# Raízes Unitárias

Modelagem de séries temporais:

A partir de valores observados de uma série temporal é possível inferir sobre os aspectos essenciais do processo estocástico gerador de dados, possibilitando descrever seu comportamento no tempo e realizar previsões.

# Modelo Básico

## Equações de diferenças

Uma maneira eficiente, e a mais básica, de se modelar séries temporais é por meio de equações de diferenças.

O passado explica todo o presente.

Uma função de diferenças expressa o valor de uma variável como função de seus próprios valores defasados no tempo e de outras variáveis.

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ldots + \varepsilon_t$$

$$\underbrace{y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}}_{\text{Determinística}} + \cdots + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Estocástica}}$$

A solução de equações de diferenças pode ser dividida em duas partes:

-> a solução particular , relacionada a parte aleatória, estocástica
-> e a solução homogênea, relacionada a parte determinística

Se algum $\boldsymbol{\beta_i} = \mathbf{1}$, o processo tem raiz(es) unitária(s)

A presença de raiz unitária ou $\boldsymbol{\beta_i} \geq \mathbf{1}$ induz comportamento não-estacionário numa série temporal.

Testes em busca de raízes unitárias em séries temporais, para testar se os processos são estacionários ou não.

Para se realizar inferências sobre as séries temporais é necessário que as elas sejam estacionárias.

# Teste de Dick-Fuller

Considere o modelo:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

A ideia é estimar esse modelo e utilizar a hipótese nula

$$H_0: \ \beta_1 = 1 \ \ e \ \ H_A < 1$$

Se $\beta_1 = 1$ o processo apresentará uma raíz unitária e, portanto, não será estacionário.

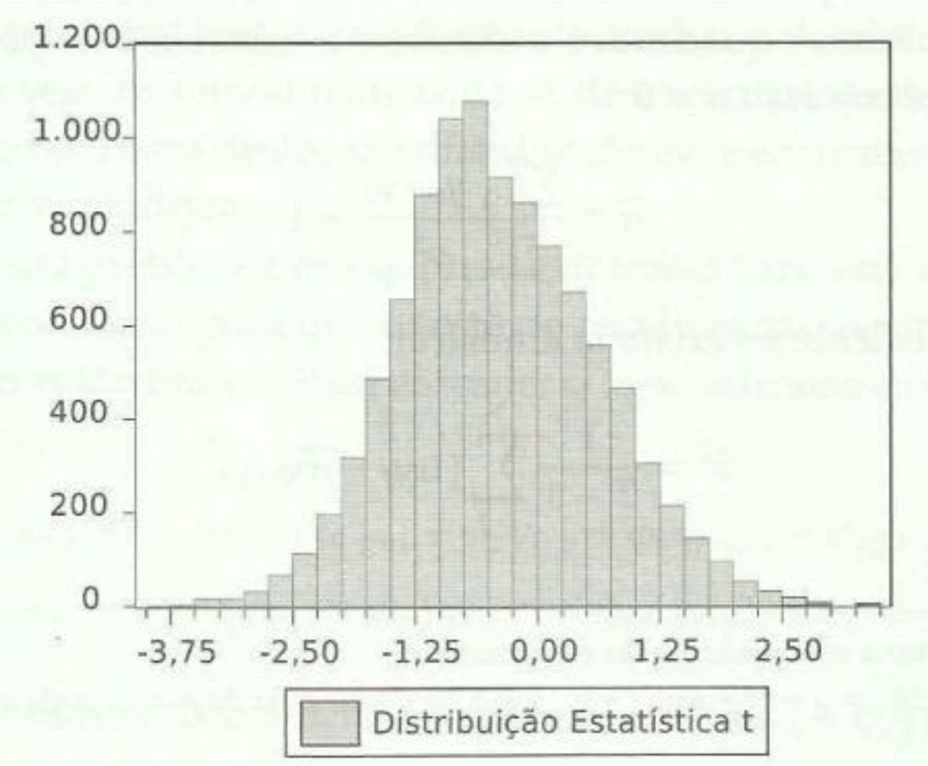
Logo, o teste de raíz unitária testa se $\beta_1 = 1$ ou não.

Assim, realizamos a seguinte transformação:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_t - y_{t-1} = \beta_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta y_t = (\beta_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta y_t = \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

O problema é que sob a hipótese nula a distribuição do teste não é convencional, não é igual a distribuição da estatística *t*, utilizada nos testes de hipóteses.

Por meio de simulações, Dickey e Fuller (1979) descobriram que a média da estatística *t* não era zero como se esperaria na distribuição *t* padrão.



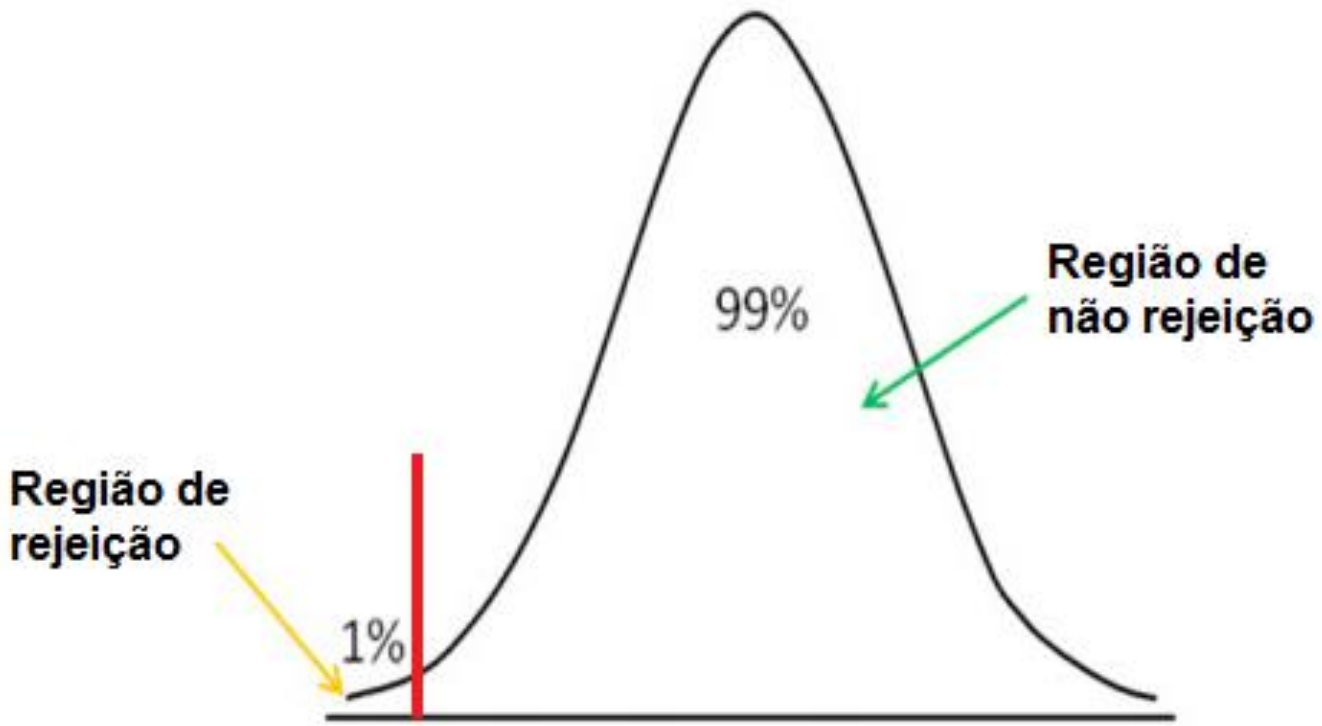
Ou seja o uso da estatística *t* implicaria em rejeitar a hipótese nula quando é verdadeira com mais frequência, ou seja de se cometer o Erro Tipo I

| **Decisão** | **Realidade** | |
|---|---|---|
| | $H_0$ Verdadeira | $H_0$ Falsa |
| Aceitar $H_0$ | Sem erro | **Erro Tipo II** |
| Rejeitar $H_0$ | **Erro Tipo I** | Sem erro |

Assim Dickey e Fuller recalcularam da valor da estatística *t* e usaram as seguintes equações de estimação e suas respectivas estatísticas, considerando a existência de *drift* (intercepto) e tendência determinística.

| | |
|---|---|
| $\Delta y_t = \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau$ |
| $\Delta y_t = \mu + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau_\mu$ |
| $\Delta y_t = \mu + \varphi t + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau_\tau$ |

Feitas estas transformações, testamos a hipótese nula $H_0$ de que $\pi = 0$.
Desta forma, se $\pi = 0$, então $\beta_1 = 1$ e, consequentemente, $y_t$ possui raiz unitária e não é estacionário.




$H_0$: tem raiz unitária e não é estacionária

$\mathrm{H_A}$: não tem raiz unitária e é estacionária

Se o valor apresentado no teste de Dick-Fuller for menor que a estatística de teste, rejeita-se $H_0$: $b_1=1$  (a hipótese se de que há raiz unitária) e a série é estacionária.

DF <  Estatística: não possui raiz unitária e a série é estacionária

DF >  Estatística: possui raiz unitária e a série não é estacionária

```r
install.packages("urca")
library("urca")
```

```r
library(readxl)
```

```r
interdaay <- read_excel("C:/Econometria/interdaay.xls",
                        col_types = c("date", "numeric", "numeric", "numeric"))
```

```r
colnames(interdaay)[3] <- "variacao"

interdaay <- interdaay[,-1]

dados_diarios <- ts(interdaay, start = 2017-01-10, frequency = 365)

plot(dados_diarios, col= "blue", main="Dados do Indice Bovespa", xlab="Dias")

variacao <- ts(interdaay$variacao, start = 2017-01-10, frequency = 365)
Ibovespa <- ts(interdaay$Ibovespa, start = 2017-01-10, frequency = 365)
Quantidade <- ts(interdaay$Quantidade, start = 2017-01-10, frequency = 365)
```

```
TesteDF_Variacao_none <- ur.df(variacao, "none",lags = 0)

summary(TesteDF_Variacao_none)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression none


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-8.0931 -0.8798 -0.0037  0.8675  6.6005

Coefficients:
        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1 -0.99742    0.02399  -41.58   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.468 on 1740 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4984,    Adjusted R-squared:  0.4982
F-statistic:  1729 on 1 and 1740 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5838

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

**1% 5% 10%**

**Significância**

```
TesteDF_Variacao_drift <- ur.df(variacao, "drift", lags=0)
summary(TesteDF_Variacao_drift)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.0978 -0.8845 -0.0084  0.8628  6.5958 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  0.004671   0.035182   0.133    0.894    
z.lag.1     -0.997433   0.023993 -41.572   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.468 on 1739 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4985,	Adjusted R-squared:  0.4982 
F-statistic:  1728 on 1 and 1739 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5723 864.1266 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.43 -2.86 -2.57
phi1  6.43  4.59  3.78
```

```r
TesteDF_Variacao_trend <- ur.df(variacao, "trend", lags = 0)
summary(TesteDF_Variacao_trend)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.0671 -0.8843 -0.0215  0.8662  6.5560 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  5.667e-02  7.041e-02   0.805    0.421    
z.lag.1     -9.979e-01  2.400e-02 -41.578   <2e-16 ***
tt          -5.970e-05  7.002e-05  -0.853    0.394    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 1.468 on 1738 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4987,	Adjusted R-squared:  0.4981 
F-statistic: 864.4 on 2 and 1738 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5777 576.2362 864.3541 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -3.96 -3.41 -3.12
phi2  6.09  4.68  4.03
phi3  8.27  6.25  5.34
```

```r
Col1_Variacao <- c(" ",-2.58,"" ,-3.43, -3.43," ", -3.96, -3.96,-3.96)

Col2_Variacao <- c(" ", -41.58,"" ,-41.572,0.133," ", -41.578, 0.805,-0.853)

Col3_Variacao <- c(" ", "0.000"," ","0.000",0.894," ","0.000",0.421,0.394)

Col4_Resultado <- c("", "Estacionária","","Estacionária", "Sem Drift","",
                    "Estacionária", "Sem Drift", "Sem Tendência" )
```

```r
Resultado_Variacao <- cbind(Col1_Variacao,Col2_Variacao,Col3_Variacao,Col4_Resultado)

colnames(Resultado_Variacao) <- c("T Crítico", "Estatistica T","P-Value", "Resultado")

rownames(Resultado_Variacao) <- c("SEM CONSTANTE E SEM TENDÊNCIA",
                                  "Yt-1",
                                  "COM CONSTANTE",
                                  "Yt-1", "Drift",
                                  "COM CONSTANTE E COM TENDÊNCIA",
                                  "Yt-1", "Drift","Trend")
View(Resultado_Variacao)
```

4- Raiz Unitária.R | Resultado_Variacao

Filter

| | T Crítico | Estatistica T | P-Value | Resultado |
|---|---|---|---|---|
| **SEM CONSTANTE E SEM TENDÊNCIA** | | | | |
| **Yt-1** | -2.58 | -41.58 | 0.000 | Estacionária |
| **COM CONSTANTE** | | | | |
| **Yt-1** | -3.43 | -41.572 | 0.000 | Estacionária |
| **Drift** | -3.43 | 0.133 | 0.894 | Sem Drift |
| **COM CONSTANTE E COM TENDÊNCIA** | | | | |
| **Yt-1** | -3.96 | -41.578 | 0.000 | Estacionária |
| **Drift** | -3.96 | 0.805 | 0.421 | Sem Drift |
| **Trend** | -3.96 | -0.853 | 0.394 | Sem Tendência |