

***Estatística***

***para Soluções em TI***

**Média Harmônica**  
**e suas Aplicações**

## MÉDIA HARMÔNICA (H)

É o inverso da média aritmética dos inversos dos dados.

### MÉDIA HARMÔNICA PARA DADOS NÃO AGRUPADOS

Sejam  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , dados não agrupados. Então a média harmônica será:

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}$$

### MÉDIA HARMÔNICA PARA DADOS AGRUPADOS

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^K \frac{f_i}{X_i}}$$

# Exemplos

**Exemplo 1** Calcular o salário médio-aritmético,\*

o salário médio-geométrico e o salário médio-harmônico:

\* salário médio-aritmético = "salário médio"

Salário mensal bruto (R\$)	Número de pessoas
[2500, 4000[	15
[4000, 5500[	18
[5500, 7000[	12
[7000, 8500[	9
[8500, 10000[	5
[10000, 11500[	3
TOTAL	62

# RESOLUÇÃO

## 1º) MÉDIA ARITMÉTICA

Salário mensal bruto (R\$)	Número de pessoas	$x_i$ Variável de Pesquisa	$f_i$ frequência absoluta
[2500, 4000[	15	$x_1 = 3250$	$f_1 = 15$
[4000, 5500[	18	$x_2 = 4750$	$f_2 = 18$
[5500, 7000[	12	$x_3 = 6250$	$f_3 = 12$
[7000, 8500[	9	$x_4 = 7750$	$f_4 = 9$
[8500, 10000[	5	$x_5 = 9250$	$f_5 = 5$
[10000, 11500[	3	$x_6 = 10750$	$f_6 = 3$
TOTAL	62	-	$\sum f_i = 62$

$$x_i = \frac{l+L}{2} \rightarrow \text{ponto médio de cada classe}$$

$$x_1 = \frac{2500 + 4000}{2} \Rightarrow x_1 = 3250$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$x_6 = \frac{10000 + 11500}{2} \Rightarrow x_6 = 10750$$

$$M.A. = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{3250 \times 15 + 4750 \times 18 + \dots + 10750 \times 3}{62} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M.A. = \bar{x} = R\$ 5.766,13$$

## 2ª) MÉDIA GEOMÉTRICA

Salário mensal bruto (R\$)	Número de pessoas	$X_i$ Variável de Pesquisa	$f_i$ frequência absoluta
[2500, 4000[	15	$x_1 = 3250$	$f_1 = 15$
[4000, 5500[	18	$x_2 = 4750$	$f_2 = 18$
[5500, 7000[	12	$x_3 = 6250$	$f_3 = 12$
[7000, 8500[	9	$x_4 = 7750$	$f_4 = 9$
[8500, 10000[	5	$x_5 = 9250$	$f_5 = 5$
[10000, 11500[	3	$x_6 = 10750$	$f_6 = 3$
TOTAL	62	-	$\Sigma f_i = 62$

$$x_i = \frac{l + L}{2}$$

$$x_1 = \frac{2500 + 4000}{2} = 3250$$

⋮

$$x_6 = \frac{10000 + 11500}{2} = 10750$$

$$M.G. = \sqrt[\Sigma f_i]{x_{f_1}^{f_1} \cdot x_{f_2}^{f_2} \cdot \dots \cdot x_{f_n}^{f_n}}$$

ou

$$M.G. = \sqrt[\Sigma f_i]{\prod_{i=1}^n (x_i^{f_i})}$$

$$M.G. = \sqrt[62]{3250^{15} \times 4750^{18} \times \dots \times 10750^3} =$$

$$= \left( \underbrace{3250^{15}}_{\div 1000} \times \underbrace{4750^{18}}_{\div 1000} \times \dots \times \underbrace{10750^3}_{\div 1000} \right)^{\frac{1}{62}} =$$

$$\begin{array}{c} \boxed{\wedge} \\ \boxed{x^y} \\ \boxed{y^x} \end{array}$$

$$= \left( 3,250^{15} \times 4,750^{18} \times \dots \times 10,750^9 \right)^{(1 \div 62)} \times 1000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M.G. \approx R\$ 5.385,89$$

### 3º) MÉDIA HARMÔNICA

Salário mensal bruto (R\$)	Número de pessoas	$X_i$ Variável de Pesquisa	$f_i$ frequência absoluta
[2500, 4000[	15	$x_1 = 3250$	$f_1 = 15$
[4000, 5500[	18	$x_2 = 4750$	$f_2 = 18$
[5500, 7000[	12	$x_3 = 6250$	$f_3 = 12$
[7000, 8500[	9	$x_4 = 7750$	$f_4 = 9$
[8500, 10000[	5	$x_5 = 9250$	$f_5 = 5$
[10000, 11500[	3	$x_6 = 10750$	$f_6 = 3$
TOTAL	62	-	$\Sigma f_i = 62$

$$x_i = \frac{l + L}{2}$$

$$x_1 = \frac{2500 + 4000}{2} = 3250$$

⋮

$$x_6 = \frac{10000 + 11500}{2} = 10750$$

$$M.H. = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i}{x_i} \right)}$$

$$M.H. = \frac{62}{\left( \frac{15}{3250} + \frac{18}{4750} + \dots + \frac{3}{10750} \right)} \Rightarrow$$

$$M.H. \approx R\$ 5.038,29$$

# Exercícios



**1) Calcule a média harmônica dos dados abaixo:**

**2, 4, 6, 8**

**a) 3,84**

**b) 3,48**

**c) 4,83**

**d) 4,38**

**e) 8,43**

2) Calcule a média harmônica dos dados abaixo:

2, 4, 6, 8, 10

a) 4,38

b) 4,83

c) 5,37

d) 7,38

e) NRA

3) Calcule a média harmônica:

$X_1$	Frequência
2	3
3	4
4	6
5	5
6	2

- a) 3,53
- b) 3,00
- c) 2,53
- d) 2,00
- e) 4,53

4) Determine a média harmônica em cada caso:

a.

NOTAS	$f_i$
0 - 2	5
2 - 4	8
4 - 6	14
6 - 8	10
8 - 10	7
	$\Sigma = 44$

b.

ESTATURAS (cm)	$f_i$
150 - 158	5
158 - 166	12
166 - 174	18
174 - 182	27
182 - 190	8
	$\Sigma = 70$

4) Determine a média harmônica em cada caso:

c.

<b>SALÁRIOS (R\$)</b>	<b><math>f_i</math></b>
500 – 700	18
700 – 900	31
900 – 1.100	15
1.100 – 1.300	3
1.300 – 1.500	1
1.500 – 1.700	1
1.700 – 1.900	1
	$\Sigma = 70$

d.

<b>PESOS (kg)</b>	<b><math>f_i</math></b>
145 – 151	10
151 – 157	9
157 – 163	8
163 – 169	6
169 – 175	3
175 – 181	3
181 – 187	1
	$\Sigma = 40$

## Respostas

- 1) Alternativa a
- 2) Alternativa a
- 3) Alternativa a
- 4) a) 3,47      b) 171,94      c) 794,15      d) 158,80

## Bibliografia

### **Estatística Fácil**

Autor: *Antonio Arnot Crespo*

Editora Saraiva

- MORETTIN, L. G. **Estatística básica.** São Paulo: Editora Makron Books

### **Bibliografia complementar**

- COSTA NETO, P. L. **Estatística.** 2ª ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher
- CRESPO, A. A. **Estatística fácil.** 18ª ed. São Paulo: Editora Saraiva