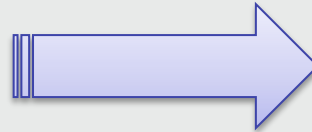


# Производство



Факторы  
производства  
(труд, капитал)



Готовая  
продукция

$$Q=F(K,L)$$



Производственная  
функция



Функция, «переводящая» труд и капитал в готовый продукт

# Использование различных факторов



- ❑ Одно и то же количество товара можно произвести разными способами.
- ❑ Производственная функция учитывает разные пропорции использования факторов
- ❑ Графически разное сочетание факторов можно представить с помощью **ИЗОКВАНТ**

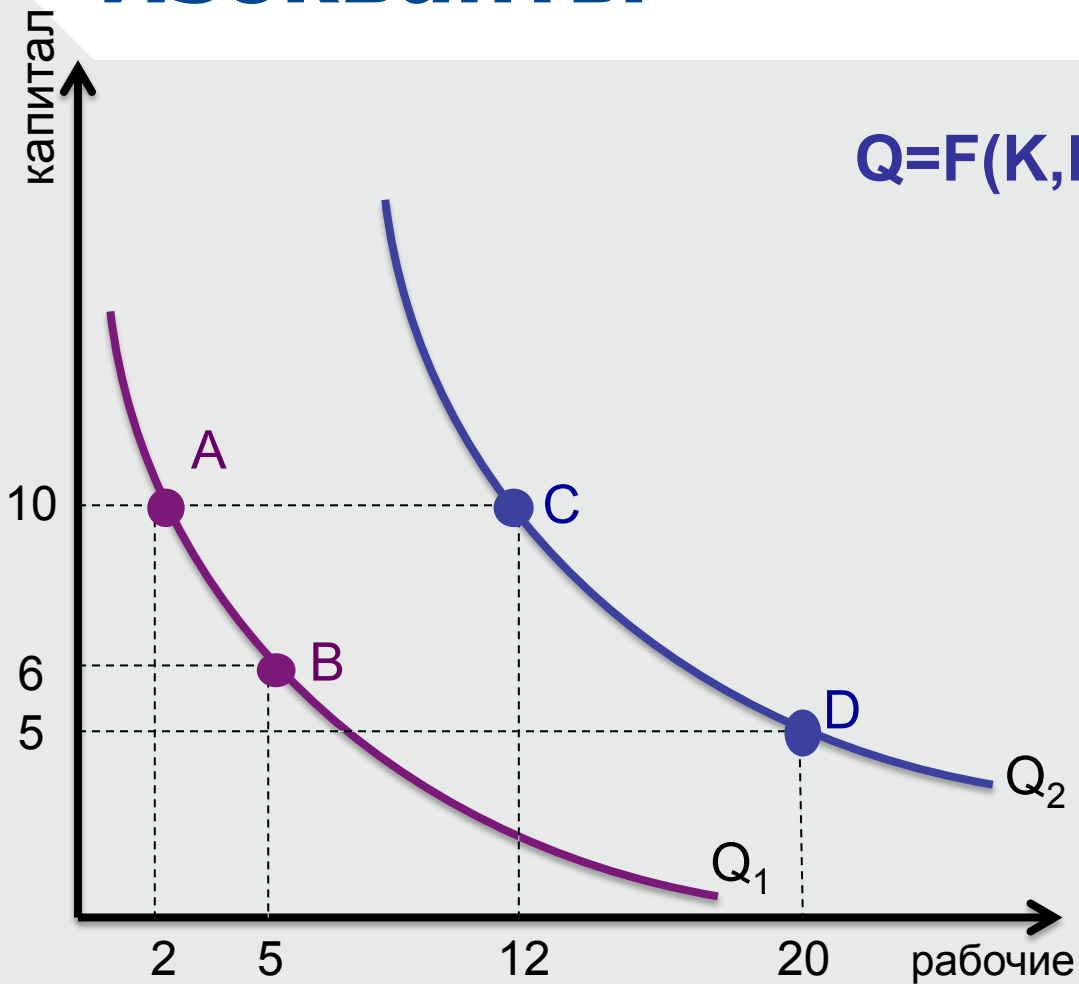
# Изокванты



$$Q = F(K, L) = F(\text{капитал}, \text{рабочие})$$

$$Q_1 = F(10, 2) = F(6, 5)$$

$$Q_2 = F(10, 12) = F(5, 20)$$



## Периоды для изменения производства

Краткосрочный

Некоторые факторы не могут быть изменены (капитал фиксирован, труд меняем)

Долгосрочный

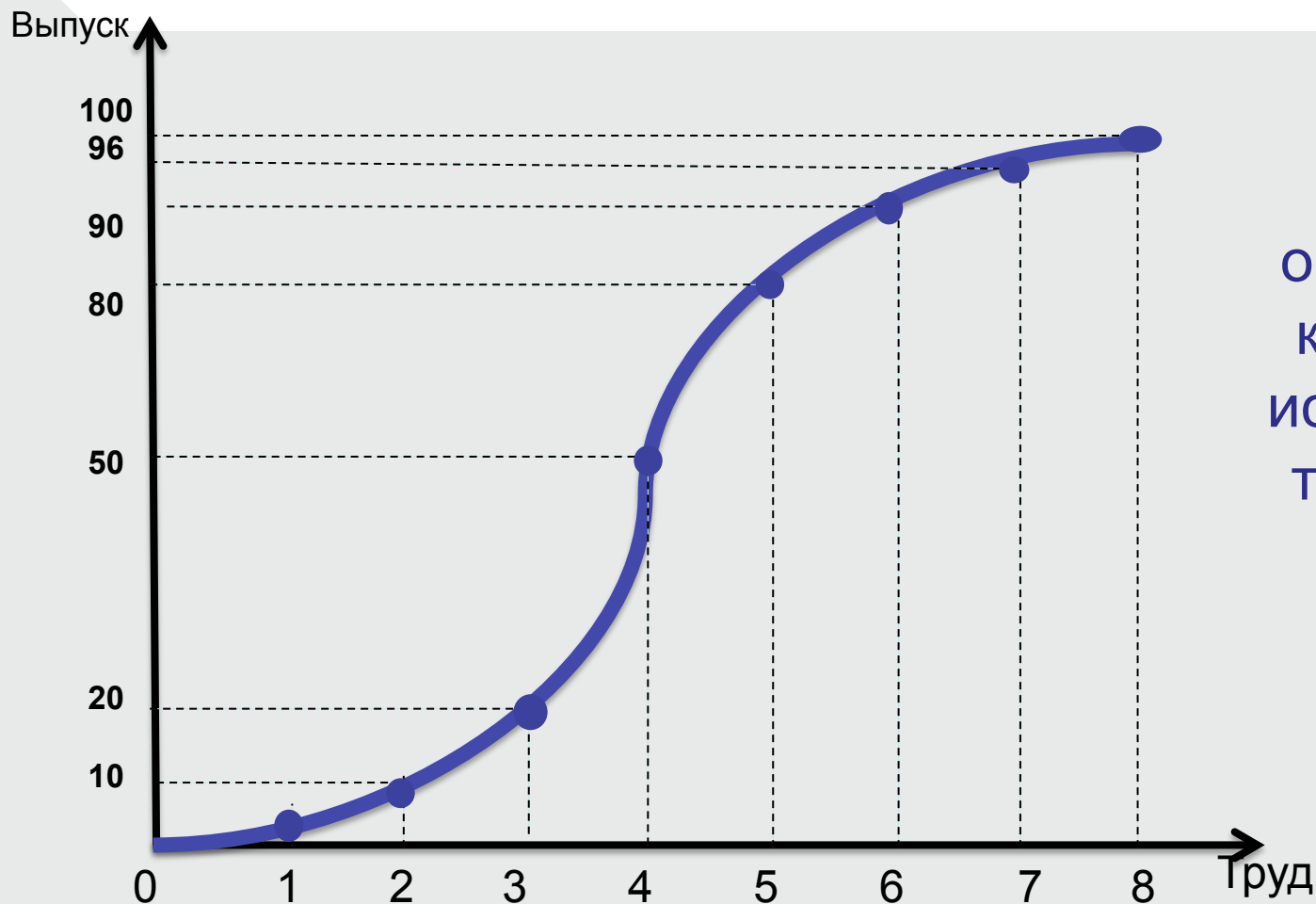
Все факторы можно поменять (и труд, и капитал меняем)

# Производство с одним переменным фактором



- ❑ Рассмотрим случай, когда капитал постоянен, а труд является переменным фактором.
- ❑ Производство описывается кривой совокупного продукта, показывающей зависимость объёма выпуска от используемого труда.

# Кривая совокупного продукта



Выпуск  
определяется  
количеством  
используемого  
труда  $Q=F(L)$

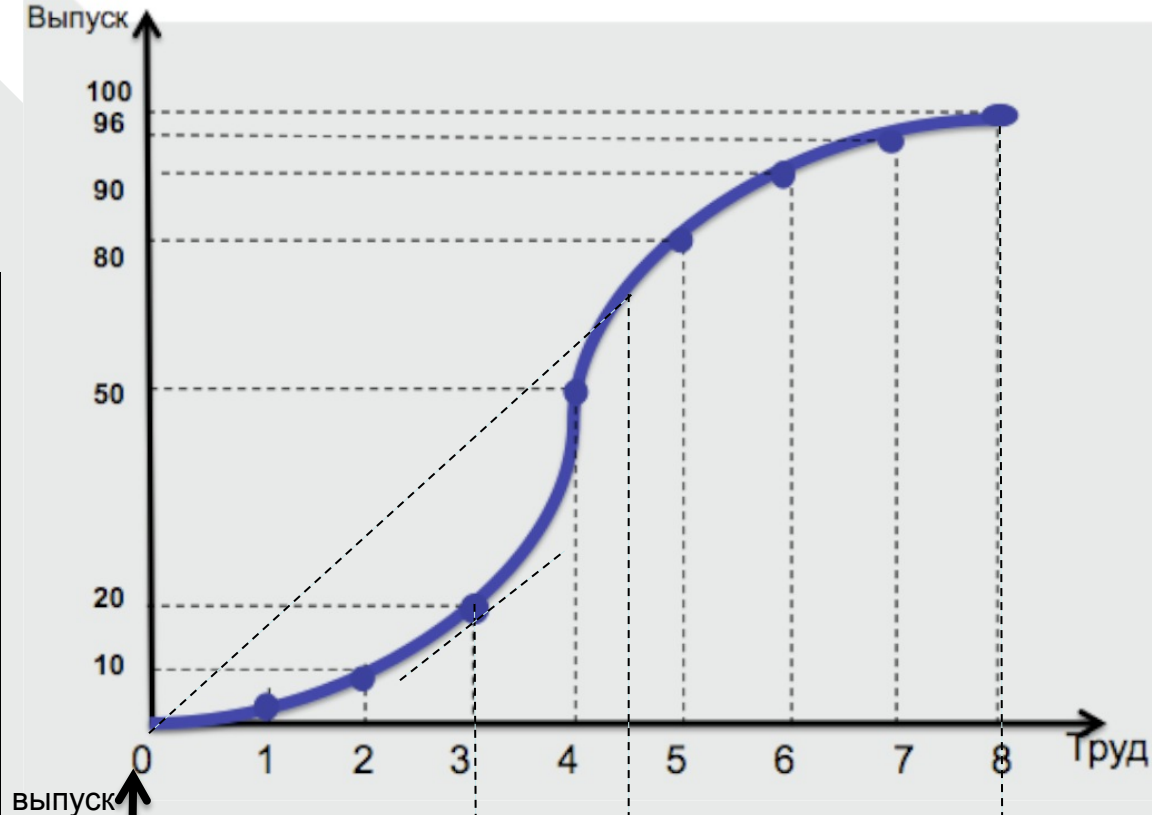


□ Средний продукт  $AP_L$  – продукция на единицу труда:

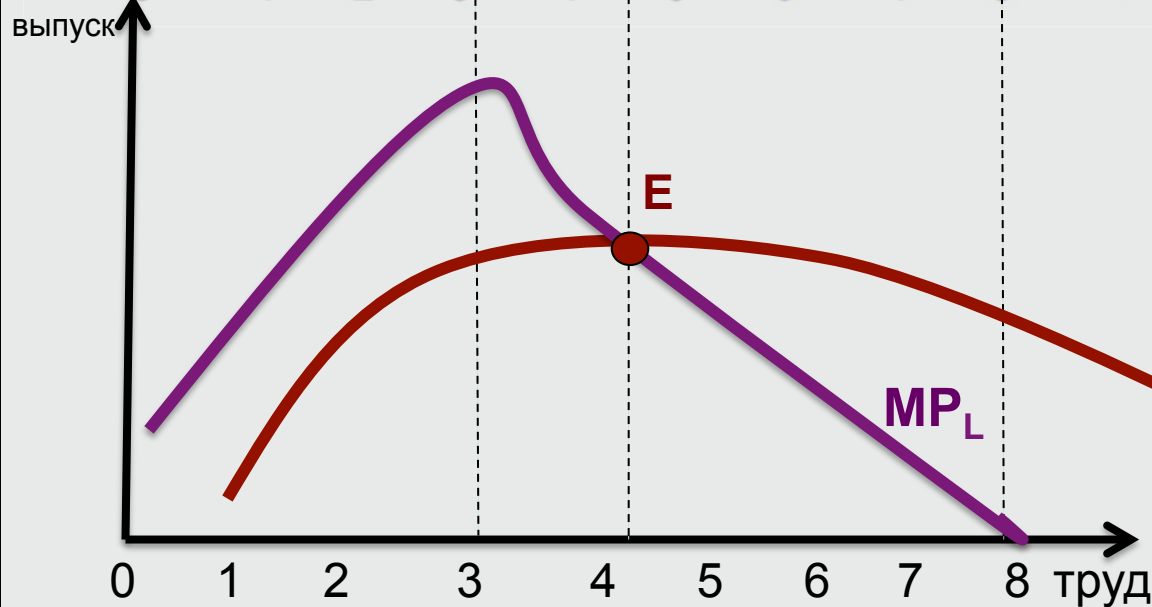
$$AP_L = \text{Выпуск} / \text{Затраты труда} = Q / L$$

□ Предельный продукт  $MP_L$  – дополнительный продукт за счёт увеличения труда на единицу:

$$MP_L = \text{Изменение выпуска} / \text{Изменение затрат труда} = (Q_n - Q_{n-1}) / (L_n - L_{n-1})$$



- Пока предельный продукт больше среднего, средний продукт увеличивается (до точки E).
- Средний продукт труда задаётся угловым коэффициентом прямой, проведённой из начала координат в соответствующую точку на кривой совокупного выпуска.
- Предельный продукт труда равен угловому коэффициенту касательной к кривой совокупного выпуска в этой точке







- Теперь мы рассматриваем случай, когда в производстве можно менять и количество  $K$ , и количество  $L$ , тогда  $Q=F(K,L)$  – функция от двух переменных.
- Чтобы задать подобную функцию графически, нужно нарисовать поверхность в трехмерном пространстве с координатами  $(K,L,Q)$ . На плоскости же можно изобразить изокванты данной функции.



□  $F(K,L) = AK^xL^{1-x}$ ,  $A$  – положительная константа,  $x$  – константа,  $0 \leq x \leq 1$ .

Функция Кобба-Дугласа – простая функция, обладающая некоторыми удобными свойствами (например, по каждой из переменных функция возрастает, а предельная производительность убывает), поэтому очень часто используется в экономических моделях.

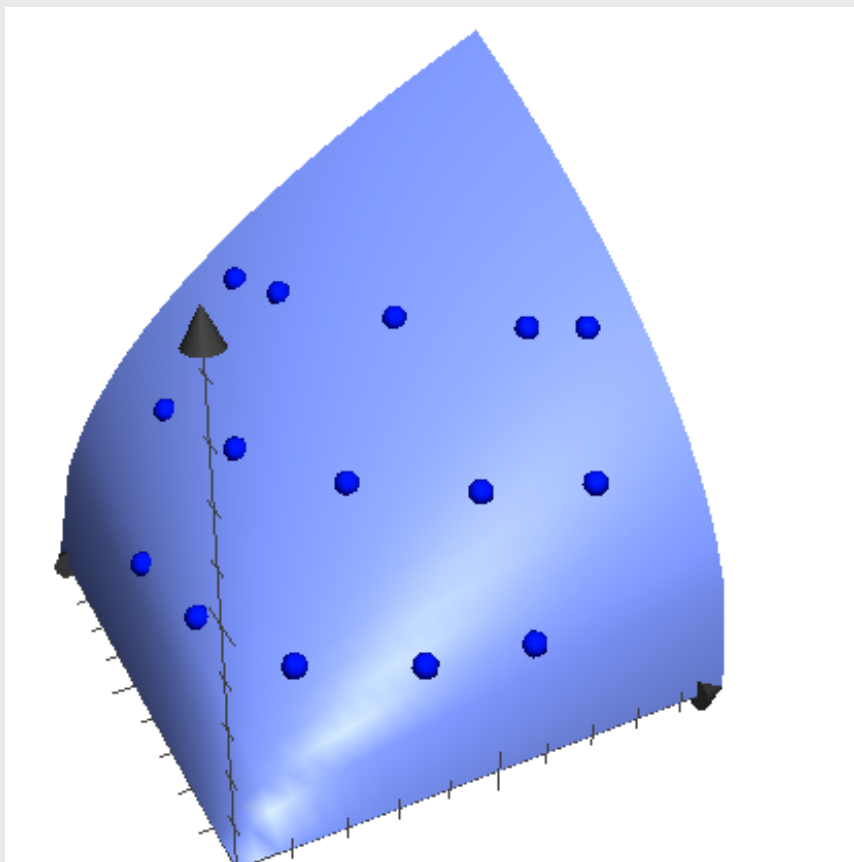
□  $F(K,L) = \min\{AK, BL\}$ ,  $A, B$  – положительные константы.

Функция Леонтьева – случай, когда труд и капитал – совершенные комплементы и их выгодно использовать в определенной пропорции.

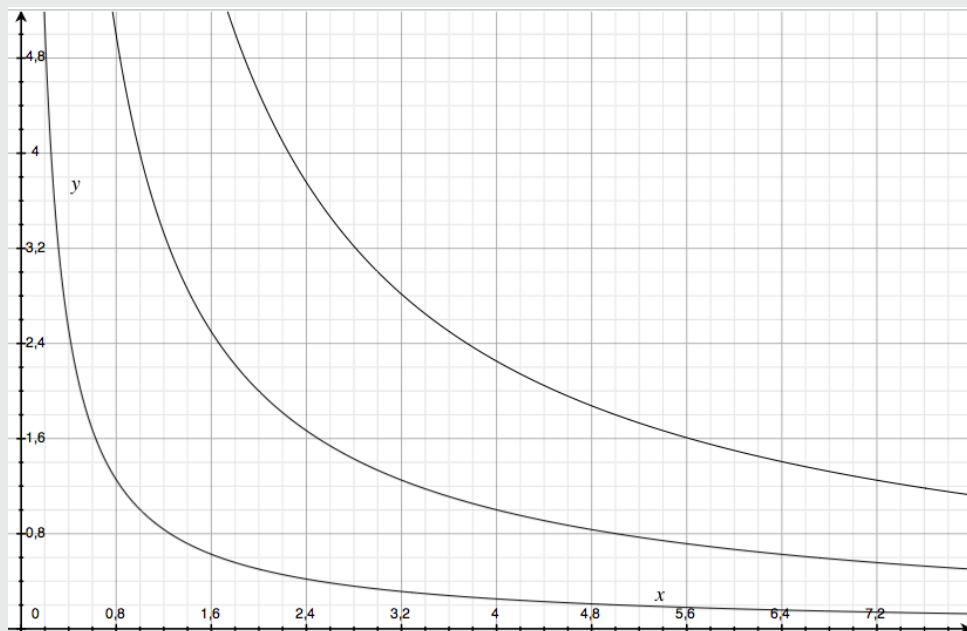
□  $F(K,L) = AK + BL$ ,  $A, B$  – положительные константы.

Линейная функция – здесь капитал и труд – субституты, одним можно заменить другой.

# Графическое представление.



□ График  $Q=K^{0,5}L^{0,5}$  в трехмерном пространстве с лежащими на одной изокванте точками и его изокванты на плоскости.





- ❑ Определим предельный продукт капитала аналогично предельному продукту труда.
- ❑ Предельный продукт  $MP_K$  – дополнительный продукт за счёт увеличения капитала на единицу:  
$$MP_K = \text{Изменение выпуска} / \text{Изменение затрат капитала} = (Q_n - Q_{n-1}) / (K_n - K_{n-1})$$
- ❑ Стоит отметить, что в математических моделях экономики  $MP_K$  и  $MP_L$  обычно используют не как отношения дискретных приращений, а как частные производные функций  $Q$  по  $K$  и  $L$  соответственно.

# Замещение факторов производства.



- ❑ Если у нас задана производственная функция, то из нее можно вывести функцию издержек – то есть функцию, показывающую сколько денег мы должны потратить, чтобы произвести какое-нибудь данное количество продукции.
- ❑ Пусть цены на капитал и труд фиксированы и равны  $r$  и  $w$  соответственно. Тогда функция издержек  $C(Q)$  будет являться решением для каждого  $Q_0$  задачи:

$$\min(rK + wL) \text{ при } Q(K,L)=Q_0$$

Эта запись означает следующее – мы хотим произвести некоторое  $Q_0$  и при этом выбрать такой набор  $(K,L)$ , что потратим как можно меньше денег  $C = (rK + wL)$ .

# Замещение факторов производства.



- ❑ Тогда, если предельные продукты факторов убывают, оптимальным будет такое отношение капитала и труда:  $MP_K / r = MP_L / w$
- ❑ Интуитивно это можно пояснить так:  $MP_K / r$  – отдача с последнего рубля, потраченного нами на капитал,  $MP_L / w$  – то же на труд. Если одно из этих значений выше другого (например  $MP_K / r > MP_L / w$ ), то мы можем убрать рубль из трат на труд и, потратив чуть меньше рубля, увеличить капитал и произвести столько же продукта. Делая так, мы увеличиваем  $MP_L$  и уменьшаем  $MP_K$  (так как предельные продукты убывают по факторам) – это будет выгодно делать ровно до момента, когда  $MP_K / r$  и  $MP_L / w$  сравняются.
- ❑ Вопрос: для каких из функций, описанных нами в примерах, можно будет применять это рассуждение?

# Издержки.



□ Если мы решили оптимизационную задачу с количеством используемых факторов, то мы пришли к некоторой функции издержек  $C(q)$ , отвечающей на вопрос, сколько нужно потратить денежных единиц, чтобы произвести данное количество единиц продукции.

□ Введем понятия связанные, с функцией издержек:

$VC(q) = C(q) - C(0)$  – переменные издержки

$AC(q) = C(q)/q$  – средние издержки

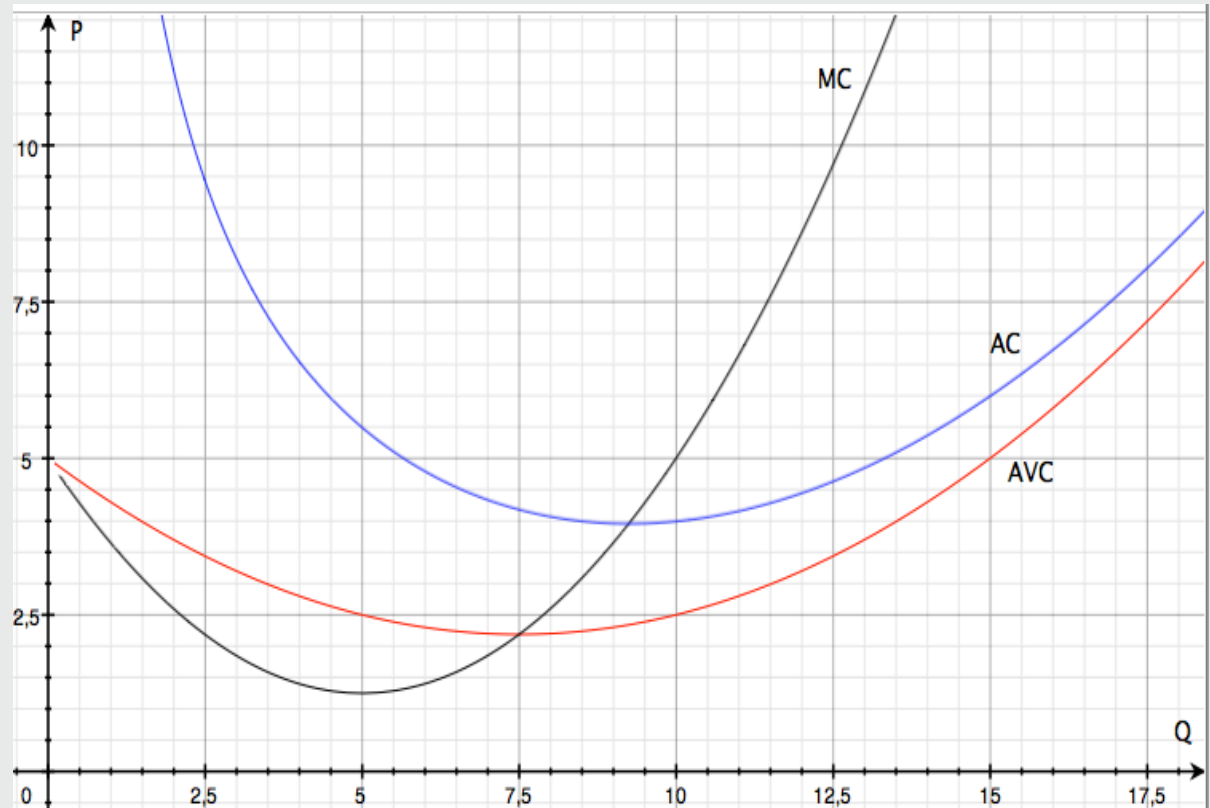
$AVC(q) = VC(q)/q$  – средние переменные издержки

$MC(q) = C(q) - C(q-1)$  – предельные издержки

# Издержки.



- Вот как например, может выглядеть график издержек, если производственная функция по форме будет сходной с нарисованной на 8 слайде.
- Вопросы. Объясните, почему форма кривых будет такой, исходя из графика  $AP_L$  и  $MP_L$ . Почему  $(AC-AVC)$  уменьшается с ростом  $Q$ ?





# Кривая предложения.



- ❑ Как образуется цена на конкурентном рынке, вы узнаете из 5 лекции, сейчас достаточно считать, что каждая фирма воспринимает ее как заданный параметр.
- ❑ Тогда, если цена задана и равна  $p$ , фирма максимизирует прибыль  $\pi(q)$ :  $\max(\pi(q) = pq - C(q))$  по  $q$ .
- ❑ Решением такой задачи будет равенство:

$$MC(q) = p$$

при условии возрастающих предельных издержек и выполнении невыполнении неравенства  $p \geq AVC(q)$ .

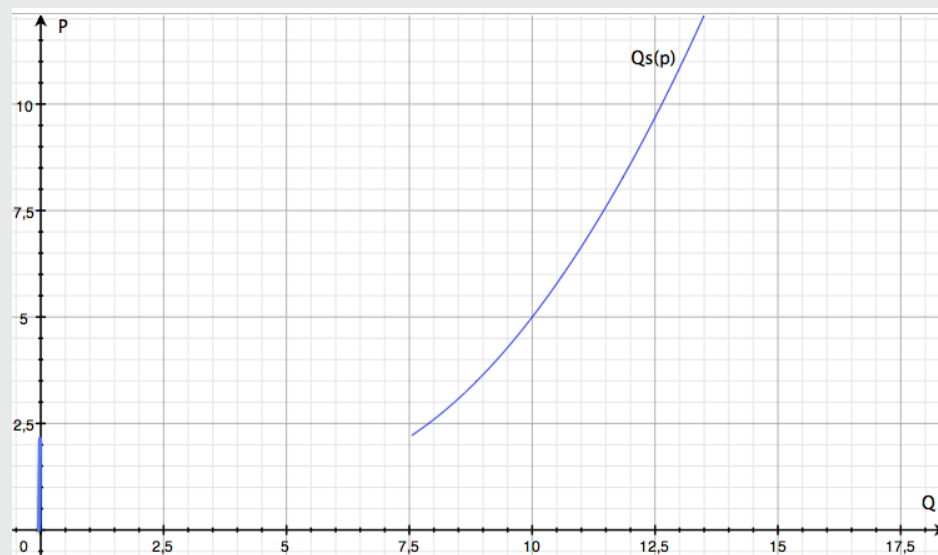
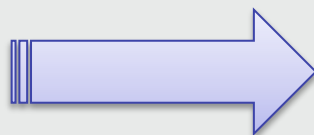
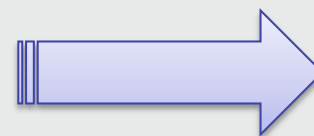
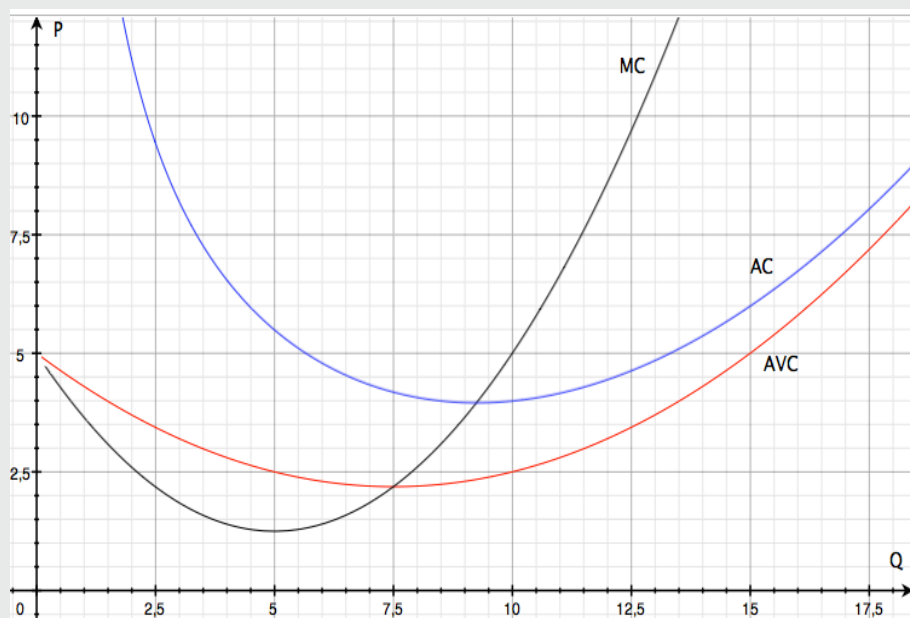
- ❑ Поясним интуитивно: пока  $MC < p$ , нам выгодно производить больше, так как на дополнительную единицу мы потратим дополнительно  $MC$ , а получим за нее  $p$ . Увеличивая выпуск, мы будем увеличивать и  $MC$  – это будет выгодно, пока  $MC$  не сравняется с  $p$ .
- ❑ Условие  $p \geq AVC(q)$  просто означает  $\pi(q) \geq \pi(0)$  – нам выгодно производить ненулевое количество.

# Кривая предложения.

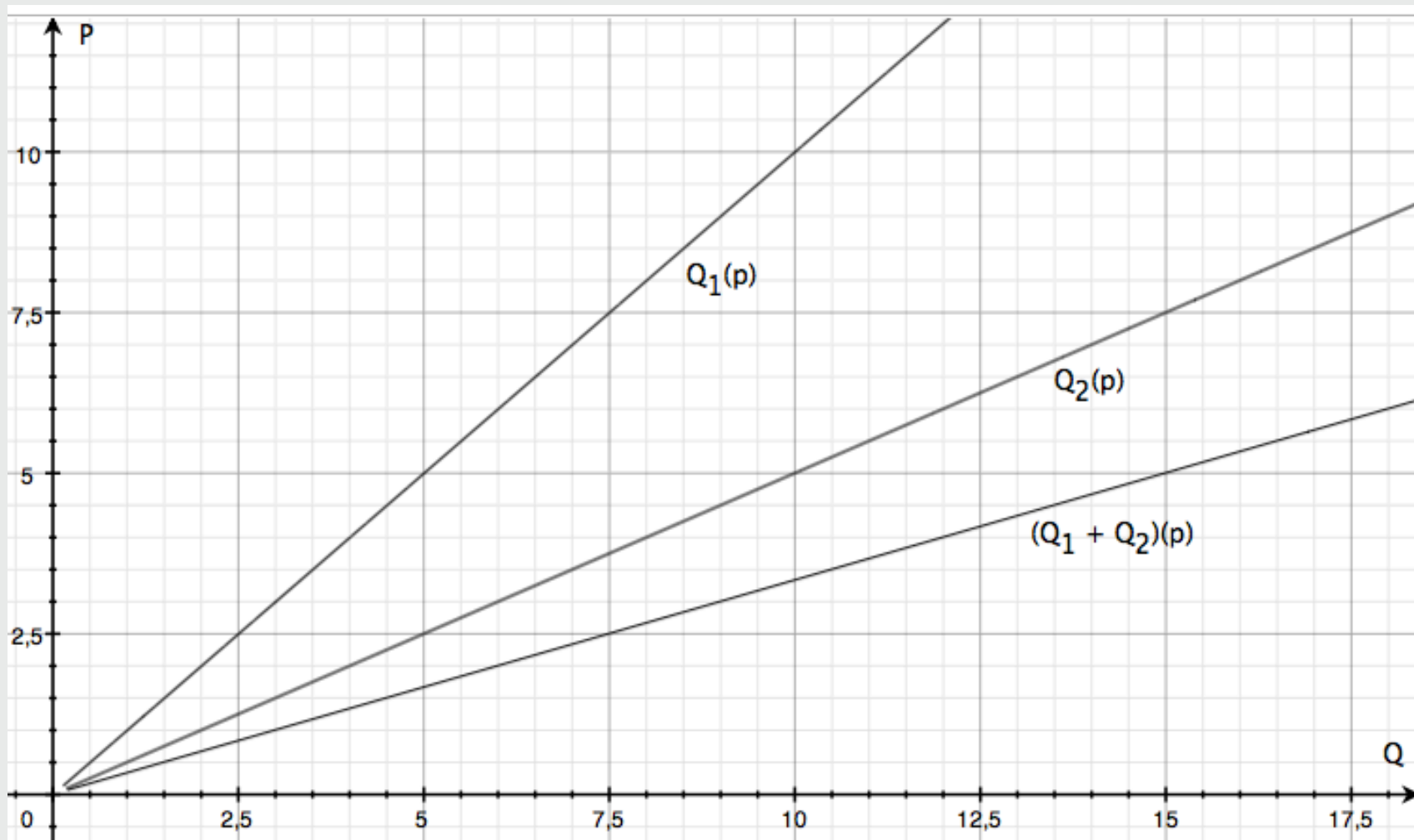


- ☐ Из равенства  $MC(q) = p$  и прочих условий мы можем построить кривую предложения фирмы  $q_s(p)$ .
- ☐ Эта кривая выражает графически ответ на вопрос: какое количество нам выгодно производить, если на рынке установилась цена  $p$ .
- ☐ Если нам нужно построить общую кривую предложения нескольких фирм, то мы должны просто сложить оптимальные количества фирм при каждой цене (сложить кривые «по горизонтали»)

# Издержки и кривая предложения.



# Общая кривая предложения.



# Излишек производителя.



Излишек производителя – это разница между получаемой производителем выручкой и минимальной суммой, за которую производитель был бы готов продать данное количество товара.

Графическое изображение  
излишка производителя.

