Licence Sciences et Technologies
Univ. Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours
INF 302 : Langages et Automates
L2, 2019/2020

Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

— Durée : 2 heures.
— Aucune sortie avant 30 minutes.
— Aucune entrée après 30 minutes.
— 3 feuilles A4 R/V autorisées.
— Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, montre connectée, etc.).
— Le soin de la copie sera pris en compte.
— Le barème est donné à titre indicatif.
— L'examen est sur 22 points, vous devez obtenir 20 points pour obtenir la note maximale.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 5 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes. Justifier soigneusement et de façon concise vos réponses (sans preuve). Si une proposition est fausse, répondre par un contre-exemple.

1. Tout langage fini est un langage à états. Faux -> Automate des n occurences de a pour Σ={a,b}
2. Tout langage à états est un langage fini. Vraie -> Definiton de l'automate determinsite
3. Un automate déterministe et complet reconnaît le langage universel. Vrai
4. Si un automate a un cycle, le langage qu'il reconnaît est infini. Faux
5. Si un automate a un cycle accessible, le langage qu'il reconnaît est infini. Vrai
6. La différence ensembliste entre deux langages à états est un langage à états.
7. La concaténation entre deux langages à états est un langage à états.
8. Pour un automate A, on note $|A|$ le nombre d'états de A. Soient A_1 et A_2 deux automates à états finis et déterministes. $|A_1 \times A_2| \leq |A_1| \times |A_2|$.
9. Si un langage est à états, alors tout sous-ensemble de ce langage est un langage à états.
10. Si un langage est à états, alors tout sur-ensemble de ce langage est un langage à états.

Exercice 2 (Déterminisation, minimisation - 4 points)

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Considérons l'automate de la Figure 1a.

1. Déterminiser l'automate.
2. Minimiser l'automate obtenu.

Exercice 3 (Produit d'automates - 4 points)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Considérons les automates des Figures 1b et 1c.

1. Calculer le produit de ces deux automates.

Exercice 4 (Un langage à états ? - 3 points)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Considérons le langage L des mots sur Σ qui contiennent autant d'occurrences du facteur $a \cdot b$ que du facteur $b \cdot a$.

1. Donner deux mots dans L et deux mots dans $\Sigma^* \setminus L$.
2. Est-ce que L est un langage à états ? Si oui, donner un automate qui le reconnait, sinon expliquer de manière informelle pourquoi ce langage n'est pas un langage à états.

Exercice 5 Mot formé par les états dans le parcours en profondeur - 3 points

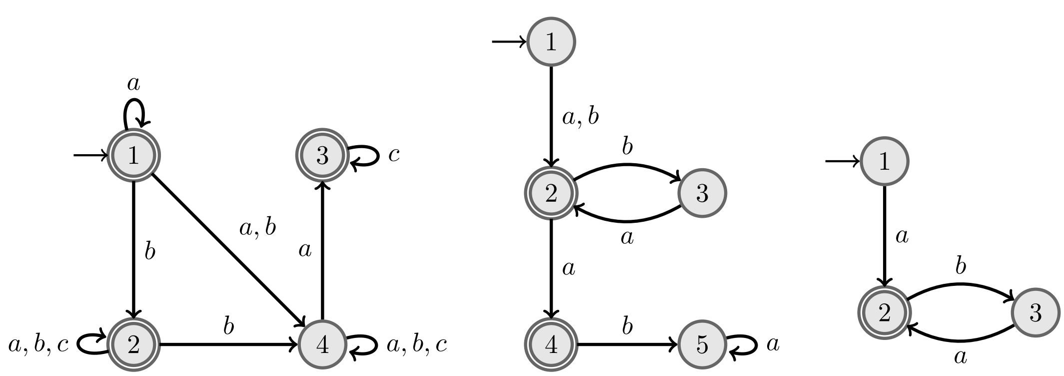
Soit $(Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ un automate à états fini déterministe dont tous les états sont accessibles. Supposons un ordre $\prec$ sur les symboles dans Σ. Nous considérons l'ensemble des états Q de l'automate comme un alphabet, que nous nommons Σ_Q. Nous considérons les mots formés sur l'alphabet Σ_Q. Ces mots sont dans l'ensemble Σ_Q^*. Par exemple si $Q = \{1, 2, 3\}$, alors un mot sur Σ_Q est $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$ où $\cdot$ est le symbole de la concaténation.

1. Donner un algorithme qui pour un automate retourne le mot de Q^* de longueur $|Q|$ dont l'ordre des symboles dans le mot est le même que l'ordre obtenu par le parcours en profondeur de l'automate dans lequel l'ordre $\prec$ est utilisé pour déterminer la priorité entre symboles.

Exercice 6 Profondeur d'un automate - 3 points

On appelle chemin dans l'automate, une séquence de transitions partant de l'état initial et suivant la fonction ou relation de transitions (c'est à dire que deux transitions consécutives dans la séquence sont telles que l'état d'arrivé de la première est l'état de départ de la seconde). La longueur d'un chemin est le nombre d'éléments dans la séquence. On appelle profondeur d'un état, la longueur du plus petit chemin dans l'automate telle que la dernière transition du chemin ait pour état d'arrivé cet état. On appelle profondeur d'un automate la profondeur maximale de ses états.

1. Donner un algorithme qui donne la profondeur d'un état $q \in Q$ dans un automate à états non-déterministe $(Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$.
2. Donner un algorithme qui donne la profondeur d'un automate à états non-déterministe $(Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$.



(a) Automate pour l'exercice 2 (b) Automate pour l'exercice 3 (c) Automate pour l'exercice 3

Figure 1: Automates pour les exercices.