

# Árvores Binárias- Árvore de Busca Binária

Códigos de Alta Performance

PROFa. PATRÍCIA MAGNA - [profpatria.magna@fiap.com.br](mailto:profpatria.magna@fiap.com.br)

Uma Árvore Binária é uma árvore que obedece as seguintes condições:



Conjunto finito de elementos que está vazio

**OU**



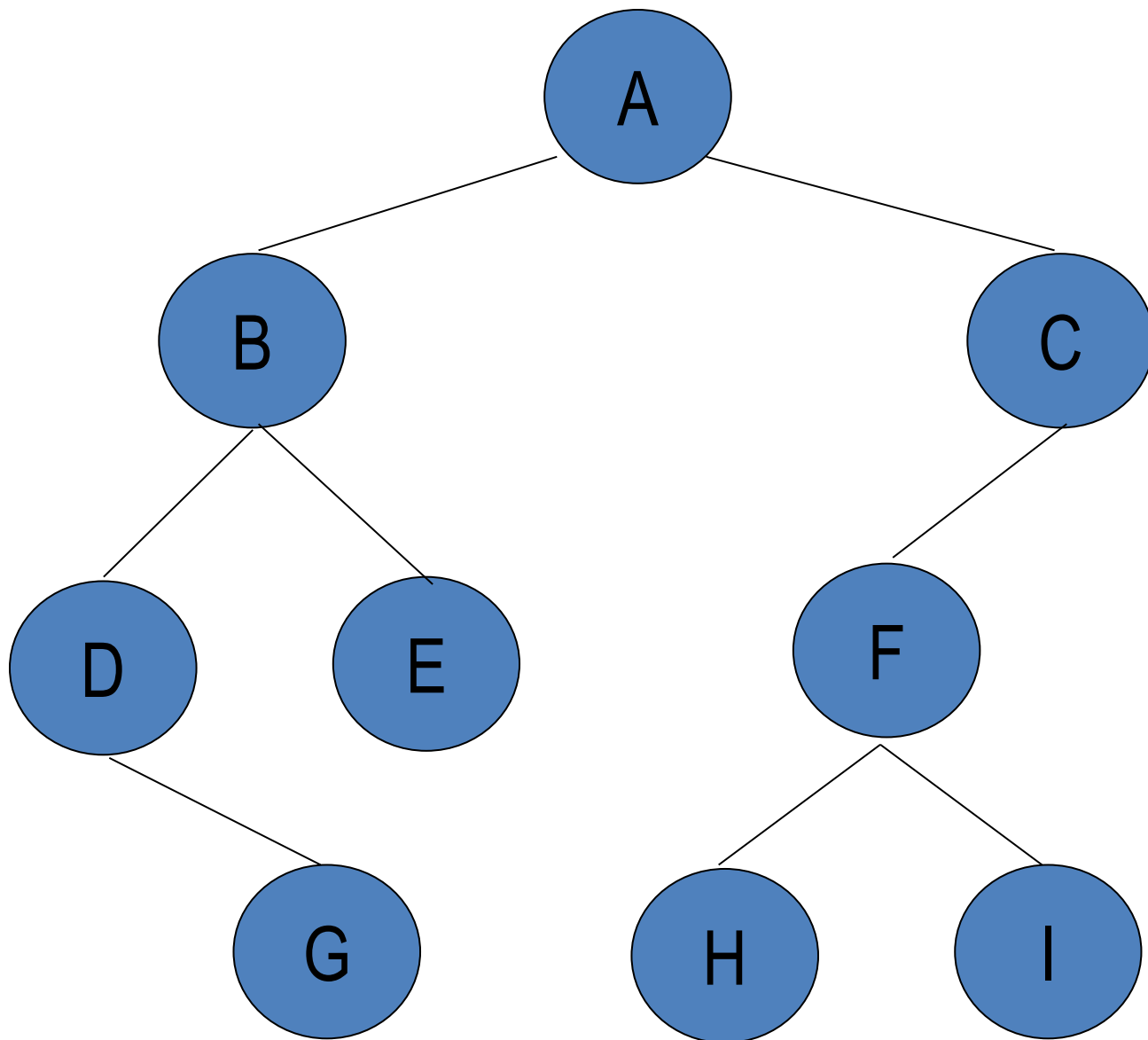
Conjunto finito de elementos particionados (divididos) em 3 subconjuntos disjuntos:

1º: contém um único elemento: RAIZ.

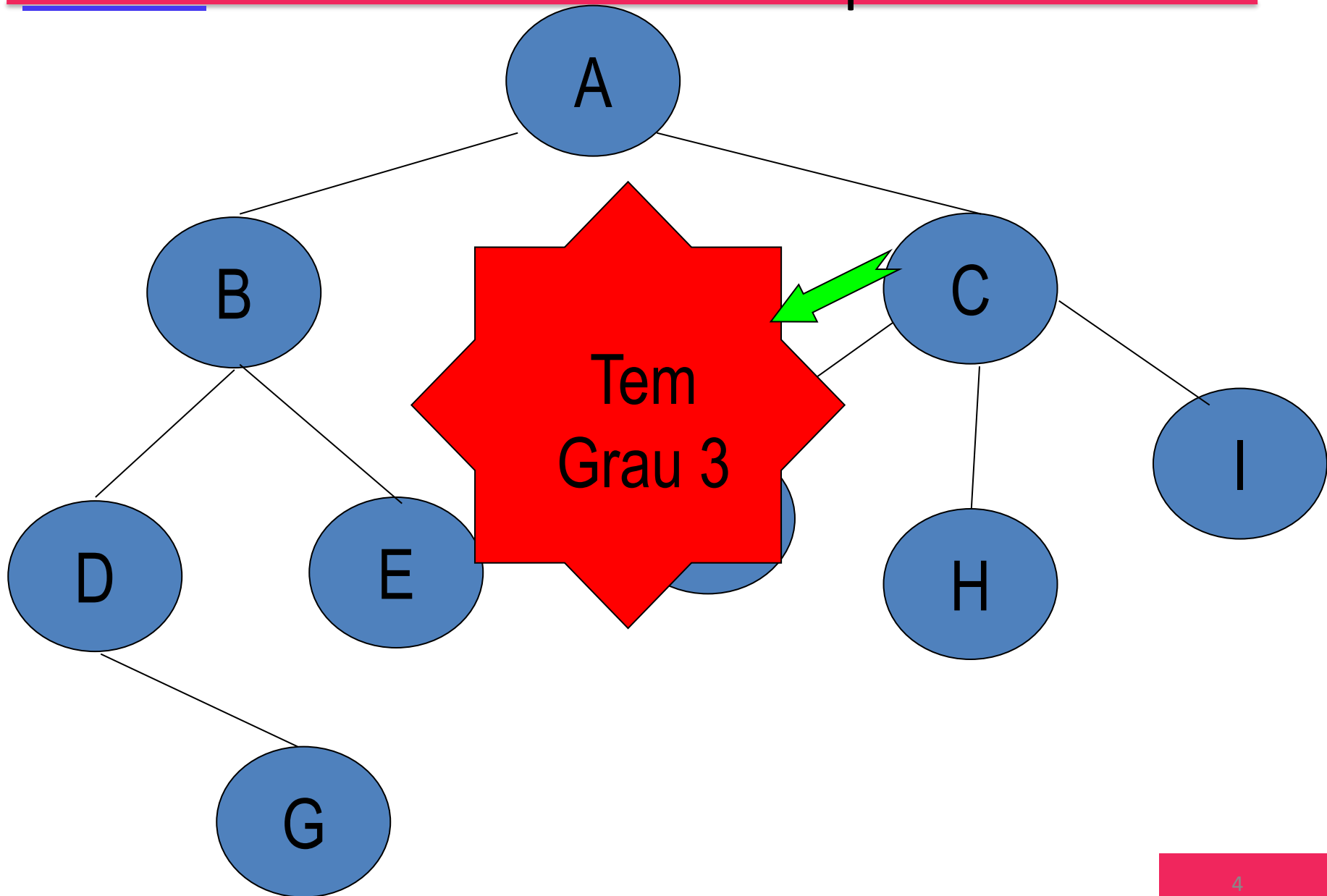
2º: sub-árvore direita (pode estar vazia)

3º: sub-árvore esquerda (pode estar vazia)

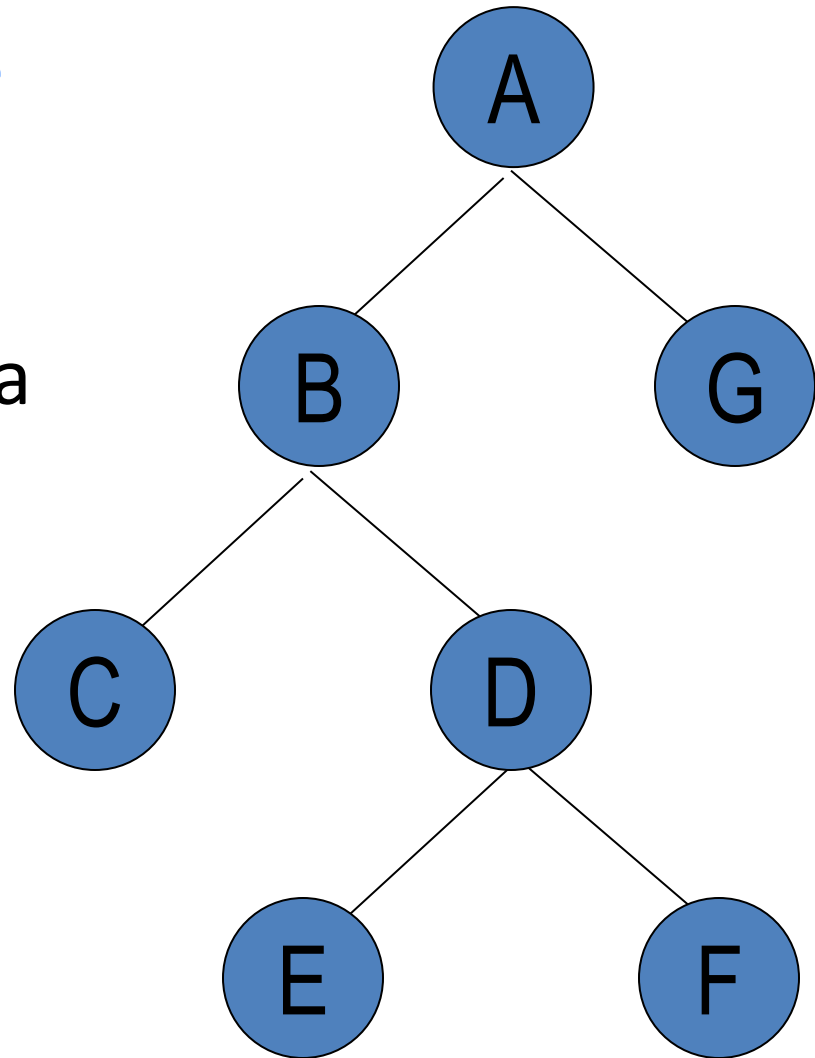
# Árvore Binária – Exemplo 5



# NÃO É Árvore Binária – Exemplo 6

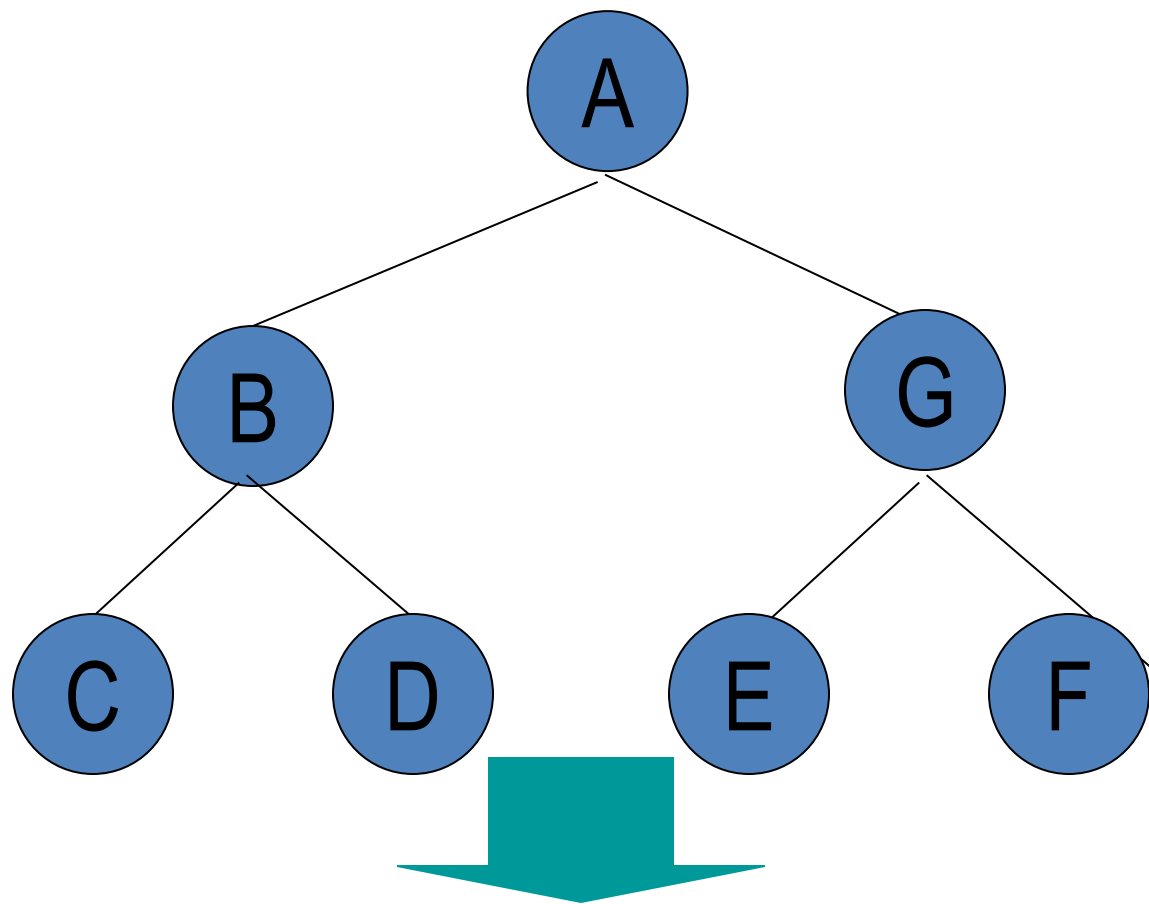


**Árvore Estritamente Binária:** se todo nó que não é folha tiver sub-árvores esquerda e direita não vazias.



## Árvore Binária Completa de Profundidade $d$ :

é a árvore estritamente binária em que todas as folhas estejam no nível  $d$ .



Árvore binária completa de profundidade 3

- O número total (NT) de nós numa árvore binária completa de profundidade  $d$  é igual a somatória do número de nós em cada nível entre 0 e  $d$ :

$$NT = \sum_{j=1}^d 2^{j-1}$$

$2^j$  representa a quantidade de nós do nível  $j$ :

$$j = 1 \text{ (nível 1)} \rightarrow NT = 2^0 = 1$$

$$j = 2 \text{ (nível 2)} \rightarrow NT = 2^0 + 2^1 = 1+2 = 3$$

$$j = 3 \text{ (nível 3)} \rightarrow NT = 2^0 + 2^1 + 2^2 = 1+2+4 = 7$$

$$j = 4 \text{ (nível 4)} \rightarrow NT = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 1+2+4+8=15$$

# Árvore Binária Completa

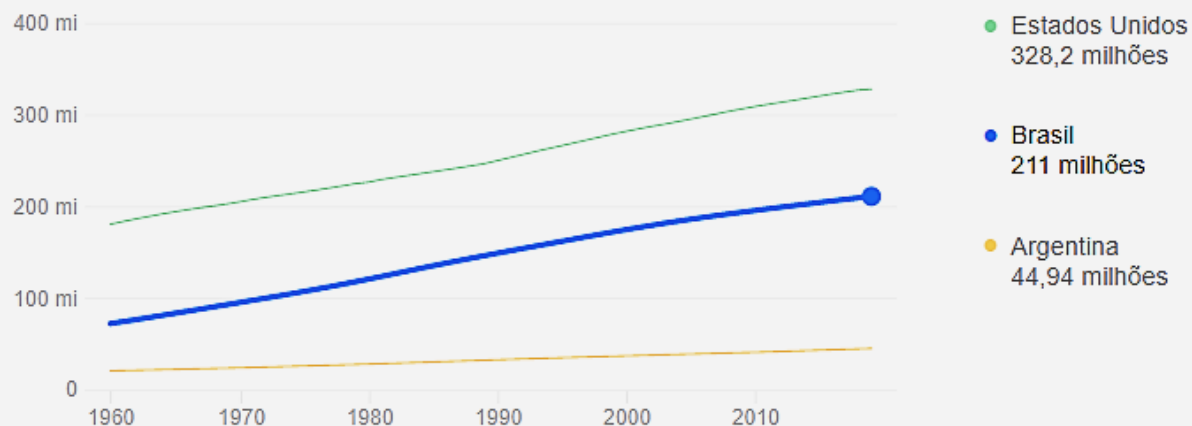
$$\text{N}^\circ \text{ nós} = 2^{\text{níveis}} - 1$$

Níveis	Número de Nós
4	15
5	31
10	1.023
11	2.047
20	1.048.575
21	2.097.151
27	134.217.727
28	268.435.455



## Exemplo de Eficiência

211 milhões (2019)



Níveis	Número de Nós
27	134.217.727
28	268.435.455

**Com 28 comparações podemos encontrar qualquer cidadão pelo RG na base de dados**

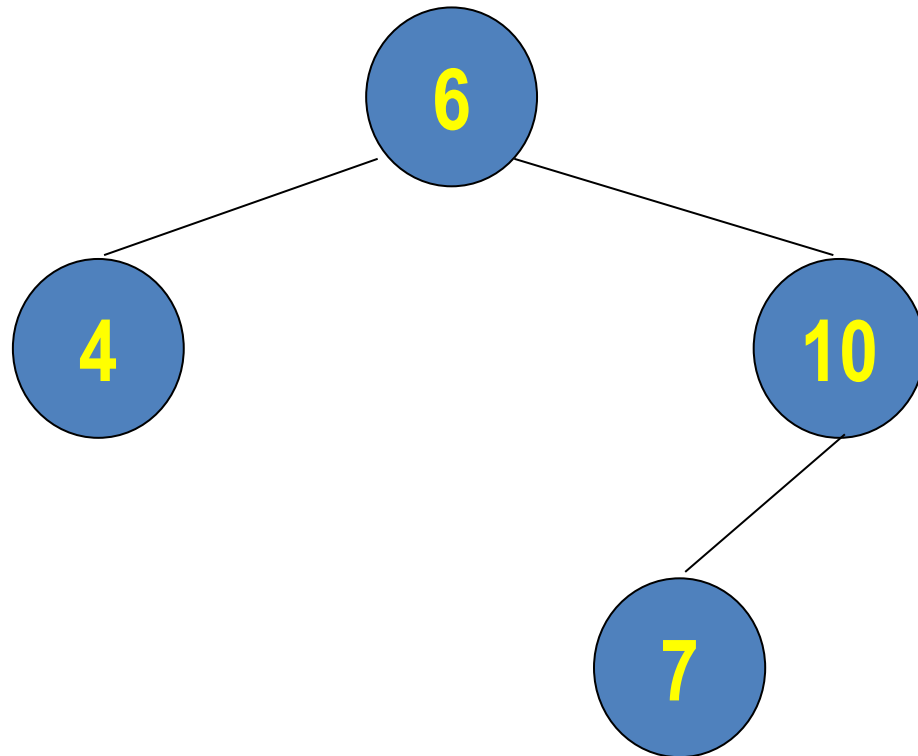
## Árvore Binária Quase Completa

- ✱ Cada folha na árvore deve estar no nível  $d$  ou no nível  $d-1$
- ✱ Para cada nó  $X$  na árvore com um descendente direito no nível  $d$ , todos os descendentes esquerdos de  $X$  que forem folhas devem estar no nível  $d$ .

# ÁRVORE de BUSCA BINÁRIA

Propriedades a serem seguidas para formação da ABB:

- O dado em qualquer nó N é maior que todos os dados da sub-árvore esquerda de N
- O dado em N é menor ou igual que todos os dados da sub-árvore direita de N



Exemplo e Exercício

Planilha **ARVORE BINARIA**

Uma árvore de busca criada a partir de um conjunto de dados **não é única**, dependendo da ordem de inserção de dados indicada.

Se for alterada a ordem em que os valores são inseridos nos exercícios feitos na planilha pode-se observar que, inclusive, a ABB não fica com todos os nós folha no mesmo nível.

A grande utilidade da árvore binária de busca é armazenar dados, sendo que as operações de inserção, remoção e, em especial, a localização de dados são freqüentemente realizadas.

- ◎ Uma árvore de binária de busca pode sofrer alterações (**inserções** e **remoções**) após ter sido criada.
- **Exemplo:** Um compilador pode usar uma árvore para armazenar os comandos válidos de uma linguagem de programação.
  - neste caso a árvore não sofre alterações após criada.
  - Também pode manter uma árvore para conter os símbolos definidos no programa em processamento (nomes de variáveis).



- Não existe uma ordem “natural” para os nós de uma árvore.
- São usados diferentes ordenamentos de percursos em diferentes casos.
- Definiremos 3 métodos de percurso.
- Todos eles envolvem visitar a raiz e percorrer suas sub-árvores esquerda e direita recursivamente. A diferença entre eles é a ordem em que essas operações são realizadas.
- Os métodos são usados para a árvore não vazia.

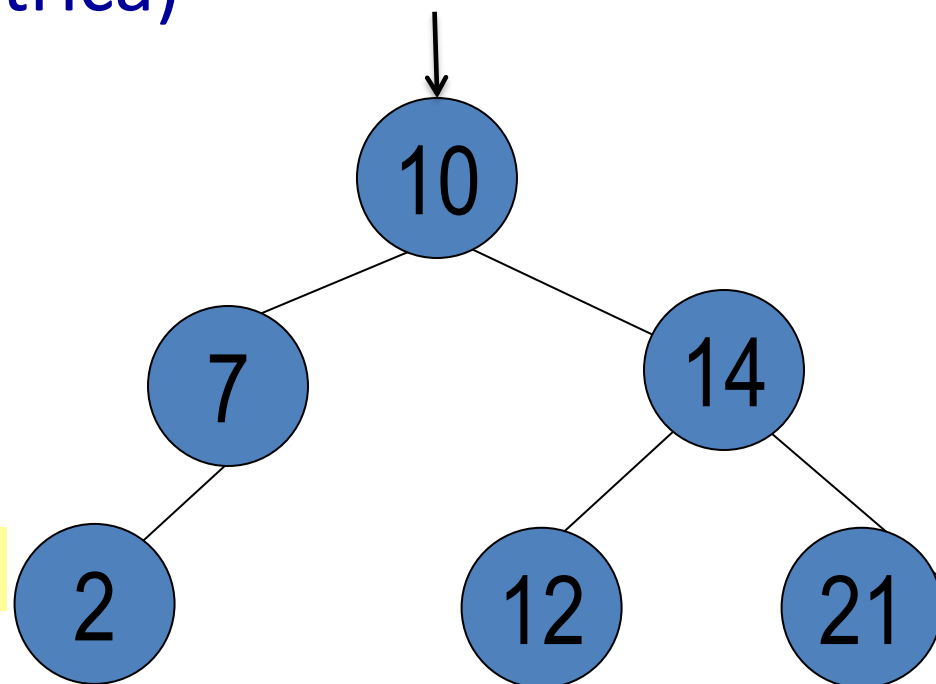
- EM Ordem (Ordem Simétrica)

RECURSIVO

1 – Percorremos a subárvore **esquerda** em ordem simétrica.

2 – Apresentamos DADO

3 – Percorremos a subárvore **direita** em ordem simétrica.



Em Ordem: 2 7 10 12 14 21

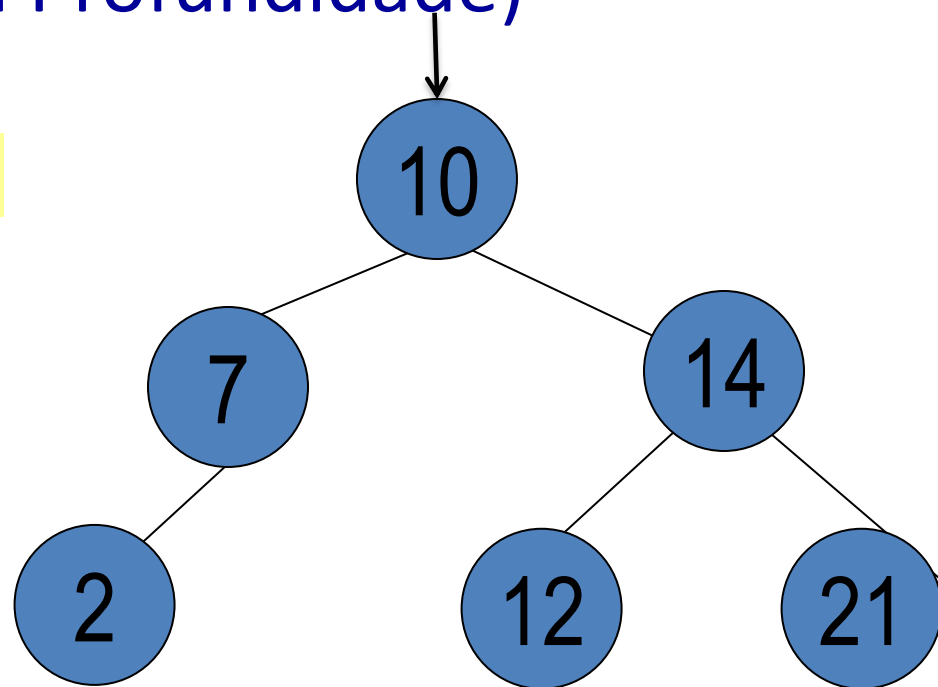
- Pré-Ordem (Percurso em Profundidade)

R  
E  
C  
U  
R  
S  
I  
V  
O

1 – Apresentamos DADO

2 – Percorremos a subárvore **esquerda** em ordem prévia.

3 – Percorremos a subárvore **direita** em ordem prévia.



Pré – Ordem: 10 7 2 14 12 21

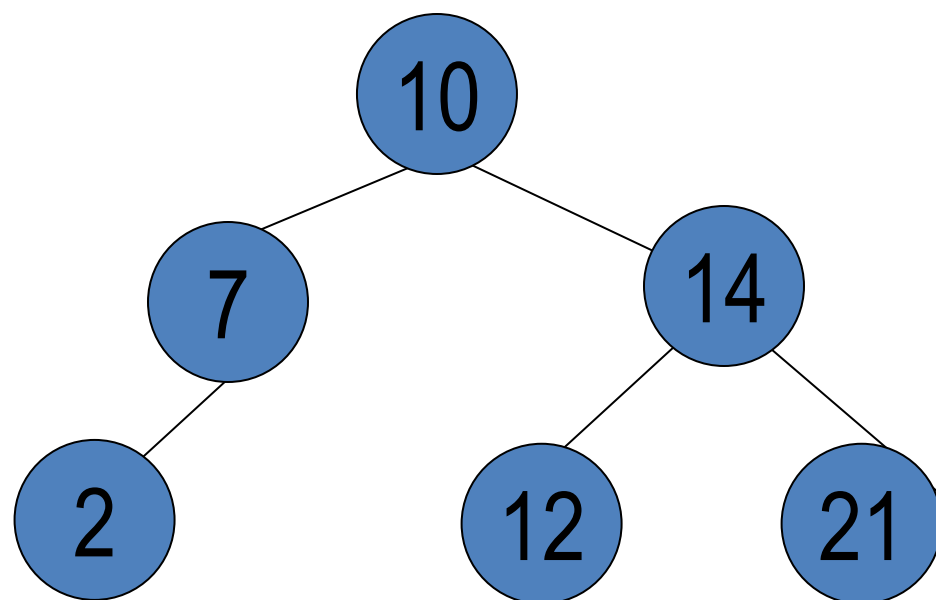
- Pós-Ordem

RECURSIVO

1 – Percorremos a subárvore **esquerda** em ordem posterior.

2 – Percorremos a subárvore **direita** em ordem posterior.

3 – Apresentamos DADO



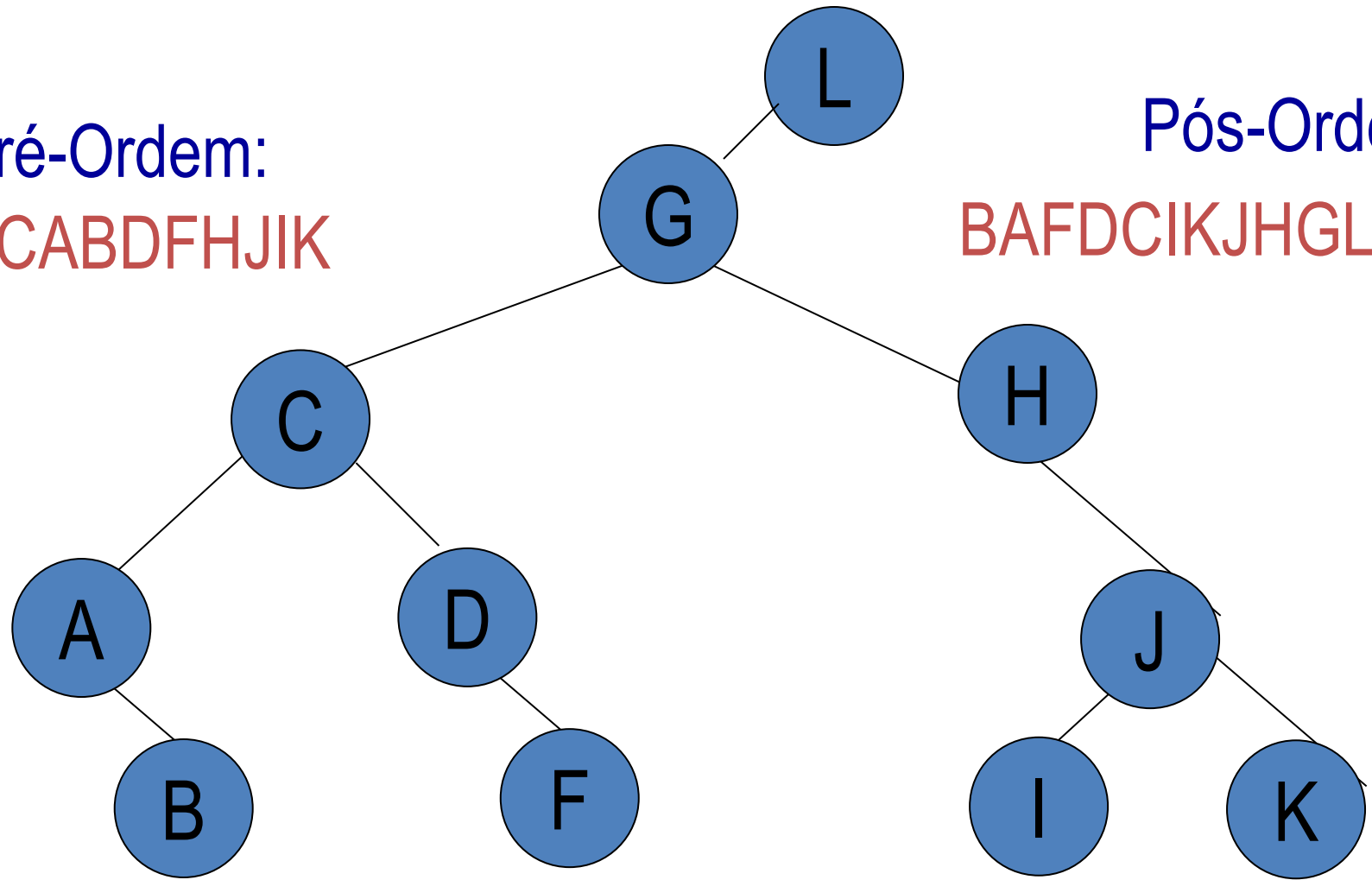
Pós-Ordem: 2 7 12 21 14 10

# Árvores Binárias – Exercício: Percurso

FIAP

Pré-Ordem:  
LGCABDFHJK

Pós-Ordem:  
BAFDCIKJHGL



Em Ordem: ABCDFGHIJKL

# REFERÊNCIAS



- TENENBAUM, A.M. E outros - **Estruturas de Dados usando C**. Makron Books do Brasil Editora Ltda, SP.
- PEREIRA, S. L. **Estrutura de Dados Fundamentais**. São Paulo: Érica.
- FORBELLONE, A.L.V. & EBERSPÄCHER, H.F. – **Lógica de Programação: A Construção de Algoritmos e Estruturas de Dados**. Makron Books, São Paulo, SP
- ASCENCIO, A.F.G e ARAÚJO, G.S. – Estruturas de Dados: Algoritmos, Análise da Complexidade e Implementação em JAVA e C/C++

Copyright © 2022  
Profa. Patrícia Magna

Todos direitos reservados. Reprodução ou divulgação total ou parcial deste documento é expressamente proibido sem o consentimento formal, por escrito, dos professores.