Teoria Grafurilor și Combinatorică

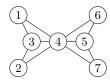
Examen parțial (A)

4 decembrie 2015

- 1. Câte submulțimi ale mulțimii $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ conțin cifra 1 sau 2? Exemple de astfel de submulțimi sunt $\{1,8\}$, $\{1,2\}$, $\{2\}$, $\{3,4,5,6,8\}$.
- 2. (Permutări și permutări cu repetiție)
 - (a) Să se calculeze rangul permutării $\langle 4, 3, 5, 1, 6, 2 \rangle$ în ordine lexicografică.
 - (b) Să se determine 3-permutarea cu repetiție a mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ care are rangul 149 în ordine lexicografică.
 - (c) Ce permutare urmează după permutarea $\langle 4,3,5,9,8,7,6,2,1 \rangle$ în ordine lexicografică?
- 3. Fie M mulțimea de șiruri de cifre hexazecimale de lungime 5.
 - (a) Câte şiruri din M conțin cifra 8 de exact 2 ori?
 - (b) Câte șiruri din M conțin cifra 6 de cel puțin 3 ori?
 - (c) Câte şiruri din M sunt alcătuite din cifre diferite?

Reamintesc faptul că cifrele hexazecimale sunt 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.

- 4. Să se rezolve relația de recurență liniară $a_n = -5 a_{n-1} + 6 a_{n-2}$ pentru $n \ge 2$ și condițiile inițiale $a_0 = 1, a_1 = 0$.
- 5. Fie a_n numărul de şiruri de n biţi care conţin subşirul 01.
 - (a) Să se determine o relație de recurență pentru calculul lui a_n , împreună cu condițiile inițiale corespunzătoare.
 - (b) Care este valoarea lui a_5 ?
- 6. Se consideră configurația următoare:



- (a) Să se indice grupul de simetrii al acestei configurații.
- (b) Câte colorări diferite are această configurație dacă se folosesc două culori: roşu şi verde?

7. (Numere Stirling)

- (a) Care este semnificația numărului $\binom{n}{k}$?
- (b) Care din relațiile de recurență de mai jos are loc pentru orice n>0

(b1)
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

(b1)
$${n \choose k} = {n-1 \choose k} + {n-1 \choose k-1}$$

(b2) ${n \choose k} = n \cdot {n-1 \choose k} + k \cdot {n-1 \choose k-1}$
(b3) ${n \choose k} = {n-1 \choose k} + k \cdot {n-1 \choose k-1}$
(b4) ${n \choose k} = k \cdot {n-1 \choose k} + {n-1 \choose k-1}$

(b3)
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + k \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

(b4)
$${n \brace k} = k \cdot {n-1 \brace k} + {n-1 \brace k-1}$$

(b5)
$${n \brace k} = (n-1) \cdot {n-1 \brack k} + {n-1 \brack k-1}$$

(b6) ${n \brack k} = {n-1 \brack k} + (n-1) \cdot {n-1 \brack k-1}$

(b6)
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + (n-1) \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

Punctaj:

Start: 1pt

- 1: 1pt
- 2: (a) 0.75pt; (b) 0.75pt; (c) 0.5pt
- 3: $0.5 \times 3 = 1.5$ pt
- 4: 1pt
- 5: $0.75 \times 2 = 1.5$ pt
- 6: $0.5 \times 2 = 1$ pt
- 7: $0.5 \times 2 = 1$ pt

Total: 10pt