**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра Информационных систем**

Курсовая РАБОТА

**по дисциплине «Теория принятия решений»**

Тема: Применение методов линейного и динамического программирования для решения практических задач (по вариантам)

Вариант: 4 (330)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 6373 |  | Васильев М.С. |
| Преподаватель |  | Пономарев А.В. |

Санкт-Петербург

2019

**ЗАДАНИЕ**

**на курсовую работу**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент Васильев М.С. | | |
| Группа 6373 | | |
| Тема работы: Применение методов линейного и динамического программирования для решения практических задач (по вариантам) | | |
| Исходные данные:  Текст индивидуального задания на курсовую работу в соответствии с назначенным вариантом (см. https://avponomarev.bitbucket.io/tasks/4.pdf). | | |
| Содержание пояснительной записки: «Содержание», «Введение», «Задача инвестирования», «Задача распределения ресурсов», «Транспортная задача линейного программирования», «Заключение», «Список использованных источников». | | |
| Предполагаемый объем пояснительной записки:  Не менее 15 страниц. | | |
| Дата выдачи задания: 21.02.2019 | | |
| Дата сдачи курсовой работы: 17.04.2019 | | |
| Дата защиты курсовой работы: 17.04.2019 | | |
| Студент |  | Васильев М.С. |
| Преподаватель |  | Пономарев А.В. |

# Аннотация

В курсовой работе рассмотрено применение методов динамического и линейного программирования для решения практических задач. В процессе выполнения работы были использованы популярные библиотеки для решения выпуклых оптимизационных задач, такие как CVXOPT. Для решения динамического программирования был использован Python C API для более создания более быстрой версии решателя динамических оптимизационных задач. В результате работы получены оптимальные планы для решаемых задач и представлена естественная интерпретация полученных результатов.

**Summary**

In the given course work we reviewed methods of dynamic and linear programming for solving practical problems. In progress of work we used libraries for solving convex optimization problems like CVXOPT. For solving dynamic problems, we used self-written library with Python C API, that increased the speed for solving dynamic problem. As a result, we’ve got optimal solutions for given tasks and presented the natural interpretation of them.

Оглавление

[Аннотация 3](#_Toc6323061)

[Введение 5](#_Toc6323062)

[1. Задача инвестирования 6](#_Toc6323063)

[1.1. Условие задачи 6](#_Toc6323064)

[1.2. Формализация задачи 6](#_Toc6323065)

[1.3. Решение задачи 8](#_Toc6323066)

[2. Задача распределения ресурсов 10](#_Toc6323067)

[2.1. Условие задачи 10](#_Toc6323068)

[2.2. Формализация задачи 11](#_Toc6323069)

[2.3. Решение задачи 12](#_Toc6323070)

[3. Транспортная задача линейного программирования 17](#_Toc6323071)

[3.1. Условие задачи 17](#_Toc6323072)

[3.2. Формализация задачи 18](#_Toc6323073)

[3.2. Решение задачи 20](#_Toc6323074)

[Заключение 24](#_Toc6323075)

[Список литературы 25](#_Toc6323076)

[Приложение A 27](#_Toc6323077)

[Приложение B 29](#_Toc6323078)

# Введение

Целью данной работы было практическое решение линейных и динамических оптимизационных задач. В процессе выполнения работы были определены следующие задачи, такие как нахождение и оптимизация задачи динамического программирования, анализ чувствительности и его интерпретация в задачах линейного программирования. Для были использованы следующие библиотеки: для решения выпуклых оптимизационных задач - CVXOPT, для написания быстрого динамического решателя – Python C API, для визуализации и интерпретации полученных данных – Numpy, Pandas, Seaborn.

# 1. Задача инвестирования

## 1.1. Условие задачи

В цехах и предприятия производится продукт Y, который в дальнейшем используется в качестве исходного материала для производства изделий в цехе . Суммарная производительность цехов и зависит от вложения дополнительных средств . При работе цехов и в течение одного месяца эта зависимость может быть приближено представлена в виде функций:

Функции остатка средств в течение месяца:

Средства, выделяемые на оба цеха в течение квартала (3 месяца), составляют 179 единиц; перераспределение производится помесячно.

Требуется распределить средства на планируемый квартал с целью получения максимального количества продукта Y.

## 1.2. Формализация задачи

Введём следующие обозначения:

* – инвестиции в i-й цех в j-м месяце (

Для введённых обозначений составим целевую функцию и определимся с направлением оптимизации, в нашем случае это максимум:

Запишем ограничения, связанные с функцией остатка средств в течение месяца:

Запишем ограничения, связанные с количеством изначально выделенных средств:

Заметим, что все переменные неотрицательны, так как это противоречит условию задачи. Следовательно, на данном этапе формализации мы имеем задачу на выпуклом многогранном множестве с нелинейной целевой функцией.

Так как линейное программирование нам не подходит, воспользуемся динамическим программированием. Выберем способ описания процесса []:

* **Этапы – месяц финансирования, может быть в интервале от 0 до 179**
* **Выигрыш – количество продукта**
* **Управление – количество финансов, выделяемое на первый цех (на второй цех получаем автоматически, вычитая количество из состояния), может быть в интервале от 0 до 179.**
* **Состояние – остаточное количество финансов на начало месяца, изначально 179.**

Запишем выигрыш на i-м шаге:

Запишем изменение состояния на *i*-м шаге:

Запишем основное функциональное уравнение

## 1.3. Решение задачи

Для реализации задачи методом динамического программирования был выбран рекурсивный подход с мемоизацией, потому что он имеет лучшую читаемость, по сравнению с итеративным подходом, а разница по времени исполнения мала [].

Так как динамическое программирование подразумевает под собой рекурсивное нахождение большого количества значений функции, а в языке Python существуют большие накладные расходы на их вызов [], было принято решение написать расширение для Python [] на C++.

Вычисление производится при помощи рекурсивного метода прямой прогонки. Условием выхода из рекурсии является выход за допустимый предел этапов:

if (stage >= maxStage) {

return std::make\_pair(0, 0);

}

Поиск максимума производится прямым методом в цикле:

for (int managementStep = 0; managementStep \* precision <= state; managementStep++) {

stateDiff = local\_state\_change(state, managementStep \* precision);

profit = local\_win(state, managementStep \* precision) + global\_profit(stage + 1, stateDiff).first;

if (profit > maxProfit) {

maxProfit = profit;

maxManagement = managementStep \* precision;

}

}

Мемоизация производится при помощи структуры cache класса DynamicSolver. Данная структура представляет из себя динамический массив неупорядоченных хэш-таблиц, где каждая хэш-таблица представляет собой историю вызовов функции на i-м этапе, где i – индекс в массиве (этап в терминах динамического программирования). При каждом вызове сохраняется локальное управление и локальный выигрыш.

Итоговый оптимальный план восстанавливается из структуры cache, при помощи последовательного нахождения изменения состояний при помощи сохраненных условно оптимальных управлений следующим образом:

std::vector<double> result;

for (int stage = 0; stage < maxStage; ++stage) {

result.push\_back(cache[stage][state].second);

state = local\_state\_change(state, result.back());

}

return result;

В результате поиска решения получаем следующие данные (приведены с точностью до 0.1), которые иллюстрирует Рисунок 1.



Рисунок 1 – вывод решения задачи динамического программирования

# 2. Задача распределения ресурсов

## 2.1. Условие задачи

Цех выпускает продукцию в виде трех изделий и в одинаковом количестве. Для изготовления каждого из видов изделий и в цехе может быть использована та или иная группа технологического оборудования. Расход продукта при изготовлении одного изделия указан в Таблице 1. В Таблице 2 приведены данные о фонде рабочего времени оборудования (в часах) и о времени, необходимом для изготовления одного изделия (в минутах).

Таблица 1 – Расход продукта при изготовлении одного изделия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | - | 0.005 | 0.004 |
| 2 | 0.003 | 0.009 | - |
| 3 | 0.003 | - | 0.005 |

Таблица 2 – Временные параметры (в часах)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | Фонд рабочего времени |
| 1 | - | 5 | 8 | 860 |
| 2 | 20 | 8 | - | 1500 |
| 3 | 13 | - | 9 | 870 |

Требуется спланировать работу оборудования цеха N3 в течение одного квартала с целью получения максимального количества изделий видов полученное решение необходимо исследовать:

1. Выяснить наличие в решении полностью загруженной группы оборудования;
2. Если такая группа оборудования в решении присутствует, средствами параметрического изменения правых частей исследовать влияние величины фонда рабочего времени этой группы оборудования на структуру решения (изменение фонда рабочего времени в сторону увеличения и уменьшения);
3. Если такая группа оборудования в решении отсутствует, средствами параметрического изменения правых частей предварительно увеличить количество используемого продукта до ее появления, а затем вернуться к п. 2.

## 2.2. Формализация задачи

Введём следующие обозначения:

* - количество продукта , произведённое цехом .
* – количество продукции, полученное из решения первой задачи.

Составим целевую функцию по условию в соответствии с введёнными обозначениями, которая получается непосредственно из условия задачи:

Составим ограничения по количеству продукции, которые получаются путём непосредственной интерпретации таблицы 1 в введённых терминах:

Составим ограничения по фонду допустимого времени, которые получаются путём непосредственной интерпретации таблицы 2 в введённых терминах:

– 1-я строка таблицы 2

– 2-я строка таблицы 2

– 3-я строка таблицы 2

Составим ограничения исходя из условия равенства количества производимой продукции всеми группами оборудования:

– количество продукции первого цеха равно количеству продукции второго цеха

– количество продукции первого цеха равно количеству продукции третьего цеха

Также, учитывая то, что количество произведённой продукции не может быть отрицательным, введём ограничения отрицательности переменных:

Все ограничения, а также целевая функция - линейны, все переменные – неотрицательны, следовательно перед нами задача линейного программирования.

## 2.3. Решение задачи

Для решения задачи линейного программирования будем использовать Python и библиотеку CVXOPT []. Запишем формализованные ограничения в матричной форме, неиспользуемые переменные опустим.

Соответственно матрица представления целевой функции выглядит, как:

*c = matrix([-1 for \_ in range(6)], tc='d')*, что соответсвует столбцу состоящему из -1.

Матрица левых частей ограничений неравенств:

*G = matrix([[0.005, 0.004, 0.003, 0.009, 0.003, 0.005],*

*[5, 8, 0, 0, 0, 0],*

*[0, 0, 20, 8, 0, 0],*

*[0, 0, 0, 0, 13, 9],*

*[-1, 0, 0, 0, 0, 0],*

*[0, -1, 0, 0, 0, 0],*

*[0, 0, -1, 0, 0, 0],*

*[0, 0, 0, -1, 0, 0],*

*[0, 0, 0, 0, -1, 0],*

*[0, 0, 0, 0, 0, -1]], tc='d')*

Матрица правых частей ограничений неравенств:

h = matrix([max\_y\_product, 860, 1500, 870, 0, 0, 0, 0, 0, 0], tc='d'), где max\_y\_product – количество продукта произведённое при оптимальном плане, полученное из решения задачи 1

Матрица левых частей ограничений равенств:

A = matrix([[-0.005, 0, 0.003, -0.009, 0.003, 0],

[0, -0.004, 0.003, 0, 0.003, -0.005]], tc='d')

Матрица правых частей ограничений равенств:

b = matrix([0, 0], tc='d')

Найдём решение задачи линейного программирования, вызвав функцию solution = solvers.lp(c, G.T, h, A.T, b, solver=’glpk’). После вызова данной функции, в solution должен находиться словарь, с параметрами, описанными в документации []. Нас интересует только некоторые из них:

* “status” – статус решения задачи линейного программирования
* “objective” – значение целевой функции
* “x” – оптимальный план
* “z” – массив с теневыми/приведёнными ценами (в зависимости от ограничений)

Результаты решения задачи при помощи библиотеки CVXOPT и внешнего решателя ‘glpk’ представлены на снимке экрана ниже (Рисунок 2).

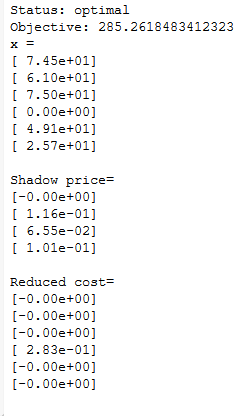


Рисунок 2 – Результаты решения задачи распределения ресурсов

Для найденного решения задачи, проведём анализ чувствительности к изменению параметров правых частей неравенств часового фонда тех групп оборудования, которые загружены полностью. Для таких групп теневая цена не равна нулю. В нашем случае загружены полностью все три группы оборудования.

Приведем переработанный алгоритм поиска интервала допустимости решения [] для изменения правых частей:

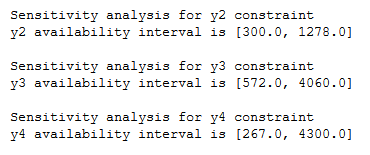
1. Задаёмся постоянным шагом, с точностью до которого будем искать интервал допустимости.
2. Последовательно увеличивая правую часть на шаг и перерешивая задачу линейного программирования, находим момент, когда значение функции изменилось на число, отличное от теневой цены. Таким образом мы находим правую границу интервала допустимости.
3. Повторяем аналогичную процедуру в сторону уменьшения правой части и находим левую границу.
4. Полученные левая и правая границы – являются интервалом допустимости нашего решения.

Рисунок 3 – Результат поиска интервалов допустимости для групп оборудования загруженных полностью

Исходный код анализа чувствительности приведен в приложении (Приложение A), результаты анализа чувствительности интерпретирует Рисунок 3 и Таблица 3

Таблица 3 – Интерпретация интервала допустимости решения в виде таблицы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер ограничения | Группа оборудования | Левая граница | Правая граница |
| 1 | - | - | - |
| 2 | 1 | 300 | 1278 |
| 3 | 2 | 572 | 4060 |
| 4 | 3 | 267 | 4300 |

По полученным данным интервала допустимости, построим «заменитель» диаграммы Торнадо (Рисунок 4), показывающий, как изменяется целевая функция, на интервалах допустимости базисных переменных.

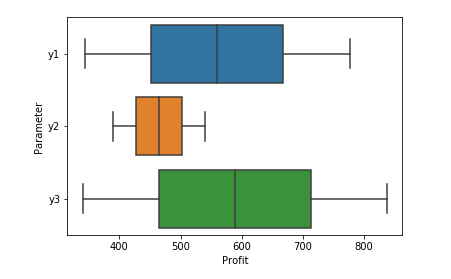


Рисунок 4 – «Диаграмма» Торнадо выполненная при помощи seaborn.boxplot

# 3. Транспортная задача линейного программирования

## 3.1. Условие задачи

Аналогичные по функциональному назначению комплекты изделий производятся на трех других предприятиях (-) количествах 4400, 5900, 4200 комплектов. По 67% производимых на всех четырех предприятиях комплектов изделий перевозятся в пять городов (-), где данная продукция не производится, в количествах 1900,3200, 2900, 4100, 3500. Транспортные расходы на перевозку одного комплекта изделий представлены ниже (Таблица 4).

Таблица 4 – Транспортные расходы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| A1 | 5.1 + | 7.4 | 7.6 | 5.3 - | 3.0 |
| A2 | 5.6 | 7.4 - | 4.0 | 7.9 + | 6.6 |
| A3 | 2.2 | 4.3 + | 5.7 + | 5.8 - | 6.6 |
| A4 | 5.1 + | 5.3 | 3.3 | 6.7 | 6.8 |

Однако, следует иметь в виду, что цены доставки являются приближенными, причем тенденции изменения некоторых удельных стоимостей перевозок обозначены в Таблица 4 («-» - уменьшение, «+» - увеличение). При решении транспортной задачи предусмотреть различные варианты планирования перевозок в зависимости от вида несбалансированности задачи:

1. Если имеется избыток запасов, то предполагается организовать дополнительное потребление, причем:

* Если избыток не превышает 15%, то потребление сосредоточивается в одном дополнительном пункте (соответствует решению задачи с фиктивным пунктом назначения)
* Если избыток превышает 15%, то увеличивается потребление в каждом пункте назначения (соответствует распределению грузов между пунктами назначения пропорционально заявкам)

2. При недостатке запасов в зависимости от его величины

* При недостатке запасов свыше 15% формируется дополнительная заявка от неудовлетворенных потребителей (соответствует решению задачи с фиктивным пунктом отправления);
* При недостатке запасов менее 15 % грузы распределяются между пунктами назначения пропорционально заявкам.

Требуется:

1. Найти план перевозок, оптимальный по критерию стоимости;
2. Сформулировать рекомендации по результатам решения транспортной задачи в зависимости от вида несбалансированности задачи;
3. Исследовать решение на чувствительность к изменению целевой функции в зависимости от возможного изменения цен.

## Формализация задачи

Введём обозначения:

* – количество перевезённого продукта i в пункт j
* – количество произведённой продукции заводом , вычисленное в предыдущей задаче

Основной целью задачи является минимизация расходов на перевозки, следовательно, составим целевую функцию, непосредственно интерпретируя условие задачи (Таблица 4):

Так как количество продукции, производимое всеми заводами ограничено и оговорено в задании, составим ограничения на количество продукции:

Так как объемы потребления продукции ограничено и оговорено в задании, составим ограничения на потребление продукции:

Так как по условию задачи потребление не может быть отрицательным, введём ограничения неотрицательности переменных:

Все ограничения, а также целевая функция - линейны, все переменные – неотрицательны, следовательно перед нами задача линейного программирования.

## Решение задачи

Для начала проверим, количество ресурсов доступных для перевозки, для этого сложим все правые части ограничений на количество продукций и вычтем сумму всех правых частей ограничений на потребление продукций:

manufactured = [0.67 \* i for i in [max\_product, 4400, 5900, 4200]]

required = [1900, 3200, 2900, 4100, 3500]

delta = sum(required) - sum(manufactured)

print(f"Manufactured = {sum(manufactured)}, required = {sum(required)}, delta = {sum(required) - sum(manufactured)}")

Результат выполнения кода представлен ниже (Рисунок 5). Мы видим, что недостаток производства ресурсов ~5693 единиц, следовательно решаем задачу с фиктивным пунктом отправления грузов с ограничением на количество продукции с правой частью 5693. Новое ограничение на количество продукции выглядит следующим образом:

Так как пункт отправки – фиктивный, на целевой функции он никак не отражается. В ограничениях на потребление, к каждому пункту добавляем также часть ресурсов, доставляемых новым фиктивным пунктом отправления. Пример нового ограничения для потребления для пункта потребления B2 представлен ниже.

Также, фиктивный пункт производства, не может доставлять отрицательное количество ресурсов, следовательно, новое ограничение неотрицательности будет выглядеть следующим образом:

Решение задачи линейного программирования при помощи CVXOPT описано в прошлой главе, Рисунок 5 представляет результат выполнения программы, Таблица 5 показывает оптимальный план для перевозок при текущем положении цен.

Таблица 5 – Оптимальный по стоимости план перевозок

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| A1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 191 |
| A2 | 1900 | 0 | 0 | 1050 | 0 |
| A3 | 0 | 0 | 2900 | 1050 | 0 |
| A4 | 0 | 0 | 0 | 2000 | 815 |
| A5 | 0 | 3200 | 0 | 0 | 2490 |

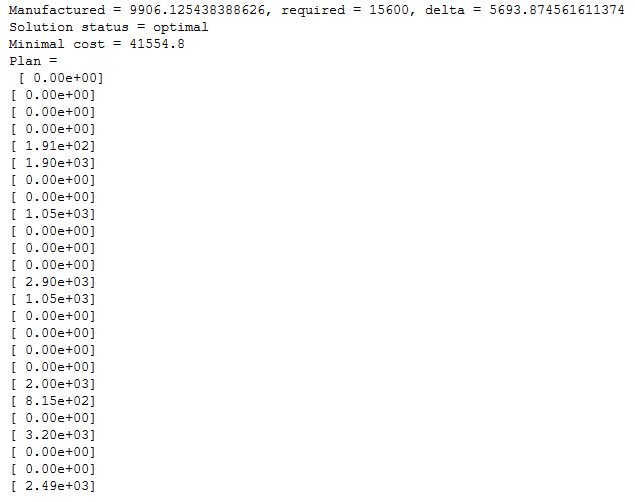
В таблице выше (Таблица 5) видно, что наибольший дефицит продукта находится в пунктах B2 и B5, рекомендуется увеличивать фонд рабочих часов для оборудования из прошлой задачи, так как, имеется большое количество нереализованного продукта и недостаток в 5693 единицы продукта в пунктах потребления

Рисунок 5 – Результат поиска оптимального решения для транспортной задачи линейного программирования

Исследуем решение на чувствительность к изменению целевой функции [] в зависимости от возможного изменения функций, отображённого в условии задачи (Таблица 4). Код, реализующий анализ чувствительности целевой функции к изменению коэффициентов представлен в приложении (Приложение B), результат анализа чувствительности представлен ниже (Рисунок 6 и Таблица 6).

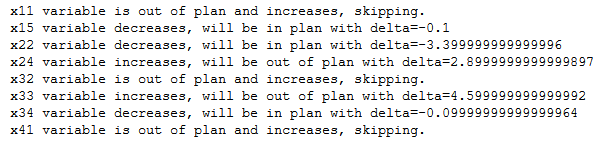


Рисунок 6 – Анализ чувствительности целевой функции

Таблица 6 – Интерпретация результатов анализа чувствительности ЦФ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Переменная | Направление изменения | Присутствие в базисе | Изменение коэффициента для смены присутствия в базисе |
|  | + | - | - |
|  | - | - | -0.1 |
|  | - | - | -3.4 |
|  | + | + | 2.9 |
|  | + | - | - |
|  | + | + | 4.6 |
|  | - | - | -0.1 |
|  | + | - | - |

# Заключение

В результате данной работы были получены практические навыки решения линейных и динамических оптимизационных задач. Были исследованы методы решения и оптимизации времени исполнения решений оптимизационных задач. Ко всем задачам были составлены формальные математические модели и приведены решения. По результатам решения задач, были составлены естественные интерпретации и приведены советы.

# Список литературы

1. x

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Extending Python with C or C++ // Python Documentation. URL: https:/​/​docs.python.org/​3.7/​extending/​extending.html (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Function Call Overhead // Python Performance Tips. URL: https:/​/​nyu-cds.github.io/​python-performance-tips/​04-functions/ (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Документация CVXOPT [Электронный ресурс] // CVXOPT: [сайт]. URL: https:/​/​cvxopt.org/​documentation/​index.html (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Пономарев А.В. Динамическое программирование с помощью GNU Octave за 7 простых шагов [Электронный ресурс] // Теория принятия решений - тематический сайт: [сайт]. URL: http:/​/​cais.iias.spb.su/​ponomarev/​DP\_Octave.pdf (дата обращения: 15.04.2019). |
|  | 1. Пономарёв А.В. Анализ чувствительности в задачах ЛП с помощью Python // Теория принятия решений - тематический сайт. URL: https:/​/​avponomarev.bitbucket.io/​slides/​%D0%9A%D1%83%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F\_%D0%B2%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F\_%D1%87%D1%83%D0%B2%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C\_%D0%9B%D0%9F.pdf (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Пономарёв А.В. Анализ чувствительности: общие идеи // Теория принятия решений - тематический сайт. URL: https:/​/​avponomarev.bitbucket.io/​slides/​%D0%9A%D1%83%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F\_%D0%B2%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F\_%D1%87%D1%83%D0%B2%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C\_%D0%BE%D0%B1%D1%89%D0%B5%D (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Пономарёв А.В. Динамическое программирование (задача о рюкзаке) // Теория принятия решений - тематический сайт. URL: https:/​/​avponomarev.bitbucket.io/​slides/​%D0%9A%D1%83%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F\_%D0%B2%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F\_%D0%94%D0%9F\_%D1%80%D1%8E%D0%BA%D0%B7%D0%B0%D0%BA.pdf (дата обращения: 16.04.2019). |
|  | 1. Пономарёв А.В. Динамическое программирование (Реализация) // Теория принятия решений - тематический сайт. URL: https:/​/​avponomarev.bitbucket.io/​slides/​%D0%9A%D1%83%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F\_%D0%B2%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F\_%D0%94%D0%9F\_%D1%80%D0%B5%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F.pdf (дата обращения: 16.04.2019). |

1. x

# Приложение A

Исходный код анализа чувствительности для правых частей ограничений

from typing import Tuple

def availability\_interval(c, G, h, A, b, constraint\_index: int) -> Tuple[int, int]:

"""

Returns solution availability interval for constraint with defined index

:param с: default cvxopt.solvers.lp argument

:param G: default cvxopt.solvers.lp argument

:param h: default cvxopt.solvers.lp argument

:param A: default cvxopt.solvers.lp argument

:param b: default cvxopt.solvers.lp argument

:param constraint\_index: index of constraint

:return: availability interval for constraint

"""

dh = matrix([int(i == constraint\_index) for i in range(len(h))], tc='d')

default\_solution = solvers.lp(c, G.T, h, A.T, b, solver='glpk')

price = default\_solution['z'][constraint\_index]

prev\_z = -default\_solution['primal objective']

step = 100

a = 1

while True:

solution = solvers.lp(c, G.T, h + dh \* a, A.T, b, solver='glpk')

if solution['status'] != 'optimal':

return 0, 0

new\_z = -solution['primal objective']

delta\_z = new\_z - prev\_z

prev\_z = new\_z

if abs(delta\_z - price) > 1e-6:

right\_border = h[constraint\_index] + a

break

a += 1

a = 1

prev\_z = -default\_solution['primal objective']

while True:

solution = solvers.lp(c, G.T, h - dh \* a, A.T, b, solver='glpk')

if solution['status'] != 'optimal':

return 0, 0

new\_z = -solution['primal objective']

delta\_z = prev\_z - new\_z

prev\_z = new\_z

if abs(delta\_z - price) > 1e-6:

left\_border = h[constraint\_index] - a

break

a += 1

return left\_border, right\_border

borders = {}

# Calculate availability interval for all constraints with non-zero shadow price

for constraint\_index, price in enumerate(shadow\_price):

if price == 0:

continue

print(f'Sensitivity analysis for y{constraint\_index + 1} constraint')

left\_border, right\_border = availability\_interval(c, G, h, A, b, constraint\_index)

borders[constraint\_index] = (left\_border, right\_border)

print(f'y{constraint\_index + 1} availability interval is [{left\_border}, {right\_border}]')

print()

# Приложение B

Анализ чувствительности для коэффициентов целевой функции

# Sensitivity analysis for target-function coefficients

from typing import Optional

def availability\_interval\_for\_coeffs(

c,

G,

h,

A,

b,

coefficient\_index: int,

increase: bool,

delta: float

) -> Optional[float]:

"""

:param c: cvxopt.solvers.lp param

:param G: cvxopt.solvers.lp param

:param h: cvxopt.solvers.lp param

:param A: cvxopt.solvers.lp param

:param b: cvxopt.solvers.lp param

:param coefficient\_index: target function coefficient index

:param increase:

:param delta:

:return:

"""

solution = solvers.lp(c, G.T, h, A.T, b, solver='glpk')

new\_c = matrix([i for i in c], tc='d')

if increase:

# Check for absence of current coefficient index in optimal plan

if solution["x"][coefficient\_index] == 0:

return

while solution["x"][coefficient\_index] > 0:

new\_c[coefficient\_index] += delta

solution = solvers.lp(new\_c, G.T, h, A.T, b, solver='glpk')

else:

# Check for presence of current coefficient index in optimal plan

if solution["x"][coefficient\_index] > 0:

plan\_delta = None

while plan\_delta != 0:

new\_c[coefficient\_index] -= delta

new\_solution = solvers.lp(new\_c, G.T, h, A.T, b, solver='glpk')

plan\_delta = new\_solution["x"][coefficient\_index] - solution["x"][coefficient\_index]

solution = new\_solution

else:

while solution["x"][coefficient\_index] == 0:

new\_c[coefficient\_index] -= delta

solution = solvers.lp(new\_c, G.T, h, A.T, b, solver='glpk')

return new\_c[coefficient\_index] - c[coefficient\_index]

# Variables change tendencies are defined in following manner

#

# True if variable may increase

# None if variable is stable

# False if variable may decrease

variables\_tendencies = [

True, None, None, None, False,

None, False, None, True, None,

None, True, True, False, None,

True, None, None, None, None,

]

# Output all sensitivity analysis results corresponding to variables tendencies

for index, tendency in enumerate(variables\_tendencies):

variable\_name = f'x{index // 5 + 1}{index % 5 + 1}'

prefix = f'{variable\_name} variable'

if tendency is None:

pass

elif tendency:

delta = availability\_interval\_for\_coeffs(c, G, h, A, b, index, tendency, 0.1)

if delta is None:

print(f'{prefix} is out of plan and increases, skipping.')

else:

print(f'{prefix} increases, will be out of plan with delta={delta}')

else:

delta = availability\_interval\_for\_coeffs(c, G, h, A, b, index, tendency, 0.1)

if delta is None:

print(f'{prefix} decreases and is present in plan, decreasing will be useless with delta={delta}')

else:

print(f'{prefix} decreases, will be in plan with delta={delta}')