DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

ATTENTION: Μην μπερδεύεις την language με το alphabet. Alphabet π'αντα fini και δεν μας νοιάζει. Το language παίζεται κάθε φορά σχετικά με το πόσα configuration μπορείς να κάνεις.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] ~~Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3~~.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états. OK
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$. OK
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini. NO (*)
[e] ~~$(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$~~.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3. OK
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini. MISSING (*)
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] ~~Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.~~
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. OK [b] EF est fermée par union. OK
[c] EF est fermée par complémentation. OK [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes. OK

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. OK [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. OK [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. OK
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ. OK

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$. ATTENTION

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. NO [b] L' est un toujours langage à états. NO
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. OK [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. NO
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. NO [f] L'' est toujours un langage à états. NO
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. OK [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes. NO

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. OK
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. OK c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. OK
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a ~~$\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.~~
b $\forall \cancel{L} \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. OK d $|\{\epsilon_\Sigma\}| \cancel{=} 0$.
e $\cancel{|\emptyset| = 1}$. f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. OK
g $|\emptyset| = 0$. OK h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. MISSING
i $\cancel{\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}}$. j ~~$\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.~~
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. OK l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

SOS

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b Σ^* est un langage suffixe clos. OK c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. OK
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. OK
g Σ^* est un langage préfixe clos. h Σ^* est un langage. OK i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. OK k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. OK b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. OK
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. OK d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. OK
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes. OK

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. NO b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. OK
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. OK
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$ MISSING g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. OK b ϵ est préfixe de tout mot. OK
c ϵ est facteur de tout mot. OK d ϵ est suffixe de tout mot. OK
e Un mot est préfixe de lui même. OK f Un mot est suffixe de lui même. OK
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes. OK

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte. <-
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. OK

c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.

d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.

e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. OK

f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.

g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. OK

h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.

i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.

j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.

k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. OK

m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. SOS n $|\epsilon_\Sigma| = 0$. OK

o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.

b Celui de la Figure 3-iii-.

c Celui de la Figure 3-iv-.

d Celui de la Figure 3-i-.

e Aucun des automates.

f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.

b Celui de la Figure 4-iv-.

c Celui de la Figure 4-i-.

d Celui de la Figure 4-ii-.

e Aucun des automates.

f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iv-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-iii-.

e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).

f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
b L'' est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f Σ^* est un langage suffixe clos.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
h Σ^* est un langage.
i Σ^* est un langage préfixe clos.
j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. c $|\emptyset| = 0$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $|\emptyset| = 1$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-. b la Figure 5-v-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. f Σ^* est un langage.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. h Σ^* est un langage suffixe clos.
i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $|\emptyset| = 1$. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $|\emptyset| = 0$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $|\epsilon_\Sigma| = 0$. n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage préfixe clos.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j Σ^* est un langage.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états.
b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \cdot L$ est toujours un langage à états. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b Σ^* est un langage préfixe clos. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. h Σ^* est un langage suffixe clos.
i $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. j Σ^* est un langage.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\epsilon_\Sigma| = 1$. f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b Σ^* est un langage préfixe clos. c Σ^* est un langage suffixe clos.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i Σ^* est un langage.
j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $|\emptyset| = 0$. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. c $|\epsilon_\Sigma| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. i Σ^* est un langage. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $|\emptyset| = 0$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $|\emptyset| = 1$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage suffixe clos.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage préfixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i Σ^* est un langage. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $|\emptyset| = 0$. [f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] Σ^* est un langage.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états. c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\emptyset| = 0$. d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $|\emptyset| = 1$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-ii-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $|\emptyset| = 1$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage préfixe clos.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g Σ^* est un langage. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. e $|\emptyset| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $|\emptyset| = 1$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. e Σ^* est un langage.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage préfixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $|\emptyset| = 0$. d $|\emptyset| = 1$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $|\emptyset| = 0$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. e $|\emptyset| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k $|\epsilon_\Sigma| = 0$. l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. g Σ^* est un langage préfixe clos. h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même.
d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même.
f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $|\emptyset| = 0$. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $|\epsilon_\Sigma| = 0$. g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est suffixe de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. f Σ^* est un langage préfixe clos. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j Σ^* est un langage. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $|\emptyset| = 0$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états.
b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos.
b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
e Σ^* est un langage.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
h Σ^* est un langage suffixe clos.
i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $|\emptyset| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $|\emptyset| = 1$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états.
[f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot.
[b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même.
[d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot.
[f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\emptyset| = 0$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\emptyset| = 1$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $|\epsilon_\Sigma| = 0$. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b ϵ est suffixe de tout mot. c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est suffixe de lui même. e Un mot est préfixe de lui même.
f Un mot est facteur de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
f Σ^* est un langage. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\emptyset| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b ϵ est suffixe de tout mot. c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est facteur de lui même. e Un mot est préfixe de lui même.
f Un mot est suffixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$. d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \text{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \text{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est facteur de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $|\emptyset| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. j $|\emptyset| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\emptyset| = 0$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états.
[b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$.
[b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] Σ^* est un langage. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $|\emptyset| = 0$. i $|\emptyset| = 1$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $|\emptyset| = 1$. d $|\emptyset| = 0$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$. m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot. e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

- [a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
- [b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- [c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- [d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
- [e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
- [f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
- [g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
- [h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
- [i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
- [j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
- [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iii-.
- [b] Celui de la Figure 3-iv-.
- [c] Celui de la Figure 3-ii-.
- [d] Celui de la Figure 3-i-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-ii-.
- [b] Celui de la Figure 4-iii-.
- [c] Celui de la Figure 4-iv-.
- [d] Celui de la Figure 4-i-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-iii-.
- [b] la Figure 5-v-.
- [c] la Figure 5-iv-.
- [d] la Figure 5-ii-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $|\emptyset| = 0$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[h] $|\emptyset| = 1$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $|\emptyset| = 1$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h i
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est suffixe de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage préfixe clos. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h Σ^* est un langage. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\emptyset| = 0$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $|\emptyset| = 0$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] Σ^* est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] Σ^* est un langage.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\emptyset| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b Σ^* est un langage. c Σ^* est un langage préfixe clos.
d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 0$. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $|\emptyset| = 1$. c $|\emptyset| = 0$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

- [a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [b] L'' est toujours un langage à états.
- [c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
- [e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [f] L' est un toujours langage à états.
- [g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-ii-.
- [b] Celui de la Figure 4-i-.
- [c] Celui de la Figure 4-iii-.
- [d] Celui de la Figure 4-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iv-.
- [b] Celui de la Figure 3-ii-.
- [c] Celui de la Figure 3-iii-.
- [d] Celui de la Figure 3-i-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-iv-.
- [b] la Figure 5-ii-.
- [c] la Figure 5-iii-.
- [d] la Figure 5-v-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[h] Σ^* est un langage. [i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos.
b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f Σ^* est un langage.
g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
b L'' est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot.
b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-ii-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i Σ^* est un langage. j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot. [c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est suffixe de lui même. [e] Un mot est préfixe de lui même.
[f] Un mot est facteur de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $|\emptyset| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e Σ^* est un langage.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $|\emptyset| = 1$. [k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot. [c] ϵ est facteur de tout mot.
[d] Un mot est préfixe de lui même. [e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] Un mot est facteur de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $\epsilon \in L$.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. d Σ^* est un langage. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $|\emptyset| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est suffixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
f $|\emptyset| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $|\emptyset| = 1$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\emptyset| = 1$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $|\emptyset| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\emptyset| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

- [a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
- [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
- [c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
- [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
- [e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
- [f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
- [g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

- [a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
- [e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
- [f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
- [g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-iii-.
- [b] Celui de la Figure 4-i-.
- [c] Celui de la Figure 4-ii-.
- [d] Celui de la Figure 4-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iii-.
- [b] Celui de la Figure 3-ii-.
- [c] Celui de la Figure 3-i-.
- [d] Celui de la Figure 3-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-iv-.
- [b] la Figure 5-iii-.
- [c] la Figure 5-ii-.
- [d] la Figure 5-v-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] Σ^* est un langage. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $|\emptyset| = 1$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\emptyset| = 0$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e ϵ est facteur de tout mot. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. c $|\emptyset| = 0$.
d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\emptyset| = 1$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $\epsilon \in L$.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b ϵ est suffixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même.
d Un mot est facteur de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même.
f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $|\emptyset| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] Σ^* est un langage. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] Σ^* est un langage.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $|\emptyset| = 1$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$. J $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage suffixe clos.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $|\emptyset| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h Σ^* est un langage préfixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états.
b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot. [e] ϵ est préfixe de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $|\emptyset| = 0$. j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états.
[f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-iv-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $|\emptyset| = 1$. e $|\emptyset| = 0$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage préfixe clos.
c Σ^* est un langage. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos. [i] Σ^* est un langage.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $|\emptyset| = 0$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] Σ^* est un langage. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union.
[b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-iv-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] Σ^* est un langage. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $|\emptyset| = 0$. [e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $|\emptyset| = 1$. [k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

- [a] L'' est toujours un langage à états.
- [b] L' est un toujours langage à états.
- [c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
- [e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

- [a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
- [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
- [c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
- [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
- [f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
- [g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-ii-.
- [b] Celui de la Figure 4-i-.
- [c] Celui de la Figure 4-iii-.
- [d] Celui de la Figure 4-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iv-.
- [b] Celui de la Figure 3-i-.
- [c] Celui de la Figure 3-iii-.
- [d] Celui de la Figure 3-ii-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-iii-.
- [b] la Figure 5-iv-.
- [c] la Figure 5-v-.
- [d] la Figure 5-ii-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f Σ^* est un langage. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
j Σ^* est un langage suffixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $|\emptyset| = 1$. [i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \cdot L$ est toujours un langage à états. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $|\emptyset| = 0$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage. [i] Σ^* est un langage préfixe clos.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $|\emptyset| = 1$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iv-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. g Σ^* est un langage.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\emptyset| = 0$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\emptyset| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Le langage reconnu par cet automate est fini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\emptyset| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b Σ^* est un langage suffixe clos. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e Σ^* est un langage. f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g h i
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $|\emptyset| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est préfixe de lui même.
d ϵ est préfixe de tout mot.
e ϵ est facteur de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c Σ^* est un langage suffixe clos.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g Σ^* est un langage préfixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. j Σ^* est un langage.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage préfixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $|\emptyset| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$. m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$. [b] $L \subset \text{Suf}(L)$. [c] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [f] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\text{Pref}(L) \subseteq L$. [i] Σ^* est un langage.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot. e ϵ est suffixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\emptyset| = 1$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f Σ^* est un langage préfixe clos. g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. g $|\epsilon_\Sigma| = 0$. h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même.
b ϵ est suffixe de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-. b la Figure 5-iv-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\emptyset| = 0$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\emptyset| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot. [c] ϵ est préfixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $|\emptyset| = 1$. [k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g h i
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $|\emptyset| = 1$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\emptyset| = 1$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j Σ^* est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $|\emptyset| = 0$. f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) = L(C(A))$.
c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
e $L(A) = L(A^C)$.
f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même.
d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même.
f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage.
b $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j Σ^* est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$.
b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même.
d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$.
e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $|\emptyset| = 1$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[h] Σ^* est un langage. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage préfixe clos.
[e] Σ^* est un langage. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot. c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même. e Un mot est facteur de lui même.
f Un mot est suffixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 1$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-ii-.
[d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $|\emptyset| = 1$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$.
b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 0$. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage préfixe clos.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. h Σ^* est un langage préfixe clos. i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
j Σ^* est un langage suffixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 1$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même.
b ϵ est suffixe de tout mot.
c ϵ est facteur de tout mot.
d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
b $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
g Σ^* est un langage préfixe clos.
h Σ^* est un langage.
i Σ^* est un langage suffixe clos.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\emptyset| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 0$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\emptyset| = 0$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h Σ^* est un langage préfixe clos.
i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-.
[b] la Figure 5-ii-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $|\emptyset| = 1$. c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $|\emptyset| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot. [e] ϵ est facteur de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. g Σ^* est un langage suffixe clos. h Σ^* est un langage.
i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $|\emptyset| = 1$. [g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $|\emptyset| = 0$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. d Σ^* est un langage préfixe clos. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j Σ^* est un langage. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même.
d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot.
f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection.
b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même.
d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $|\emptyset| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états.
b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états.
f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage.
b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage suffixe clos.
d Σ^* est un langage préfixe clos.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b Σ^* est un langage préfixe clos. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage. e Σ^* est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $|\emptyset| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. j $|\emptyset| = 1$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $\epsilon \in L$.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
e $L(A) = L(C(A))$.
f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $|\emptyset| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\emptyset| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage. g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] Σ^* est un langage préfixe clos.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $|\emptyset| = 1$.
[g] $|\emptyset| = 0$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

- [a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
- [b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
- [c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
- [d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
- [e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- [f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
- [g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
- [h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
- [i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
- [j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
- [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iv-.
- [b] Celui de la Figure 3-ii-.
- [c] Celui de la Figure 3-iii-.
- [d] Celui de la Figure 3-i-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-iii-.
- [b] Celui de la Figure 4-iv-.
- [c] Celui de la Figure 4-i-.
- [d] Celui de la Figure 4-ii-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-ii-.
- [b] la Figure 5-v-.
- [c] la Figure 5-iv-.
- [d] la Figure 5-iii-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d e
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot. [c] ϵ est préfixe de tout mot.
[d] Un mot est suffixe de lui même. [e] Un mot est préfixe de lui même.
[f] Un mot est facteur de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 1$.
[g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $|\emptyset| = 0$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$. [b] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [e] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subset \text{Suf}(L)$. [h] $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e f g h i
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[i] $|\emptyset| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] Σ^* est un langage.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $|\emptyset| = 1$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d Σ^* est un langage. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f Σ^* est un langage suffixe clos. g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\emptyset| = 1$. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $|\epsilon_\Sigma| = 0$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $|\emptyset| = 1$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] Σ^* est un langage.
[j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états. c $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $|\emptyset| = 1$.
g $|\emptyset| = 0$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-iv-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $|\emptyset| = 1$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est infini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e Σ^* est un langage.
f Σ^* est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\emptyset| = 1$. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union.
[b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. d $|\emptyset| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\emptyset| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. f Σ^* est un langage.
g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
i $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $|\emptyset| = 1$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d e f g h i
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage suffixe clos. g Σ^* est un langage. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
i $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot. c ϵ est suffixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même. e Un mot est suffixe de lui même.
f Un mot est facteur de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-ii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. f $|\epsilon_\Sigma| = 0$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
e Σ^* est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i Σ^* est un langage. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $|\emptyset| = 0$. [e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] Σ^* est un langage. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $|\emptyset| = 1$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage.
b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage préfixe clos.
e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$.
b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\emptyset| = 0$. i $|\emptyset| = 1$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage. j Σ^* est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e ϵ est préfixe de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage. d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $|\emptyset| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j Le langage reconnu par cet automate est fini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $|\emptyset| = 0$. c $|\emptyset| = 1$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. b Σ^* est un langage suffixe clos. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e Σ^* est un langage préfixe clos.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. i Σ^* est un langage.
j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot. [c] ϵ est facteur de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états. c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage.
[h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. f Σ^* est un langage préfixe clos.
g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i Σ^* est un langage.
j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même.
d ϵ est facteur de tout mot.
e ϵ est suffixe de tout mot.
f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-ii-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] Σ^* est un langage.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] Σ^* est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage. f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h Σ^* est un langage préfixe clos.
i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 0$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\emptyset| = 1$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\emptyset| = 0$.
f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 0$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f Σ^* est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
h Σ^* est un langage. i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 1$. J ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
d $|\emptyset| = 0$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. g $|\emptyset| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $|\emptyset| = 0$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même.
f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
d Σ^* est un langage suffixe clos.
e Σ^* est un langage préfixe clos.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
g Σ^* est un langage.
h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est infini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\emptyset| = 1$.
[d] $|\emptyset| = 0$. [e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\emptyset| = 0$.
f $|\emptyset| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\text{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \text{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \text{Pref}(L)$. [f] $L \subset \text{Suf}(L)$. [g] $L \subset \text{Pref}(L)$.
[h] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $|\emptyset| = 0$. [f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b ϵ est suffixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage. e Σ^* est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. e $|\epsilon_\Sigma| = 1$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. d Σ^* est un langage.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f Σ^* est un langage suffixe clos.
g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j Σ^* est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\emptyset| = 1$. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
e Σ^* est un langage. f Σ^* est un langage préfixe clos.
g Σ^* est un langage suffixe clos. h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. c $|\emptyset| = 1$.
d $|\emptyset| = 0$. e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage préfixe clos. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
e Σ^* est un langage. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
i $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. j Σ^* est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot.
d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même.
f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est infini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $|\emptyset| = 0$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $|\emptyset| = 1$. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. h Σ^* est un langage préfixe clos.
i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $|\emptyset| = 0$. c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iv-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $|\emptyset| = 0$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\emptyset| = 1$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $|\emptyset| = 0$. k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage. b $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. e Σ^* est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
g $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. h Σ^* est un langage préfixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. k $|\emptyset| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] Σ^* est un langage. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [h] $L \subset \text{Suf}(L)$.
[i] $L \subset \text{Pref}(L)$. [j] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $|\emptyset| = 1$. h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. c $|\emptyset| = 1$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

- [a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
- [e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
- [f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
- [g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

- [a] Un mot est suffixe de lui même.
- [b] Un mot est facteur de lui même.
- [c] Un mot est préfixe de lui même.
- [d] ϵ est suffixe de tout mot.
- [e] ϵ est préfixe de tout mot.
- [f] ϵ est facteur de tout mot.
- [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-i-.
- [b] Celui de la Figure 4-ii-.
- [c] Celui de la Figure 4-iii-.
- [d] Celui de la Figure 4-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-iii-.
- [b] Celui de la Figure 3-ii-.
- [c] Celui de la Figure 3-i-.
- [d] Celui de la Figure 3-iv-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-v-.
- [b] la Figure 5-iii-.
- [c] la Figure 5-iv-.
- [d] la Figure 5-ii-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. g $|\emptyset| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $|\epsilon_\Sigma| = 0$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\text{Pref}(L) \subseteq L$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \text{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subset \text{Suf}(L)$. [i] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[j] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot. [e] ϵ est suffixe de tout mot.
[f] Un mot est facteur de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$.
b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $|\emptyset| = 1$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e ϵ est facteur de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $|\emptyset| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$.
e $L(A) = L(A^C)$.
f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est préfixe de lui même.
b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est facteur de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union.
b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\emptyset| = 1$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $|\emptyset| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. f Σ^* est un langage.
g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états.
d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est infini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\emptyset| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $|\emptyset| = 0$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\emptyset| = 1$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $|\emptyset| = 0$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] Σ^* est un langage. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subset \text{Pref}(L)$.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subset \text{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\text{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subseteq \text{Suf}(L)$.
[j] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états.
d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
b $\epsilon \in L$.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. g Σ^* est un langage. h Σ^* est un langage préfixe clos.
i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

- [a] L' est un toujours langage à états.
- [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
- [e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
- [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
- [g] L'' est toujours un langage à états.
- [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

- [a] ϵ est suffixe de tout mot.
- [b] Un mot est suffixe de lui même.
- [c] ϵ est préfixe de tout mot.
- [d] ϵ est facteur de tout mot.
- [e] Un mot est facteur de lui même.
- [f] Un mot est préfixe de lui même.
- [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
- [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 3-i-.
- [b] Celui de la Figure 3-ii-.
- [c] Celui de la Figure 3-iv-.
- [d] Celui de la Figure 3-iii-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

- [a] Celui de la Figure 4-i-.
- [b] Celui de la Figure 4-iv-.
- [c] Celui de la Figure 4-iii-.
- [d] Celui de la Figure 4-ii-.
- [e] Aucun des automates.
- [f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

- [a] la Figure 5-iii-.
- [b] la Figure 5-iv-.
- [c] la Figure 5-v-.
- [d] la Figure 5-ii-.
- [e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
- [f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\emptyset| = 1$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $|\emptyset| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $|\epsilon_\Sigma| = 0$. k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$. m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $|\emptyset| = 0$. e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $|\emptyset| = 1$. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
c Σ^* est un langage suffixe clos. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h Σ^* est un langage.
i Σ^* est un langage préfixe clos. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m $|\epsilon_\Sigma| = 0$. n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est facteur de tout mot. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. g Σ^* est un langage.
h Σ^* est un langage suffixe clos. i Σ^* est un langage préfixe clos.
j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\emptyset| = 1$.
j $|\emptyset| = 0$. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n $|\epsilon_\Sigma| = 1$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $|\emptyset| = 1$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est fini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $|\emptyset| = 1$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos.
[h] Σ^* est un langage. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\emptyset| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union.
b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] Σ^* est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
g Σ^* est un langage préfixe clos. h Σ^* est un langage.
i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\emptyset| = 1$. f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos.
[h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot.
d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. f Σ^* est un langage préfixe clos.
g Σ^* est un langage. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage.
d $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h Σ^* est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états.
f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) = L(A^C)$.
c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e ϵ est suffixe de tout mot. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-v-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 1$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot. [e] ϵ est préfixe de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-. b la Figure 5-v-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] Σ^* est un langage. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\emptyset| = 0$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot. e ϵ est suffixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
d Σ^* est un langage. e $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. f Σ^* est un langage préfixe clos.
g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i Σ^* est un langage suffixe clos. j $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est facteur de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $|\emptyset| = 1$. [e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [j] $|\emptyset| = 0$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états.
[d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection.
[b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-ii-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états.
d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états.
f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) = L(C(A))$.
c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$.
e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $\epsilon \in L$.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $|\emptyset| = 0$.
d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
d Σ^* est un langage. e Σ^* est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-ii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est suffixe de tout mot.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $|\emptyset| = 1$. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iii-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\emptyset| = 1$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est facteur de lui même. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états.
[d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états.
[f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection.
[b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $|\emptyset| = 1$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. j $|\emptyset| = 0$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
c Σ^* est un langage suffixe clos. d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j Σ^* est un langage.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot.
b Un mot est suffixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $|\emptyset| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est fini.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $|\emptyset| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même.
b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $\epsilon \in L$.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $|\emptyset| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subset \text{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \text{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même.
d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est infini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \text{Pref}(L)$.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\text{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage. [j] $L \subset \text{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est suffixe de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. i $|\emptyset| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage suffixe clos.
d Σ^* est un langage. e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $|\emptyset| = 0$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b Σ^* est un langage. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage suffixe clos. g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot. [c] ϵ est préfixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est préfixe de lui même.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [d] $|\emptyset| = 0$. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\emptyset| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $|\emptyset| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e Σ^* est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g Σ^* est un langage. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\emptyset| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. d $|\emptyset| = 1$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. k $|\emptyset| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\emptyset| = 0$.
j $|\emptyset| = 1$. k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] Σ^* est un langage. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \cdot L$ est toujours un langage à états. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $|\emptyset| = 0$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $|\emptyset| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est infini.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot. [e] ϵ est facteur de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\emptyset| = 0$.
f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $|\emptyset| = 1$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union.
b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot.
b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même.
d ϵ est suffixe de tout mot.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 0$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même.
d ϵ est facteur de tout mot.
e ϵ est suffixe de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
j Le langage reconnu par cet automate est infini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-v-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $|\emptyset| = 0$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot. [c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b L'' est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états.
d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
c Σ^* est un langage suffixe clos.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
e Σ^* est un langage.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
i Σ^* est un langage préfixe clos.
j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h i

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\emptyset| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage suffixe clos.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation.
[b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] Σ^* est un langage. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est facteur de tout mot.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $|\emptyset| = 0$. [i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
g Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Le langage reconnu par cet automate est fini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $|\emptyset| = 0$. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
g Σ^* est un langage suffixe clos. h Σ^* est un langage.
i $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. c $|\emptyset| = 0$. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. b $|\emptyset| = 1$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\emptyset| = 0$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot. c ϵ est suffixe de tout mot.
d Un mot est facteur de lui même. e Un mot est suffixe de lui même.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[h] Σ^* est un langage suffixe clos. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot. c ϵ est facteur de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même. e Un mot est facteur de lui même.
f Un mot est suffixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
f $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
h Σ^* est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\emptyset| = 1$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot. e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \cdot L$ est toujours un langage à états. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. g $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. j $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
b $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\emptyset| = 0$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $|\emptyset| = 1$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[c] Σ^* est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $|\emptyset| = 0$. d $|\emptyset| = 1$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. d Σ^* est un langage. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. g Σ^* est un langage préfixe clos.
h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est préfixe de tout mot. b ϵ est suffixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états.
[f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-iv-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage suffixe clos. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] Σ^* est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot. [c] ϵ est préfixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est préfixe de lui même.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\emptyset| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage.
[j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Le langage reconnu par cet automate est infini.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est fini. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\emptyset| = 0$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $|\emptyset| = 1$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 1$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] Σ^* est un langage.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e
Question 10 : a b c d e f g h i
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $|\emptyset| = 1$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[i] $|\emptyset| = 0$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\emptyset| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. g $|\emptyset| = 1$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est fini.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. h $|\emptyset| = 0$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g h i
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $|\emptyset| = 0$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot. [c] ϵ est facteur de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même.
b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est facteur de tout mot.
d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $|\emptyset| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $|\emptyset| = 1$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
g $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot. [e] ϵ est préfixe de tout mot.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage suffixe clos.
c Σ^* est un langage préfixe clos. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
f Σ^* est un langage. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 1$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage préfixe clos.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même.
[b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même.
[d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même.
[f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-ii-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] Σ^* est un langage.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. g $|\emptyset| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $|\emptyset| = 0$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. c Σ^* est un langage.
d Σ^* est un langage préfixe clos. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. f Σ^* est un langage suffixe clos.
g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. i $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par intersection. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est facteur de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est fini.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. d $|\emptyset| = 1$.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $|\emptyset| = 0$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. d $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états.
[f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$.
[e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iii-.
[c] la Figure 5-iv-.
[d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] Σ^* est un langage.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est fini.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $|\emptyset| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $|\emptyset| = 1$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $\epsilon \in L$.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
b Σ^* est un langage.
c $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
e Σ^* est un langage préfixe clos.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
g Σ^* est un langage suffixe clos.
h $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $|\emptyset| = 1$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $|\emptyset| = 0$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] Σ^* est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $|\emptyset| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\emptyset| = 0$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$. b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $\epsilon \in L$. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\emptyset| = 0$. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 1$. b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. n $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.* b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.*
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 0$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $|\emptyset| = 0$.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage préfixe clos. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. e Σ^* est un langage suffixe clos.
f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. g Σ^* est un langage. h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $\epsilon \in L$.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. g $|\emptyset| = 1$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 1$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 (3 points) Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $|\emptyset| = 1$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage. [i] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l
Question 2 : a b c d e f g h i
Question 3 : a b c d e f g
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot. [c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même. [e] Un mot est préfixe de lui même.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $|\emptyset| = 0$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
c $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\emptyset| = 1$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\emptyset| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 1$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] Σ^* est un langage préfixe clos.
[e] Σ^* est un langage. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états.
[d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union.
[b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection.
[d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-ii-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage. [f] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [h] $|\emptyset| = 0$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est préfixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c Le langage reconnu par cet automate est fini.
d Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. f $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $|\emptyset| = 1$. f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. i $|\emptyset| = 0$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. c Σ^* est un langage suffixe clos.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage. g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
j Σ^* est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. d $|\emptyset| = 1$. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. i $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] Σ^* est un langage suffixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est facteur de lui même.
[b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot.
[d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est préfixe de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-.
[b] la Figure 5-iv-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\text{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \text{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $\text{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\text{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \text{Pref}(L)$. [g] $L \subseteq \text{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage. [j] $L \subset \text{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. b $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. c $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
f $L \cdot \{\epsilon\} = L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est facteur de tout mot. c ϵ est préfixe de tout mot.
d Un mot est suffixe de lui même. e Un mot est facteur de lui même.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. f $|\emptyset| = 1$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. h $|\emptyset| = 0$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b L'' est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $|\emptyset| = 1$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. i $|\emptyset| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
c $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. d Σ^* est un langage.
e Σ^* est un langage préfixe clos. f $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e
Question 8 : a b c d
Question 9 : a b c d e f g h i
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$.
[e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot.
[b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\emptyset| = 0$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-iv-.
d Celui de la Figure 3-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iii-.
b Celui de la Figure 4-i-.
c Celui de la Figure 4-ii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-iv-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. j $|\emptyset| = 0$.
k $|\emptyset| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $\epsilon \in L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] Σ^* est un langage. [e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-.
[b] la Figure 5-ii-.
[c] la Figure 5-v-.
[d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $|\emptyset| = 1$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[h] Σ^* est un langage suffixe clos. [i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 1$. m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i
Question 13 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot.
e Un mot est préfixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$. m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. d $|\emptyset| = 0$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $|\emptyset| = 0$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
e $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
i $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est suffixe de tout mot.
d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même.
f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
b $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
e $\epsilon \in L$.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b L' est un toujours langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états.
f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
b Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est infini.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. b $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d Σ^* est un langage. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. i Σ^* est un langage suffixe clos.
j Σ^* est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
i $|\emptyset| = 0$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. k $|\emptyset| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $|\emptyset| = 1$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. d $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot. e ϵ est facteur de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \cdot L$ est toujours un langage à états. e $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable.* [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable.*
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable.*
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable.* [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [i] Σ^* est un langage.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. c $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
j $|\epsilon_\Sigma| = 1$. k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iii-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iv-. c la Figure 5-iii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 0$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [g] $|\emptyset| = 1$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage suffixe clos.
[j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] L'' est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est suffixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[e] Σ^* est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [d] $|\emptyset| = 0$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 11 : a b c d
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [c] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] $|\emptyset| = 0$. [e] $|\emptyset| = 1$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[j] Σ^* est un langage préfixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états.
[d] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-.
[b] la Figure 5-v-.
[c] la Figure 5-iii-.
[d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [j] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [c] Σ^* est un langage.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [c] $|\emptyset| = 0$. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] Σ^* est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L'' est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est préfixe de tout mot. [c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est préfixe de lui même. [e] Un mot est facteur de lui même.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\emptyset| = 0$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iv-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-ii-. d la Figure 5-v-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\emptyset| = 1$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [g] $|\emptyset| = 0$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a ϵ est préfixe de tout mot. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est facteur de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage.
d $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
f Σ^* est un langage préfixe clos. g $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. h $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
i $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. j $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. f $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $|\emptyset| = 1$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
g $|\emptyset| = 0$. h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points)

a ϵ est facteur de tout mot. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d Un mot est préfixe de lui même.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f L' est un toujours langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
d Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage. [h] Σ^* est un langage préfixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est fini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $|\emptyset| = 1$.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot.
f ϵ est préfixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
e $L(A) = L(C(A))$.
f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
c $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
e $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
f $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
g Σ^* est un langage.
h Σ^* est un langage suffixe clos.
i Σ^* est un langage préfixe clos.
j $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[d] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[j] Le langage reconnu par cet automate est infini. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] Un mot est préfixe de lui même. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h
Question 4 : a b c d e
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 7 : a b c d e f g h i j k l
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage suffixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [g] Σ^* est un langage. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c L' est un toujours langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
c Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Le langage reconnu par cet automate est infini.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 0$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $|\emptyset| = 1$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[i] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h i

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [i] $|\emptyset| = 1$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[k] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est facteur de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] Σ^* est un langage. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est facteur de lui même. b ϵ est suffixe de tout mot.
c ϵ est facteur de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c L'' est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 0$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $|\emptyset| = 1$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $L(A) = L(C(A))$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. e $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[c] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[h] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[j] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] Σ^* est un langage préfixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h i
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 12 : a b c d e
Question 13 : a b c d e f g h
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[i] Σ^* est un langage. [j] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est suffixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[i] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(C(A))$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. e $L \cdot \{\epsilon\} = L$. f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
c $|\emptyset| = 1$. d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
g $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. i $|\emptyset| = 0$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est fini.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] L' est un toujours langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] Un mot est facteur de lui même.
[c] ϵ est suffixe de tout mot. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est préfixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[m] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iv-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i j k l

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[c] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points)

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] ϵ est facteur de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 6 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. [h] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] L' est un toujours langage à états.
[c] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. f $|\emptyset| = 0$. g $|\emptyset| = 1$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iv-. b la Figure 5-ii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 12 : a b c d e f g h i

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cap L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. b $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage préfixe clos.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. e $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
f Σ^* est un langage suffixe clos. g $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
h $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. j Σ^* est un langage.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. e $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$. n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. c $\epsilon \in L$.
d $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f Un mot est suffixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. d $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
e $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. f Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 11 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 1$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. e $|\emptyset| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
h $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(A^C)$. f $L(A) = L(C(A))$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est infini.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
i $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
j Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-ii-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-i-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-iii-.
b la Figure 5-v-.
c la Figure 5-iv-.
d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h i j k l
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d e f g
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d e f g h
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] L' est un toujours langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est préfixe de tout mot.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est suffixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[d] Σ^* est un langage. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [h] Σ^* est un langage suffixe clos.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [c] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [m] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[n] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [e] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [i] $|\emptyset| = 0$. [j] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[k] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 13 : a b c d e f g
Question 14 : a b c d e f g
Question 15 : a b c d e f g h i j k l
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est suffixe de lui même. d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

a $L \cdot L$ est toujours un langage à états. b $\epsilon \in L$. c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. i $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(C(A))$. [f] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 0$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [i] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [k] $|\emptyset| = 1$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [d] Σ^* est un langage. [e] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [f] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] Σ^* est un langage préfixe clos. [i] Σ^* est un langage suffixe clos.
[j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 4 : a b c d
Question 5 : a b c d
Question 6 : a b c d e f g
Question 7 : a b c d e f g
Question 8 : a b c d e f g h
Question 9 : a b c d e f g h i j k l
Question 10 : a b c d e f g h i j k l
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d e f g h i
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c ϵ est facteur de tout mot. d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot. f Un mot est facteur de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
b $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
c ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e $|\epsilon_\Sigma| = 1$. f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. h $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L$ est toujours un langage à états. b $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. d L' est un toujours langage à états.
e L'' est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 0$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] Σ^* est un langage. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] Σ^* est un langage suffixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 11 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $|\emptyset| = 0$. [g] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [h] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[b] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[k] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] L'' est toujours un langage à états. [d] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. c $L(A) = L(C(A))$.
d $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = L$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. d $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot. b Un mot est préfixe de lui même.
c Un mot est facteur de lui même. d ϵ est préfixe de tout mot.
e Un mot est suffixe de lui même. f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[e] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage. [c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage suffixe clos. [i] Σ^* est un langage préfixe clos.
[j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h i j k l

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. b $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
l $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
d $L(A) = L(C(A))$. e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a Σ^* est un langage suffixe clos. b Σ^* est un langage préfixe clos. c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. f Σ^* est un langage.
g $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. h $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. i $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
j $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 1$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. g $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
h $|\emptyset| = 0$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. j $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[g] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est facteur de lui même. [d] Un mot est suffixe de lui même.
[e] Un mot est préfixe de lui même. [f] ϵ est préfixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage. [c] Σ^* est un langage suffixe clos.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [e] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[g] Σ^* est un langage préfixe clos. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) = L(C(A))$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L' est un toujours langage à états. [b] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] L'' est toujours un langage à états.
[g] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] ϵ est facteur de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est préfixe de tout mot. [f] ϵ est suffixe de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[d] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[e] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [h] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
[j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [k] $|\emptyset| = 0$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 14 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
c $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
d $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
f $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
k $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
l $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-ii-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-i-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-iv-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-.
b la Figure 5-ii-.
c la Figure 5-iii-.
d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d e f g h i

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] Σ^* est un langage suffixe clos. [e] Σ^* est un langage préfixe clos.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [g] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [h] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[j] Σ^* est un langage. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est facteur de lui même. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot. [e] ϵ est suffixe de tout mot.
[f] Un mot est suffixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[b] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[c] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[i] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} = L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
f $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b L' est un toujours langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
f $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $|\emptyset| = 1$. i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
c $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $\epsilon \in L$. e $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
f $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
c $|\epsilon_\Sigma| = 0$. d ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. j $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
m $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
n $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-i-.
b Celui de la Figure 3-iv-.
c Celui de la Figure 3-ii-.
d Celui de la Figure 3-iii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-i-.
b Celui de la Figure 4-ii-.
c Celui de la Figure 4-iii-.
d Celui de la Figure 4-iv-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-v-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-iv-. d la Figure 5-ii-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e

Question 8 : a b c d

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
b Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
c Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est fini.
f Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
g Le langage reconnu par cet automate est infini.
h Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
i Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
b ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
f $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
h $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ. l $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
m ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par union.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est facteur de lui même. b Un mot est suffixe de lui même.
c ϵ est suffixe de tout mot. d ϵ est facteur de tout mot. e ϵ est préfixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[e] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [f] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [h] $|\emptyset| = 0$.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [j] $|\emptyset| = 1$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[f] Σ^* est un langage suffixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] Σ^* est un langage.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $\epsilon \in L$. [b] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d e f g h i j k l

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] Σ^* est un langage suffixe clos. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] Σ^* est un langage.
[i] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [j] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\emptyset| = 1$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [d] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [f] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[g] $|\emptyset| = 0$. [h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
b $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
d L' est un toujours langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
f L'' est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par complémentation.
b EF est fermée par union.
c EF est fermée par intersection.
d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
b $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
d $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
g ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
k ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
l $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
m ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
n $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
d $\epsilon \in L$.
e $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
f $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est facteur de tout mot.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est suffixe de lui même.
e ϵ est suffixe de tout mot.
f Un mot est préfixe de lui même.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
b $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
c $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
d $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
e Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
f $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [c] $L(A) = L(A^C)$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iv-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i

Question 8 : a b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
d $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
e ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
h $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
i $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
l ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
m $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
n ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L' est un toujours langage à états.
b $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
d L'' est toujours un langage à états.
e $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
f $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
g $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
b $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
c $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
d $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
e $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
f $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
g $|\emptyset| = 0$.
h $|\emptyset| = 1$.
i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a ϵ est suffixe de tout mot.
b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même.
d Un mot est suffixe de lui même.
e Un mot est préfixe de lui même.
f ϵ est facteur de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] Σ^* est un langage préfixe clos.
[c] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [g] Σ^* est un langage suffixe clos. [h] Σ^* est un langage.
[i] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [j] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $\epsilon \in L$. [e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[e] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[h] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[i] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 12 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [f] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-v-. [d] la Figure 5-iv-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e f g h

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l

Question 11 : a b c d

Question 12 : a b c d e

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par intersection. [b] EF est fermée par union.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] L'' est toujours un langage à états. [b] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[d] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [e] $|\emptyset| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [g] $|\emptyset| = 0$.
[h] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 10 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [d] Σ^* est un langage.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] Σ^* est un langage préfixe clos.
[g] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[d] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[h] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[i] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[j] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ (0,75 points)

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est facteur de tout mot. [c] ϵ est suffixe de tout mot.
[d] Un mot est suffixe de lui même. [e] Un mot est facteur de lui même.
[f] Un mot est préfixe de lui même. [g] Aucune des affirmations n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [k] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[l] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-iii-.
[d] Celui de la Figure 3-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-i-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-iii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d
Question 3 : a b c d e
Question 4 : a b c d e f g h i
Question 5 : a b c d e f g
Question 6 : a b c d
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l
Question 9 : a b c d e f g
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h
Question 12 : a b c d e f g h i j k l
Question 13 : a b c d e f g h i j k l
Question 14 : a b c d e f g h
Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
c Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
d Le langage reconnu par cet automate est infini.
e Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
f $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
i Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
j $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a L'' est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
e $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. f $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
g L' est un toujours langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 3 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. g $|\emptyset| = 1$.
h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. i $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
j $|\emptyset| = 0$. k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 7 ♣ (0,75 points)

a Un mot est préfixe de lui même. b Un mot est facteur de lui même.
c ϵ est préfixe de tout mot. d ϵ est suffixe de tout mot. e ϵ est facteur de tout mot.
f Un mot est suffixe de lui même. g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 8 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

a $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. b $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
c $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$. d $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
e ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
f ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ. g $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
h ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
i ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
j ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
l $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. m $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
n $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
o Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

a $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. b $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. c $L \cdot \{\epsilon\} = L$.
d Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. e $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
f $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. g Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ (0,5 points) Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par union. b EF est fermée par intersection.
c EF est fermée par complémentation. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

a $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. b $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. c Σ^* est un langage préfixe clos.
d $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. e Σ^* est un langage. f $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
g $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. h Σ^* est un langage suffixe clos. i $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
j $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 13 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (0,75 points) Soit L un langage quelconque.

[a] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [b] $\epsilon \in L$. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[d] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[f] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-ii-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-iv-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-ii-.
[b] Celui de la Figure 3-iii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-iii-. [c] la Figure 5-ii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k l

Question 4 : a b c d

Question 5 : a b c d

Question 6 : a b c d e f g

Question 7 : a b c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e

Question 11 : a b c d e f g h i j k l

Question 12 : a b c d e f g

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
b $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
b $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
d $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 3 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
b Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
c $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
g Le langage reconnu par cet automate est fini.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est infini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte.
l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\emptyset| = 0$.
b $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
c $|\emptyset| = 1$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
h $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
j $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
k $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,75 points)**

a Un mot est suffixe de lui même.
b ϵ est facteur de tout mot.
c Un mot est préfixe de lui même.
d Un mot est facteur de lui même.
e ϵ est préfixe de tout mot.
f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
b $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$.
c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) = L(A^C)$.
e $L(A) = L(C(A))$.
f $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte.
h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[b] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[f] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[k] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [b] Σ^* est un langage suffixe clos. [c] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$.
[d] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [e] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos.
[f] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [g] Σ^* est un langage préfixe clos.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] Σ^* est un langage. [j] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[e] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [f] $\epsilon \in L$.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 14 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [f] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-i-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-iii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iv-. [b] la Figure 5-v-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g
Question 2 : a b c d e f g
Question 3 : a b c d e f g h i j k l
Question 4 : a b c d e f g h i j k l
Question 5 : a b c d e f g h
Question 6 : a b c d e f g h
Question 7 : a b c d e f g h
Question 8 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 9 : a b c d
Question 10 : a b c d
Question 11 : a b c d e f g h i j k l
Question 12 : a b c d e f g h
Question 13 : a b c d e
Question 14 : a b c d e f g h i
Question 15 : a b c d
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

a $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. b $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
c $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. d $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
e $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. f $\epsilon \in L$.
g Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
h Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

a $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. b $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

a EF est fermée par intersection. b EF est fermée par complémentation.
c EF est fermée par union. d Aucune des affirmations n'est correcte.
e Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. b $|\emptyset| = 0$.
c $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. d $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
e $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. f $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
g $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. h $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. k $|\emptyset| = 1$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[b] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[c] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[f] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[g] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est préfixe de tout mot. [b] ϵ est suffixe de tout mot.
[c] Un mot est suffixe de lui même. [d] Un mot est préfixe de lui même.
[e] ϵ est facteur de tout mot. [f] Un mot est facteur de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] Σ^* est un langage. [d] Σ^* est un langage préfixe clos.
[e] Σ^* est un langage suffixe clos. [f] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[h] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [i] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 14 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L$ est toujours un langage à états. [b] L'' est toujours un langage à états.
[c] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [f] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[g] L' est un toujours langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\epsilon_\Sigma| = 0$. [b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[g] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[h] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[j] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$.
[m] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [n] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-ii-.
[c] Celui de la Figure 4-i-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-iv-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-ii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-iii-. [b] la Figure 5-ii-. [c] la Figure 5-iv-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d

Question 2 : a b c d e f g h

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g

Question 5 : a b c d e

Question 6 : a b c d

Question 7 : a b c d e f g h i j k l

Question 8 : a b c d e f g h i j k l

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g

Question 14 : a b c d e f g h i

Question 15 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 2 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 3 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,75 points)**

[a] ϵ est suffixe de tout mot. [b] Un mot est préfixe de lui même.
[c] ϵ est facteur de tout mot. [d] ϵ est préfixe de tout mot.
[e] Un mot est facteur de lui même. [f] Un mot est suffixe de lui même.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. [b] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$.
[c] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [f] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$. [g] $|\emptyset| = 1$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ.
[j] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[c] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[e] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[f] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[g] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[h] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[i] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[j] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[b] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [c] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[d] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. [e] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$.
[g] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[m] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [b] $L(A) = L(C(A))$. [c] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[d] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [e] $L(A) = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par complémentation.
[c] EF est fermée par intersection. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$.
[d] Σ^* est un langage préfixe clos. [e] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [f] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[g] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$. [h] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [i] Σ^* est un langage.
[j] Σ^* est un langage suffixe clos. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cup L$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[c] L' est un toujours langage à états. [d] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-i-.
[b] Celui de la Figure 4-iii-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iv-.
[b] Celui de la Figure 3-i-.
[c] Celui de la Figure 3-ii-.
[d] Celui de la Figure 3-iii-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-ii-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-v-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h
Question 2 : a b c d e f g h
Question 3 : a b c d
Question 4 : a b c d e f g h
Question 5 : a b c d e f g h i j k l
Question 6 : a b c d e f g h i j k l
Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o
Question 8 : a b c d e f g
Question 9 : a b c d e f g h
Question 10 : a b c d e
Question 11 : a b c d e f g
Question 12 : a b c d
Question 13 : a b c d
Question 14 : a b c d e f g h i j k l
Question 15 : a b c d e f g h i
Question 16 : a b c d e f
Question 17 : a b c d e f
Question 18 : a b c d e f

Question 19 : a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 2 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L. [b] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$.
[c] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [d] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [e] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$. [f] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 4 ♣ **(1 point)**Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. [b] $|\emptyset| = 1$.
[c] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. [d] $|\emptyset| = 0$.
[e] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[f] $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [g] $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[h] $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[i] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$. [j] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$. [k] $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$.
[l] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(1 point)** Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

[a] Le langage reconnu par cet automate est fini.
[b] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[c] Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
[d] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
[e] Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
[f] Le langage reconnu par cet automate est infini.
[g] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
[h] Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
[i] Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
[j] $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par complémentation. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par union. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[b] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[c] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ. [d] $|\epsilon_\Sigma| = 1$.
[e] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [f] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$.
[g] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [h] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ. [j] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[k] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[l] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[m] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[n] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

[a] $L(A) = L(A^C)$. [b] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [c] $L(A) = L(C(A))$.
[d] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. [e] $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. [f] $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [b] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos.
[c] Σ^* est un langage suffixe clos. [d] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [e] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[f] Σ^* est un langage préfixe clos. [g] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$. [h] Σ^* est un langage.
[i] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [j] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [k] Aucune des affirmations n'est correcte.
[l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 10 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)**

[a] Un mot est préfixe de lui même. [b] Un mot est suffixe de lui même.
[c] ϵ est préfixe de tout mot. [d] Un mot est facteur de lui même.
[e] ϵ est suffixe de tout mot. [f] ϵ est facteur de tout mot.
[g] Aucune des affirmations n'est correcte. [h] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*. [b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*.
[c] L'énoncé est absurde. [d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 14 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subseteq \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[c] $L \subset \text{Pref}(L)$ est toujours vrai. [d] $L \cdot L$ est toujours un langage à états. [e] $\epsilon \in L$.
[f] $L \subset \text{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 15 ♣ **(0,5 points)** Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

[a] $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. [b] $L' \cup L$ est toujours un langage à états.
[c] $L'' \cap L$ est toujours un langage à états. [d] L' est un toujours langage à états.
[e] L'' est toujours un langage à états. [f] $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
[g] $L'' \cup L$ est toujours un langage à états. [h] Aucune des affirmations n'est correcte.
[i] Toutes les affirmations sont correctes.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ **(1 points)**

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 4-iii-.
[b] Celui de la Figure 4-iv-.
[c] Celui de la Figure 4-ii-.
[d] Celui de la Figure 4-i-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Question 17 ♣ **(1 points)**
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

[a] Celui de la Figure 3-iii-.
[b] Celui de la Figure 3-ii-.
[c] Celui de la Figure 3-i-.
[d] Celui de la Figure 3-iv-.
[e] Aucun des automates.
[f] Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 **(2,5 points)** Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

[a] la Figure 5-v-. [b] la Figure 5-iv-. [c] la Figure 5-iii-. [d] la Figure 5-ii-.
[e] aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
[f] la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j k l

Question 5 : a b c d e f g h i j k l

Question 6 : a b c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 8 : a b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j k l

Question 10 : a b c d

Question 11 : a b c d e f g

Question 12 : a b c d e f g h

Question 13 : a b c d

Question 14 : a b c d e f g h

Question 15 : a b c d e f g h i

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (14h00 → 16h00).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraine la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- Vous pouvez ré-utiliser les algorithmes vus en cours sans les re-définir.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Rappels et notations. Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A.

Pour un langage L, nous notons $\mathrm{Pref}(L)$ et $\mathrm{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Les symboles $\subseteq$ et $\subset$ dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

(-i-) KO (-ii-) KO (-iii-) KO (-iv-) OK

Figure 1 – Comment marquer une case.

Question 1 ♣ (1 point) Considérons l'automate dans la Figure 2. Cet automate accepte certains mots sur l'alphabet $\{a, b\}$.

a Le langage reconnu par cet automate est infini.
b $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (1, a \cdot a) \cdot (2, a) \cdot (3, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
c Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole b est un multiple de 3.
d $(1, b \cdot a \cdot a) \cdot (2, a \cdot a) \cdot (3, a) \cdot (1, \epsilon)$ est une exécution du mot $b \cdot a \cdot a$.
e Le langage reconnu par cet automate est préfixe clos.
f Le langage reconnu par cet automate est suffixe clos.
g Le langage reconnu par cet automate est un langage à états.
h Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a est un multiple de 3.
i Le langage reconnu par cet automate est fini.
j Les mots acceptés sont tels que le nombre d'occurences du symbole a n'est pas un multiple de 3.
k Aucune des affirmations n'est correcte. l Toutes les affirmations sont correctes.

Question 2 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *indécidable*.
b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide ou pas est *décidable*. c L'énoncé est absurde.
d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,75 points) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ, son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C, obtenus suivant les procédures vues en cours.

a $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. b $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. c $\Sigma^* \setminus L(A) = L(C(A))$.
d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. e $L(A) = L(C(A))$. f $L(A) = L(A^C)$.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 4 ♣ (0,75 points)

a Un mot est suffixe de lui même. b ϵ est préfixe de tout mot.
c Un mot est facteur de lui même. d Un mot est préfixe de lui même.
e ϵ est facteur de tout mot. f ϵ est suffixe de tout mot.
g Aucune des affirmations n'est correcte. h Toutes les affirmations sont correctes.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soit L_1 et L_2 deux langages à états.

a $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états. b $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
c $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. d $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états.
e $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
f Aucune des affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
g Toutes les affirmations concernant le langage obtenu en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage à états, L' un langage tel que $L' \subseteq L$ et L'' un langage tel que $L \subseteq L''$.

a $L' \cap L''$ est toujours un langage à états. b $L' \cap L$ est toujours un langage à états.
c $L' \cup L$ est toujours un langage à états. d $L'' \cap L$ est toujours un langage à états.
e L' est un toujours langage à états. f $L'' \cup L$ est toujours un langage à états.
g L'' est toujours un langage à états. h Aucune des affirmations n'est correcte.
i Toutes les affirmations sont correctes.

Question 7 (0,25 points) Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

a Déterminer si $L_1 \cap L_2$ vide est *décidable*. b Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est vide est *indécidable*.
c L'énoncé est absurde. d Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,75 points)** Soit L_1 et L_2 deux langages quelconques.

[a] $L_2 \setminus L_1$ est toujours un langage à états. [b] $L_1 \setminus L_2$ est toujours un langage à états.
[c] $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage à états. [d] $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage à états.
[e] $L_1 \cdot L_2$ est toujours un langage à états.
[f] Aucune des affirmations concernant les langages obtenus en composant L_1 et L_2 n'est correcte.
[g] Toutes les affirmations concernant les langage obtenus en composant L_1 et L_2 sont correctes.

Question 9 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque.

[a] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [b] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$ est toujours vrai. [c] $\epsilon \in L$.
[d] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai. [e] $L \cdot L$ est toujours un langage à états.
[f] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$ est toujours vrai.
[g] Aucune des affirmations concernant L et les langages construits à partir de L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L et les langages construits à partir de L sont correctes.

Question 10 ♣ **(1 point)** Considérons un alphabet Σ et ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ.

[a] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[b] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = u$.
[c] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation des mots sur Σ.
[d] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \emptyset$. [e] $\forall u \in \Sigma^* : u \cdot \epsilon_\Sigma = \epsilon_\Sigma \cdot u = \epsilon_\Sigma$.
[f] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation des mots sur Σ.
[g] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[h] $\{\epsilon_\Sigma\}$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
[i] ϵ_Σ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
[j] ϵ_Σ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ.
[k] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = \{\epsilon_\Sigma\}$. [l] $|\epsilon_\Sigma| = 1$. [m] $|\epsilon_\Sigma| = 0$.
[n] $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \{\epsilon_\Sigma\} = \{\epsilon_\Sigma\} \cdot L = L$. [o] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 points)** Nous considérons la classe EF des langages à états.

[a] EF est fermée par union. [b] EF est fermée par intersection.
[c] EF est fermée par complémentation. [d] Aucune des affirmations n'est correcte.
[e] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 12 ♣ **(0,75 points)** Soit Σ un alphabet et L un langage quelconque sur Σ.

[a] $L \subset \mathrm{Pref}(L)$. [b] $L \subset \mathrm{Suf}(L)$. [c] Σ^* est un langage préfixe clos.
[d] $\mathrm{Pref}(L)$ est un langage préfixe clos. [e] Σ^* est un langage suffixe clos.
[f] Σ^* est un langage. [g] $L \subseteq \mathrm{Suf}(L)$. [h] $L \subseteq \mathrm{Pref}(L)$.
[i] $\mathrm{Suf}(L)$ est un langage suffixe clos. [j] $\mathrm{Pref}(L) \subseteq L$.
[k] Aucune des affirmations n'est correcte. [l] Toutes les affirmations sont correctes.

Question 13 ♣ **(0,75 points)** Soit L un langage quelconque sur un alphabet Σ.

[a] $L \cdot \{\epsilon\} = \Sigma^*$. [b] $L \cdot \{\epsilon\} = L$. [c] $|L \cdot \{\epsilon\}| = |L|$. [d] $L \cdot \{\epsilon\} \subset L$.
[e] $L \cdot \{\epsilon\} \subseteq L$. [f] Il est possible de trouver un automate qui reconnaît L.
[g] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
[h] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.

Question 14 **(0,25 points)** Soient L_1 et L_2 deux langages à états sur un alphabet Σ.

[a] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *indécidable*.
[b] Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini ou infini est *décidable*. [c] L'énoncé est absurde.
[d] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 15 ♣ (1 point) Considérons un alphabet Σ, ϵ_Σ le mot vide sur l'alphabet Σ et $\emptyset$ le langage vide sur l'alphabet Σ.

a $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 1$. b $|\{\epsilon_\Sigma\}| = 0$. c $|\emptyset| = 0$.
d $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages sur Σ.
e $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = L$.
f $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages sur Σ.
g $\emptyset$ est l'élément absorbant de la concaténation de langages à états sur Σ. h $|\emptyset| = 1$.
i $\forall L \subseteq \Sigma^* : L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$.
j $\emptyset$ est l'élément neutre de la concaténation de langages à états sur Σ. k $\emptyset = \{\epsilon_\Sigma\}$.
l Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Complétion d'automates (2 points)

Question 16 ♣ (1 points)
Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 3-iv-.
b Celui de la Figure 3-i-.
c Celui de la Figure 3-iii-.
d Celui de la Figure 3-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Question 17 ♣ (1 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de *complétion* est/sont :

a Celui de la Figure 4-iv-.
b Celui de la Figure 4-iii-.
c Celui de la Figure 4-i-.
d Celui de la Figure 4-ii-.
e Aucun des automates.
f Tous les automates.

Partie 3 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 18 (2,5 points) Considérons l'AEFD représenté dans la Figure 5-i-. La version minimisée de cet automate est représenté sur

a la Figure 5-ii-. b la Figure 5-iii-. c la Figure 5-v-. d la Figure 5-iv-.
e aucune figure (cet automate n'est pas minimal).
f la Figure 5-i- car cet automate est déjà minimal.

Champ Libre

Question 19 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$. L'état 1 est initial et accepteur.

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

Partie 4 : Algorithme (3 points)

Question 20 **(3 points)** Donner un algorithme qui, étant donné un AEFD, retourne l'AEFD *complet* dont les états sont *accessibles* et qui reconnaît le même langage que l'automate passé en paramètre. Indiquer clairement les entrées et les sorties de l'algorithme. L'efficacité de votre solution sera prise en compte ; en particulier un algorithme faisant un seul parcours sera (légèrement) plus apprécié qu'un algorithme nécessitant deux parcours.

Partie 5 : Automate (2,5 points)

Question 21 **(2,5 points)** Nous considérons les mots sur l'alphabet $\{0, 1, 2\}$ encodant des entiers naturels exprimés en base 3 où le chiffre de poids le plus significatif est à gauche. De tels mots sont lus de gauche à droite. Donner un automate qui reconnaît de tels mots et qui représentent des entiers naturels multiples de 4.

FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de complétion.

(-ii-)

(-iii-)

(-iv-)

(-v-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation.

Examen à mi-parcours du 24/10/2018
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2018/2019

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 : a b c d e f g h i j k l

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h

Question 5 : a b c d e f g

Question 6 : a b c d e f g h i

Question 7 : a b c d

Question 8 : a b c d e f g

Question 9 : a b c d e f g h

Question 10 : a b c d e f g h i j k l m n o

Question 11 : a b c d e

Question 12 : a b c d e f g h i j k l

Question 13 : a b c d e f g h

Question 14 : a b c d

Question 15 : a b c d e f g h i j k l

Question 16 : a b c d e f

Question 17 : a b c d e f

Question 18 : a b c d e f

Question 19 :

a *Réservé enseignant*

.....

.....

Question 20 : f pf pj j je *Réservé enseignant*

Question 21 : f pf pj j *Réservé enseignant*