TP3 Vasileios Skarleas et Yanis Sadoun

Exercice 1

Le code de l'exercise est:

```
void generate_instances(int *debut, int *fin, int n, int Fmax){
  for (int i = 0; i < n; ++i)
  {
    debut[i] = nb_random(0, Fmax); //taking any number on the intervalle
    fin[i] = debut[i] + nb_random(1, Fmax - debut[i]); //starting from the beginning of the interval we add minimum 1 up to maximum - start time (in order to remain on the Fmax limit)
  }
}
```

L'agorithme est le suivant:

```
tant que i de 1 à n
    debut[i] <- nombre_aleatoire(0 à max)
    fin[i] <- debut[i] + nombre_aleatoire(1, nouveau_max)
```

La condition de nouveau max est d'etre inferieur ou egal à max. La compelxite est O(n).

Exercise 2

Q1

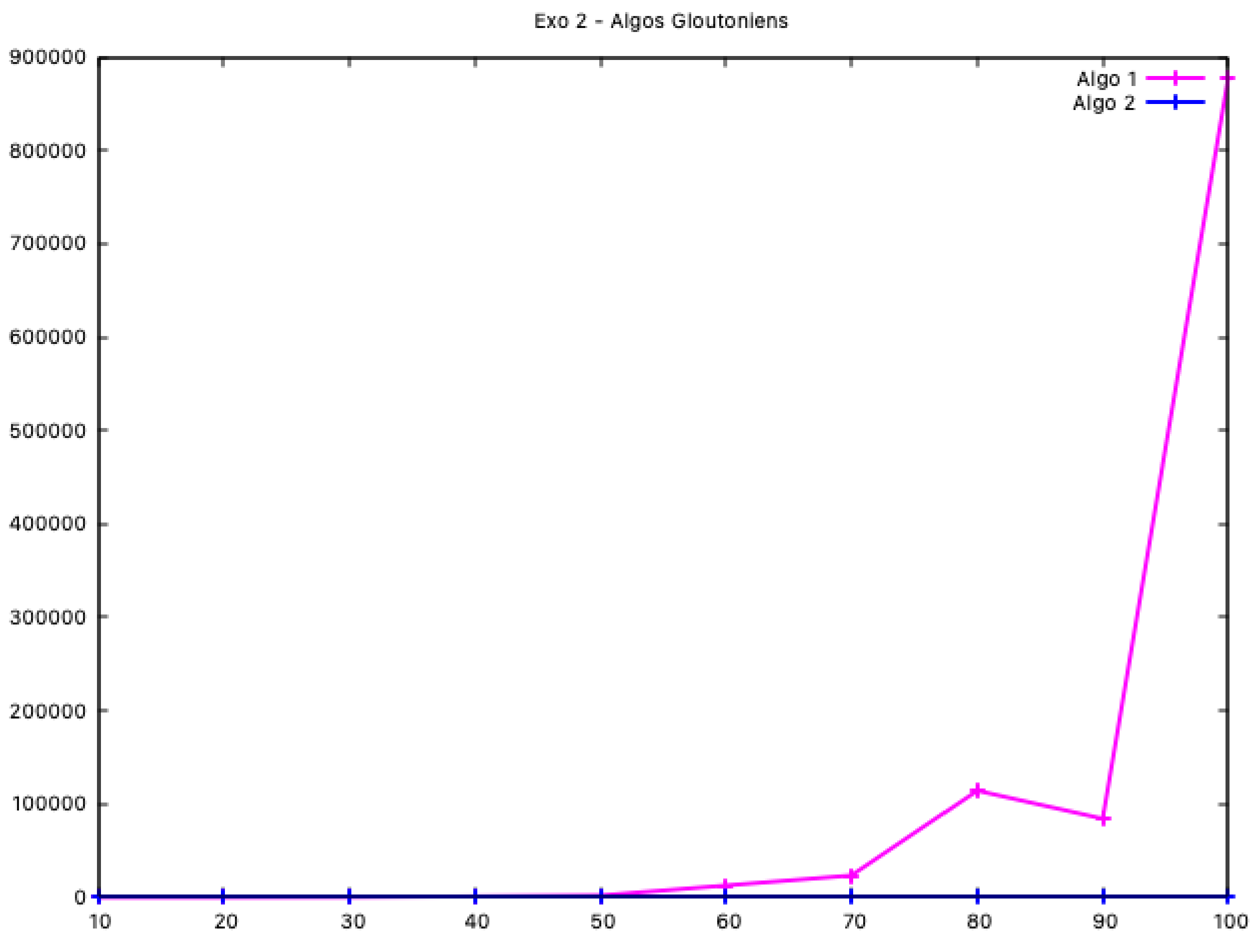
Pour le code de calcule_optimale mentioné sur le sujet du TP, la complexité est O(2^n) car:

- On constate que pour chaque tâche j, l'algorithme parcourt toutes les tâches précédentes (de 0 à `j-1`) pour trouver la dernière tâche compatible. Le pire des cas est O(j).
- L'algorithme fait deux appels récursifs : un pour le cas der_j et un autre pour le cas où la tâche j n'est pas incluse.

```
int calcule_OPT(int *deb, int *fin, int j)
{
    if (j < 0) // O(1)
    {
        return 0;
    }
    else
    {
        int der_j = -1; //O(1)
        // Trouver la dernière tâche compatible avec la tâche j
```

```
        for (int i = 0; i < j; i++) // j * O(1) = O(j)
        {
            if (is_compatible(i, j, deb, fin)) // O(1)
            {
                der_j = i; // O(1)
            }
        }

        // Calculer récursivement l'OPT en incluant ou excluant la tâche j
        return max(1 + calcule_OPT(deb, fin, der_j), calcule_OPT(deb, fin,
j - 1));
    }
}
```

Ainsi la compelxité semble être exponentielle. Plus precisemment en O(2^n). Par alleurs, cela est visible sur le graphe ci-dessous.



Q2

Pour l'algorithme suivant on peut observer qu'il y a seulement une boucle qui commence de 0 à n-1. Donc la complexité est O(n)

```
int calcule_OPT_glouton(int *deb, int *fin, int nbTaches)
{
    int dispo = 0; // O(1)
```

```
    int k = 0; // O(1)

    for (int j = 0; j < nbTaches; j++) // n * 3*O(1) = O(n)
    {
        if (deb[j] >= dispo) // O(1)
        {
            k++; // O(1)
            dispo = fin[j]; // O(1)
        }
    }
    return k; // O(1)
} => O(total) = 3 * O(1) + O(n) = O(n)
```

De plus, on peut aussi comparer ce resultat avec la complexéte d'algorithme précédent. Sur la même graphe le trace d'ago 2 est representé en bleu et presque pas visbile (car il est fortement plus efficace). On va l'analyser en détail sur la question 4.

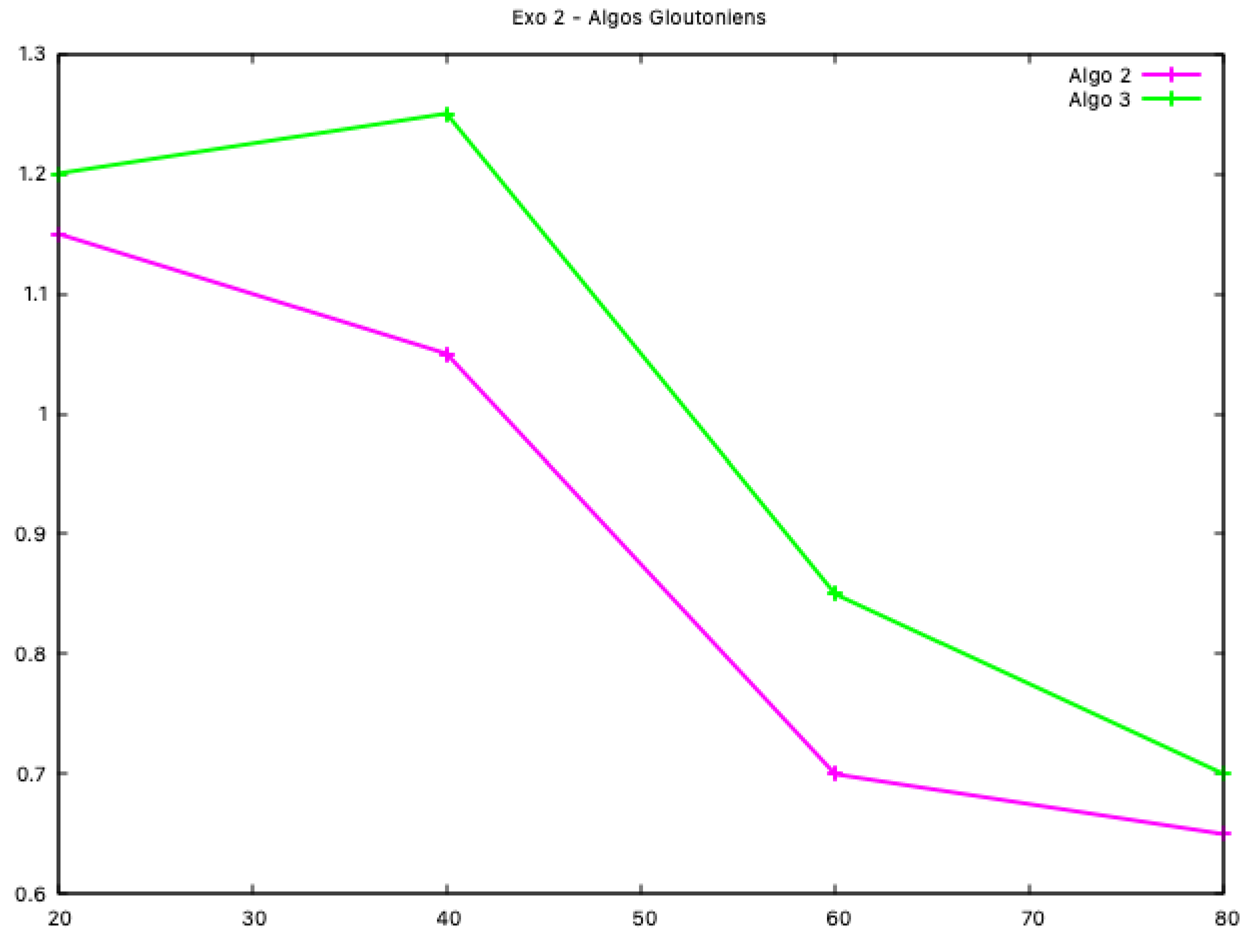
Q3

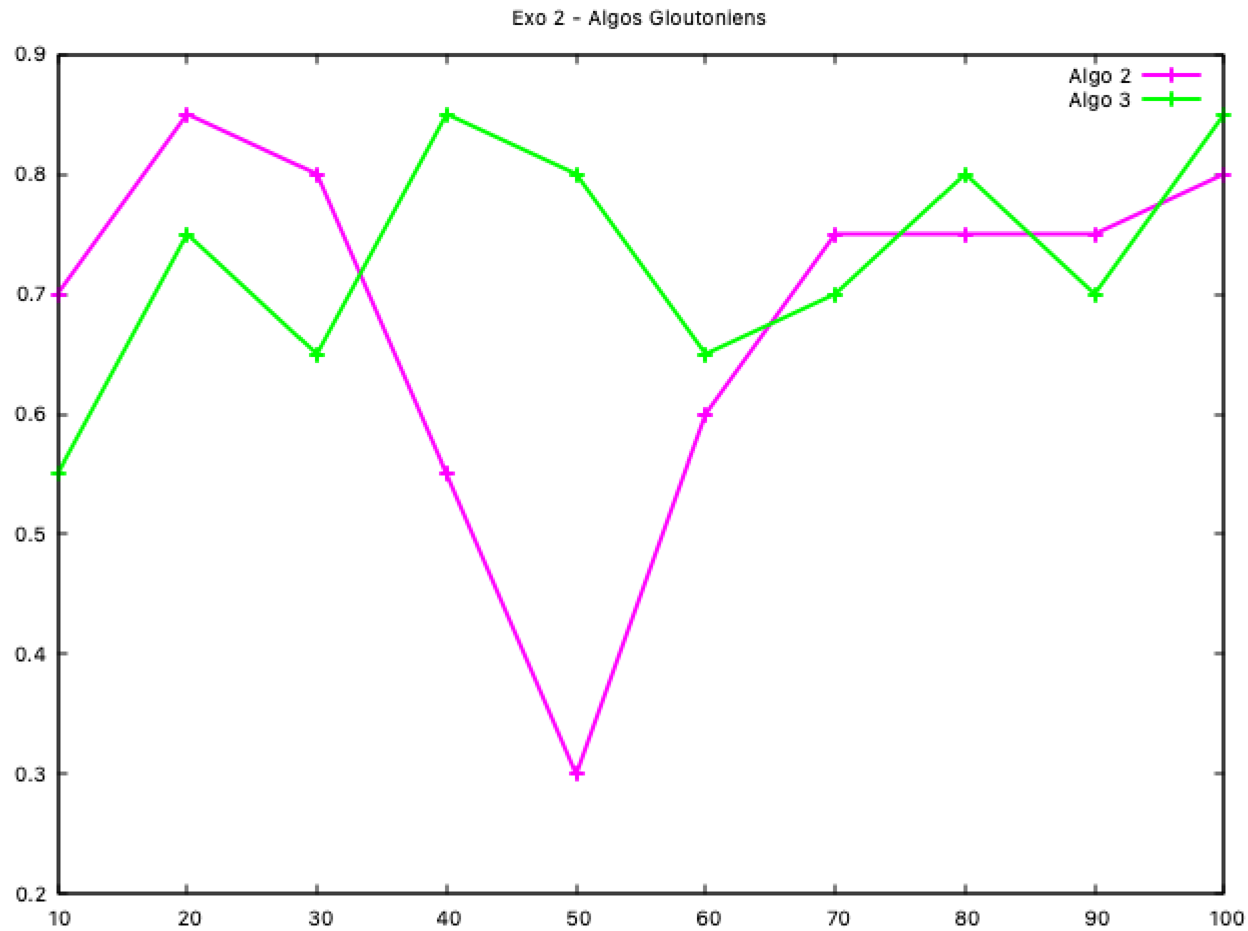
On constate que l'agorithme 2 est plus efficace que l'algorithme 1. Alors, les predictiosn theoriques sont validés experimentalments.

Q4

Basé sur l'algorithme de la question 2, maintenant on cree un tablau statique qui s'appelle tacheSelected surlequel on sauvegarde pour chaque position si la machine peut accepter un tache quand il n'y a pas un chevauchment. C'est juste le sauvegrade d'une information de plus qui n'est pas utilisé sur la logique de décision de l'agorithme glouton. La complexité est toujours O(n).

On obtiens le graphe suivant:


Exo 2 - Algos Gloutoniens
Algo 2
Algo 3
1.3
1.2
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
20
30
40
50
60
70
80


Exo 2 - Algos Gloutoniens
Algo 2
Algo 3
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

On constate que même si les deux algorithmes ont la meme complexité, on n'obtiens pas les mêmes resultats. C'est un très bon exemple d'observer comment une ligne du code de complexité O(1) peut impacter (pas beaucoup) le comportment du code globalment.

Nota bene

On remarque qu'on ne distingue pas très clairment la complexite de O(n) sur la graphe car on n'a pas pris un grand nombre des nmbre des sequences pour faire les tests parce que l'appelle de fonction est la meme avec celle qui appele la question 1 qui a une compelxite de O(2^n) - il prend beaucoup de temps pour executer.

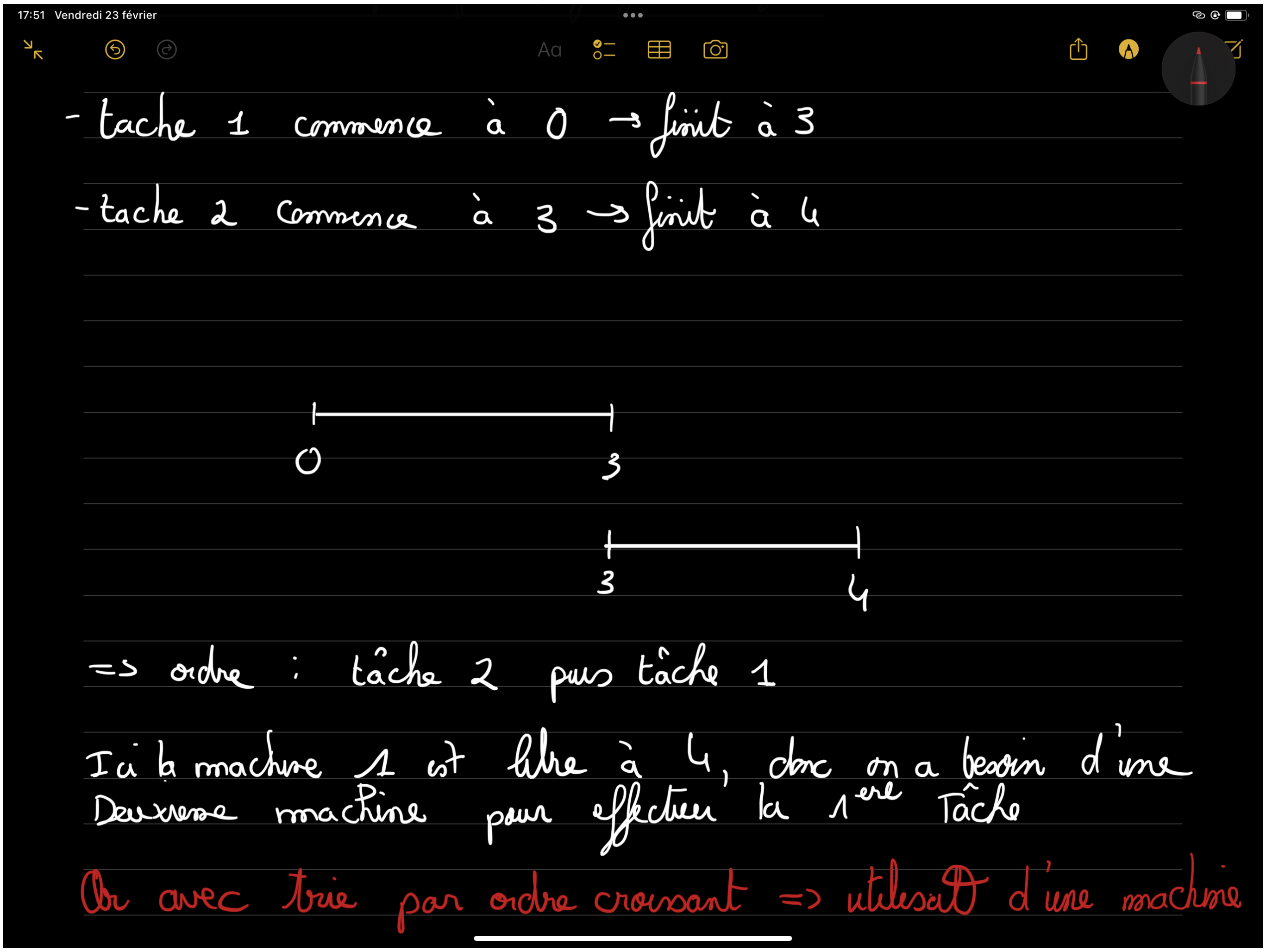
Exercise 3

Q1

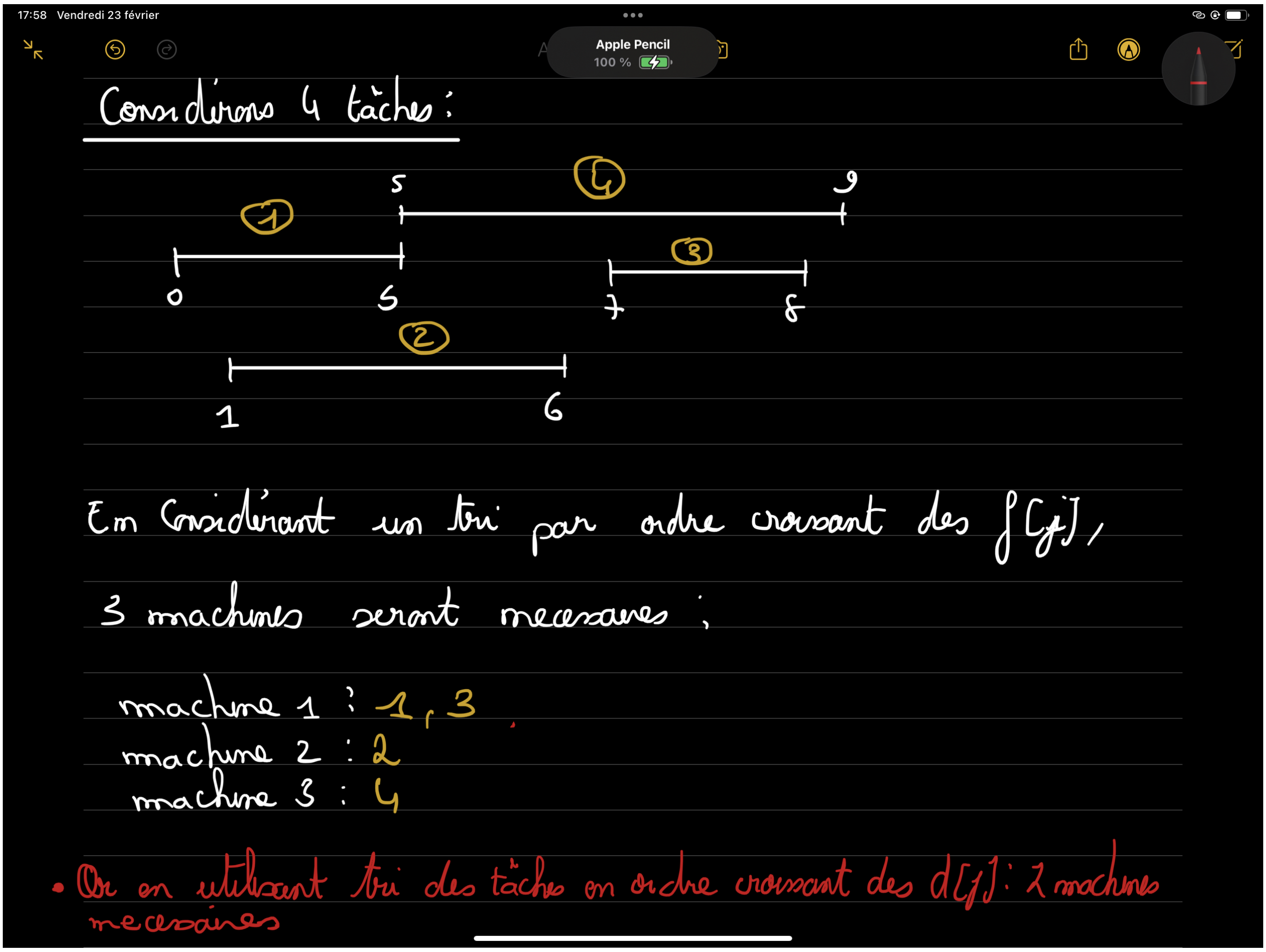
Il est tres important d'essayer diminuer le nombre des machines qui sont utilisé à chaque moment. Pour decider entre les trois propositions de triage, on considere que les taches en question sont trié en ordre corissant. La methode le plus efficace est celle de triage en ordre coissante de d[j]. Ca veut dire d'ordre croissante selon le debut de chaque tache.

On propose le deux contre exemples ci-dessous qui nous permet à conclure.

Trier les taches en ordre croissant de f[j] - d[j]



Trier les taches en ordre croissant de f[j]



Q2

Algorithme

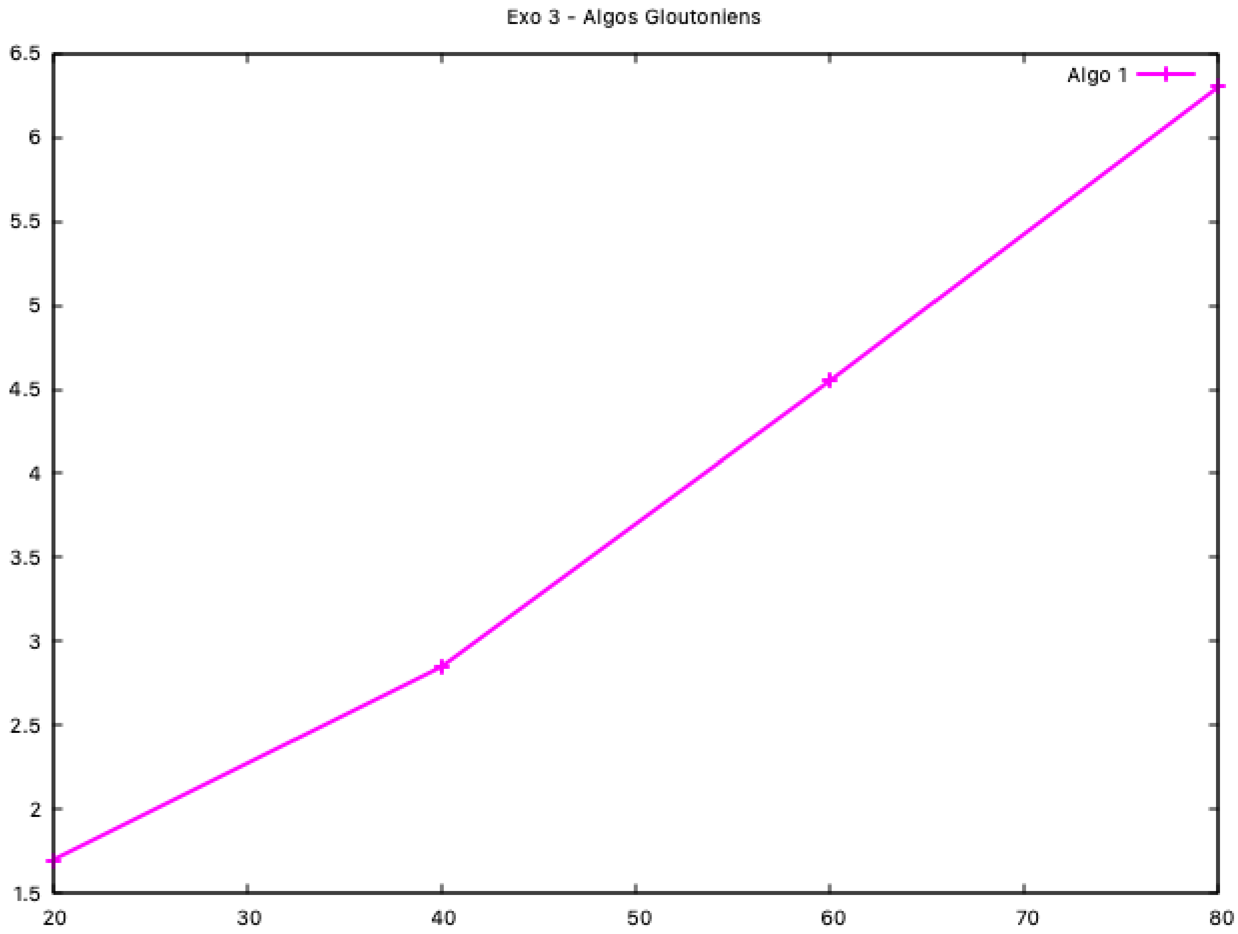
On definit profondeur d'un ensemble d'intervalles ouverts le nombre maximum contenant une instance de temps. Alors, ici on a comme condition necesaire que: `nb_machines_besoin >= profondeur`. Pour calculer le profondeur, on tri les tableaux selon le triage en ordre croissante de f[j]. Après on applique l'algorithme suivante:

```
tri_selon_le_fin(deb, nbTaches)
tri_selon_le_fin(fin, nbTaches)
depth <- 0 //Initialisation du profondeur à zero selon la du profondeur

tant que i < nbTaches & j < nbTaches
    si deb[i] < fin[j] alors
        p <- p +1
        i <- i +1
    sinon
        j <- j +1
    fin si

    depth <- max(p, depth)
```

```
    fin tant que
    retourner depth
```

Compelxité

La complexité d'algorithme est de O(n) parce que le pire de cas possible est de parcourir jusque nbTcahes = n. Il y a un 'et logique' sur la condition qui control la boucle while [sur le code] et on fait on ne peut pas avoir plus que n itterations.



Q3

On a testé deux exemples fait à la main qui etaient les suivantes:

- Exemple 1
  - int deb1[]= {1, 2, 4, 6, 8};
  - int fin1[]= {3, 5, 7, 9, 10};
- Exemple 2
  - int deb2[]= {1, 3, 0, 5, 8, 5};
  - int fin2[]= {2, 4, 6, 7, 9, 9};

Dans le deux cas on obtiens les memes resultats (2 pour le premier et 3 pour le deuxieme)

Exercise 4

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int compare(const void *a, const void *b) {
    return *(int *)a - *(int *)b;
}

int main() {
    int N; // Nombre de Pilipius
    scanf("%d", &N);
    long long C; // Coût du cadeau
    scanf("%lld", &C);

    int budgets[N]; // Tableau pour stocker les budgets de chaque Pilipiu
    long long sum_of_budgets = 0; // Somme totale des budgets

    for (int i = 0; i < N; i++) {
        scanf("%d", &budgets[i]);
        sum_of_budgets += budgets[i];
    }

    if (sum_of_budgets < C) {
        printf("IMPOSSIBLE\n");
        return 0;
    }

    qsort(budgets, N, sizeof(int), compare); // Trier les budgets

    int contributions[N];
    long long remaining_cost = C;

    for (int i = 0; i < N; i++) {
        // Contribution calculée comme la part équitable ou le budget
maximum, selon le plus petit
        long long equitable_share = remaining_cost / (N - i);
        contributions[i] = (budgets[i] < equitable_share) ? budgets[i] :
equitable_share;
        remaining_cost -= contributions[i];
    }

    // Affichage des contributions
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        printf("%d\n", contributions[i]);
    }

    return 0;
}
```

Ce code suit les étapes suivantes :

Lire le nombre de Pilipius et le coût du cadeau. Lire les budgets de chaque Pilipiu, les additionner et les trier. Si la somme des budgets est inférieure au coût du cadeau, afficher "IMPOSSIBLE". Sinon, répartir le coût du cadeau parmi les Pilipius en commençant par le budget le plus bas, tout en s'assurant que chaque contribution est le plus petit entre le budget du Pilipiu et sa part équitable du coût restant. Afficher les contributions de chaque Pilipiu. Cette approche gloutonne vise à minimiser la contribution la plus élevée en attribuant d'abord le montant que chaque Pilipiu peut raisonnablement contribuer, compte tenu du budget restant et du nombre de Pilipius restants.

L'algorithme glouton que j'ai proposé pour le problème des Pilipius n'est pas nécessairement correct pour toutes les instances possibles. Le problème réside dans la manière dont l'algorithme répartit le coût du cadeau parmi les Pilipius. L'algorithme tente de minimiser la contribution la plus élevée en attribuant d'abord la contribution que chaque Pilipiu peut raisonnablement payer, compte tenu de son budget et du coût total restant. Cependant, cette approche ne garantit pas toujours que la solution trouvée soit optimale selon les critères énoncés, notamment :

La plus grande contribution est minimale. Si plusieurs solutions optimales sont possibles, choisir celle où la deuxième plus grande contribution est minimale, et ainsi de suite.