Защита лабораторной работы №6
Модель эпидемии

Математическое моделирование

Шатохина В.С.

2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Докладчик

- Шатохина Виктория Сергеевна
- Студентка группы НФИбд-02-21
- Студ. билет 1032217046
- Российский университет дружбы народов

Цель лабораторной работы

- Изучить и построить модель эпидемии

Теоретическое введние. Построение математической модели (1)

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Теоретическое введние. Построение математической модели (2)

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{, если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{, если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Теоретическое введние. Построение математической модели (3)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & ,\text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & ,\text{если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

Теоретическое введние. Построение математической модели (4)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни

$R(0) = 0$

соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

Задание лабораторной работы. Вариант 57

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12159$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 169$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 17$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Задачи:

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп S, I, R. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Ход выполнения лабораторной работы

Математическая модель

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая $I(0) \leq I^*$

(графики численности особей трех групп S, I, R, когда больные изолированы)

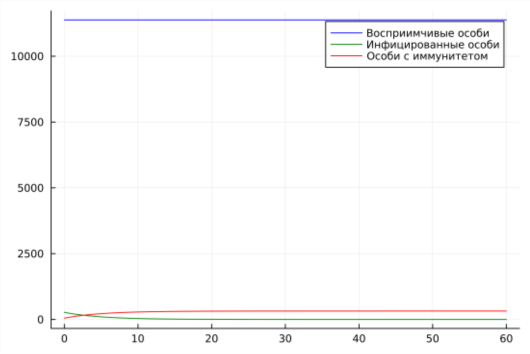

Рис. 1: “График, построенный на языке Julia”

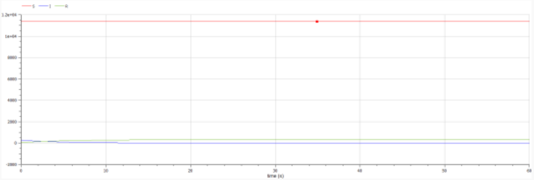

Рис. 2: “График, построенный на языке Open Modelica”

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая $I(0) \leq I^*$

(графики численности особей трех групп S, I, R, когда больные могут заражать особей группы S)

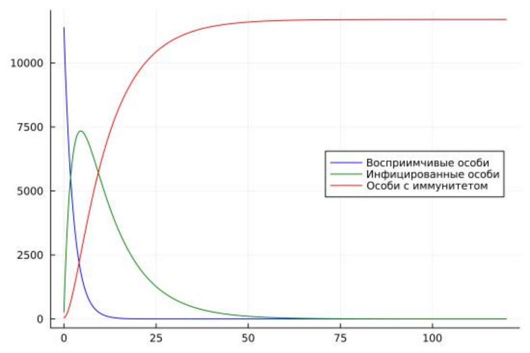

Рис. 3: “График, построенный на языке Julia”

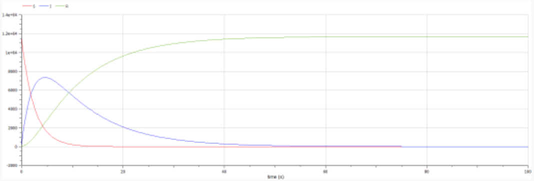

Рис. 4: “График, построенный на языке Open Modelica”

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

- В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.
- Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Вывод

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография

1 Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

2 Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

3 Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

4 Конструирование эпидемиологических моделей: https://habr.com/ru/post/551682/