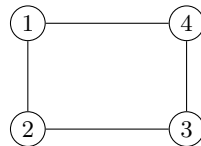


Examen parțial (C)

4 decembrie 2015

1. Câte numere întregi cuprinse între 12 și 547 inclusiv sunt divizibile cu 3 dar nu sunt divizibile cu 5?
2. (Permutări și permutări cu repetiție)
 - (a) Să se calculeze rangul permutării $\langle 2, 1, 3, 4, 5 \rangle$ în ordine lexicografică.
 - (b) Să se determine 4-permutarea cu repetiție a mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ care are rangul 599 în ordine lexicografică.
 - (c) Ce permutare urmează după permutarea $\langle 4, 3, 6, 7, 5, 2, 1 \rangle$ în ordine lexicografică?
3. Fie M mulțimea de șiruri de lungime 4, cu cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (a) Câte șiruri din M conțin cifra 1 de 2 ori, și cifra 5 de 2 ori?
 - (b) Câte șiruri din M conțin cifra 1 de cel mult 3 ori?
 - (c) Câte șiruri din M au prima cifră mai mică decât 3 și ultima cifră mai mare decât 2?
4. Să se rezolve relația de recurență liniară $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ pentru $n \geq 2$ și condițiile inițiale $a_0 = 3$, $a_1 = 5$.
5. Fie a_n numărul de șiruri de lungime n , formate din cifrele 1,2,3 și 4, care nu au două cifre consecutive identice.
 - (a) Să se determine o relație de recurență pentru calculul lui a_n , împreună cu condițiile inițiale corespunzătoare.
 - (b) Care este valoarea lui a_5 ?
6. Se consideră configurația dreptunghiulară următoare:



- (a) Să se indice grupul de simetrii al acestei configurații.
- (b) Câte colorări diferite are această configurație dacă se folosesc 4 culori?
7. (a) Care este semnificația numărului $\binom{n}{k}$?
- (b) Care din relațiile de recurență de mai jos are loc pentru orice $n > 0$ și $k > 0$:
- (b1) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$
- (b2) $\binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k} + k \cdot \binom{n-1}{k-1}$
- (b3) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + k \cdot \binom{n-1}{k-1}$
- (b4) $\binom{n}{k} = k \cdot \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$
- (b5) $\binom{n}{k} = (n-1) \cdot \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$
- (b6) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + (n-1) \cdot \binom{n-1}{k-1}$

Punctaj:

Start: 1pt

1: 1pt

2: (a) 0.75pt; (b) 0.75pt; (c) 0.5pt

3: $0.5 \times 3 = 1.5\text{pt}$

4: 1pt

5: $0.75 \times 2 = 1.5\text{pt}$

6: $0.5 \times 2 = 1\text{pt}$

7: $0.5 \times 2 = 1\text{pt}$

Total: 10pt