

## Стратегические игры в нормальной форме

### Задачи для самостоятельного решения, задание 1

1. **Гости.** Студенты ( $n$  человек,  $n \geq 3$ ) решают, как провести вечер. Каждый из них независимо от других выбирает, остаться ли ему дома или пойти в гости к кому-то из других студентов. Пересмотреть свое решение нельзя. Выигрыш хозяина, оставшегося дома, равен количеству студентов, находящихся в этом доме (включая самого хозяина). Выигрыш гостя, пришедшего домой к кому-то, равен количеству студентов, находящихся в этом доме (включая его самого и хозяина), минус  $\mu$ , где  $\mu > 0$  — транспортные расходы. Выигрыш студента, пришедшего к закрытой двери дома, откуда ушел хозяин, равен  $-\mu$ , даже если там толпятся и другие неудачливые гости.
  - (a) Формализуйте игру (представьте ее в нормальной форме) и найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях. Ответ может зависеть от  $\mu$ .
  - (b) Для  $n = 3$  и  $\mu = 1/9$  найдите симметричное равновесие Нэша в смешанных стратегиях (сначала определитесь с тем, что значит “симметричное”).
2. **Война на истощение.** Два соискателя конкурируют за обладание некоторым неделимым объектом (например, две компании приехали на поляну для пикника, где может поместиться только одна компания). Ценность объекта для первого игрока составляет  $v_1 > 0$ , для второго —  $v_2 > 0$ . Каждый игрок в течение какого-то времени (которое выбирает сам) стоит на месте и ждет, что другой уступит и уйдет. Тот, кто ушел, уже не может вернуться, а другой в момент ухода конкурента сразу захватывает объект. Выигрыш игрока  $i$  равен  $v_i - t$ , если он ждал в течение времени  $t$  и получил объект, и  $-t$ , если он ушел, не дождавшись, по прошествии времени  $t$ . Если игроки решают уйти одновременно, то кому достанется объект, определяется жеребьевкой.

Формализуйте игру (представьте ее в нормальной форме) и найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.