

Logică computațională

Examen, 27/01/2016

B

Nume:

Email:

1. Considerați conectorul propozițional NȘI („negația lui și”), notat cu $|$, definit în modul următor, pentru propozițiile F, G :

$$F|G = \neg(F \wedge G).$$

Arătați că $\{| \}$ este o mulțime completă de conectori propoziționali.

2. Care din următoarele expresii sunt expresii ale logicii predicatelor, și ce fel de expresii sunt (termeni, formule)? Identificați simbolurile funcționale și predicative din fiecare expresie. Care sunt variabilele libere și care sunt legate? (Folosim notația matematică comună, variabilele sunt litere mici de la sfârșitul alfabetului.)

(a) $x > 3$,

(b) $\forall x \left(\frac{x+1}{x^2+5} > \frac{x^3+5x+11}{1+\frac{x-8}{x^4-1}} \right)$,

(c) $\neg P(x, y) \Leftrightarrow (\forall x \exists y \forall z ((P(y, z) \vee Q(x, y, z)) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z))))$.

3. Fie

$$\theta_1 = \{x \leftarrow a, y \leftarrow f(z), z \leftarrow y\}$$

și

$$\theta_2 = \{x \leftarrow b, y \leftarrow z, z \leftarrow g(x)\}.$$

Determinați $\theta_1\theta_2$ și $\theta_2\theta_1$.

4. Fie P, Q, R formule propoziționale. Care este forma normal disjunctivă (FND) a formulei

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow R?$$

5. Decideți, folosind o metodă bazată pe rezoluție, dacă mulțimea de clauze:

(1) $\{P, Q, \neg R\},$

(2) $\{\neg P, R\},$

(3) $\{P, \neg Q, S\},$

(4) $\{\neg P, \neg Q, \neg R\},$

(5) $\{P, \neg S\}.$

este satisfiabilă sau nu. În caz că este, dați o interpretare care satisface mulțimea de clauze.

6. Descrieți metoda Davis Putnam (DP) pentru rezolvarea problemei satisfiabilității în logica propozițională. Comparați-o cu metoda rezoluției (care sunt avantajele, dezavantajele?).
7. Este DP o metodă de raționament? Motivați răspunsul fie argumentând de ce satisface proprietățile raționamentului, sau pe care le satisface și pe care nu.
8. Fie F_1, \dots, F_n, G formule propoziționale. Demonstrați că $F_1, \dots, F_n \models G$ (adică G este o consecință logică a F_1, \dots, F_n) dacă și numai dacă $(F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G)$ este nesatisfiabilă.