=c$
- Даже если фирм всего две, этого достаточно для конкурентного равновесия
  - фирмы получают нулевую прибыль

Бертран или Курно?

- Выбор цен – более реалистичное предположение
  - бывает, что стратегиями являются именно выпуски
- Как дополнить модель
  - разные издержки
  - неоднородные товары
  - сначала выбор мощности, потом конкуренция по ценам

Пример. Враждебное поглощение

- 1988 год, борьба за фирму Federated Department Stores, Inc.
- Цена акции до поглощения ≈ $60
- Ожидаемая цена после поглощения ≈ $60
- Фирма Macy’s предложила заплатить $70 за каждую акцию
  - при условии, что получит 50% акций
- Вы бы стали продавать свои акции Macy’s?

Другой игрок

- Роберт Кампо (Robert Campeau) предложил $74 за акцию по следующей схеме
  - если менее 50% акций куплено, то каждый продавец получает $74 за акцию
  - если куплено X% акций и X>50, то каждый продавец получает цену, вычисленную по следующей формуле

$$\left(\frac{50\%}{X\%}\right)\times\$74+\left(\frac{X\%-50\%}{X\%}\right)\times\$60$$

Выбор продавца

- Что будет делать продавец?

		Остальные		
		Macy's	*Campeau*	*никому*
	Macy's	$70	$60	$60
Продавец	Campeau	$74	$67	$74
	никому	$60	$60	$60

$$\left(\frac{50\%}{X\%}\right)\times \$74 \;+\; \left(\frac{X\%-50\%}{X\%}\right)\times \$60$$

$$\left(\frac{50\%}{100\%}\right)\times \$74 \;+\; \left(\frac{100\%-50\%}{100\%}\right)\times \$60 = \$67$$

Результат

- Чтобы ни делали остальные, лучше продать Campeu
- Итоговая цена:

$$\left(\frac{50\%}{100\%}\right)\times\$74 + \left(\frac{100\%-50\%}{100\%}\right)\times\$60=\$67$$

- Разве это не удивительно?
  - Macy's предлагали больше ($70)!

Игра

МТС

Билайн		Нет	Реклама
	Нет	50 , 50	20 , 60
	Реклама	60 , 20	30 , 30

- Равновесие?
- Эффективность?

«Встреча»

игроки

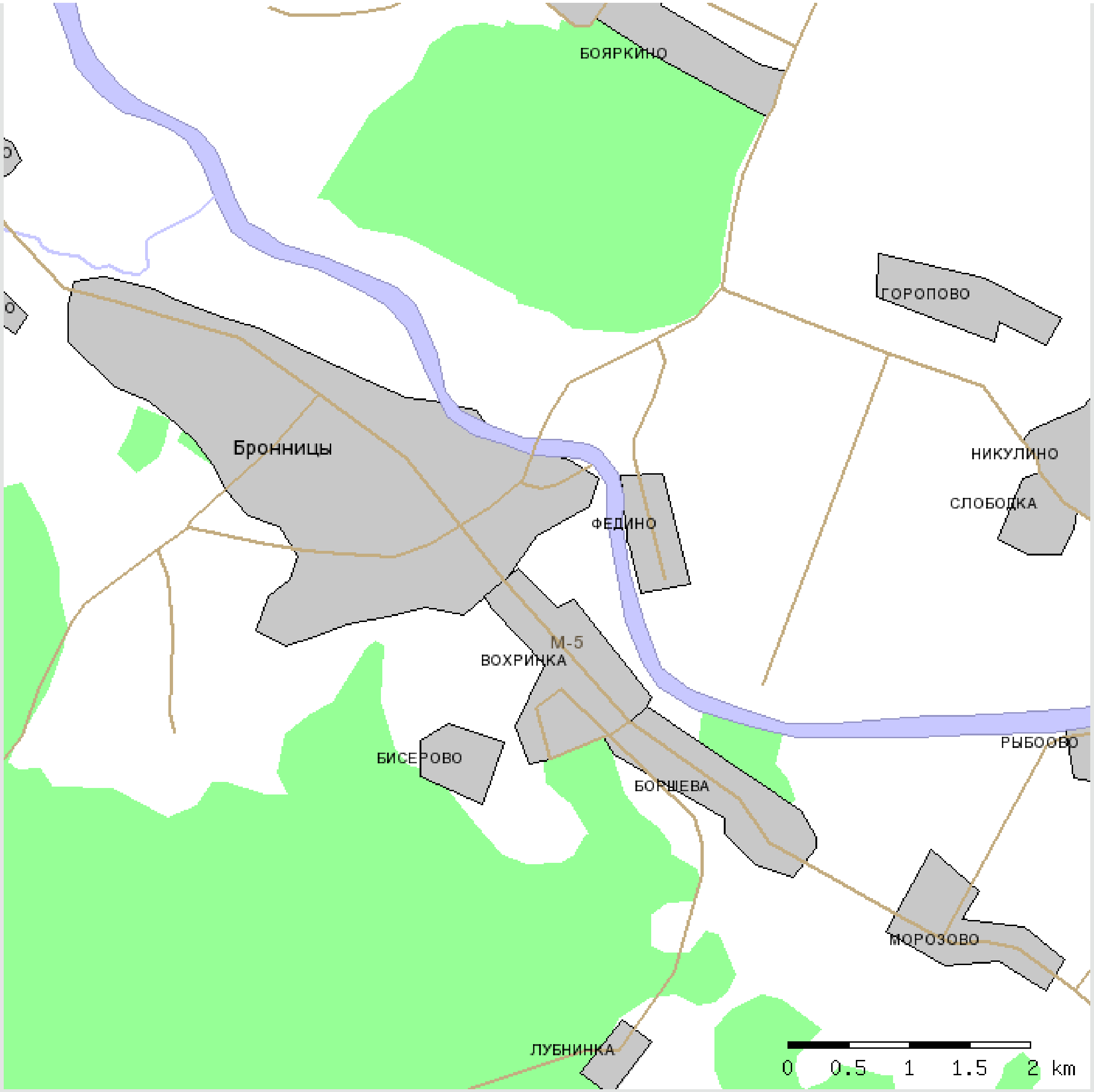
Маша

Вася

стратегии

	Пушкинская	Боровицкая
Пушкинская	80 , 80	5, 0
Боровицкая	0 , 5	50 , 50

Эксперимент Шеллинга



Пенальти

игроки

стратегии 1-го

		Пенальтист	
		Бить влево	Бить вправо
Вратарь	Прыгать влево	1 , 0	0 , 1
	Прыгать вправо	0 , 1	1 , 0

- равновесие [по Нэшу]?

Равновесие по Нэшу

- Набор стратегий называется *равновесием по Нэшу*, если для каждого игрока его стратегия является наилучшим ответом на стратегии остальных (из этого набора)

Примеры 2×2

	L	*R*
T	101,0	1,1
B	100,100	0,0

	L	*R*
T	-1,1	1,-1
B	1,-1	-1,1

	L	*R*
T	-6,-6	0,-9
B	-9,0	-1,-1

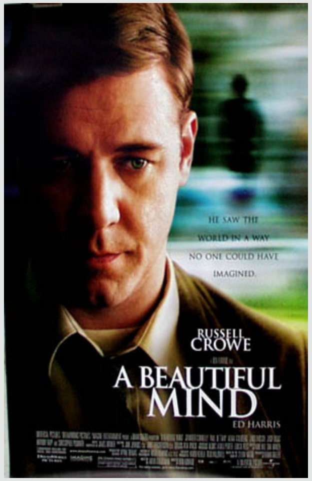
	L	*R*
T	5,4	1,1
B	0,0	2,3

Равновесие в смешанных стратегиях

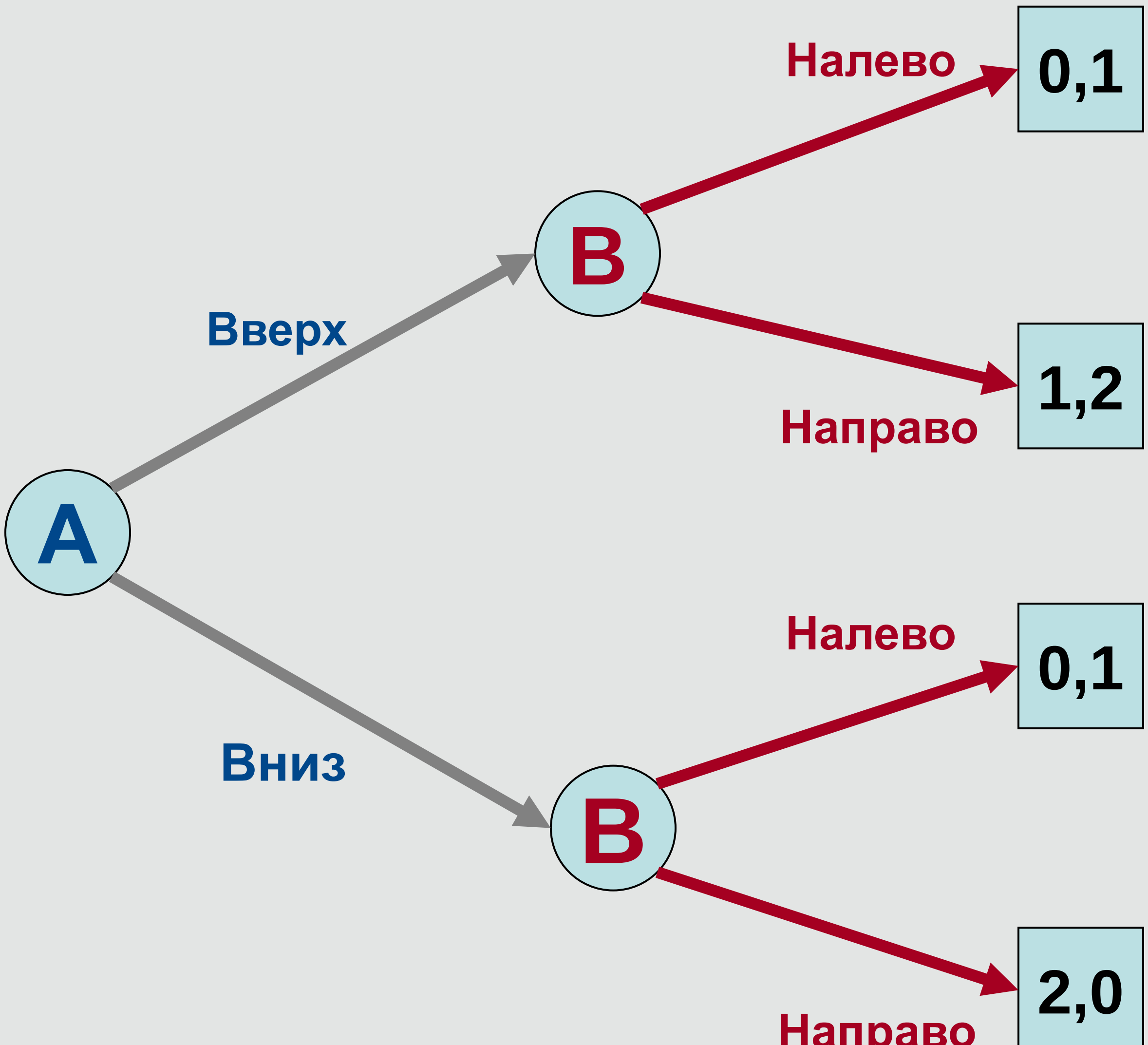
- Существует всегда (в конечных играх)
- Часто реалистичнее, чем равновесие в чистых «несмешанных» стратегиях
- Эмпирические работы (Левитт, “Фриканомике”)
  - пенальти
  - теннис

История: очень краткий курс

- 0-500 Брачные контракты, описанные в Талмуде (кооперативная теория)
- 1713 Waldgrave – минимаксная стратегия
- 1838 Cournot – равновесие Курно (первая версия равновесия Нэша)
- 1928 von Neumann – игра двух лиц с нулевой суммой и развёрнутая форма
- 1944 von Neumann, Morgenstern – стратегическое поведение
- 1950 Kuhn, Tucker – Теория игр
- 1950-1953 Nash, Shapley – равновесие Нэша, задача торга и кооперативные игры
- 1960 Schelling “Стратегия конфликта”
- 1970-е Hurwiz, Maskin, Myerson – дизайн механизмов
- 1970-е Rosenthal, Myerson – revelation principle
- 1980-е Rubinstein – задача некооперативного торга
- 1990-е Milgrom, Roth, Cramton, Binmore… - дизайн рынков
- 1994 Нобелевская премия Нэшу, Зелтену и Харшаньи
- 2002 “The Beautiful Mind” («Игры разума») получает Оскар
- 2005 Шантаж, блеф и чумазые девушки (Нобелевская премия Ауманну и Шеллингу)
- 2007 Нобелевская премия Гурвицу, Маскину и Майерсону

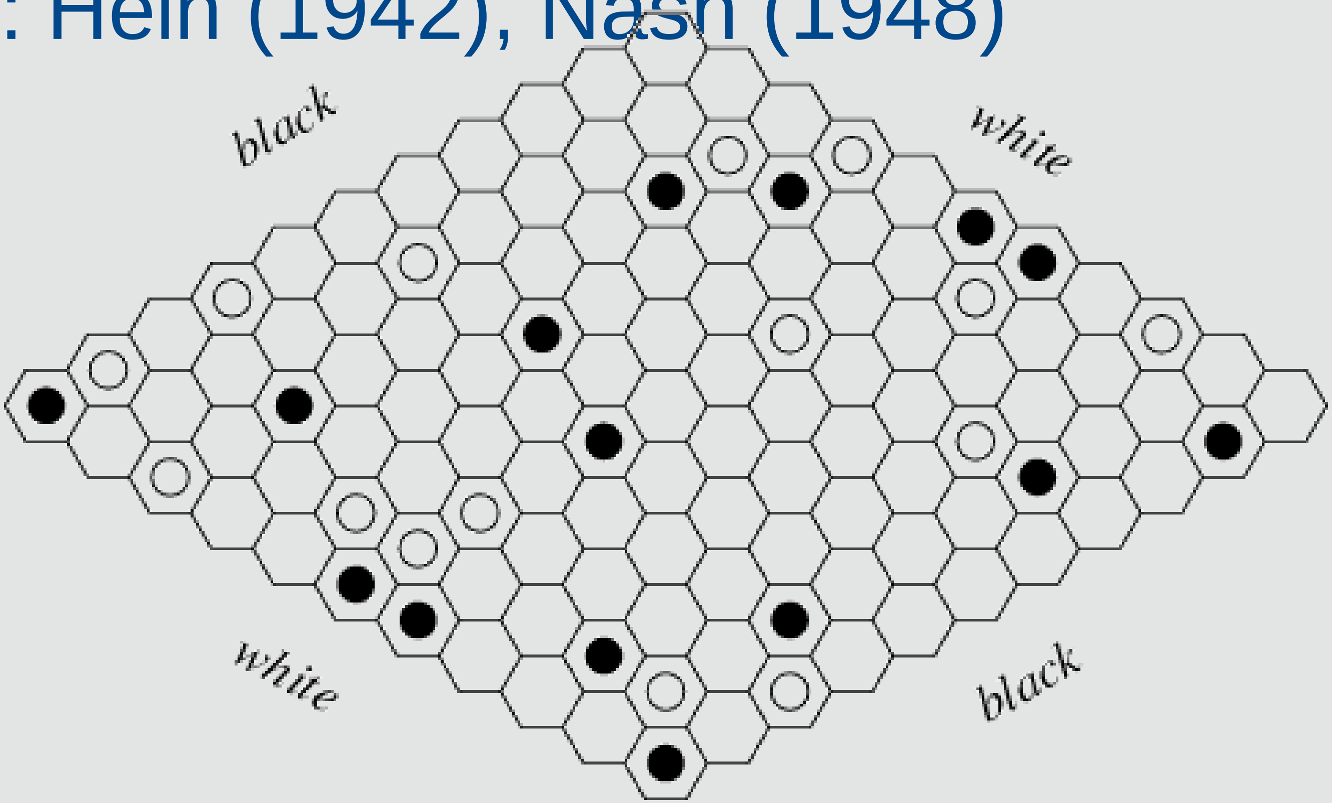


Пример «неодновременной» игры

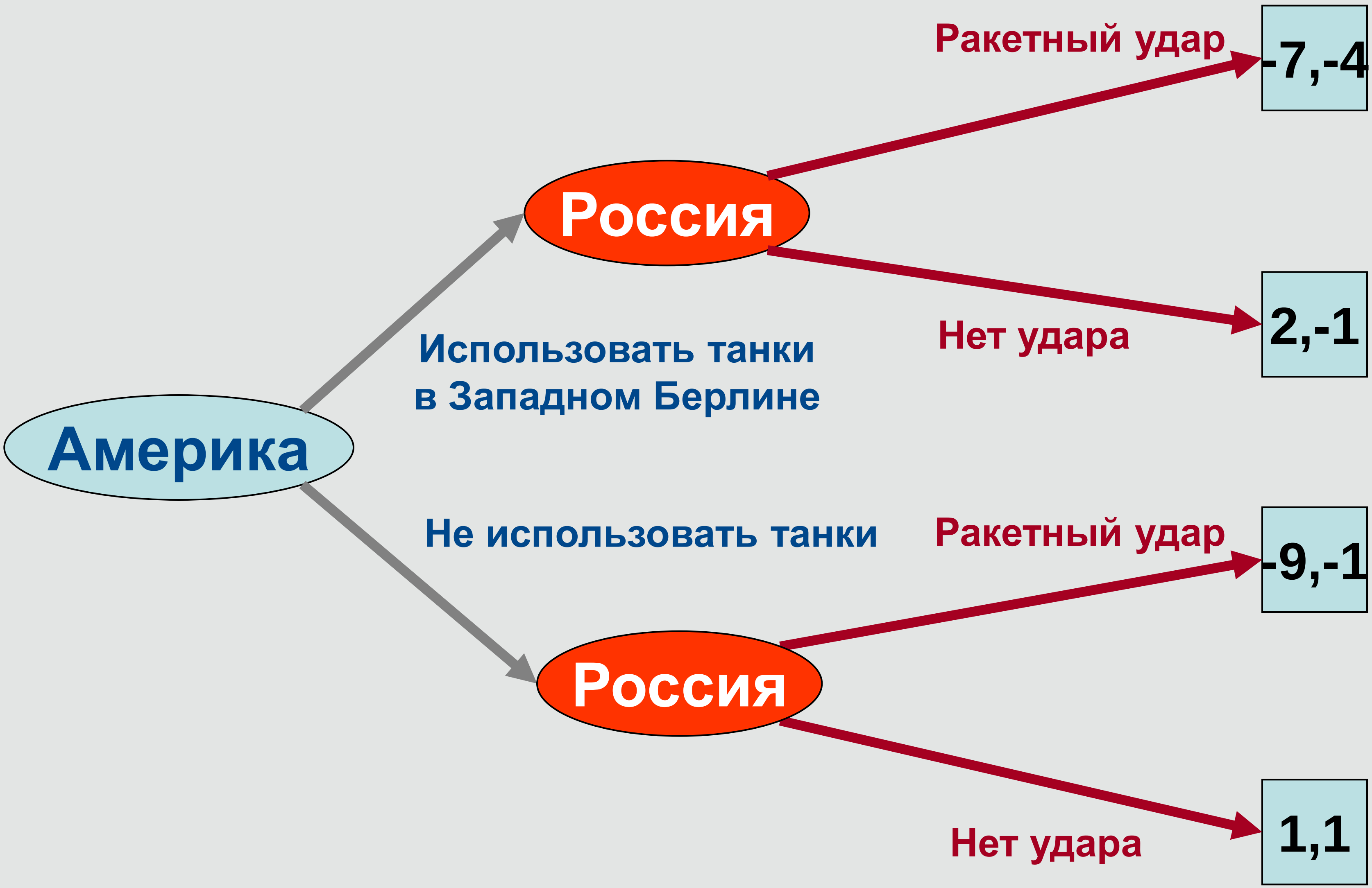


Шахматы, шашки, hex

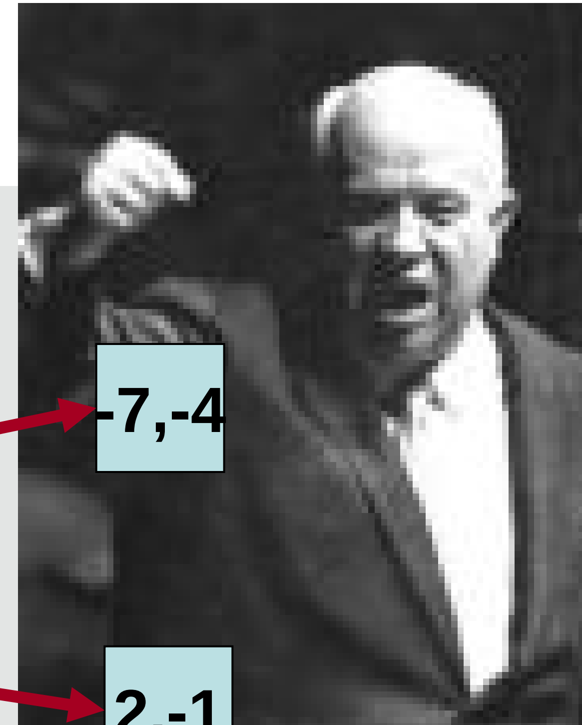
- Шахматы, шашки – сколько стрелок из «корня»?
- NxN: Hein (1942), Nash (1948)



Пример из жизни, 1960-е.



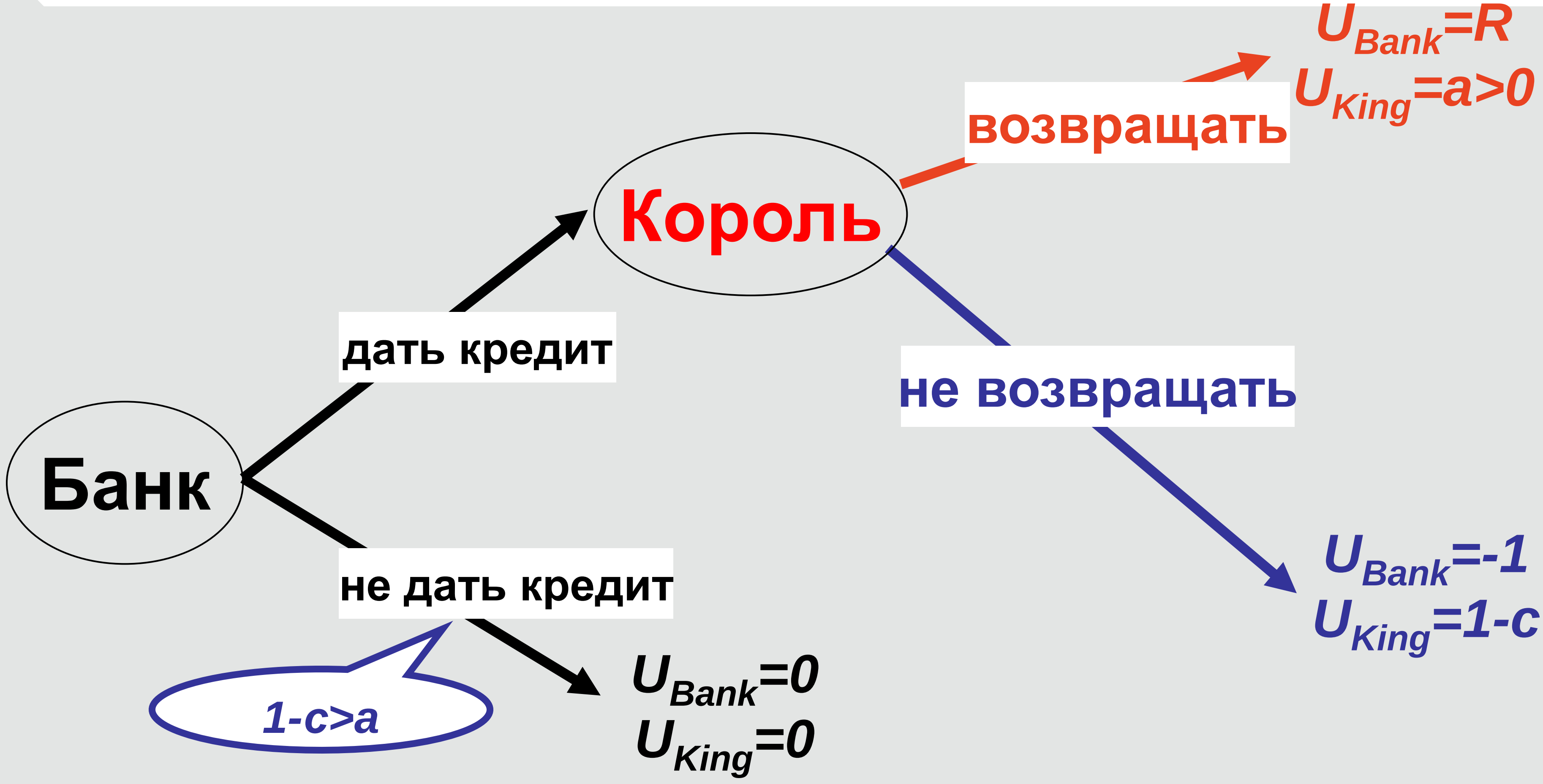
Что имел в виду Хрущёв?



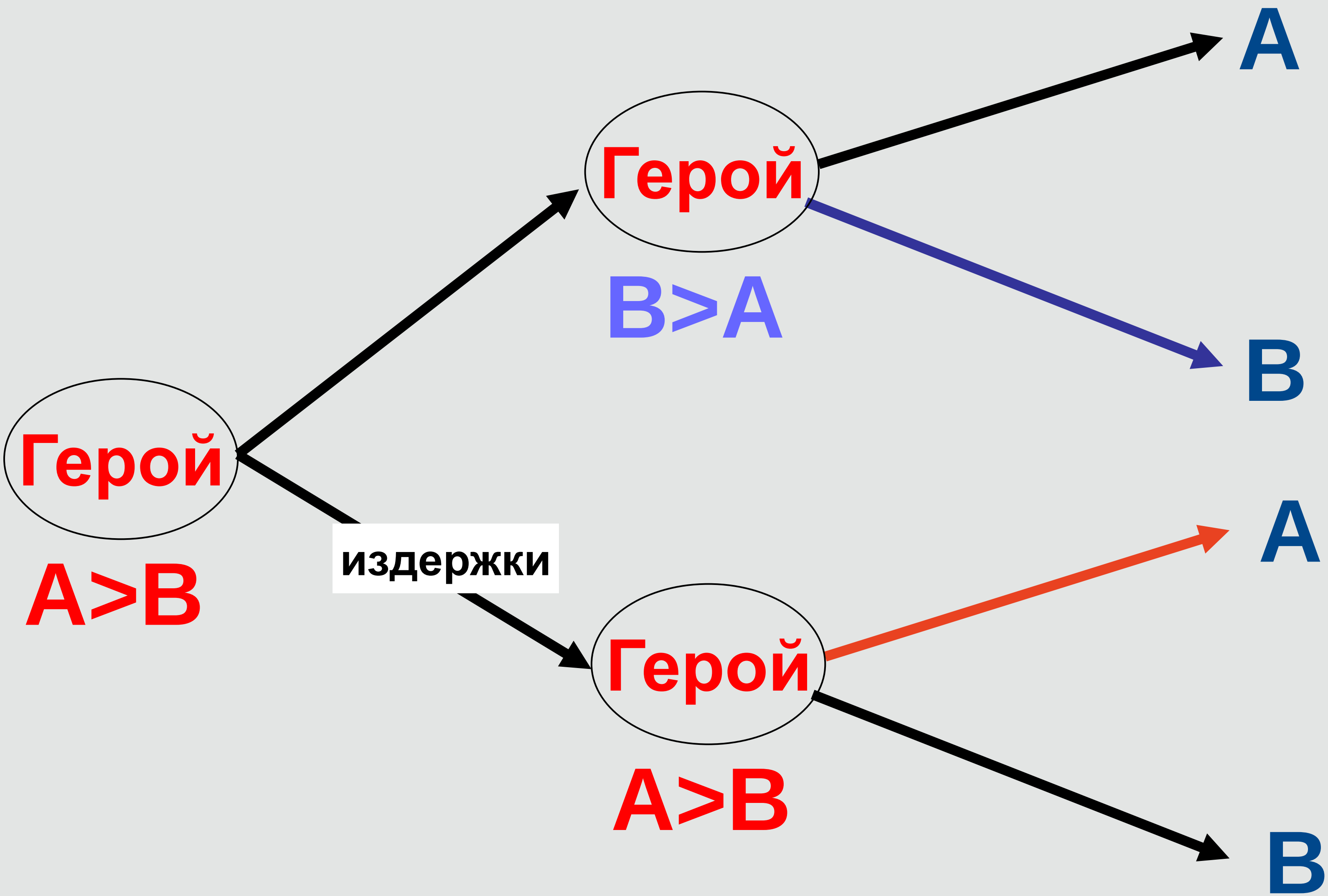
Хрущёв: ***"Если вы хотите войны,***
вы ее получите - но это будет ваша война.
Наши ракеты полетят автоматически".

см. Томас Шеллинг, «Стратегия конфликта» и «Шантаж, блеф и чумазые девушки»

Яков II и Вильгельм Оранский



Пример: сам с собой



Игра с ультиматумом

- Двум игрокам дают 100 рублей