



Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A .

Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles \subseteq et \subset dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole \cdot dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

- ☐ a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurrences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
- ☐ b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
- ☐ c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- ☐ d Le langage reconnu par cet automate est fini.
- ☐ e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- ☐ f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurrences du symbole a est un multiple de 3.
- ☐ g Le langage reconnu par cet automate est infini.
- ☐ h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
- ☐ i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurrences du symbole b est un multiple de 3.
- ☐ j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.
- ☐ l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

- ☐ a EF est fermée par intersection.
- ☐ b EF est fermée par union.
- ☐ c EF est fermée par complémentation.
- ☐ d Aucune des affirmations n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

- ☐ a $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
- ☐ b $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
- ☐ c $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
- ☐ d $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
- ☐ e $\epsilon \in L$.
- ☐ f $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
- ☐ g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
- ☐ h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ .

- ☐ a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
- ☐ b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
- ☐ c L'énoncé est absurde.
- ☐ d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ .

- ☐ a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
- ☐ b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
- ☐ c L'énoncé est absurde.
- ☐ d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

- ☐ a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. ☐ b L' est un toujours langage à états.
☒ c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. ☐ d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
☐ e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. ☐ f L'' est toujours un langage à états.
☒ g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. ☐ h Aucune des affirmations n'est correcte.
☐ i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ .

- ☒ a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
☐ b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. ☐ c L'énoncé est absurde.
☐ d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ , son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C , obtenus suivant les procédures vues en cours.

- ☐ a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. ☒ b $L(A) = L(C(A))$. ☐ c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
☐ d $L(A) = L(A^C)$. ☐ e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. ☒ f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
☐ g Aucune des affirmations n'est correcte. ☐ h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un alphabet Σ , ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et \emptyset le langage vide sur l'alphabet Σ .

- ☐ a \emptyset est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ .
☐ b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. ☒ c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. ☐ d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
☐ e $|\emptyset| = 1$. ☒ f \emptyset est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ .
☒ g $|\emptyset| = 0$. ☒ h \emptyset est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ .
☐ i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. ☐ j \emptyset est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ .
☒ k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. ☐ l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ .

- ☐ a $L \subset \text{Suf}(L)$. ☒ b Σ^* est un langage suffixe clos. ☒ c $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
☐ d $L \subset \text{Pref}(L)$. ☒ e $L \subseteq \text{Suf}(L)$. ☒ f $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
☒ g Σ^* est un langage préfixe clos. ☒ h Σ^* est un langage. ☐ i $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
☒ j $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.
☐ l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

- ☒ a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. ☒ b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
☒ c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. ☒ d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
☒ e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
☐ f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
☒ g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. ☐ b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. ☐ c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
☐ d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L . ☐ e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
☐ f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. ☐ g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
☐ h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points)

- ☐ a Un mot est facteur de lui même. ☐ b ϵ est préfixe de tout mot.
☐ c ϵ est facteur de tout mot. ☐ d ϵ est suffixe de tout mot.
☐ e Un mot est préfixe de lui même. ☐ f Un mot est suffixe de lui même.
☐ g Aucune des affirmations n'est correcte. ☐ h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. ☐ b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. ☐ d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
☐ e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
☐ f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
☐ g Toutes les affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ .

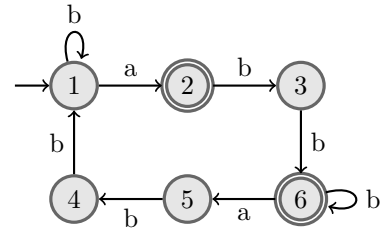
- ☐ a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. ☐ b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
☐ c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ .
☐ d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ .
☐ e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ .
☐ f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
☐ g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ .
☐ h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ .
☐ i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ .
☐ j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ .
☐ k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. ☐ l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
☐ m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. ☐ n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
☐ o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (3 points)

Question 16 ♣ (1,5 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

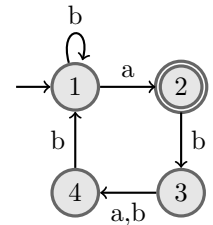
- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> a) Celui de la Figure 3-ii. | <input type="checkbox"/> d) Celui de la Figure 3-i. |
| <input type="checkbox"/> b) Celui de la Figure 3-iii. | <input type="checkbox"/> e) Aucun des automates. |
| <input type="checkbox"/> c) Celui de la Figure 3-iv. | <input type="checkbox"/> f) Tous les automates. |



Question 17 ♣ (1,5 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) Celui de la Figure 4-iii. | <input type="checkbox"/> d) Celui de la Figure 4-ii. |
| <input type="checkbox"/> b) Celui de la Figure 4-iv. | <input type="checkbox"/> e) Aucun des automates. |
| <input type="checkbox"/> c) Celui de la Figure 4-i. | <input type="checkbox"/> f) Tous les automates. |



Partie 3 : Minimisation d'automates (3 points)

Question 18 (3 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) la Figure 5-v-. | <input type="checkbox"/> b) la Figure 5-iv-. | <input type="checkbox"/> c) la Figure 5-ii-. | <input type="checkbox"/> d) la Figure 5-iii-. |
| <input type="checkbox"/> e) aucune figure (cet automate n'est pas minimal). | | | |
| <input type="checkbox"/> f) la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal. | | | |

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

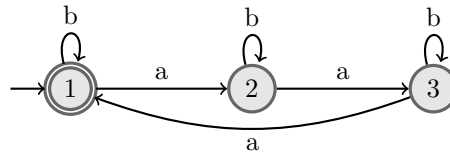


FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

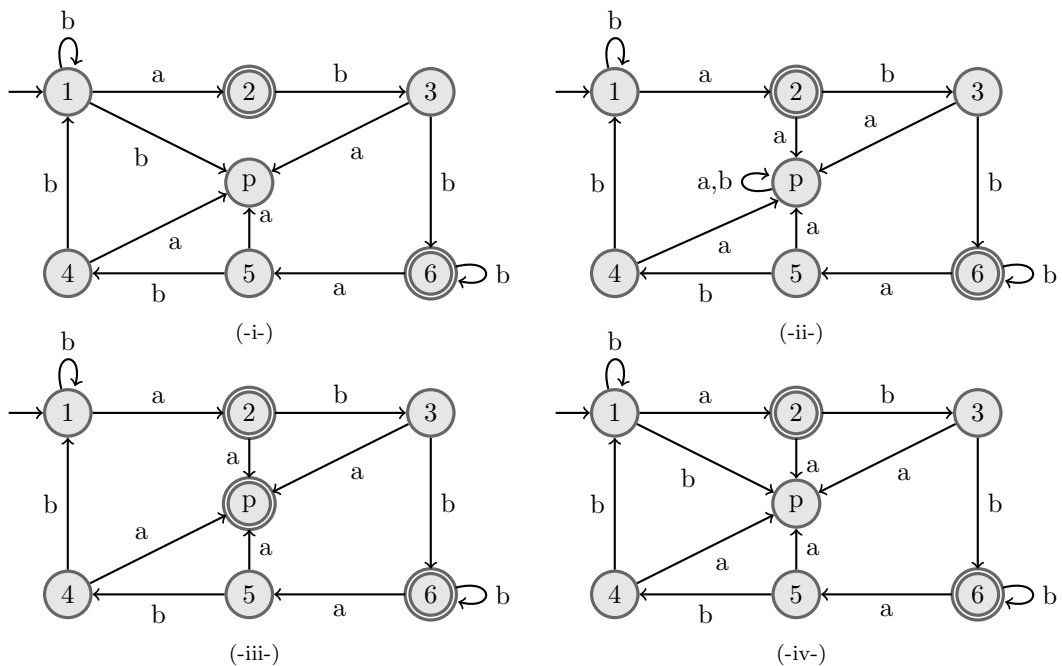


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (3 points)

Question 21 (3 points) Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

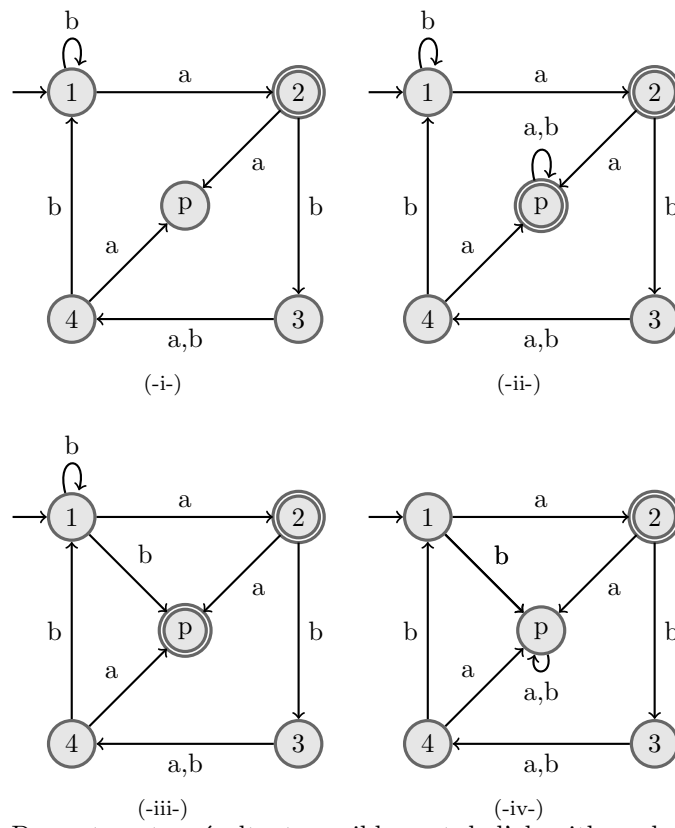


FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

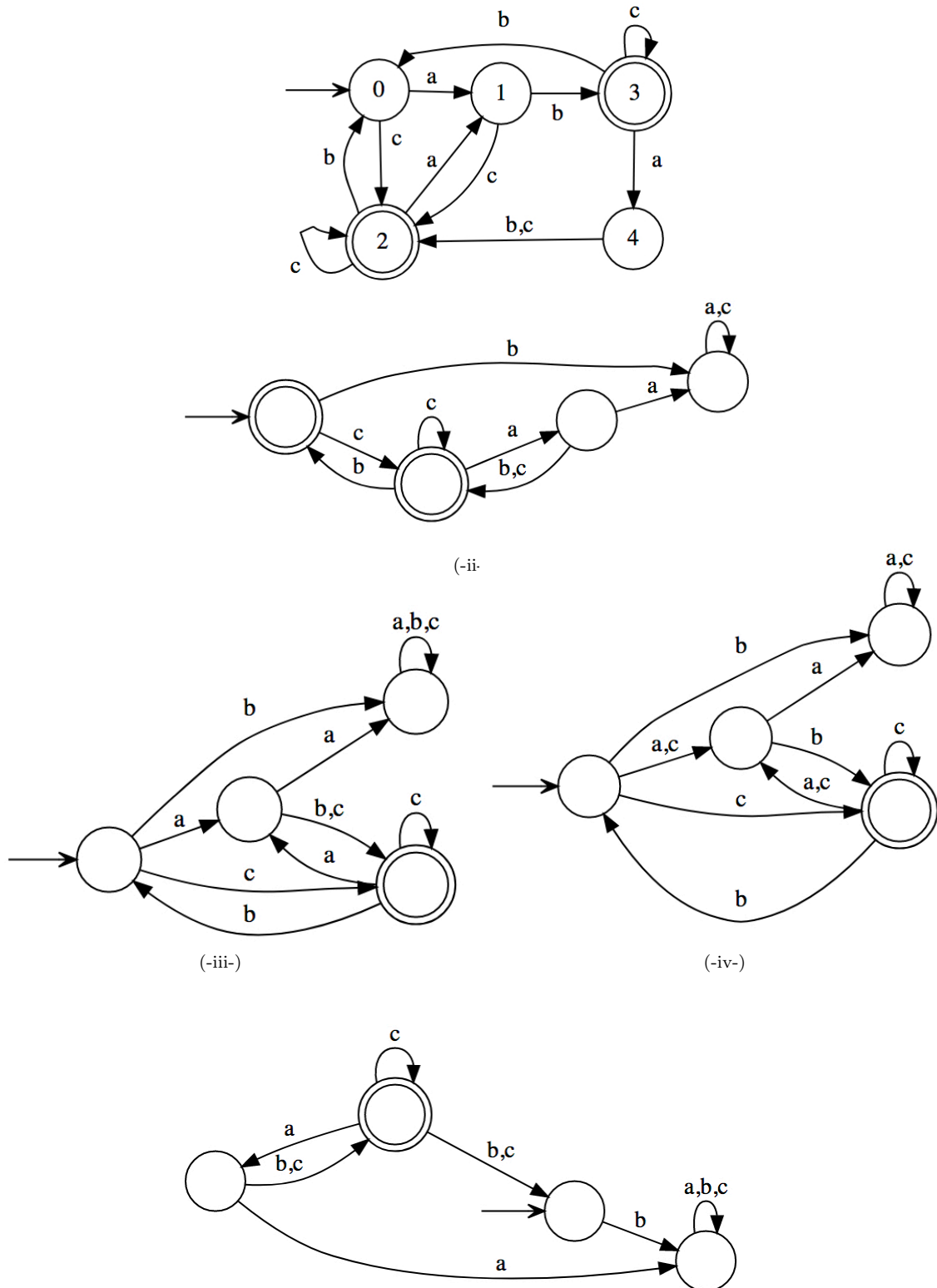


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

- Question 1 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☒ ☒ ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l
- Question 2 : ☒ ☒ ☒ ☐ d ☒
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d
- Question 5 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☒ ☐ h ☐ i
- Question 7 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☒ ☒ ☒ ☐ i ☐ j ☒ ☐ l
- Question 10 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ i ☒ ☐ k ☐ l
- Question 11 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ f ☒
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☒ ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ g ☒
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g
- Question 15 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☒ ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☒ ☐ m ☒ ☐ o
- Question 16 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f



Question 19 :

Réservé enseignant

Question 20 :

f pt PJ J Réservé enseignant

Entrée : $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ un AEFD.
Sortie : Un AEFD tel que décrit dans la question.
Etat q_p // état puit, $q_p \notin Q$
Ensembles d'états Accessibles, Visités, A-visiter
Accessibles := $\{q_0\}$; Visités := \emptyset ; A-visiter := $\{q_0\}$
tant que A-visiter $\neq \emptyset$
 soit $q \in A\text{-visiter}$
 A-visiter := A-visiter $\setminus \{q\}$; Visités := Visités $\cup \{q\}$;
 Accessibles := Accessibles $\cup \{q\}$
 pour chaque $s \in \Sigma$
 si $\exists q' \in Q : (q, s, q') \in \delta$
 $\delta := \delta \cup \{(q, s, q_p)\}$
 fin si
 fin pour
 Ensemble d'états Succes := $\{q' \in Q \mid (q, s, q') \in \delta, s \in \Sigma\}$
 Accessibles := Accessibles \cup Succes
 A-visiter := A-visiter \cup (Succes \setminus Visités)
fin tant que
Retourner $((Q \cap \text{Accessibles}) \cup \{q_p\}, \Sigma, q_0, \delta \cap (\text{Accessibles} \times \Sigma \times \text{Accessibles})$
 $\cup \{(q_p, s, q_p) \mid s \in \Sigma\},$
 $F \cap \text{Accessibles})$



+1/11/50+

Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ Réservé enseignant

