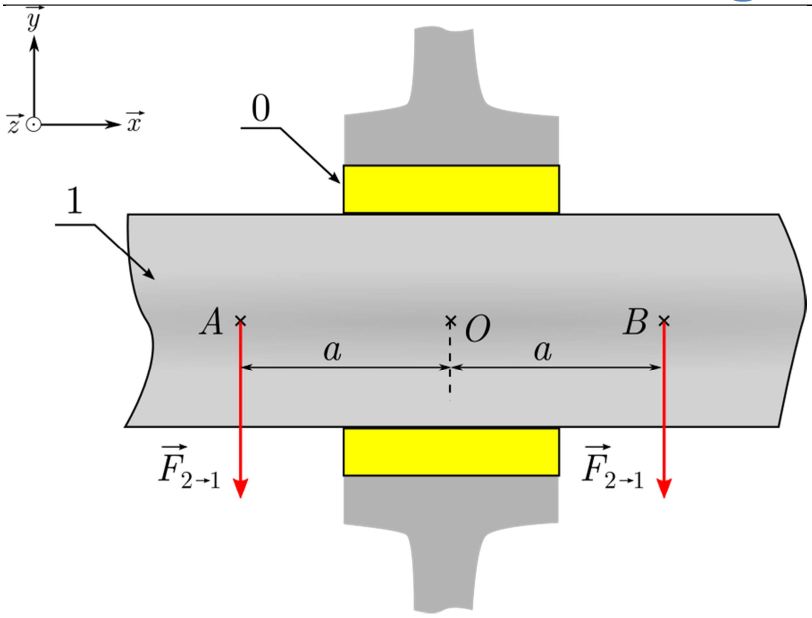
NOM : CORRIGÉ Prénom :

Palier lisse soumis à une charge centrée



Ce palier lisse 0 de centre O est soumis à une charge centrée sous la forme de deux forces $\vec{F}_{2\to1} = -F\vec{y}$ appliquée en A et en B, s'appliquant d'un solide 2 (non représenté) sur l'arbre 1.

L'objectif du travail demandé est de déterminer la pression maximale de contact en vue de dimensionner ce palier.

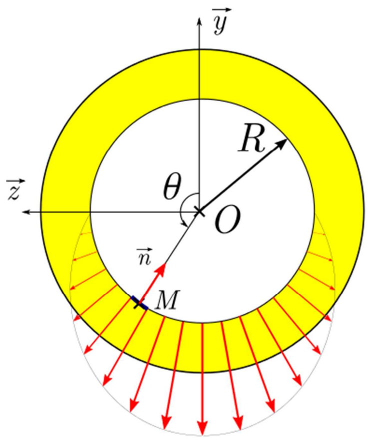
Q1. Exprimer le torseur des actions mécaniques $\left\{\Im_{2\to1}\right\}$ relatif à la force $\vec{F}_{2\to1} = -F\vec{y}$ au point A puis au point O. En déduire Les actions mécaniques exercées par l'arbre 1 sur le palier 0 sous la forme du torseur $\left\{\Im_{1\to0}\right\}$ exprimé au point O.

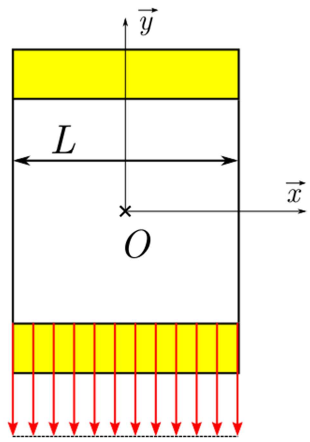
$$\left\{\Im_{A,2\to1}\right\} = \begin{Bmatrix} -F\vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} -F\vec{y} \\ \overrightarrow{OA}\wedge -F\vec{y} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -F\vec{y} \\ aF\vec{z} \end{Bmatrix}_O \quad \left\{\Im_{B,2\to1}\right\} = \begin{Bmatrix} -F\vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -F\vec{y} \\ -aF\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

$$\left\{\Im_{2\to1}\right\} + \left\{\Im_{0\to1}\right\} = \left\{0\right\} \Rightarrow \left\{\Im_{1\to0}\right\} = \left\{\Im_{2\to1}\right\} = \begin{Bmatrix} -2F\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

Q2. Calculer les éléments de réduction du torseur $\left\{\Im_{1\to0}\right\}$ au point O pour $F = 200$ N ; $a = 50$ mm

Résultat : $\left\{\Im_{1\to0}\right\} = \begin{Bmatrix} -400\vec{y}\,(N) \\ \vec{0}\,(N.m) \end{Bmatrix}_O$





Les actions mécaniques déterminées précédemment résultent d'une répartition de pression modélisée sur les figures ci-contre.

Le modèle retenu est tel que :

$$d\vec{N}(M) = -p(M)\vec{n}dS \quad \text{où}$$

$$p(M) = p(\theta) = p_0.\cos^2\theta$$

On note : $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r + x\vec{x}$; $-\vec{n} = \vec{e}_r = \cos\theta\vec{y} + \sin\theta\vec{z}$; $\vec{e}_\theta = -\sin\theta\vec{y} + \cos\theta\vec{z}$

On remarquera à toutes fins utiles que : $\cos^2\theta\cos\theta = \cos\theta - \sin^2\theta\cos\theta$

Q3. Écrire les équations qui relient le modèle de répartition de pression défini précédemment et les éléments de réduction du torseur $\left\{\Im_{1\to 0}\right\}$ au point O.

La relation entre les composantes du torseur et la pression est :

$$\vec{F}_{2\to 1} = -2F\vec{y} = \int_S -p\left(\theta\right)\vec{n}dS \text{ et } aF\vec{z} = \int_S \overrightarrow{OM} \wedge \left(-p\left(\theta\right)\vec{n}\right)dS$$

Q4. En déduire le coefficient p_0 caractérisant la répartition de pression en fonction de F. La clarté du raisonnement est un critère d'évaluation.

On note $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r + x\vec{x}$; $-\vec{n} = \vec{e}_r = \cos\theta\vec{y} + \sin\theta\vec{z}$; $\vec{e}_\theta = -\sin\theta\vec{y} + \cos\theta\vec{z}$

$$\begin{aligned}
-2F\vec{y} &= \int_S p_0\cos^2\theta\left(\cos\theta\vec{y} + \sin\theta\vec{z}\right)RLd\theta \\
&= p_0RL\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\left(\cos\theta\vec{y} - \sin^2\theta\cos\theta\vec{y} + \sin\theta\cos^2\theta\vec{z}\right)d\theta \\
&= p_0RL\left(\left[\sin\Theta\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\vec{y} - \left[\frac{1}{3}\sin^3\Theta\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\vec{y} - \left[\frac{1}{3}\cos^3\Theta\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\vec{z}\right) \\
&= p_0RL\left(-2 + \frac{2}{3}\right)\vec{y} \\
&= -\frac{4p_0RL}{3}\vec{y}
\end{aligned}$$

On en déduit donc : $p_0 = \dfrac{3F}{2RL}$

L'équation de moment ne donne rien de plus car la répartition de pression conduit à un moment nul autour de O.

Q5. Calculer p_0 et $p_{\max}$ pour les valeurs précédentes de F et de a et pour $R = 10$ mm et $L = 20$ mm

$p_0 = 1{,}5\,MPa = p_{\max}$

Q6. L'arbre tourne à 1000 tr·min^{-1} pendant 1 heure. Exprimer puis calculer l'énergie dissipée en Joules (J) si le coefficient de frottement vaut $f = 0{,}1$.

Le travail de la force de frottement correspond à l'énergie dissipée par effet Joule :

$W\left(\vec{T}\right) = -fNV\Delta t = -2FfR\omega\Delta t = 1{,}51.10^5\,J$