PRIPREMNA NASTAVA TEST- Relacije i funkcije

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- U skupu $A = \{1,2,3,4,5\}$ definisane su relacije:
  $\rho_1 = \{(1,2),(3,5),(4,2),(1,5),(3,2),(1,3),(4,3)\}$,
  $\rho_2 = \{(1,1),(2,2)\}$,
  $\rho_3 = \{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4))\}$,
  $\rho_4 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$,
  $\rho_5 = \{(1,1),(2,2),(1,2),(2,1),(3,4)\}$,
  Ispitati: R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija datih relacija i naći njima inverzne relacije.

  ρ_1 : R S A T F ρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F

- U skupu $\mathbb{N}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $\rho_2 = \{(x,x) | \wedge x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, 2x-1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x,|x|) | x \in \mathbb{N}\}$ i $\rho_5 = \{(1,2),(2,1),(1,3)\}$. Ispitati: R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija datih relacija. Koje od datih relacija su relacije poretka?

$\backslash$	ρ_i je R	ρ_i je S	ρ_i je A	ρ_i je T	ρ_i je F	ρ_i je rel. ekvivalencije
ρ_1						
ρ_2						
ρ_3						
ρ_4						
ρ_5						

U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,x^2) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x,-x) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_3 = \{(x,y) | x+y=1, x,y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x,2x) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_5 = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{R}, xy > 0\} \cup \{0\}$, $\rho_6 = \{(0,0)\}$, $\rho_7 = \{(x,y) | \max\{x,y\} = 1,\ x,y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_8 = \{(x, 3-x) | x \in \mathbb{R}\}$.

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje:

R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija

ρ_1 : R S A T Fρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F ρ_6 : R S A T F ρ_7 : R S A T F ρ_8 : R S A T F.

- Koliko najmanje elemenata mora imati skup A tako da se u njemu može definisati relacija ρ koja nije ni simetrična ni antisimetrična?

- $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b,c,d\}$, $f_1 = \{(1,a),(3,a),(3,b)\}$, $f_2 = \{(1,a),(2,c),(3,d)\}$, $f_3 = \{(1,a),(2,b),(3,c),(3,d)\}$, $f_4 = \{(1,a),(2,d),(3,d)\}$,. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i:\ A \longrightarrow B$	$f_i:\ A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i:\ A \xrightarrow{na} B$	$f: A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$	f_i je inijektivna
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{a,b,c\}$, $f_1=\{(1,a),(2,c),(3,b),(4,b)\}$, $f_2=\{(1,a),(2,c),(3,c)\}$, $f_3=\{(1,a),(2,b)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$
f_1						
f_2						
f_3						

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{a,b,c\}$, $f_1=\{(1,a),(2,b)\}$, $f_2=\{(1,a),(2,b),(3,c)\}$, $f_3=\{(1,b),(2,c)(3,b)\}$, $f_4=\{(1,a),(1,b),(3,c)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$	f_i je injektivna
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:

1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$ **2)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$
4) $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$

- **Injektivne** funkcije su: **1)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=e^x$
3) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$ **4)** $f:[-3,3]\to[0,9],\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:(1,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=\ln x^2$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=2x-5$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$
4) $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=\sqrt{x}$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=e^x$

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}(x)=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x-2}$. Tada je $f^{-1}(x)=$.

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=2x+3$ i $g(x)=\sqrt{1+x}$. Izračunati: **1)** $f^{-1}(x)=$

2) $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **4)** $(g\circ f)(x)=$ **5)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c&d\\a&d&b&c\end{smallmatrix}\right)$ i $g=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c&d\\a&b&d&c\end{smallmatrix}\right)$. Tada je:
$f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$, $g\circ f=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$,

$f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$.

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:

$f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.

- Neka je $A=\{1,2,3\}$, $f:A\to A$ i $g:A\to A$ funkcije definisane sa $f=\left(\begin{smallmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{smallmatrix}\right)$, $g=\left(\begin{smallmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{smallmatrix}\right)$. Tada je:
$f^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$ $g^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$ $f\circ f=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$ $g\circ f=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$ $(g\circ f)^{-1}=f^{-1}\circ g^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$.