

## Конспект.

### Основы микроэкономики.

#### Лекция 7. Теория игр.

##### План.

1. Стратегическое взаимодействие.
2. Взаимодействие фирм при несовершенной конкуренции.
3. Смешанные стратегии.
4. Коммитмент.

В этой лекции нашего курса вы познакомитесь с основами теории игр — разделом прикладной математики, нашедшим самое широкое применение в экономике. Теория игр делает возможным моделирование поведения нескольких агентов, когда их решения обусловлены решениями других.

Под игрой понимается стратегическое взаимодействие двух и более субъектов, стремящихся к максимизации собственной выгоды.

Для упрощения анализа примем следующие предпосылки:

- Конечность множества участников
- Полнота информации в каждый момент времени
- Конечное множество исходов

Исход - это результат, полученный в результате использования игроками конкретного набора стратегий. Для каждого исхода можно однозначно определить полезности, полученные каждым игроком.

Равновесие по Нэшу - это такой набор стратегий, при котором ни одному из игроков не выгодно отклониться от выбранной им стратегии в одностороннем порядке.

Эффективными (Парето-эффективными) являются такие исходы, при которых нельзя улучшить благосостояние одного из агентов, не ухудшив благосостояние другого (других).

##### Стратегическое взаимодействие

Рассмотрим конкретную модель стратегического взаимодействия агентов в экономике:

*"Два олигополиста, контролирующих рынок, компании МТС и Билайн, выбирают, использовать ли им рекламу для продвижения своих услуг или нет. Решения принимаются одновременно. Рекламная кампания будет стоить каждой фирме по \$20 млн. В результате такой кампании каждая фирма сможет "переманить" у другой фирмы абонентов, которые принесут ей в сумме \$30 млн. Пусть изначально абоненты каждой компании приносят им по \$50 млн."*

Все исходы в такой игре могут быть представлены в виде матрицы:

	Билайн		
МТС		Нет	Реклама
	Нет	50 : 50	20 : 60
	Реклама	60 : 20	30 : 30

Рассмотрим подробнее механизм принятия решения каждой из компаний. Если фирма-конкурент решает не использовать рекламу, то фирме выгоднее провести рекламную кампанию и получить \$60 млн., чем не делать этого и остаться с исходными \$50 млн. Если же конкурент использует рекламу, то фирме опять выгоднее использовать рекламу и получить \$30 млн., чем не делать этого и потерять клиентов, получив всего \$20 млн. Таким образом, каждой фирме выгодно использовать рекламу. Следовательно, равновесием в этой игре будет исход **30 : 30**. Легко заметить, что такой исход не является оптимальным, ведь фирмы могут получить по \$50 млн., если не будут использовать рекламу. Но в отсутствие возможности кооперироваться фирмы оказываются в неоптимальном равновесии.

Данная ситуация является иллюстрацией одной из классических моделей, используемых в теории игр, "Дилеммы заключенного". В ней два преступника отдельно друг от друга выбирают, признаться или отрицать свою вину. Матрица игры выглядит следующим образом:

	Преступник 2		
Преступник 1		Молчать	Сознаться
	Молчать	b : b	d : a
	Сознаться	a : d	c : c

$$(2c < a + d < 2b, d < c < b < a)$$

Как мы видим, в ситуации более общего вида будет реализовано неэффективное равновесие.

### Взаимодействие при несовершенной конкуренции

Теперь рассмотрим более общий случай взаимодействия фирм в случае несовершенной конкуренции. Существуют две наиболее базовые модели олигополистического взаимодействия:

#### 1. Олигополия Курно

При такой форме взаимодействия фирмы выбирают объем производства, обладая полной информацией о своих конкурентах. Решения принимаются одновременно.

Рассмотрим подробнее частный случай такого взаимодействия:

*На рынке существуют 2 фирмы. Стоимость производства единицы товара равна  $C$ , то есть фиксированные издержки отсутствуют, а предельные издержки равны  $C$ . Фирма 1 производит  $q_1$  товара, а фирма 2 –  $q_2$  товара. Всего на рынок попадает  $Q = q_1 + q_2$  товара.*

Спрос на рынке зависит от объема предлагаемого фирмами товара; обратная функция спроса (зависимость цены от количества товара) есть  $p(Q)=a-Q$ . Каждая фирма выбирает, сколько товара она будет производить.

Таким образом, в данной модели игроки (фирмы 1 и 2) выбирают стратегии (выпуски  $q_1$  и  $q_2$  соответственно) для максимизации собственной прибыли. Прибыль фирмы  $k$  равна  $\pi_k = q_k P(Q) - cq_k$

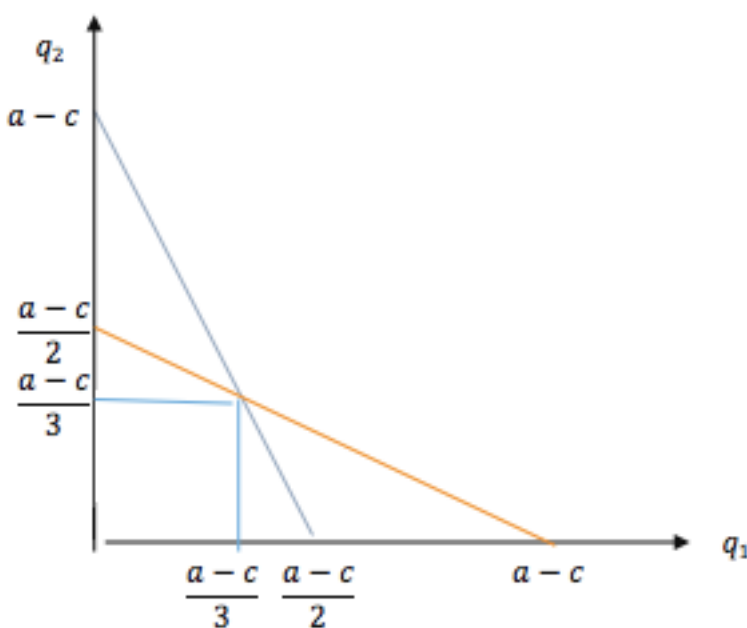
Найдем равновесие по Нэшу. Запишем функцию прибыли первой фирмы от выпусков обеих фирм (для второй фирмы все аналогично):

$$\pi_1 = q_1 P(q_1 + q_2^*) - cq_1 = q_1(a - q_1 - q_2^*) - cq_1$$

Максимизируя прибыль, первая фирма выберет  $q_1^* = \frac{a - q_2^* - c}{2}$ . Соответственно, вторая фирма выберет  $q_2^* = \frac{a - q_1^* - c}{2}$ . Решая систему из этих двух уравнений, получаем:  $q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3}$

Нетрудно определить, что, объединившись в картель, фирмы бы выбрали объем производства  $q_1 = q_2 = \frac{a - c}{4}$ . То есть, суммарно они бы произвели меньше, установив более высокую цену. То есть такая конкуренция приводит к уменьшению прибыли фирм и к увеличению благосостояния потребителей. Интуитивно понятно, что при увеличении количества фирм, количество продаваемого товара тоже увеличится. Тогда при количестве фирм, стремящемся к бесконечности, количество выпускаемой продукции будет переходить от монопольного к совершенно конкурентному.

Графически ситуацию можно изобразить с помощью функции наилучшего ответа, то есть зависимостей выпуска одной фирмы от выпуска другой. Для данной задачи кривые будут выглядеть следующим образом:



Точка пересечения кривых и будет являться равновесием по Нэшу в данной модели.

## 2. Олигополия Бертрана

При такой форме взаимодействия фирмы выбирают не объем выпуска, а цену. Важным условием такой модели является полная взаимозаменяемость товаров и наличие полной информации о рынке у потребителей и фирм. Очевидно, что потребители будут покупать товар по наименьшей доступной цене. Тогда фирмы, которые установили не минимальную цену, получают нулевую выручку, потому что никто не захочет у них ничего покупать.

Пусть на рынке существуют две фирмы, выбирающие цены  $p_1$  и  $p_2$  соответственно. Тогда функции прибыли этих фирм будут выглядеть следующим образом:

- Если  $p_1 > p_2$ , то  $\pi_1 = 0$ ,  $\pi_2 = (p_2 - c)D(p_2)$
- Если  $p_1 = p_2$ , то  $\pi_1 = \frac{(p_1 - c)D(p_1)}{2}$ ,  $\pi_2 = \frac{(p_2 - c)D(p_2)}{2}$
- Если  $p_2 > p_1$ , то  $\pi_2 = 0$ ,  $\pi_1 = (p_1 - c)D(p_1)$

Если цены установятся на уровне выше предельных издержек, то каждой фирме будет выгодно в одиночку понизить цену, чтобы захватить весь рынок. Такая ценовая война приведет к тому, что цены опустятся до уровня издержек ( $p_1 = p_2 = c$ ), так как ниже опускать цены будет уже невыгодно. Таким образом, это единственное равновесие в этой модели, и прибыли обеих фирм будут равны нулю.

Какая из вышеприведенных моделей наиболее близка к реальности? Чаще всего фирмы устанавливают именно цены, однако ситуации, когда фирмы выбирают объем выпуска, также существуют. Тем не менее, данные модели являются довольно примитивными. Сделать их более реалистичными поможет введение предпосылок о разных издержках фирм, неоднородности товаров, смешанном механизме выбора стратегий, неполноте информации и так далее.

### Смешанные стратегии

Смешанной стратегией называется распределение вероятностей на множестве чистых стратегий. Таким образом, исходы в смешанных стратегиях задаются наборами вероятностей, выбранных каждым игроком для всех доступных ему чистых стратегий.

В качестве примера рассмотрим игру "Пенальти":

*Перед ударом в серии пенальти нападающий выбирает направление, куда он отправит мяч: налево или направо. Вратарь, в свою очередь, выбирает направление движения для защиты ворот.*

Построим матрицу для данной задачи:

Нападающий	Вратарь		
		Влево	Вправо
	Влево	0 : 1	1 : 0
	Вправо	1 : 0	0 : 1

Равновесие в этой игре задается следующими стратегиями: для вратаря – равновероятно прыгать вправо или влево, для нападающего – равновероятно бить вправо или влево. Действительно, если вратарь прыгает в левый угол с большей вероятностью, чем в правый, то нападающему выгодно всегда бить в правый угол. Но тогда вратарю выгодно чаще прыгать в правый угол. Следовательно не существует равновесия, в котором вратарь чаще прыгает в левый угол (очевидно, это верно и для правого угла). Используя ту же логику, легко увидеть, что для нападающего тоже нет равновесия в котором он чаще бьет в один или другой угол. Когда вратарь прыгает в углы равновероятно, то нападающему все равно, с какими вероятностями бить. Аналогично, когда нападающий бьет в углы равновероятно, то вратарю все равно куда прыгать. Из этих двух фактов следует, что названный в первом предложении набор стратегий – равновесие, так как смещение от него в одиночку не принесет ни одному из игроков дополнительного выигрыша. Это и есть пример равновесия в смешанных стратегиях.

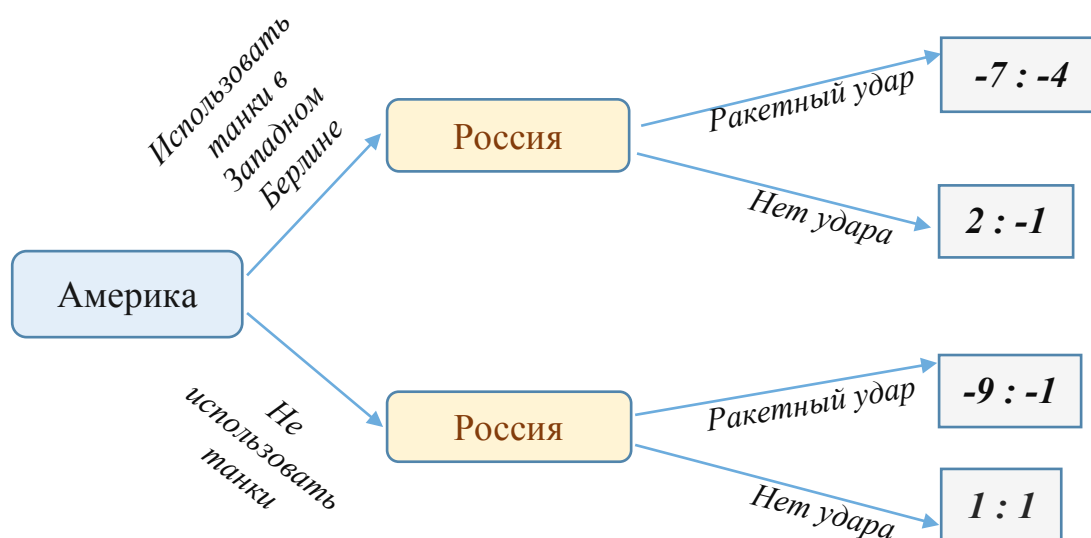
Важным моментом в развитии современной экономики стало доказательство Джоном Нэшем теоремы о существовании равновесия в смешанных стратегиях для любой конечной игры. (Не стоит забывать, что чистые стратегии являются частным случаем смешанных стратегий.)

Эмпирические исследования показали, что во многих ситуациях использование агентами именно смешанных стратегий в значительной мере соответствует действительности.

Еще одним ярким примером эффективности использования смешанных стратегий в жизни является игра "Камень-ножницы-бумага". В ней равновесие, как и в «Пенальти» задается стратегией равновероятно играть каждую стратегию, то есть с вероятностью  $1/3$  выкидывать камень, с вероятностью  $1/3$  - бумагу и с вероятностью  $1/3$  - ножницы. Несмотря на то, что в реальности выбор игроков немного смещен (статистика World RPS Society показывает, что камень выбирается в среднем в 37,8% случаев, бумага - в 32,6%, ножницы - в 29,6%) концепция равновесия в смешанных стратегиях позволяет неплохо предсказывать исход реальных взаимодействий.

## Коммитмент.

Приведём ещё одну модель, дающую интересный и, казалось бы, неочевидный результат: в некоторых ситуациях агент может выиграть от ограничения своих возможностей (сужения множества доступных стратегий самим агентом – подобное сужение экономисты обычно называют английским словом коммитмент). В данной игре взаимодействующими агентами являются Правительство США и СССР в лице Н.С.Хрущёва. Сначала решение принимает США, затем отвечает СССР:



Очевидно, в отсутствие ограничений СССР выгодно не отвечать ядерным ударом, вне зависимости от решения США. Зная это, Америка примет наиболее выгодное решение - ввод танковых войск, получая полезность 2 вместо 1.

Теперь рассмотрим возможность коммитмента - в данном случае это удаление альтернативы "не отвечать" со стороны Советского Союза. Заставив оппонента поверить, что выбор делается лишь между исходами (Ввести войска; запустить ракеты) и (Не вводить войска; не запускать ракеты), СССР добивается наиболее благоприятного для себя решения.

Также мы устанавливаем собственные ограничения, чтобы добиться желаемого исхода в обычной жизни. Ярким примером введения такого ограничения является покупка абонемента в фитнес-клуб: приобретая абонемент на месяц вместо того, чтобы платить за отдельные занятия, посетитель создаёт себе стимулы не отлынивать и следовать своему изначальному "волевому" решению.

Логика решения задачи с конца, использованная в данных примерах, применима и в других случаях. Например, в игре "Ультиматум" оптимальная стратегия второго игрока - принимать любое предложение, а знающего это первого игрока - предлагать минимально

возможную сумму. В жизни, однако, этого не происходит: ряд экспериментов, проведённых в обществах с различающимися культурами и социальными нормами, показывает, что первый игрок в среднем предлагает от 20% до 50% от данной ему суммы. Такой результат говорит о том, что игрок принимает решение исходя не только из количества денег, получаемых в итоге, но и из своих представлений о справедливости и т.д.

Итак, мы рассмотрели базовые идеи и разобрали некоторые экономические (и не только) ситуации с точки зрения теории игр. Теория игр является достаточно универсальным методом анализа поведения и взаимодействия агентов как на микро-, так и на макроуровне, что обуславливает важность этой области знаний. Понимание основ теории игр является необходимым условием для понимания механизмов взаимодействия экономических агентов, и именно поэтому ее изучению мы посвятили отдельную лекцию.