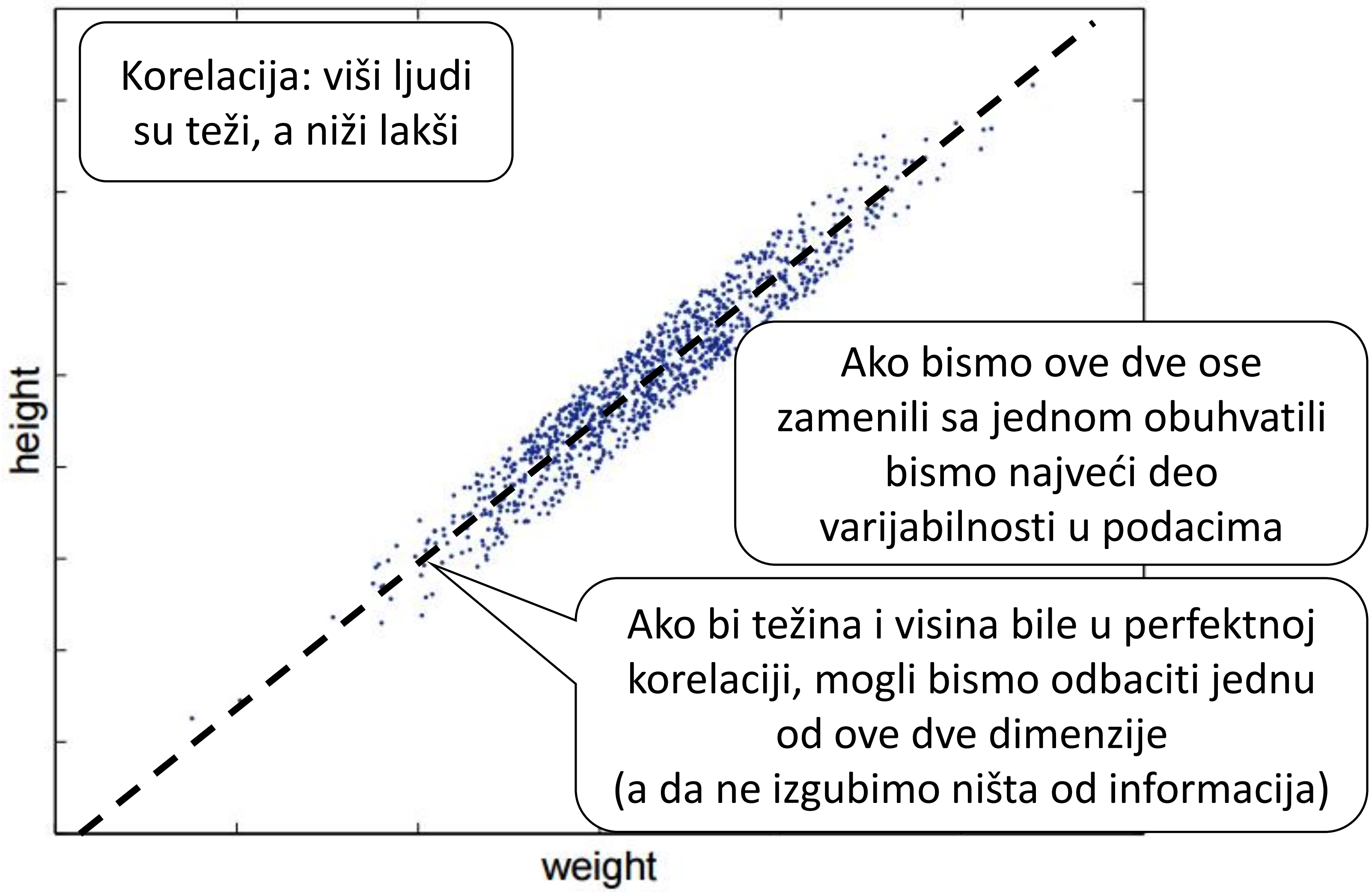
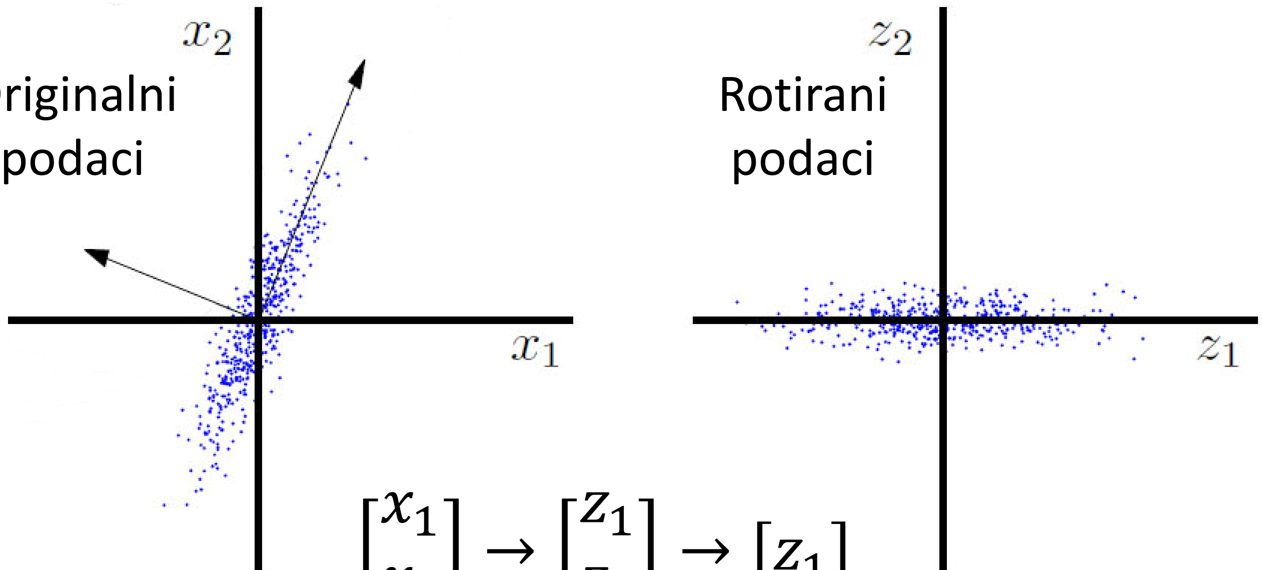
Principal Component Analysis (PCA)

- Recimo da smo sproveli anketu i zabeležili visinu i težinu grupe ljudi



Principal Component Analysis (PCA)



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \rightarrow [z_1]$$

- PCA konstruiše mali broj *linearnih* obeležja koja sumarizuju ulazne podatke
- Ideja je da se rotiraju ose (linearna transformacija koja definiše novi koordinatni sistem), tako da u ovom sistemu
  - Identifikujemo dominantne dimenzije (informacije)
  - Odbacimo manje dimenzije (šum)

Koordinatni sistem

- Koordinatni sistem je definisan skupom ortonormalnih vektora (međusobno ortogonalni jedinični vektori)
- Dužina projekcije tačke x na *jedinični vektor* v je $x^T v$

Primer: Euklidski koordinatni sistem

- Definisan je vektorima $v_1, \dots, v_D$, gde vektor v_i ima *i*-tu koordinatu 1, a sve ostale koordinate 0

- Ulazni vektor x ima komponente $x_i = x^T v_i$ i možemo pisati

$$x = \sum_{i=1}^{D} x_i v_i = \sum_{i=1}^{D} (x^T v_i) v_i$$

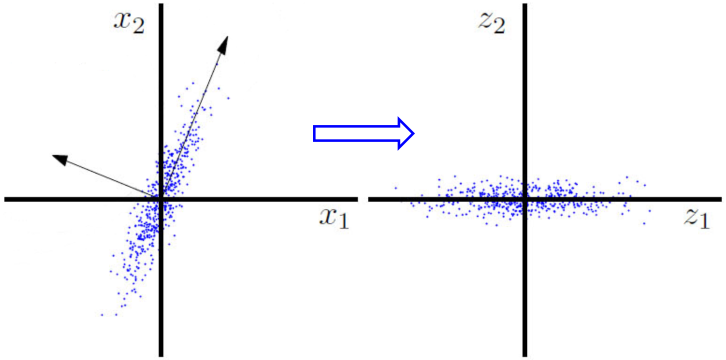
Koordinatni sistem

- Isto se može uraditi sa bilo kojom ortonormalnom bazom $v_1, \dots, v_D$:

$$x = \sum_{i=1}^{D} z_i v_i = \sum_{i=1}^{D} (x^T v_i) v_i$$

gde su *koordinate* u bazi $v_1, \dots, v_D$ date sa $z_i = (x^T v_i)$

- Cilj PCA je da konstruiše intuitivniju bazu gde je većina koordinati mala



- Male koordinate tretiramo kao slučajne fluktuacije i postavljamo ih na 0
- Nadamo se da smo ovim smanjili dimenzionalnost, a sačuvali većinu važnih informacija

Zadatak

- Projektovati *D*-dimenzioni prostor u *K*-dimenzioni prostor
  $x^{(i)} \in \mathbb{R}^D \rightarrow z^{(i)} \in \mathbb{R}^K \ \ (K \leq D)$

1. Pronaći ose novog koordinatnog sistema: $v_1, v_2, \ldots, v_D$
2. Transformisati x u novi prostor (koordinate transformisanog vektora su $z_1, z_2, \ldots, z_D$)
3. Recimo da su prvih $K \leq D$ koordinati informativne. Odbacićemo preostale koordinate da bismo dobili ulazni vektor redukovane dimenzionalnosti:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \ldots \\ z_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^T v_1 \\ x^T v_2 \\ \ldots \\ x^T v_K \end{bmatrix} = \Phi(x)$$