

Estatística
para Soluções em TI

Média Geométrica
e suas Aplicações

A média geométrica é definida, para números positivos, como a raiz n -ésima do produto de n elementos de um conjunto de dados.

Assim como a média aritmética, a média geométrica também é uma medida de tendência central.

É usada com mais frequência em dados que apresentam valores que aumentam de forma sucessiva.

Fórmula

$$M_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Onde,

M_G : média geométrica

n : número de elementos do conjunto de dados

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$: valores dos dados

Exemplo: Qual o valor da média geométrica entre os números 3, 8 e 9?

Como temos 3 valores, iremos calcular a raiz cúbica do produto.

$$M_G = \sqrt[3]{3 \cdot 8 \cdot 9} = \sqrt[3]{216} = 6$$

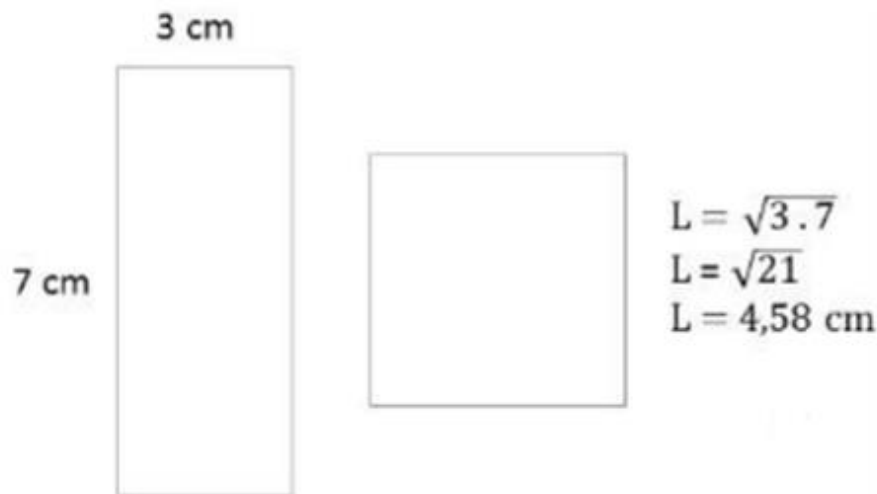
Aplicações

Como o próprio nome indica, a média geométrica sugere interpretações geométricas.

Podemos calcular o lado de um quadrado que possui a mesma área de um retângulo, usando a definição de média geométrica.

Exemplo:

Sabendo que os lados de um retângulo têm 3 e 7 cm, descubra qual a medida dos lados de um quadrado com a mesma área.



Uma outra aplicação muito frequente é quando queremos determinar a média de valores que alteraram de forma contínua, muito usada em situações que envolvem finanças.

Exemplo:

Um investimento rende no primeiro ano 5%, no segundo ano 7% e no terceiro ano 6%. Qual o rendimento médio desse investimento?

Para resolver esse problema devemos encontrar os fatores de crescimento.

- 1.º ano: rendimento de 5% → fator de crescimento de 1,05 (100% + 5% = 105%)
- 2.º ano: rendimento de 7% → fator de crescimento de 1,07 (100% + 7% = 107%)
- 3.º ano: rendimento de 6% → fator de crescimento de 1,06 (100% + 6% = 106%)

$$M_G = \sqrt[3]{1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07} = \sqrt[3]{1,19091} = 1,05996$$

Para encontrar o rendimento médio devemos fazer:

$$1,05996 - 1 = 0,05996$$

Assim, o rendimento médio dessa aplicação, no período considerado, foi de aproximadamente 6%.

Média Geométrica para dados não-agrupados

$$M.G. = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_n}$$

Média Geométrica para dados agrupados em distribuições de frequências

$$M.G. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_K^{f_K}}$$

I. Média Geométrica para dados não-agrupados (não tabelados)

$$M.G. = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n}$$

EXEMPLO 1

Calcular o valor da média aritmética e o valor da média geométrica, nos casos :

a) 2,0 e 9,5

$$M.A. = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{2,0 + 9,5}{2} \Rightarrow M.A. = 5,75$$

$$M.G. = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[2]{2,0 \times 9,5} \Rightarrow M.G. \approx 4,36$$

b) 6,0 e 7,0

$$M.A. = \frac{6,0 + 7,0}{2} \Rightarrow M.A. = 6,5$$

$$M.G. = \sqrt{6,0 \times 7,0} = \sqrt{42} = 42^{1/2} \Rightarrow M.G. \approx 6,48$$

c) 6,5 e 6,5

$$M.A. = \frac{6,5 + 6,5}{2} \Rightarrow M.A. = 6,5$$

$$M.G. = \sqrt{6,5 \times 6,5} = \sqrt{42,25} \Rightarrow M.G. = 6,5$$

d) 4,0 6,0 7,0 8,0 9,0

$$\bullet \text{ M.A.} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{4+6+7+8+9}{5} \Rightarrow \text{M.A.} = 6,80$$

$$\bullet \text{ M.G.} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[5]{4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} =$$

$$= (4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9)^{1/5} = \overset{\text{ou} \nearrow}{\boxed{x^y}} \\ = \boxed{(} \boxed{4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} \boxed{)} \boxed{\wedge} \boxed{(} \boxed{1 \div 5} \boxed{)} \boxed{=} \overset{\nearrow \text{FINAL}}{}$$

$$\Rightarrow \text{M.G.} \approx 6,55$$

EXEMPLO 2

Calcule a média aritmética e a média geométrica para cada um dos grupos indicados a seguir:

GRUPO A

5,0 4,0 6,0 7,0

GRUPO B

2,0 9,0 3,0 8,0

RESOLUÇÃO

1º) GRUPO A : 5,0 4,0 6,0 7,0

$$M.A. = \frac{5+4+6+7}{4} \Rightarrow M.A. = 5,5$$

$$M.G. = \sqrt[4]{5 \times 4 \times 6 \times 7} = (5 \times 4 \times 6 \times 7)^{1/4} \Rightarrow M.G. \approx 5,38$$

2º) GRUPO B : 2,0 9,0 3,0 8,0

$$M.A. = \frac{2+9+3+8}{4} \Rightarrow M.A. = 5,5$$

$$M.G. = \sqrt[4]{2,0 \times 9,0 \times 3,0 \times 8,0} \Rightarrow M.G. \approx 4,56$$

II. Média Geométrica para dados agrupados em uma Distribuição de Frequências sem classes de dados

$$M.G. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_K^{f_K}}$$

EXEMPLO 1

Calcule o valor da média geométrica:

Número de Equipamentos Eletrônicos por aluno	Número de alunos
1	29
2	15
3	8
4	5
5	2
6	1
TOTAL	60

RESOLUÇÃO

$$M.G. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_K^{f_K}}$$

$$N = \sum f_i$$

$$M.G. = \sqrt[60]{1^{29} \cdot 2^{15} \cdot 3^8 \cdot 4^5 \cdot 5^2 \cdot 6^1} =$$

$$= \left(1 \wedge 29 \times 2 \wedge 15 \times 3 \wedge 8 \times \dots \times 6 \wedge 1 \right) \wedge \left(1 \div 60 \right)$$

$$M.G. \approx 1,68 \text{ equipamentos eletrônicos por aluno}$$

↪ Número médio-geométrico de equipamentos eletrônicos por aluno

EXEMPLO 2

Calcular a média aritmética e a média geométrica para cada uma das distribuições de frequências indicadas a seguir:

Número de unidades vendidas por dia	Número de dias no mês de Dezembro	Número de unidades vendidas por dia	Número de dias no mês de Janeiro
10	2	10	5
11	3	11	1
12	4	12	3
13	5	13	8
14	7	14	5
15	4	15	0
16	3	16	6
17	2	17	2
TOTAL	30	TOTAL	30

RESOLUÇÃO

1ª) DEZEMBRO

$$M.A. = \frac{\sum (x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = \frac{10 \times 2 + 11 \times 3 + \dots + 17 \times 2}{30} \Rightarrow M.A. \approx 13,53 \text{ unidades por dia}$$

$$M.G. = \sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[30]{10^2 \cdot 11^3 \cdot \dots \cdot 17^2} \Rightarrow M.G. \approx 13,40 \text{ unidades por dia}$$

2º) Janeiro

$$M.A. = \frac{10 \times 5 + 11 \times 1 + \dots + 17 \times 2}{30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M.A. \approx 13,37 \text{ unidades por dia}$$

$$M.G. = \sqrt[30]{10^5 \times 11^1 \times \dots \times 17^2} \Rightarrow$$

$$M.G. \approx 13,19 \text{ unidades por dia}$$

Número de unidades vendidas por dia	Número de dias no mês de Janeiro
10	5
11	1
12	3
13	8
14	5
15	0
16	6
17	2
TOTAL	30

EXERCÍCIOS

1) Calcule a média geométrica dos dados abaixo:

1, 3, 6, 72

a) 6

b) 5

c) 3

d) 7

e) 4

2) Calcule a média geométrica dos dados abaixo:

1, 9, 1, 3, 27, 9, 3, 3, 1, 1

a) 9

b) 1

c) 3

d) 6

e) 8

3) Calcule a média geométrica dos dados abaixo:

25, 1, 5, 125, 1, 1

- a) 6**
- b) 5**
- c) 4**
- d) 3**
- e) 25**

4) Calcule a média geométrica dos dados abaixo:

2, 4, 6, 8

a) 4,42

b) 4,78

c) 5,00

d) 6,00

e) 5,52

5) Calcule a média geométrica dos dados abaixo:
2, 4, 6, 8, 10

a) 5,21

b) 1,15

c) 2,51

d) 5,91

e) 6

6) Calcule a média geométrica:

X_i	Frequência
8	12
9	10
10	7
11	5
12	3

- a) 9,29
- b) 9,00
- c) 8,50
- d) 8,00
- e) 7,50

7) Dado o conjunto $X = \{ 3, 4, 6, 9, 12 \}$

Calcule a média aritmética e a média geométrica, respectivamente:

a) 6,0 e 6,0

b) 7,0 e 6,8

c) 6,8 e 5,8

d) 5,8 e 6,0

e) 6,8 e 6,0

8) Determine a média geométrica em cada caso:

a.

NOTAS	f_i
0 - 2	5
2 - 4	8
4 - 6	14
6 - 8	10
8 - 10	7
	$\Sigma = 44$

b.

ESTATURAS (cm)	f_i
150 - 158	5
158 - 166	12
166 - 174	18
174 - 182	27
182 - 190	8
	$\Sigma = 70$

8) Determine a média geométrica em cada caso:

c.

SALÁRIOS (R\$)	f_i
500 – 700	18
700 – 900	31
900 – 1.100	15
1.100 – 1.300	3
1.300 – 1.500	1
1.500 – 1.700	1
1.700 – 1.900	1
	$\Sigma = 70$

d.

PESOS (kg)	f_i
145 – 151	10
151 – 157	9
157 – 163	8
163 – 169	6
169 – 175	3
175 – 181	3
181 – 187	1
	$\Sigma = 40$

Respostas

- 1) Alternativa a
- 2) Alternativa c
- 3) Alternativa b
- 4) Alternativa a
- 5) Alternativa a
- 6) Alternativa a
- 7) Alternativa e
- 8) a) 4,50 b) 172,17 c) 816,73 d) 159,14

Bibliografia

Estatística Fácil

Autor: *Antonio Arnot Crespo*

Editora Saraiva

- MORETTIN, L. G. **Estatística básica.** São Paulo: Editora Makron Books

Bibliografia complementar

- COSTA NETO, P. L. **Estatística.** 2ª ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher
- CRESPO, A. A. **Estatística fácil.** 18ª ed. São Paulo: Editora Saraiva