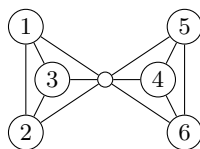


## Examen parțial (B)

4 decembrie 2015

1. Câte numere întregi cuprinse între 12 și 547 inclusiv nu sunt divizibile nici cu 3 nici cu 5?
2. (Permutări și permutări cu repetiție)
  - (a) Să se calculeze rangul permutării  $\langle 1, 2, 5, 6, 4, 3 \rangle$  în ordine lexicografică.
  - (b) Să se determine 3-permutarea cu repetiție a mulțimii  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  care are rangul 108 în ordine lexicografică.
  - (c) Ce permutare urmează după permutarea  $\langle 4, 3, 6, 9, 8, 7, 5, 2, 1 \rangle$  în ordine lexicografică?
3. Fie  $M$  mulțimea de șiruri de cifre hexazecimale de lungime 5.
  - (a) Câte șiruri din  $M$  conțin cifra 8 de exact 2 ori și cifra 7 o singură dată?
  - (b) Câte șiruri din  $M$  conțin cifra 6 de cel mult 3 ori?
  - (c) Câte șiruri din  $M$  nu conțin cifre diferite?

Reamintesc faptul că cifrele hexazecimale sunt 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.
4. Să se rezolve relația de recurență liniară  $a_n = 10 a_{n-1} - 25 a_{n-2}$  pentru  $n \geq 2$  și condițiile inițiale  $a_0 = 4$ ,  $a_1 = 35$ .
5. Fie  $a_n$  numărul de șiruri de lungime  $n$ , formate din cifrele 1,2 și 3, care nu au două cifre consecutive identice.
  - (a) Să se determine o relație de recurență pentru calculul lui  $a_n$ , împreună cu condițiile inițiale corespunzătoare.
  - (b) Care este valoarea lui  $a_4$ ?
6. Se consideră configurația următoare:



- (a) Să se indice grupul de simetrii al acestei configurații.
- (b) Câte colorări diferite are această configurație dacă se folosesc trei culori: roșu, negru și verde?

7. (Numere Stirling)

- (a) Care este semnificația numărului  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$ ?
- (b) Care din relațiile de recurență de mai jos are loc pentru orice  $n > 0$  și  $k > 0$ :
  - (b1)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$
  - (b2)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = n \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$
  - (b3)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$
  - (b4)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = k \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$
  - (b5)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = (n-1) \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$
  - (b6)  $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} + (n-1) \cdot \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$

**Punctaj:**

Start: 1pt

1: 1pt

2: (a) 0.75pt; (b) 0.75pt; (c) 0.5pt

3:  $0.5 \times 3 = 1.5\text{pt}$

4: 1pt

5:  $0.75 \times 2 = 1.5\text{pt}$

6:  $0.5 \times 2 = 1\text{pt}$

7:  $0.5 \times 2 = 1\text{pt}$

**Total: 10pt**