Chương Mở đầu

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

I. KHÁI NIỆM VỀ MÔN HỌC SỨC BỀN VẬT LIỆU (SBVL) - ĐỐI TƯỢNG, NHIỆM VỤ, ĐẶC ĐIỂM CỦA MÔN SBVL

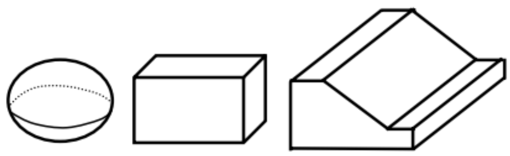
1. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU CỦA SBVL - HÌNH DẠNG VẬT THỂ

SBVL nghiên cứu vật thể thực (công trình, chi tiết máy ...)

Vật thể thực có biến dạng dưới tác dụng của nguyên nhân ngoài (tải trọng, nhiệt độ, lắp ráp các chi tiết chế tạo không chính xác...)

Vật thể thực sử dụng trong kỹ thuật được chia ra ba loại cơ bản:

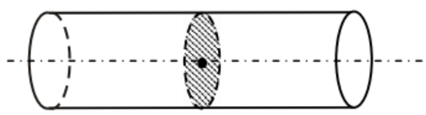
- **Khối: có kích thước theo ba phương tương đương: Đê đập, móng máy...**
- **Tấm và vỏ: vật thể mỏng có kích thước theo một phương rất nhỏ so với hai phương còn lại; tấm có dạng phẳng, vỏ có dạng cong.**
- **Thanh: vật thể dài có kích thước theo một phương rất lớn so với hai phương còn lại: thanh dàn cầu, cột điện, trục máy... SBVL nghiên cứu thanh, hệ thanh.**



H. 1.1 Vật thể dạng khối

H. 1.2 Vật thể dạng tấm vỏ

Thanh được biểu diễn bằng trục thanh và mặt cắt ngang F vuông góc với trục thanh (H.1.3).



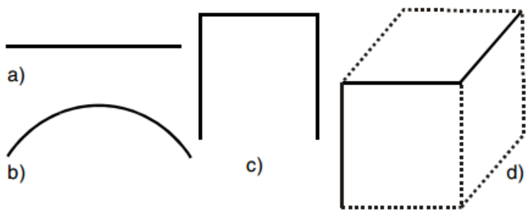
H. 1.3 Trục thanh và mặt cắt ngang

Trục thanh là quỹ tích của trọng tâm mặt cắt ngang.

Các loại thanh (H.1.4):

+ Thanh thẳng, cong: trục thanh thẳng, cong.

+ Hệ thanh: thanh gãy khúc (phẳng hay không gian).



H. 1.4 Các dạng trục thanh

2. NHIỆM VỤ CỦA MÔN HỌC:

SBVL là môn học kỹ thuật cơ sở, nghiên cứu tính chất chịu lực của vật liệu để đề ra các phương pháp tính các vật thể chịu các tác dụng của các nguyên nhân ngoài, nhằm thoả mãn yêu cầu an toàn và tiết kiệm vật liệu.

♦ Vật thể làm việc được an toàn khi:

- Thỏa điều kiện bền: không bị phá hoại (nứt gãy, sụp đổ...).

- Thỏa điều kiện cứng: biến dạng và chuyển vị nằm trong một giới hạn cho phép.

- Thỏa điều kiện ổn định: bảo toàn hình thức biến dạng ban đầu.

♦ Thường kích thước của vật thể lớn thì khả năng chịu lực cũng tăng và do đó độ an toàn cũng được nâng cao; tuy nhiên, vật liệu phải dùng nhiều hơn nên nặng nề và tốn kém hơn. Kiến thức của SBVL giúp giải quyết hợp lý mâu thuẫn giữa yêu cầu an toàn và tiết kiệm vật liệu.

♦ Ba bài toán cơ bản của SBVL:

+ Kiểm tra các điều kiện bền, cứng, ổn định.

+ Định kích thước, hình dáng hợp lý của công trình hay chi tiết máy.

+ Định giá trị của các nguyên nhân ngoài (tải trọng, nhiệt độ...) cho phép tác dụng.

3. ĐẶC ĐIỂM MÔN HỌC:

♦ SBVL là môn khoa học thực nghiệm: Để đảm bảo sự tin cậy của các phương pháp tính, môn học kết hợp chặt chẽ giữa nghiên cứu thực nghiệm và suy luận lý thuyết.

Nghiên cứu thực nghiệm nhằm phát hiện ra tính chất ứng xử của các vật liệu với các dạng chịu lực khác nhau, làm cơ sở đề xuất các giả thiết đơn giản hơn để xây dựng lý thuyết. Vì vậy, lý thuyết SBVL mang tính gần đúng.

Thí nghiệm kiểm tra các lý thuyết tính toán đã xây dựng.

Trong nhiều trường hợp, phải làm thí nghiệm trên mô hình công trình thu nhỏ trước khi xây dựng hoặc thử tải công trình trước khi sử dụng.

♦ SBVL khảo sát nội lực (lực bên trong vật thể) và biến dạng của vật thể (Cơ Lý Thuyết khảo sát cân bằng và chuyển động của vật thể).

♦ SBVL cũng sử dụng các kết quả của Cơ Lý Thuyết.

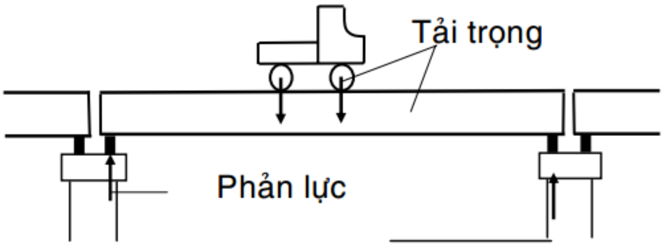
II. NGOẠI LỰC- CÁC LOẠI LIÊN KẾT- PHẢN LỰC LIÊN KẾT

1. Ngoại lực

a) Định nghĩa: Ngoại lực là lực tác động từ môi trường hoặc vật thể bên ngoài lên vật thể đang xét.

b) Phân loại:

♦ Tải trọng: Đã biết trước (vị trí, phương và độ lớn), thường được quy định bởi các quy phạm thiết kế hoặc tính toán theo trạng thái chịu lực của vật thể. Tải trọng gồm:



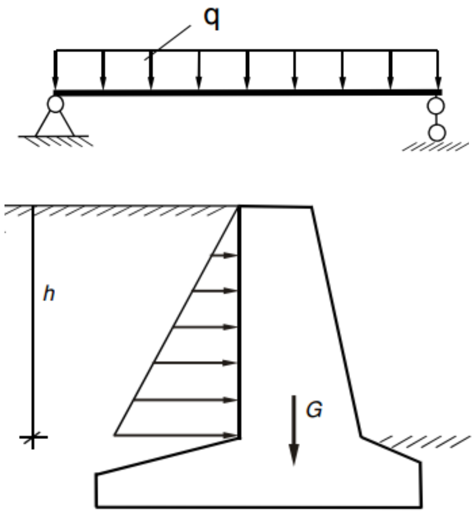
H. 1.5 Tải trọng và phản lực

+ Lực phân bố: tác dụng trên một thể tích, một diện tích của vật thể (trọng lượng bản thân, áp lực nước lên thành bể...).

Lực phân bố thể tích có thứ nguyên là lực/thể tích, hay [F/L^3].

Lực phân bố diện tích có thứ nguyên là lực/diện tích, hay [F/L^2].

Nếu lực phân bố trên một dải hẹp thì thay lực phân bố diện tích bằng lực phân bố đường với cường độ lực có thứ nguyên là lực/chiều dài, hay [F/L] (H.1.6). Lực phân bố đường là loại lực thường gặp trong SBVL.



H. 1.6 Các loại lực phân bố

+ Lực tập trung: tác dụng tại một điểm của vật thể, thứ nguyên [F]. Thực tế, khi diện tích truyền lực bé có thể coi như lực truyền qua một điểm

+ Mômen (ngẫu lực) có thứ nguyên là lực nhân với chiều dài hay [FxL]

♦ Phản lực: là những lực thụ động (phụ thuộc vào tải trọng), phát sinh tại vị trí liên kết vật thể đang xét với các vật thể khác.

c) Tính chất tải trọng

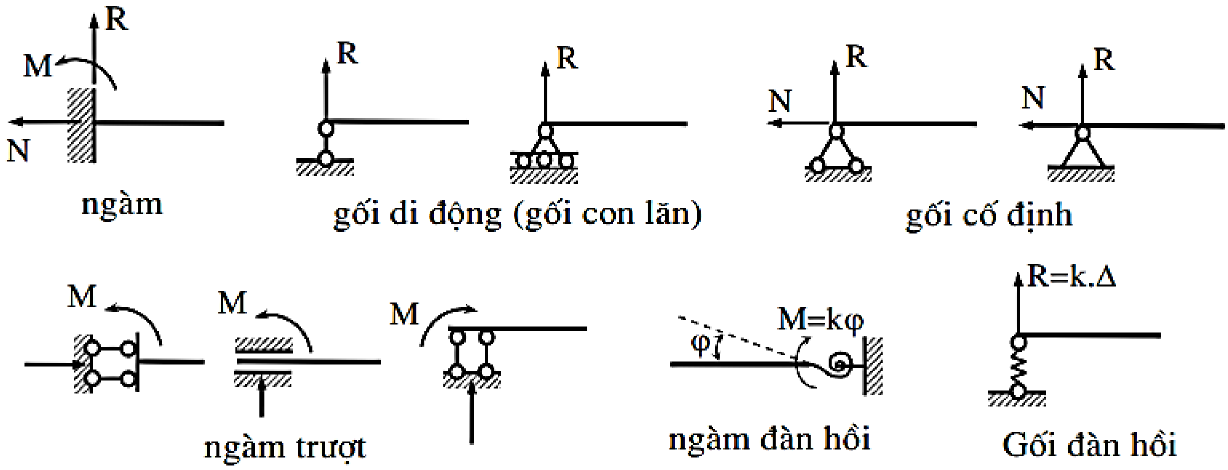
♦ Tải trọng tĩnh: biến đổi chậm hay không đổi theo thời gian, bỏ qua gia tốc chuyển động (bỏ qua lực quán tính khi xét cân bằng). Áp lực đất lên tường chắn, trọng lượng của công trình là các lực tĩnh...

♦ Tải trọng động: lực thay đổi nhanh theo thời gian, gây ra chuyển động có gia tốc lớn (rung động do một động cơ gây ra, va chạm của búa xuống đầu cọc...). Với lực động thì cần xét đến sự tham gia của lực quán tính.

2. Liên kết phẳng, phản lực liên kết

a. Các loại liên kết phẳng và phản lực liên kết:

Một thanh muốn duy trì hình dạng, vị trí ban đầu khi chịu tác động của ngoại lực thì nó phải được liên kết với vật thể khác hoặc với đất.



Hình H.1.7

♦ Gối di động (liên kết thanh): ngăn cản một chuyển vị thẳng và phát sinh một phản lực R theo phương của liên kết.

♦ Gối cố định (Liên kết khớp, khớp, bản lề): ngăn cản chuyển vị thẳng theo phương bất kỳ và phát sinh phản lực R cũng theo phương đó. Phản lực *R* thường được phân tích ra hai thành phần *V* và *H*.

♦ Ngàm: ngăn cản tất cả chuyển vị thẳng và chuyển vị xoay. Phản lực phát sinh trong ngàm gồm ba thành phần V, H và M.

b. Cách xác định phản lực:

Giải phóng các liên kết, thay bằng các phản lực tương ứng, các phản lực được xác định từ điều kiện cân bằng tĩnh học giữa tải trọng và phản lực.

Bài toán phẳng có ba phương trình cân bằng độc lập, được thiết lập ở các dạng khác nhau như sau:

1. $\Sigma X = 0$; $\Sigma Y = 0; \Sigma M_O = 0$ (Hai phương X,Y không song song)
2. $\Sigma X = 0; \Sigma M_A = 0;\ \Sigma M_B = 0$ (Phương AB không vuông góc với X)
3. $\Sigma M_A = 0; \Sigma M_B = 0; \Sigma M_C = 0$ (Ba điểm A, B và C không thẳng hàng)

Bài toán không gian có sáu phương trình cân bằng độc lập, thường có dạng:

$$\Sigma X = 0\ ; \Sigma Y = 0;\ \Sigma Z = 0\ ;\ \Sigma M_X = 0;\ \Sigma M_Y = 0;\ \Sigma M_Z = 0$$

Chú ý: Để cố định một thanh trong mặt phẳng cần tối thiểu 3 liên kết đơn để chống lại 3 chuyển động tự do. Nếu đủ liên kết và bố trí hợp lý 3 phản lực sẽ tìm được từ 3 phương trình cân bằng tĩnh học. Thanh được gọi là tĩnh định. Nếu số liên kết tương đương lớn hơn 3 gọi là bài toán siêu tĩnh.

III. CÁC DẠNG CHỊU LỰC VÀ BIẾN DẠNG CƠ BẢN – CHUYỂN VỊ

1. Biến dạng của vật thể:

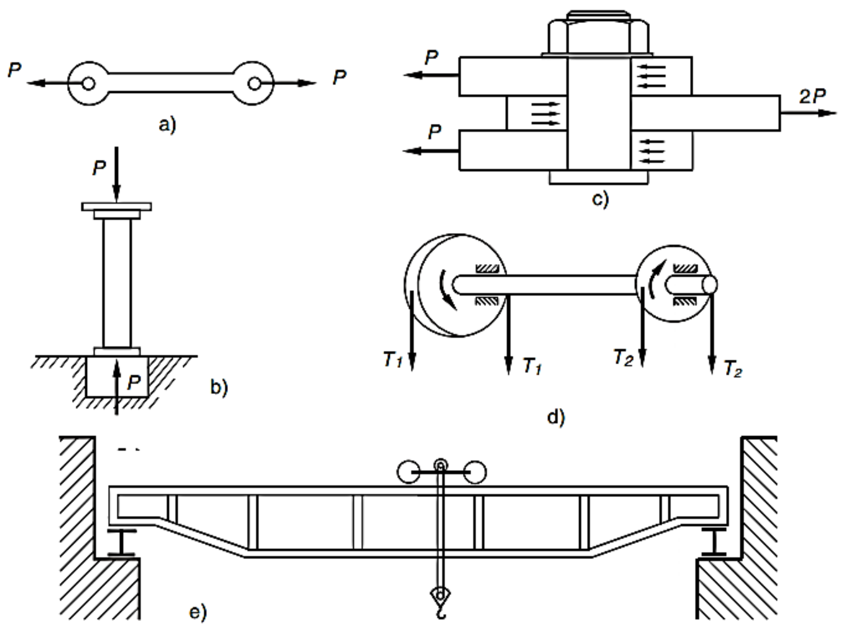
Sự chịu lực của một thanh có thể phân tích ra các dạng chịu lực cơ bản:

- Trục thanh khi chịu kéo (nén) sẽ dãn dài (co ngắn) (H.1.8a,b)

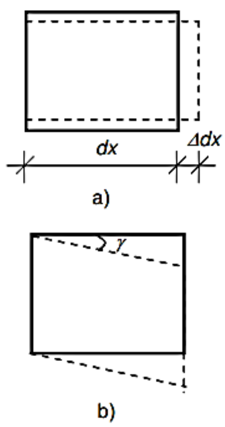
- Trục thanh chịu uốn sẽ bị cong (H.1.8e)

- Thanh chịu xoắn thì trục thanh vẫn thẳng nhưng đường sinh trên bề mặt trở thành đường xoắn trụ (H1.8.d).

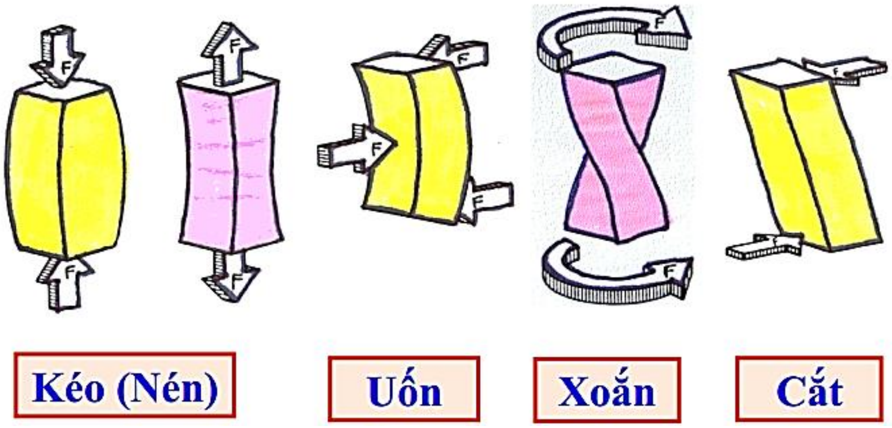
- Khi chịu cắt, hai phần của thanh có xu hướng trượt đối với nhau (H1.8.c).



Hình 1.8 Các dạng chịu lực cơ bản



H. 1.9 Các biến dạng cơ bản



2. Biến dạng của phân tố:

Nếu tưởng tượng tách một phân tố hình hộp từ một thanh chịu lực thì sự biến dạng của nó trong trường hợp tổng quát có thể phân tích ra hai thành phần cơ bản:

♦ Phân tố trên H.1.9a dài *dx* chỉ thay đổi chiều dài, không thay đổi góc.

Biến dạng dài tuyệt đối theo phương x: Δdx.

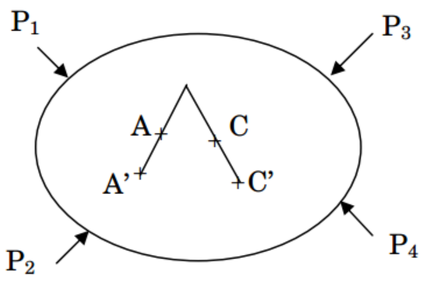
Biến dạng dài tương đối theo phương x : $\varepsilon_x = \Delta dx/dx$

♦ Phân tố trên H.1.9b chỉ có thay đổi góc, không thay đổi chiều dài

Biến dạng góc hay góc trượt, ký hiệu là γ: Độ thay đổi của góc vuông ban đầu.

3. Chuyển vị:

Khi vật thể bị biến dạng, các điểm trong vật thể nói chung bị thay đổi vị trí. Độ chuyển dời từ vịtrí cũ của điểm A sang vị trí mới A' được gọi là chuyển vị dài. Góc hợp bởi vị trí của một đoạn thẳng AC trước và trong khi biến dạng A'C' của vật thể được gọi là chuyển vị góc (H.1.10).



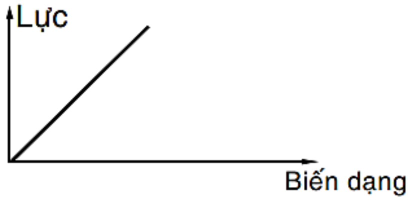
H. 1.10

<u>IV. Các giả thiết</u>

Khi giải bài toán SBVL, người ta chấp nhận một số gỉa thiết nhằm đơn giản hoá bài toán nhưng cố gắng đảm bảo sự chính xác cần thiết phù hợp với yêu cầu thực tế.

1. Giả thiết về vật liệu

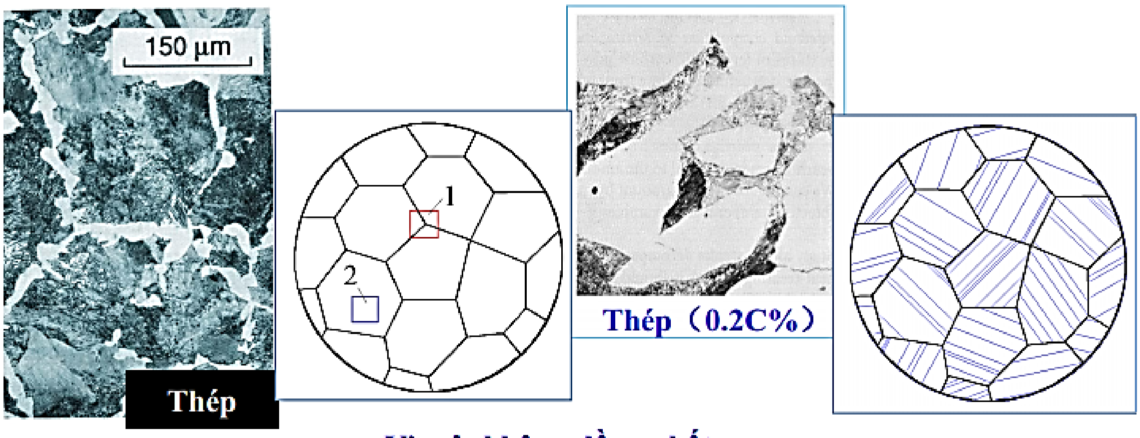
Vật liệu được coi là liên tục, đồng nhất, đẳng hướng và đàn hồi tuyến tính.



H. 1.11 Đàn hồi tuyến tính

♦ Ta tưởng tượng lấy một phân tố bao quanh

một điểm trong vật thể. Nếu cho phân tố bé tùy ý mà vẫn chứa vật liệu thì ta nói vật liệu liên tục tại điểm đó.



Vi mô: không liên tục
Vĩ mô: liên tục

Vi mô: không đồng nhất
Vĩ mô: đồng nhất

Vi mô: dị hướng
Vĩ mô: đẳng hướng

Giả thiết về sự liên tục của vật liệu cho phép sử dụng các phép tính của toán giải tích như giới hạn, vi phân, tích phân... Trong thực tế, ngay cả với vật liệu được coi là hoàn hảo nhất như kim loại thì cũng có cấu trúc không liên tục.

♦ Vật liệu đồng nhất: Tính chất cơ học tại mọi điểm trong vật thể là như nhau.

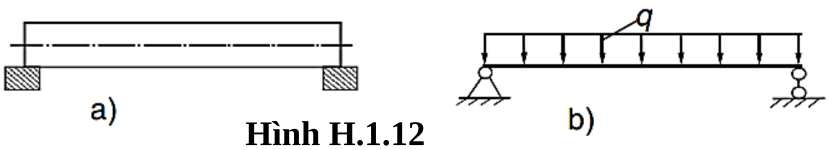
♦ Vật liệu đẳng hướng: Tính chất cơ học tại một điểm theo các phương đều như nhau.

♦ Tính chất đàn hồi của vật thể là khả năng khôi phục lại hình dạng ban đầu của nó khi ngoại lực thôi tác dụng. Nếu quan hệ giữa ngoại lực và biến dạng là bậc nhất, thì vật liệu được gọi là đàn hồi tuyến tính (H.1.11).

Giả thiết vật liệu đàn hồi tuyến tính làm giảm bớt sự phức tạp của bài toán SBVL.

2. Giả thiết về sơ đồ tính

Khi tính toán, người ta thay vật thể thực bằng sơ đồ tính (H1.12).



Hình H.1.12

3. Giả thiết về biến dạng và chuyển vị

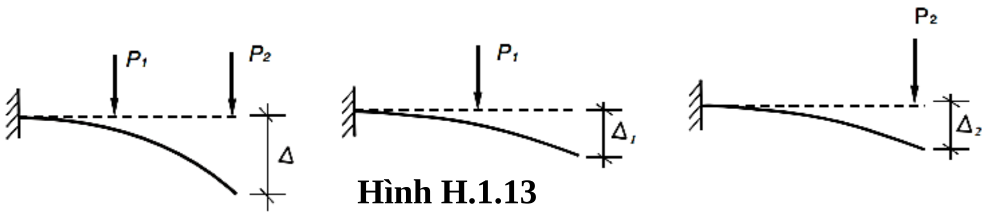
Vật thể có biến dạng và chuyển vị bé so với kích thước ban đầu của vật, vì vậy ta có thể khảo sát vật thể hoặc các bộ phận của nó trên hình dạng ban đầu (tính trên sơ đồ không biến dạng của vật thể).

Giả thiết này xuất phát điều kiện biến dạng và chuyển vị lớn nhất trong vật thể phải nằm trong một giới hạn tương đối nhỏ.

Hệ quả:

Khi vật thể có chuyển vị bé và vật liệu đàn hồi tuyến tính thì có thể áp dụng nguyên lý cộng tác dụng như sau:

"Một đại lượng do nhiều nguyên nhân đồng thời gây ra sẽ bằng tổng đại lượng đó do từng nguyên nhân gây ra riêng lẻ." **(H.1.13)**



Hình H.1.13

Chuyển vị Δ tại đầu thanh do lực P_1 và P_2 gây ra có thể phân tích như sau:

$$\boldsymbol{\Delta(P_1, P_2) = \Delta(P_1) + \Delta(P_2)}$$

Nguyên lý cộng tác dụng biến bài toán phức tạp thành các bài toán đơn giản dễ giải quyết hơn, vì vậy nguyên lý này thường được sử dụng trong SBVL.

Chương 1

LÝ THUYẾT NỘI LỰC

I. KHÁI NIỆM VỀ NỘI LỰC - PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT - ỨNG SUẤT

1. Khái niệm về nội lực:

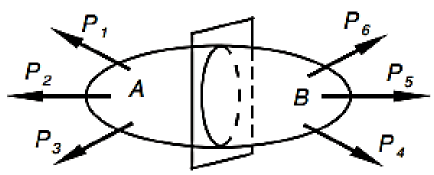
Xét một vật thể chịu tác dụng của ngoại lực và ở trạng thái cân bằng (H.2.1). Trước khi tác dụng lực, giữa các phân tử của vật thể luôn có các lực tương tác giữ cho vật thể có hình dáng nhất định. Dưới tác dụng của ngoại lực, các phân tử của vật thể có thể dịch lại gần nhau hoặc tách xa nhau. Khi đó, lực tương tác giữa các phân tử của vật thể phải thay đổi để chống lại các dịch chuyển này. Sự thay đổi của lực tương tác giữa các phân tử trong vật thể được gọi là nội lực.

Một vật thể không chịu tác động nào từ bên ngoài thì được gọi là vật thể ở trạng thái tự nhiên và nội lực của nó được coi là bằng không.

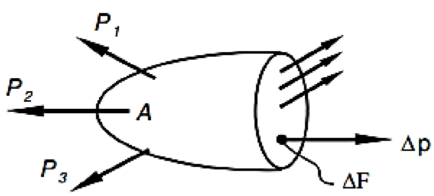
2. Phương pháp khảo sát nội lực: Phương pháp mặt cắt

Xét lại vật thể cân bằng và một điểm *C* trong vật thể (H.2.1). Tưởng tượng một mặt phẳng *Π* cắt qua *C* và chia vật thể thành hai phần *A* và *B*; hai phần này sẽ tác động lẫn nhau bằng hệ lực phân bố trên diện tích mặt tiếp xúc theo định luật lực và phản lực.

Nếu tách riêng phần *A* thì hệ lực tác động từ phần *B* vào nó phải cân bằng với ngoại lực ban đầu (H.2.2).



H.2.1 Vật thể chịu lực cân bằng



H.2.2 Nội lực trên mặt cắt

Xét một phân tố diện tích *ΔF* bao quanh điểm khảo sát C trên mặt cắt Π có phương pháp tuyến v. Gọi $\Delta\vec{p}$ là vector nội lực tác dụng trên *ΔF*. Ta định nghĩa ứng suất toàn phần tại điểm khảo sát là:

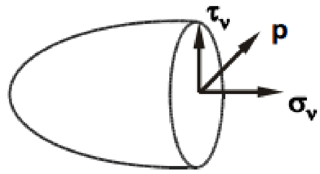
$$\vec{p} = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta F} = \frac{d\vec{p}}{dF}$$

Thứ nguyên của ứng suất là [lực]/[chiều dài]^2 (N/m^2, N/cm^2...).

Ứng suất toàn phần có thể phân ra hai thành phần:

+ Thành phần ứng suất pháp σ_v có phương pháp tuyến của mặt phẳng Π

+ Thành phần ứng suất tiếp τ_v nằm trong mặt phẳng Π.



Hình 2.3 Các thành phần ứng suất

Các đại lượng này liên hệ với nhau theo biểu thức:

$$p^2 = \sigma_v{}^2 + \tau_v{}^2 \quad (2.1)$$

Ứng suất là một đại lượng cơ học đặc trưng cho mức độ chịu đựng của vật liệu tại một điểm; ứng suất vượt quá một giới hạn nào đó thì vật liệu bị phá hoại. Do đó, việc xác định ứng suất là cơ sở để đánh giá độ bền của vật liệu, và chính là một nội dung quan trọng của môn SBVL.

Thừa nhận: Ứng suất pháp σ_v chỉ gây ra biến dạng dài.

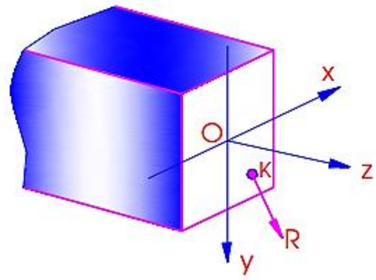
Ứng suất tiếp τ_v chỉ gây biến dạng góc.

II. CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC - CÁCH XÁC ĐỊNH

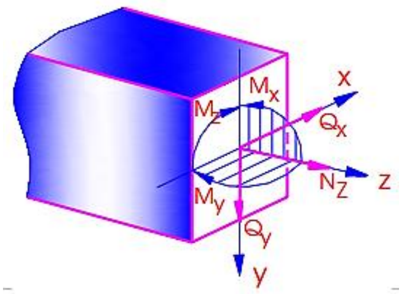
1. Các thành phần nội lực:

Như đã biết, đối tượng khảo sát của SBVL là những chi tiết dạng thanh, đặc trưng bởi mặt cắt ngang (hay còn gọi là tiết diện) và trục thanh.

Gọi hợp lực của các nội lực phân bố trên mặt cắt ngang của thanh là *R*. *R* có điểm đặt và phương chiều chưa biết. Dời *R* về trọng tâm *O* của mặt cắt ngang ta thu được một momen và một lực *R* có phương bất kỳ.



Đặt một hệ trục tọa độ Descartes vuông góc ngay tại trọng tâm mặt cắt ngang *Oxyz*, với trục *z* trùng pháp tuyến của mặt cắt, còn hai trục *x*, *y* nằm trong mặt cắt ngang.



Khi đó, có thể phân tích *R* ra ba thành phần theo ba trục:

+ N_z theo phương trục *z* (vuông góc mặt cắt ngang) gọi là lực dọc;

+ Q_x theo phương trục x (nằm trong mặt cắt ngang) gọi là lực cắt;

+ Q_y theo phương trục y (nằm trong mặt cắt ngang) gọi là lực cắt.

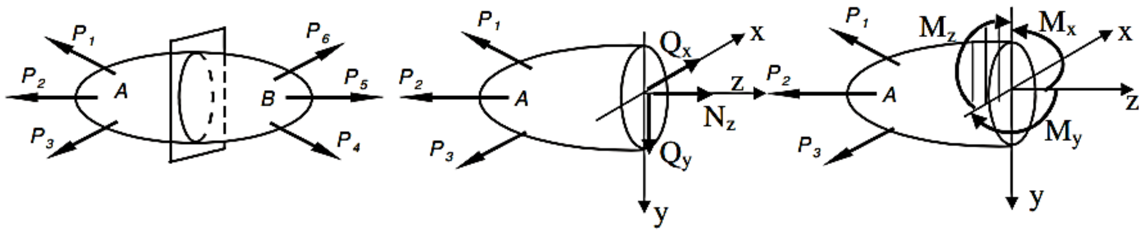
Mômen M cũng được phân ra ba thành phần :

+ Mômen M_x quay quanh trục x gọi là mômen uốn;

+ Mômen M_y quay quanh trục y gọi là mômen uốn;

+ Mômen M_z quay quanh trục z gọi là mômen xoắn.

Sáu thành phần này được gọi là các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.



H.2.4 Các thành phần nội lực

2. Cách xác định:

Sáu thành phần nội lực trên một mặt cắt ngang được xác định từ sáu phương trình cân bằng độc lập của phần vật thể được tách ra, trên đó có tác dụng của ngoại lực ban đầu P_i và các nội lực.

Các phương trình cân bằng hình chiếu các lực trên các trục tọa độ:

$$\Sigma z = 0 \Leftrightarrow N_z + \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0$$

$$\Sigma y = 0 \Leftrightarrow Q_y + \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \qquad (2.2)$$

$$\Sigma x = 0 \Leftrightarrow Q_x + \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0$$

trong đó: P_{ix}, P_{iy}, P_{iz} - là hình chiếu của lực P_i xuống các trục x, y, z.

Các phương trình cân bằng mômen đối với các trục tọa độ ta có:

$$\Sigma M/Ox = 0 \Leftrightarrow M_x + \sum_{i=1}^{n} m_x(P_i) = 0$$

$$\Sigma M/Oy = 0 \Leftrightarrow M_y + \sum_{i=1}^{n} m_y(P_i) = 0 \qquad (2.3)$$

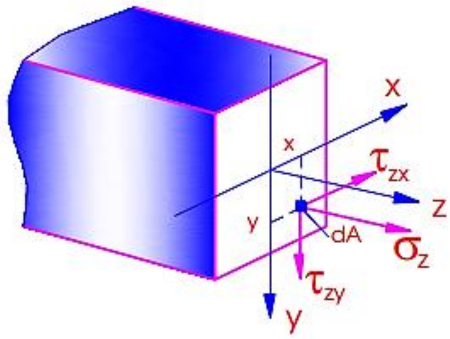
$$\Sigma M/Oz = 0 \Leftrightarrow M_z + \sum_{i=1}^{n} m_z(P_i) = 0$$

với: $m_x(P_i)$, $m_y(P_i)$, $m_z(P_i)$- các mômen của các lực *Pi* đối với các trục *x,y, z*.

3. Liên hệ giữa nội lực và ứng suất:

Các thành phần nội lực liên hệ với các thành phần ứng suất như sau:

- Lực dọc là tổng các ứng suất pháp;
- Lực cắt là tổng các ứng suất tiếp cùng phương với nó;
- Mômen uốn là tổng các mômen gây ra bởi các ứng suất đối với trục x hoặc y;
- Mômen xoắn là tổng các mômen của các ứng suất tiếp đối với trục z.



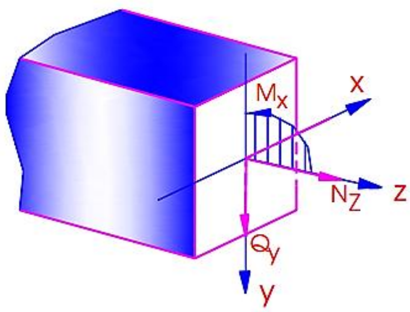
$$N_z = \int_A \sigma_z dA \qquad M_x = \int_A y\sigma_z dA$$

$$Q_x = \int_A \tau_{zx} dA \qquad M_y = \int_A x\sigma_z dA$$

$$Q_y = \int_A \tau_{zy} dA \qquad M_z = \int_A \left(x\tau_{zy} - y\tau_{zx}\right) dA$$

III. BÀI TOÁN PHẲNG:

Trường hợp bài toán phẳng (ngoại lực nằm trong một mặt phẳng - thí dụ mặt phẳng yz), chỉ có ba thành phần nội lực nằm trong mặt phẳng yz : N_z, Q_y, M_x.

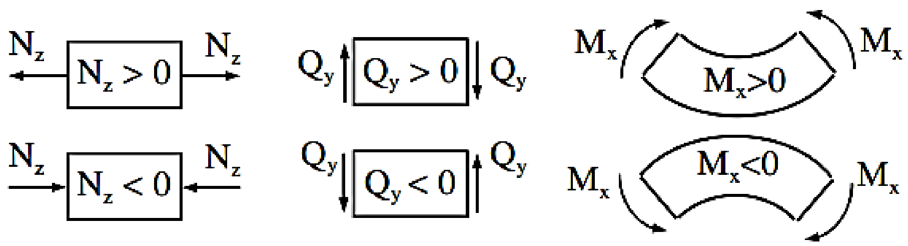


♦ Qui ước dấu (H.2.5)

- Lực dọc $N_z > 0$ khi gây kéo đoạn đang xét (có chiều hướng ra ngoài mặt cắt);

- Lực cắt $Q_y > 0$ khi làm quay đoạn thanh đang xét theo chiều kim đồng hồ;

- Mômen uốn $M_x > 0$ khi căng thớ dưới (thớ y dương).



H.2.5 Chiều dương các thành phần nội lực

♦ **Cách xác định:**

Dùng ba phương trình cân bằng tĩnh học xét cân bằng phần A (hay phần B):

Từ phương trình $\Sigma Z = 0 \Rightarrow N_z = ...$

Từ phương trình $\Sigma Y = 0 \Rightarrow Q_y = ...$

Từ phương trình $\Sigma M_O = 0 \Rightarrow M_x = ...$

IV. BIỂU ĐỒ NỘI LỰC (BÀI TOÁN PHẲNG)

1. Định nghĩa:

Thường các nội lực trên các mặt cắt ngang của một thanh không giống nhau. Biểu đồ nội lực (BĐNL) là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của các nội lực theo vị trí của các mặt cắt ngang. Nhờ vào BĐNL có thể xác định vị trí mặt cắt có nội lực lớn nhất và trị số nội lực ấy.

2. Cách vẽ BĐNL - Phương pháp giải tích:

Để vẽ biểu đồ nội lực, ta tính nội lựctrên mặt cắt cắt ngang ở một vị trí bất kỳ có hoành độ *z* so với một gốc tọa độ nào đó mà ta chọn trước.

Mặt cắt ngang chia kết cấu ra thành 2 phần. Xét sự cân bằng của một phần (trái hay phải), viết biểu thức giải tích của nội lực theo *z*.

Vẽ đường biểu diễn trên hệ trục toạ độ có trục hoành song song với trục thanh (còn gọi là đường chuẩn), tung độ của biểu đồ nội lực sẽ được diễn tả bởi các đoạn thẳng vuông góc các đường chuẩn.

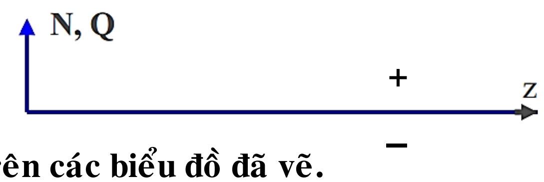
3. Các quy ước khi vẽ BĐNL:

- Đường chuẩn: thường chọn là đường trục thanh.

- Tung độ phải dựng vuông góc với đường chuẩn.

- Biểu đồ momen: tung độ vẽ ở thớ căng.

- Biểu đồ lực cắt, lực dọc: tung độ dương dựng trên đường chuẩn và ngược lại.



- Ghi tên và đơn vị trên các biểu đồ đã vẽ.

Ví du 2.1: Vẽ BĐNL của dầm trên hình H.2.6:

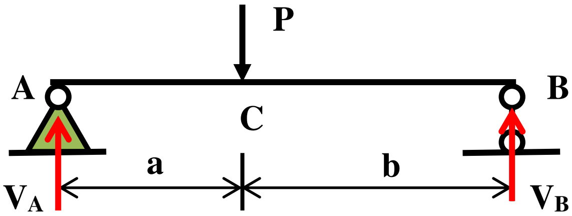
1. Xác định phản lực

- $\Sigma M_B = 0 \Leftrightarrow V_A(a+b) - Pb = 0$

  $\Rightarrow V_A = \dfrac{Pb}{(a+b)}$

- $\Sigma M_A = 0 \Leftrightarrow V_B(a+b) - Pa = 0$

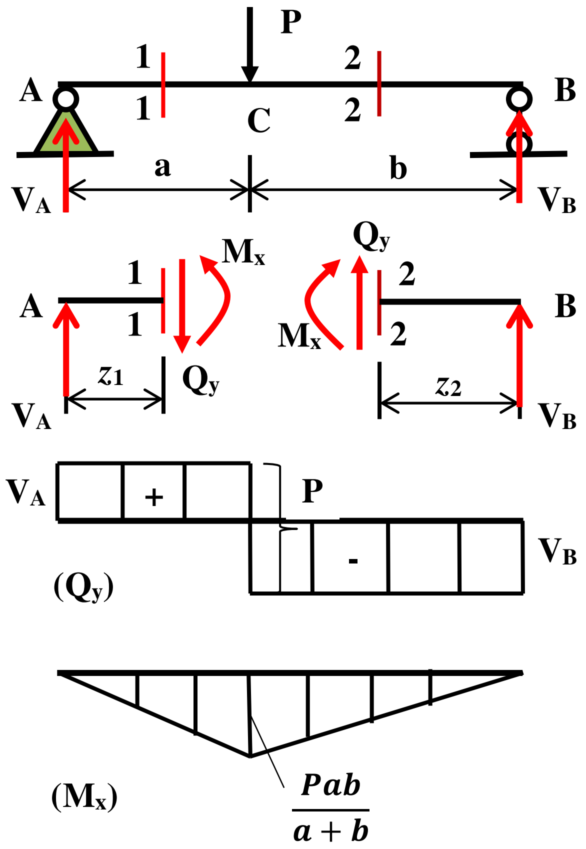
  $\Rightarrow V_B = \dfrac{Pa}{(a+b)}$



H.2.6

Thử lại: ΣY = 0

2. Biểu thức nội lực



<u>Đoạn AC:</u> Mặt cắt 1-1 ($0 \le z_1 \le a$)

- $\Sigma Y = 0 \Leftrightarrow Q_y - V_A = 0$

  $\Rightarrow Q_y = V_A = \dfrac{Pb}{a+b}$

- $\Sigma M_O = 0 \Leftrightarrow M_x - V_A z_1 = 0$

  $\Rightarrow M_x = V_A z_1 = \dfrac{Pb}{a+b} z_1$

<u>Đoạn BC:</u> Mặt cắt 2-2 ($0 \le z_2 \le b$)

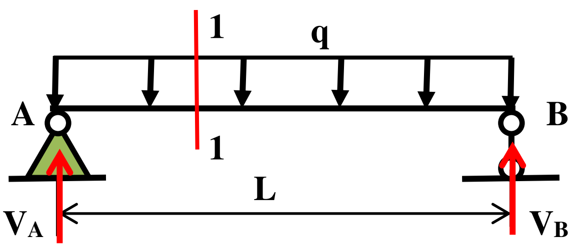
- $\Sigma Y = 0 \Leftrightarrow Q_y + V_B = 0$

  $\Rightarrow Q_y = -V_B = -\dfrac{Pa}{a+b}$

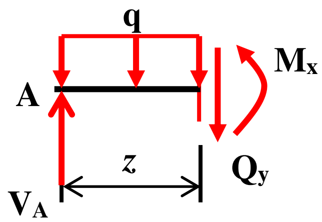
- $\Sigma M_O = 0 \Leftrightarrow M_x + V_B z_2 = 0$

  $\Rightarrow M_x = -V_B z_2 = \dfrac{Pa}{a+b} z_2$

<u>Nhận xét 1</u>: Tại mặt cắt có lực tập trung => biểu đồ lực cắt có bước nhảy, độ lớn bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, xét từ trái qua phải, chiều bước nhảy cùng chiều lực tập trung.



Ví du 2.2: Vẽ BĐNL của dầm trên hình H.2.7:



H.2.7

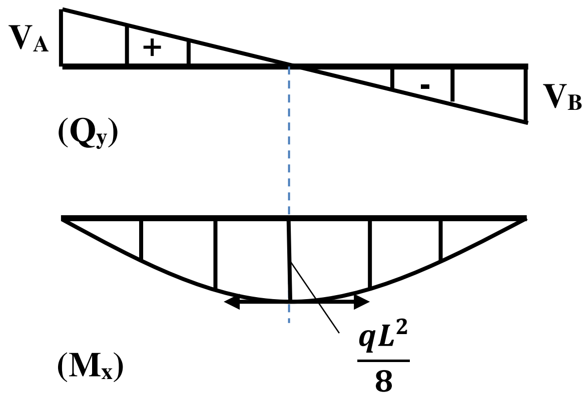
1. Xác định phản lực

Do bài toán đối xứng nên:

$$V_A = V_B = 0,5qL$$

2. Biểu thức nội lực

Mặt cắt 1-1 ($0 \le z \le L$)



- $\Sigma Y = 0 \Leftrightarrow Q_y - V_A = 0$

$$\Rightarrow Q_y = V_A = \frac{Pb}{a+b}$$

- $\Sigma M_O = 0 \Leftrightarrow M_x - V_A z_1 = 0$

$$\Rightarrow M_x = V_A z_1 = \frac{Pb}{a+b} z_1$$

<u>Nhận xét 2</u>: Tại mặt cắt có lực cắt bằng 0, biểu đồ mô men đạt cực trị.

Ví dụ 2.3: Vẽ BĐNL của dầm trên hình H.2.8:

1. Xác định phản lực

- $\Sigma M_B = 0 \Leftrightarrow V_A(a+b) - M = 0$

$$\Rightarrow V_A = \frac{M}{(a+b)}$$

- $\Sigma M_A = 0 \Leftrightarrow V_B(a+b) - M = 0$

$$\Rightarrow V_B = \frac{M}{(a+b)}$$

2. Biểu thức nội lực

<u>Đoạn AC:</u> Mặt cắt 1-1 ($0 \le z_1 \le a$)

- $\Sigma Y = 0 \Leftrightarrow Q_y + V_A = 0$

$$\Rightarrow Q_y = -V_A = -\frac{M}{a+b}$$

- $\Sigma M_O = 0 \Leftrightarrow M_x + V_A z_1 = 0$

$$\Rightarrow M_x = -V_A z_1 = -\frac{M}{a+b} z_1$$

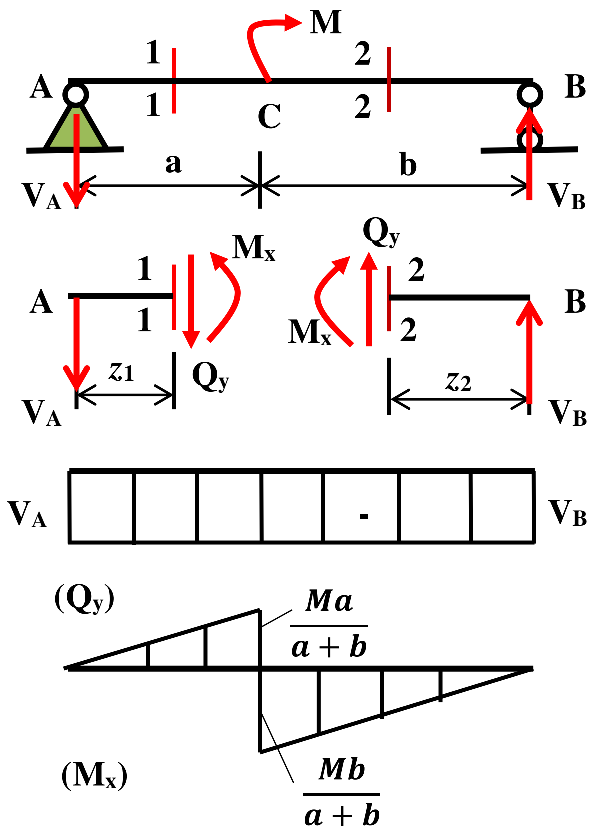
<u>Đoạn BC:</u> Mặt cắt 2-2 ($0 \le z_2 \le b$)

- $\Sigma Y = 0 \Leftrightarrow Q_y + V_B = 0$

$$\Rightarrow Q_y = -V_B = -\frac{M}{a+b}$$

- $\Sigma M_O = 0 \Leftrightarrow M_x - V_B z_2 = 0$

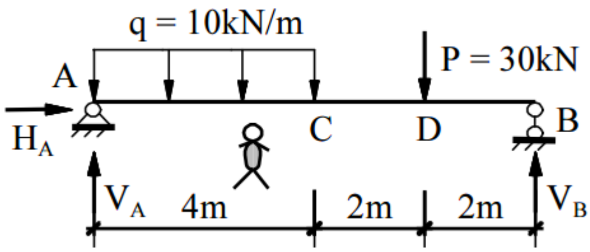
$$\Rightarrow M_x = V_B z_2 = \frac{M}{a+b} z_2$$



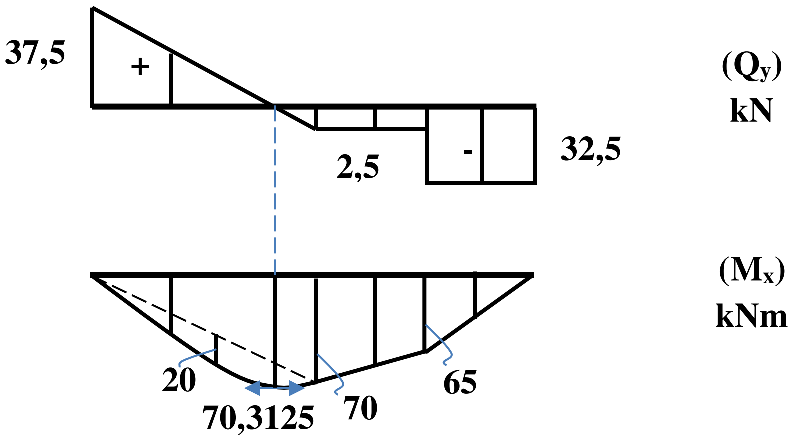
H.2.8

<u>Nhận xét 3</u>: Tại mặt cắt có mô men tập trung, biểu đồ mô men có bước nhảy, độ lớn bước nhảy bằng giá trị mô men tập trung, xét từ trái qua phải, mômen tập trung quay thuận chiều kim đồng hồ thì bước nhảy đi xuống.

Ví dụ 2.4: Vẽ BĐNL của dầm trên hình H.2.9:

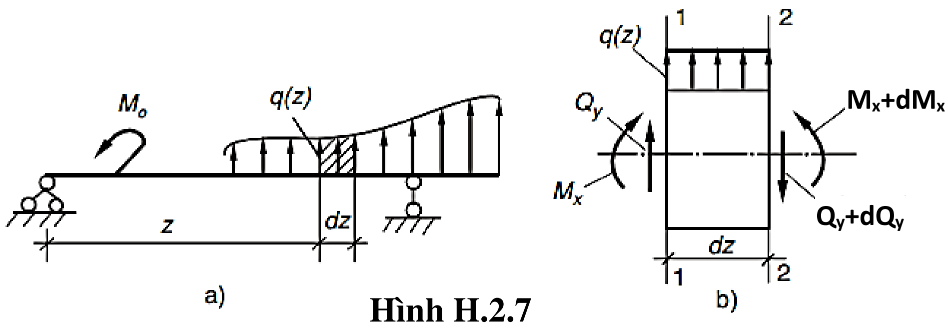


H.2.9



V. LIÊN HỆ VI PHÂN GIỮA NỘI LỰC VÀ TẢI TRỌNG PHÂN BỐ TRONG THANH THẲNG

Xét một thanh chịu tải trọng bất kỳ (H.2.7a). Tải trọng tác dụng trên thanh này là lực phân bố theo chiều dài có cường độ *q(z)* chiều dương hướng lên.



Hình H.2.7

Khảo sát đoạn thanh vi phân *dz*, giới hạn bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (H.2.7b). Nội lực trên mặt cắt 1-1 là $Q_y$và M_x. Nội lực trên mặt cắt 2-2 so với 1-1 đã thay đổi một lượng vi phân và trở thành Q_y+ dQ_y và M_x+ dM_x. Vì *dz* là rất bé nên có thể xem tải trọng là phân bố đều trên đoạn *dz*.

Viết các phương trình cân bằng:

1-Tổng hình chiếu các lực theo phương đứng

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow Q_y + q(z)dz - (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$\Rightarrow q(z) = \frac{dQ_y}{dz} \qquad (2.4)$$

Kết luận: Đạo hàm của lực cắt bằng cường độ của lực phân bố vuông góc với trục thanh.

2- Tổng mômen của các lực đối với trọng tâm mặt cắt 2-2 ta được:

$$\Sigma M/_{O2} = 0 \Rightarrow Q_y dz + q(z)dz.\frac{dz}{2} + M_x - (M_x + dM_x) = 0$$

Bỏ qua VCB bậc hai, ta được:

$$Q_y = \frac{dM_x}{dz} \qquad (2.5)$$

Kết luận: Đạo hàm của momen uốn tại một mặt cắt bằng lực cắt tại mặt cắt đó.

Từ (2.4) và (2.5), ta suy ra:

$$q(z) = \frac{d^2M_x}{dz^2} \qquad (2.6)$$

Nghĩa là: ***Đạo hàm bậc hai của momen uốn tại một mặt cắt bằng cường độ của lực phân bố tại điểm đó.***

Dựa vào quan hệ vi phân, trên một đoạn thanh:

+ q = 0 ⇒ Q = hằng số, M = bậc nhất.

+ q = hằng ⇒ Q = bậc nhất, M = bậc hai...

VI. CÁCH VẼ BIỂU ĐỒ NHANH

1. Phương pháp vẽ từng điểm

*** Bước 1: Xác định các thành phần phản lực (nếu cần).**

*** Bước 2: Xác định nội lực tại các tiết diện đặc trưng**

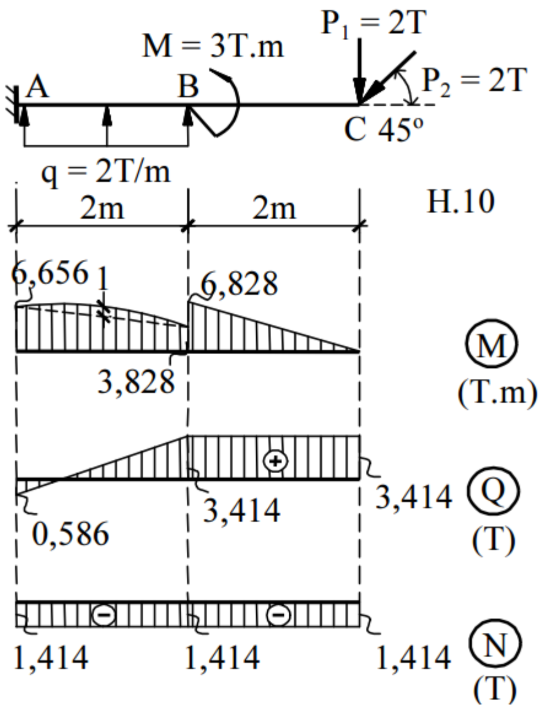
- Tiết diện đặc trưng: là những tiết diện chia hệ thành những đoạn thanh thẳng sao cho trên đoạn thanh đó hoặc là không chịu tải trọng hoặc là chỉ chịu tải trọng phân bố liên tục.

- Như vậy, vị trí các tiết diện đặc trưng thường là: nút (nơi giao nhau của các thanh), vị trí các lực tập trung, ở hai đầu tải trọng phân bố, tại vị trí các gối tựa...

*** Bước 3: Sử dụng các liên hệ vi phân để vẽ BĐNL.**

*** Bước 4: Kiểm tra lại kết qủa .**

Ví du 2.5: Vẽ BĐNL của dầm console trên hình 2.8



H.2.8

*** Cách xác định momen tại các tiết diện đặc trưng dựa vào <u>diện tích BĐ lực cắt</u>**

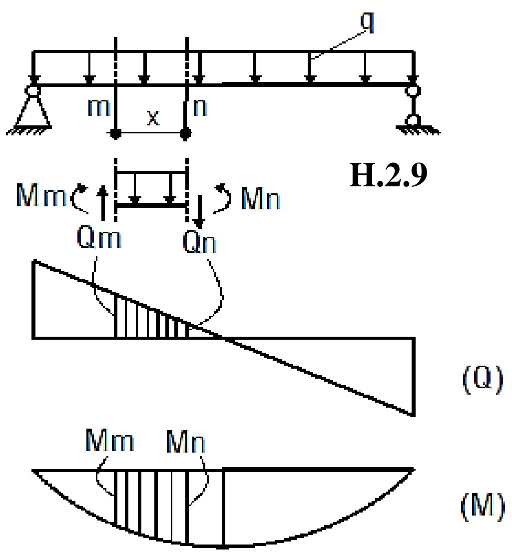
Phương trình cân bằng (*H2.9*):

$$\Sigma F_y = Q_m - Q_n - qx = 0$$

Suy ra: $\boxed{Q_n = Q_m - qx = Q_m - S_{mn}^{q}}$

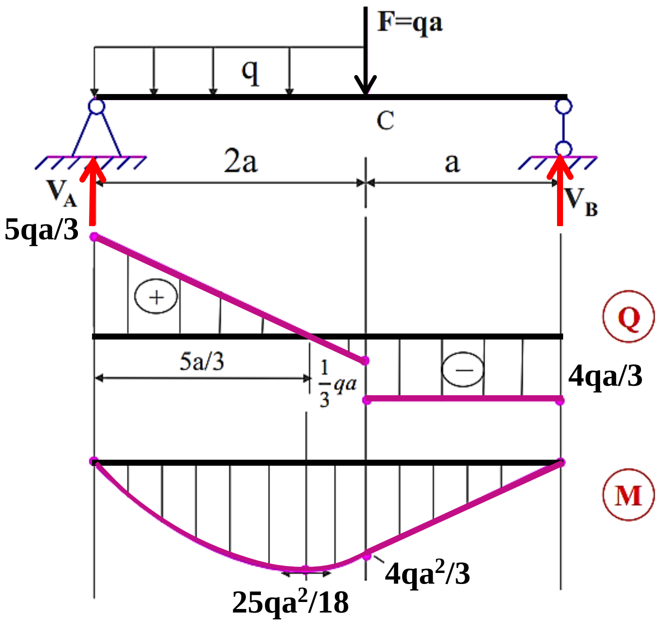
$$\Sigma M_{/n} = M_m + Q_m x - M_n - qx^2/2 = 0$$

Suy ra: $\boxed{M_n = M_m + (Q_m - qx/2)x = M_m + S_{mn}^{Q}}$



H.2.9

Ví dụ 2.6: Vẽ BĐNL của dầm trên hình H.2.9:



1. Xác định phản lực

- $\Sigma M_B = V_A.3a - q.2a.2a - qa.a = 0$

  $\Rightarrow V_A = \dfrac{5qa}{3}$

- $\Sigma M_A = V_B.3a - q.2a.a - qa.2a = 0$

  $\Rightarrow V_B = \dfrac{4qa}{3}$

Xét đoạn AC: q=const

⇒ Q bậc 1

$Q_A = V_A$

$Q_C = V_A + S_q = 5qa/3 - 2qa = -qa/3$

M bậc 2:

$M_A = 0$;

$M_C = M_A + S_Q = 4qa^2/3$; $M_{max} = 25qa^2/18$

Xét đoạn BC: q = 0

⇒ Q = const

$Q_B = - V_B$

M bậc 1:

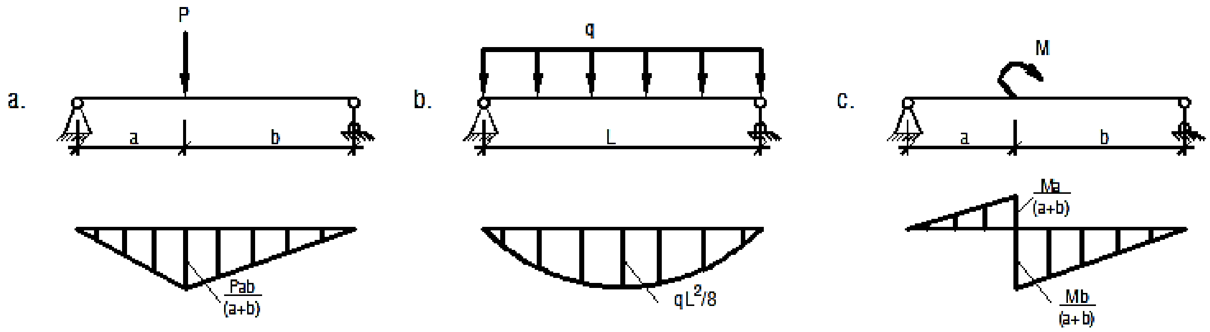
$M_B = 0$;

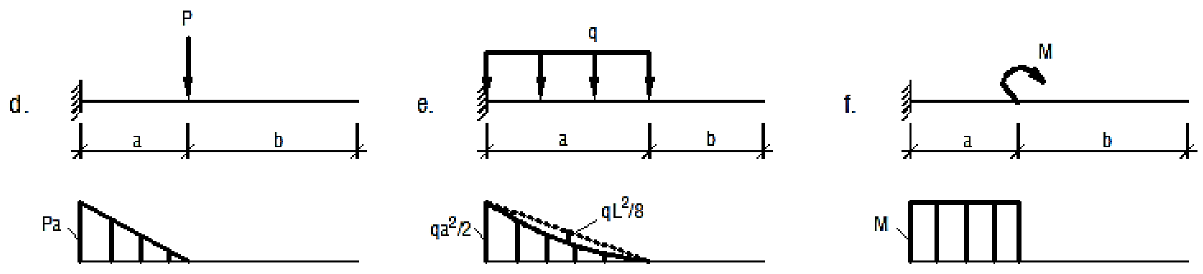
$M_C = M_B - S_Q = 4qa^2/3$

2. Cách áp dụng nguyên lý công tác dụng

Khi thanh chịu tác dụng nhiều loại tải trọng, ta có thể vẽ biểu đồ nội lực trong thanh do từng tải trọng riêng lẻ gây ra rồi cộng đại số lại để được kết quả cuối cùng.

Biểu đồ momen uốn của một số dầm đơn giản chịu tải trọng đơn:





VII. Biểu đồ nội lực dầm tĩnh định nhiều nhịp

Định nghĩa: Là hệ tĩnh định gồm tập hợp các dầm, nối với nhau bằng các liên kết khớp.

Cách vẽ biểu đồ:

- Phân biệt dầm chính và dầm phụ.

- Dầm chính là dầm khi đứng độc lập vẫn chịu được tải trọng.

- Dầm phụ là dầm khi đứng độc lập không chịu được tải trọng, phải tựa lên dầm chính mới chịu được tải trọng.

-Tải trọng đặt lên dầm chính không ảnh hưởng tới dầm phụ, tải trọng đặt trên dầm phụ sẽ truyền tới dầm chính thông qua phản lực liên kết.

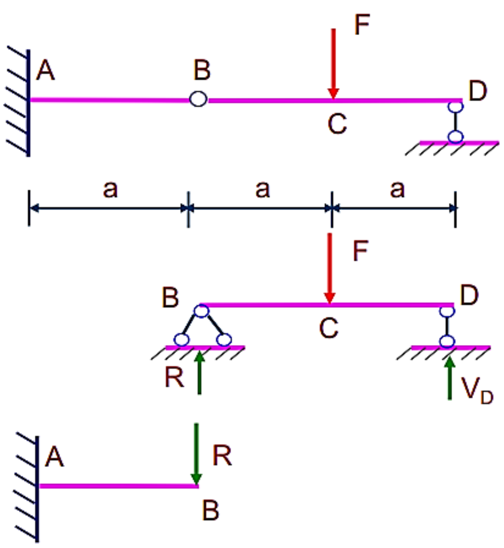
- Vẽ biểu đồ cho dầm phụ trước rồi đến dầm chính, sau đó ghép lại với nhau.

Ví dụ 1.5: Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm ghép tĩnh định sau:

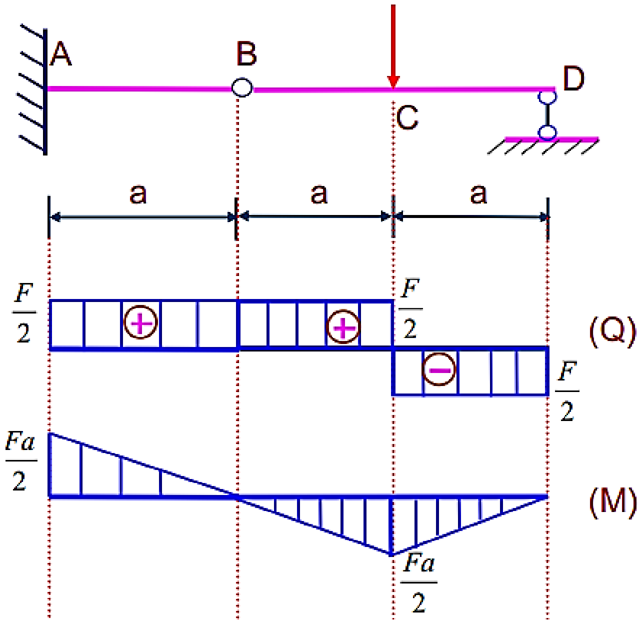
Bài giải:

Hệ dầm ABCD là hệ dầm ghép gồm: Dầm phụ BCD, dầm chính AB.

Đây là các bài toán dầm đơn giản, cách tính toán giống như những ví dụ trước.



Biểu đồ ứng lực toàn hệ dầm ghép:



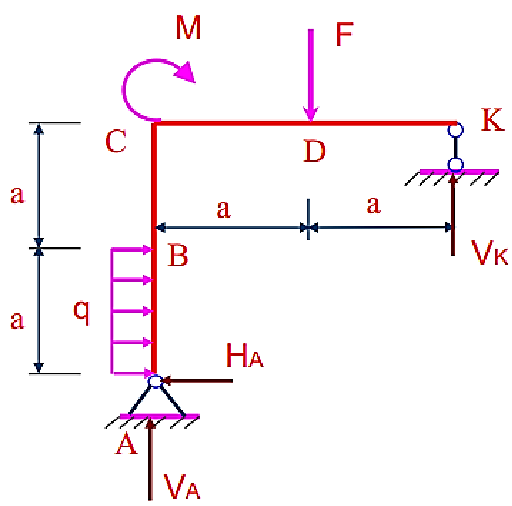
VIII. Biểu đồ nội lực khung phẳng

Khung phẳng là hệ phẳng gồm những thanh nối nhau bằng các liên kết cứng (là liên kết mà góc giữa các thanh tại điểm liên kết không thay đổi khi khung chịu lực).

□ Đối với các đoạn khung nằm ngang, biểu đồ các thành phần ứng lực vẽ như qui ước với thanh thẳng

□ Đối với các đoạn khung thẳng đứng, biểu đồ N, Q vẽ về phía tùy ý và mang dấu. Biểu đồ mô men vẽ về phía thớ căng

□ Để kiểm tra biểu đồ ta cần kiểm tra điều kiện cân bằng các mắt khung: Tại mắt khung, nội lực và ngoại lực thoả mãn điều kiện cân bằng tĩnh học.



Ví dụ 5: Vẽ biểu đồ khung phẳng sau:

Biết M=qa^2, F=2qa

Bài giải:

1. Xác định các phản lực:

Từ điều kiện cân bằng của khung ta có:

$$\sum F_x = H_A - qa = 0 \quad \Rightarrow H_A = qa$$

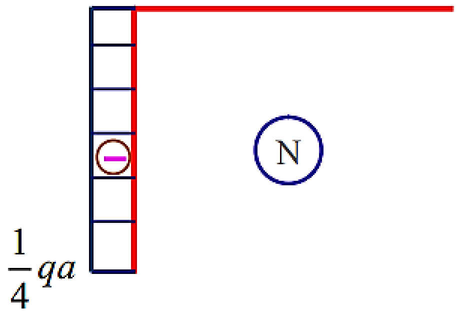
$$\sum M_A = V_K.2a - 2qa.a - qa^2 - q.a.a/2 = 0$$

$$\Rightarrow V_K = 7qa/4$$

$$\sum F_y = V_A + V_K - 2qa = 0 \quad \Rightarrow V_A = qa/4$$

2. Nhận xét dạng biểu đồ các thành phần ứng lực trên từng đoạn:

+ Biểu đồ lực dọc:



Bằng phương pháp mặt cắt dễ dàng xác định:

$N_{AB} = N_{BC} = -V_A = -qa/4$

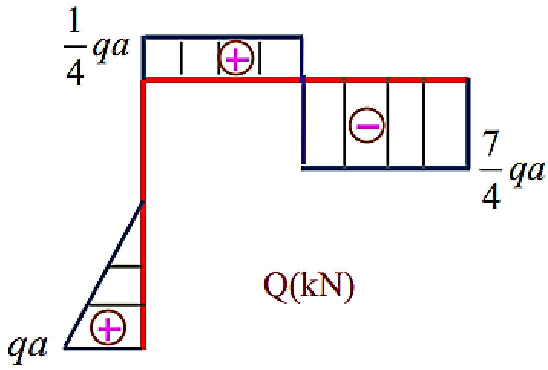
$N_{CD} = N_{DK} = 0$

Đoạn AB: q=const

□ Biểu đồ Q bậc nhất, cần xác định:

$Q_A = H_A = qa$

$Q_B = Q_A + S_q = qa + (-q).a = 0$



□ Biểu đồ M bậc hai, cần xác định:

$M_A = 0$

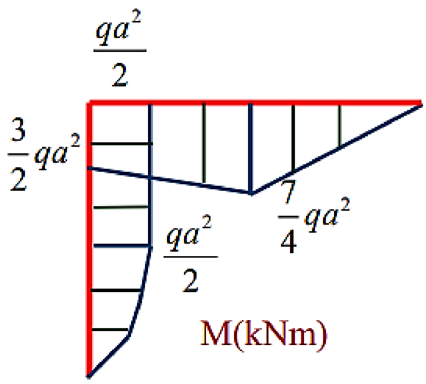
$M_B = M_A + S_Q = 0 + qa.a/2 = qa^2/2;$

□ Tại B có Q = 0 => Mmax=$qa^2/2$

Đoạn BC: q = 0

□ Biểu đồ Q = const, cần xác định:

$Q_B = 0$



□ Biểu đồ M bậc nhất, cần xác định

$$M_B = M_B^{AB} = qa^2/2$$

$$M_C = M_B + S_Q = qa^2/2 + 0 = qa^2/2;$$

Trên đoạn DK: q=0

□ Biểu đồ Q=const, cần xác định:

$$Q_K = -V_k = -\frac{7qa}{4}$$

□ Biểu đồ M bậc nhất, cần xác định

$$M_K = 0;\ M_D = M_B - S_Q = 0 - \left(-\frac{7qa}{4}\right)a = \frac{7qa^2}{4}$$

Trên đoạn CD: q=0

□ Biểu đồ Q=const, cần xác định:

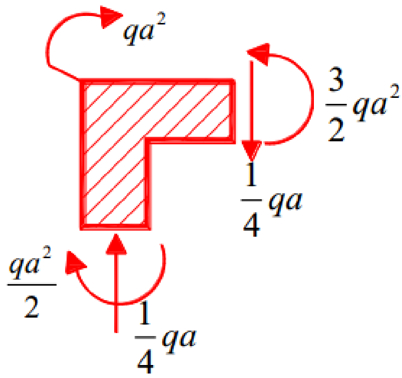
$$Q_D = F - V_k = 2qa - \frac{7qa}{4} = \frac{qa}{4}$$

□ Biểu đồ M bậc nhất, cần xác định

$$M_D = M_D^{AB} = \frac{7qa^2}{4}$$

$$M_C = M_D - S_Q = \frac{7qa^2}{4} - \left(\frac{qa}{4}\right)a = \frac{3qa^2}{2}$$

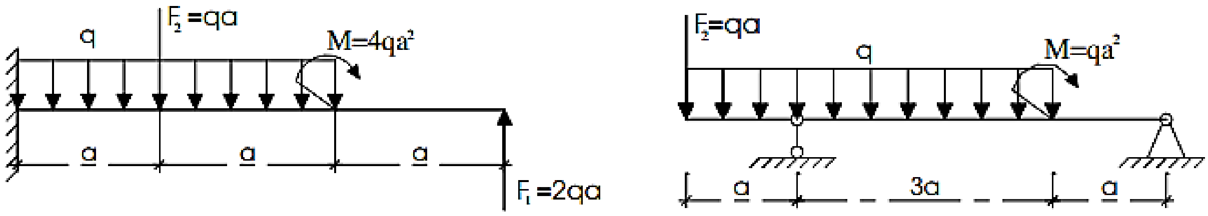
4. Xét cân bằng các mắt khung



Tại mắt C, biểu diễn các ngoại lực, các thành phần ứng lực trên hai mặt cắt ngay sát C thuộc đoạn BC và CD theo chiều thực (căn cứ vào các biểu đồ). Kiểm tra điều kiện cân bằng: Tại mắt khung tổng nội lực và ngoại lực bằng không.

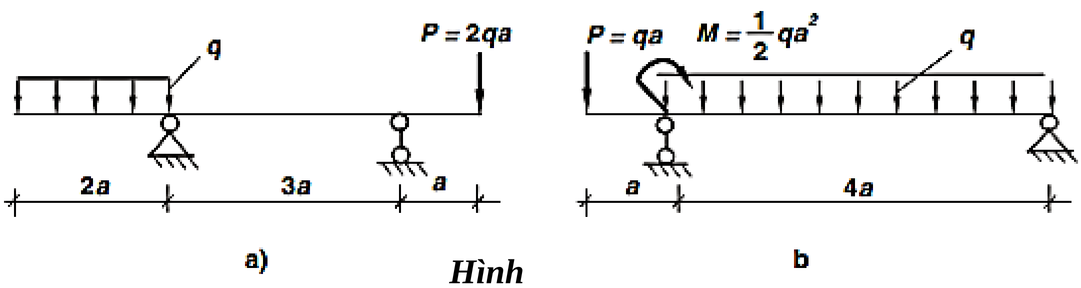
$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum M = 0$$

1. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực của dầm chịu tải trọng như hình vẽ *H.1*.



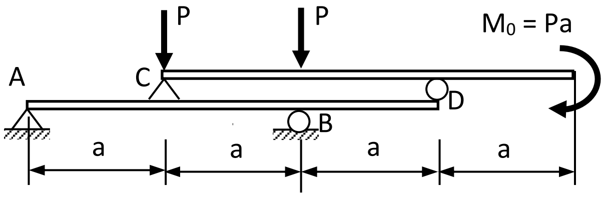
Hình H.1

2. Không cần tính ra phản lực, vẽ BĐNL của các dầm cho trên *H.2*.



Hình

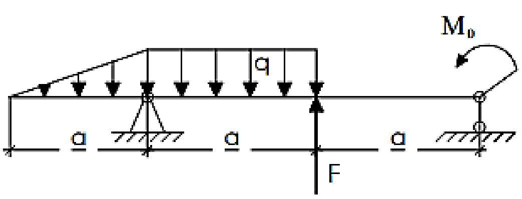
3. Vẽ biểu đồ momen uốn và biểu đồ lực cắt cho dầm như trên hình *H.3*:



Hình H.3

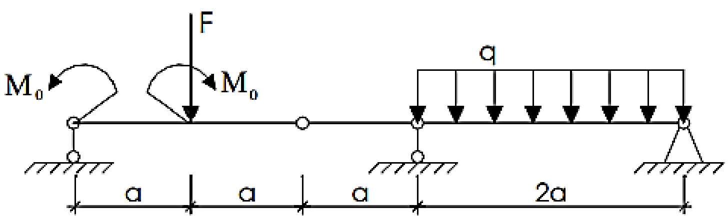
4. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực của dầm chịu tải trọng như hình vẽ *H.4*. Biết $q=10kN/m$; $F=4kN$; $M_0=2kNm$; $a=1m$.

(a)

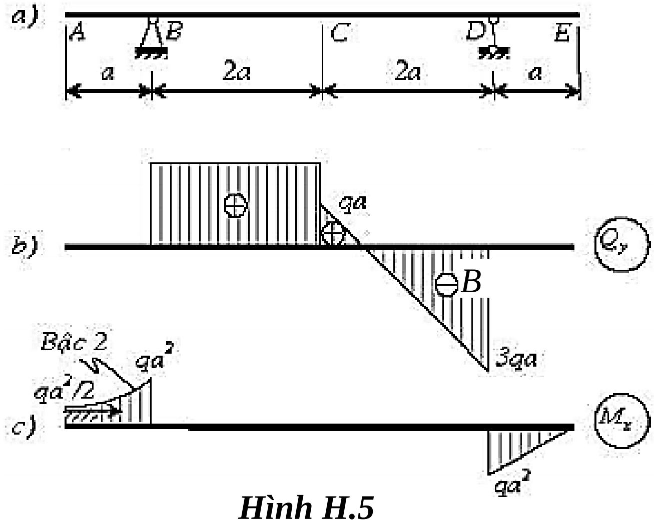


Hình H.4

(b)

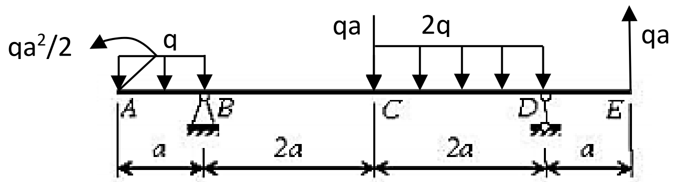


5. Cho dầm ABCDE có liên kết và kích thước như hình vẽ *H.5a*. Một phần của các biểu đồ momen uốn và lực cắt của dầm được cho trên hình *H.5b,c*. Xác định tải trọng tác dụng lên dầm và vẽ hoàn chỉnh các biểu đồ nội lực của dầm.

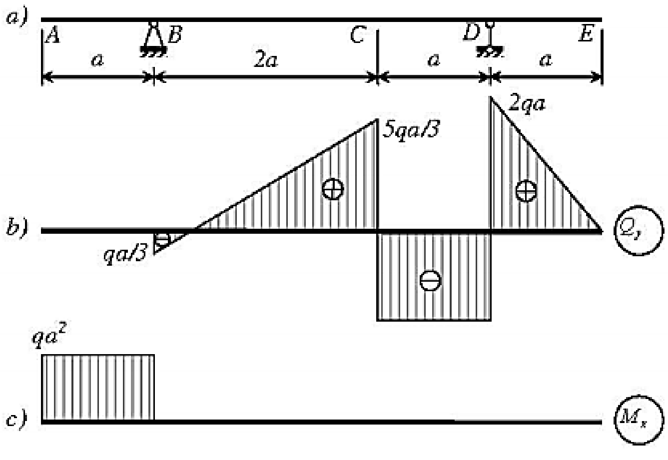


Hình H.5

Đáp số:

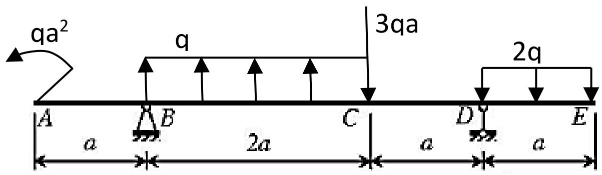


6. Cho dầm ABCDE có liên kết và kích thước như hình vẽ H.6a. Một phần của các biểu đồ momen uốn và lực cắt của dầm được cho trên hình H6b,c. Xác định tải trọng tác dụng lên dầm và vẽ hoàn chỉnh các biểu đồ nội lực của dầm.

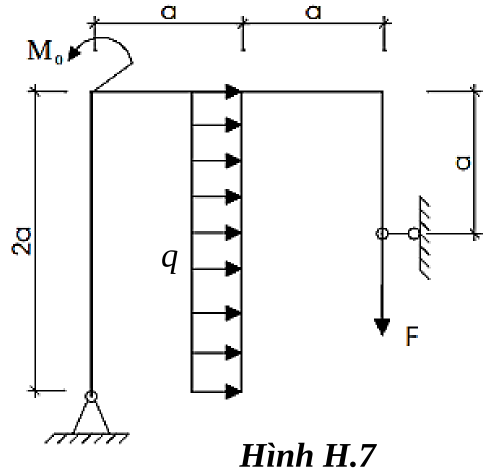


Hình H.6

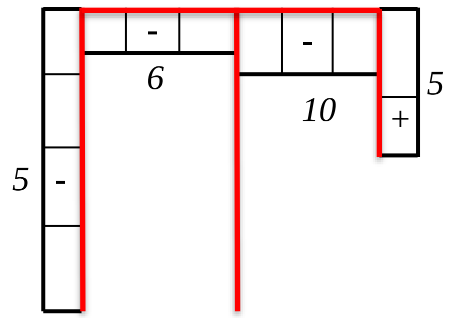
Đáp số:



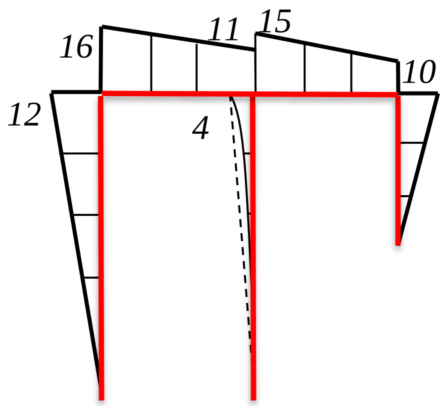
7. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực của khung phẳng chịu tải trọng như hình vẽ H.7 với M_0=4kNm; F=5kN; q=2kN/m, a=1m.



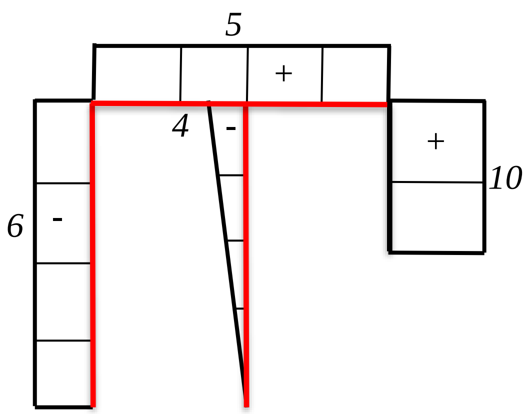
Hình H.7



<N> [kN]



<M> [kNm]



<Q> [kN]

Chương 3

KÉO - NÉN ĐÚNG TÂM

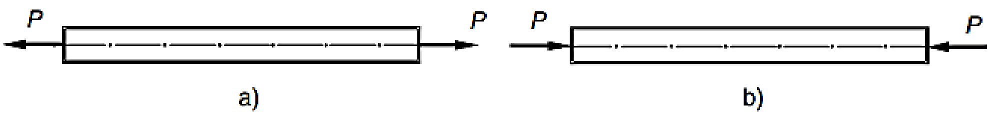
I. KHÁI NIỆM

♦ Định nghĩa: Thanh được gọi là chịu kéo hay nén đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z. Quy ước dấu của N_z:

- $N_z > 0$ khi hướng ra ngoài mặt cắt – gây kéo
- $N_z < 0$ khi hướng vào trong mặt cắt – gây nén.

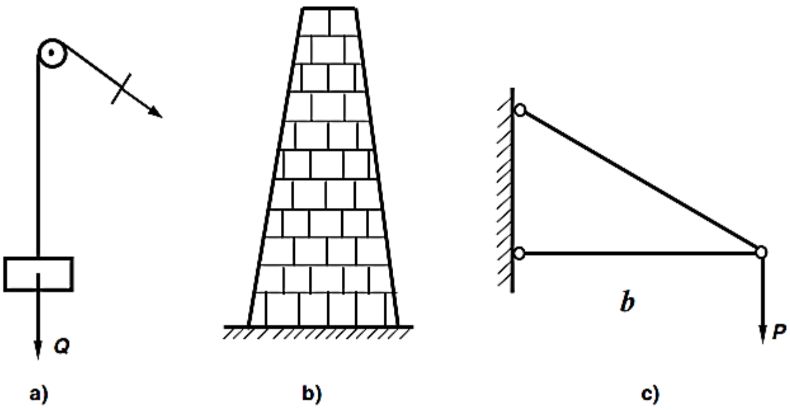
Đây là trường hợp chịu lực đơn giản nhất. Ta gặp trường hợp này khi thanh chịu 2 lực bằng nhau và trái chiều ở hai đầu dọc trục thanh .

Thanh chịu kéo đúng tâm (H.3.1a) hay chịu nén đúng tâm (H.3.1b).



H.3.1 Thanh chịu kéo nén đúng tâm

♦ Thực tế: có thể gặp các cấu kiện chịu kéo hay nén đúng tâm như dây cáp trong cần cẩu (H.3.2a), ống khói (H.3.2b), các thanh trong dàn (H.3.2c)...

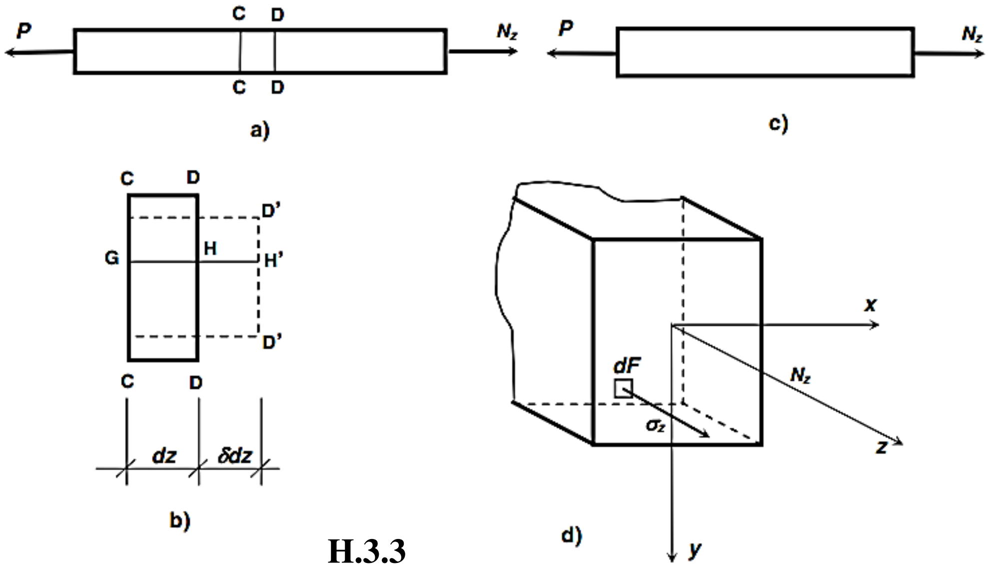


H.3.2 Một số cấu kiện chịu kéo nén đúng tâm

II. ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG

Xét thanh thẳng chịu kéo (nén) đúng tâm (H.3.3a) các mặt cắt ngang CC và DD trước khi thanh chịu lực cách nhau đoạn *dz* và vuông góc trục thanh. Các thớ dọc trong đoạn CD (như là GH) bằng nhau (H.3.3b).

Khi thanh chịu kéo (nén), nội lực trên mặt cắt ngang *DD* hay bất kỳ mặt cắt ngang khác là $N_z = P$ (H.3.3c) thanh sẽ dãn ra, mặt cắt *DD* di chuyển dọc trục thanh *z* so với mặt cắt *CC* một đoạn bé δdz (H.3.3b).



H.3.3

Ta thấy biến dạng các thớ dọc như GH đều bằng HH' và không đổi, mặt cắt ngang trong suốt quá trình biến dạng vẫn phẳng và vuông góc với trục thanh, điều này cho thấy các điểm trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp σ_z không đổi (H.3.3d).

Ta có: $\int_F \sigma_z \, dF = N_z$

Nếu σ_z= const ta được: $\sigma_z F = N_z$

hay: $\sigma_z = N_z/F$ **(3.1)**

với: *F*- diện tích mặt cắt ngang của thanh.

III. BIẾN DẠNG CỦA THANH CHỊU KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

1. Biến dạng dọc

Biến dạng dọc trục *z* của đoạn dài *dz* chính là δdz (H.3.3b). Như vậy biến dạng dài tương đối của đoạn *dz* là:

$$\varepsilon_z = \frac{\delta dz}{dz}$$

Theo định luật Hooke ta có: $\varepsilon_z = \sigma_z/E$

trong đó: E- là hằng số tỷ lệ, được gọi là mô đun đàn hồi khi kéo (nén), nó phụ thuộc vào vật liệu và có thứ nguyên [lực/(chiều dài)^2], được xác định từ thí nghiệm.

Bảng 3.1 cho trị số E của một số vật liệu.

Vật liệu	E (kN/cm^2)	μ
Thép (0,15 ÷ 0,20)%C	2 x 10^4	0,25 ÷ 0,33
Thép lò xo	2,2 x 10^4	0,25 ÷ 0,33
Thép niken	1,9 x 10^4	0,25 ÷ 0,33
Gang xám	1,15 x 10^4	0,23 ÷ 0,27
Đồng	1,2 x 10^4	0,31 ÷ 0,34
Đồng thau	(1,0 ÷1,2)10^4	0,31 ÷ 0,34
Nhôm	(0,7 ÷ 0,8)10^4	0,32 ÷ 0,36
Gỗ dọc thớ	(0,08 ÷ 0,12)10^4	
Cao su	0,8	0,47

Từ (a) tính δdz, thế (b) vào, ta được biến dạng dài dọc trục của đoạn dz là:

$$\delta dz = \varepsilon_z dz = \frac{\sigma_z}{E} dz = \frac{N_z}{EF} dz$$

Suy ra biến dạng dài (dãn khi thanh kéo, co khi thanh nén) của đoạn thanh dài L:

$$\Delta L = \int_L \delta dz = \int_L \frac{N_z}{EF} dz \qquad (3.2)$$

Nếu E, F là hằng số và N_z cũng không đổi trên chiều dài L của thanh, ta sẽ được:

$$\Delta L = \frac{N_z}{EF}\int_L dz = \frac{N_z L}{EF} \qquad (3.3)$$

Nếu thanh gồm nhiều đoạn chiều dài L_i và trên mỗi đoạn N_z, E, F không đổi thì:

$$\Delta L = \sum \Delta L_i = \sum \frac{N_{zi} L_i}{E_i F_i} \qquad (3.4)$$

Tích số EF gọi là độ cứng khi chịu kéo hay nén đúng tâm của thanh.

2- Biến dạng ngang

Theo phương ngang thanh cũng có biến dạng, ta đã chọn z là trục thanh, x, y là các phương vuông góc với z (H.3.3d). Nếu ta gọi ε_x và ε_y là biến dạng dài tương đối theo hai phương x và y, thì ta có quan hệ sau:

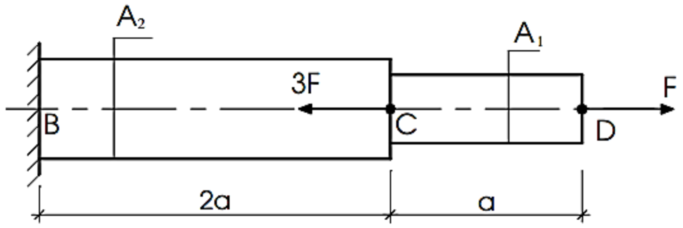
$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\upsilon \varepsilon_z \qquad (3.5)$$

trong đó: ν- hệ số Poisson, là hằng số vật liệu.

Dấu (–) trong biểu thức chỉ rằng biến dạng theo phương dọc và ngang ngược nhau.

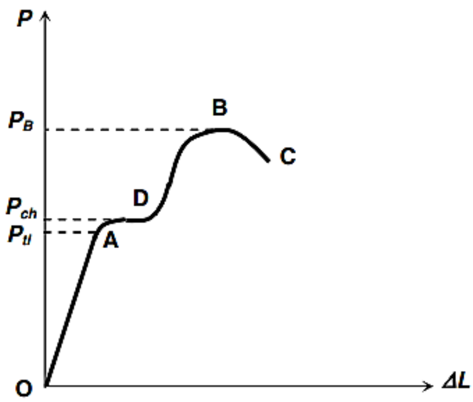
Ví dụ 3.1. Cho các thanh chịu lực như hình vẽ H3.4. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và xác định chuyển vị của trọng tâm mặt cắt ngang D. Biết a=1,5m; $A_2=1,5A_1=15cm^2$; F=25kN; $E=2.10^4$ kN/cm^2.

H.3.4

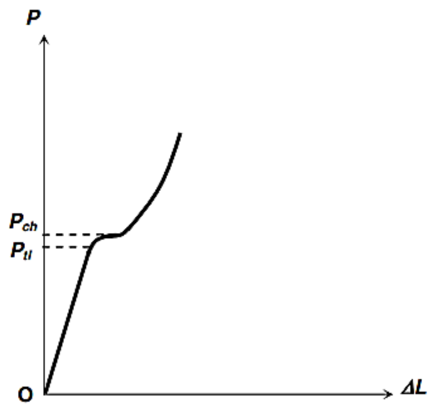


IV. ỨNG SUẤT CHO PHÉP - HỆ SỐ AN TOÀN - BA BÀI TOÁN CƠ BẢN

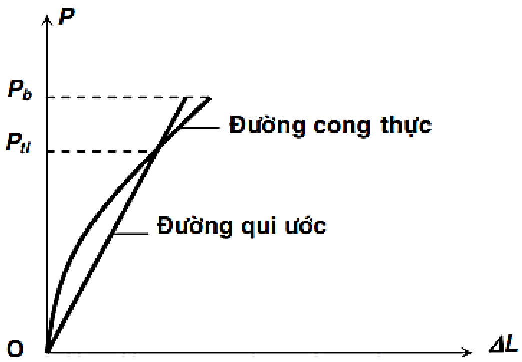
Ta gọi ứng suất nguy hiểm σ_0, là trị số ứng suất mà ứng với nó vật liệu được xem là bị phá hoại. Đối với vật liệu dẻo $\sigma_0 = \sigma_{ch}$, đối với vật liệu dòn $\sigma_0 = \sigma_b$.



H.3.5a Quan hệ giữa lực kéo và BD dài khi kéo vật liệu dẻo



H.3.5b Quan hệ giữa lực nén và BD dài khi nén vật liệu dẻo



H.3.5c Quan hệ giữa lực kéo và BD dài khi kéo vật liệu dòn

Đồ thị quan hệ giữa lực nén và BD dài khi nén vật liệu dòn giống với hình 3.5c nhưng giá trị P_b khi nén lớn hơn so với P_b khi kéo.

Nhưng khi chế tạo, vật liệu thường không đồng chất hoàn toàn, và trong quá trình sử dụng tải trọng tác dụng có thể vượt quá tải trọng thiết kế, điều kiện làm việc của kết cấu hay chi tiết chưa được xem xét đầy đủ, các giả thiết khi tính toán chưa đúng với sự làm việc của kết cấu. Vì thế ta không tính toán theo σ_0. Chúng ta phải chọn một hệ số an toàn *n* lớn hơn *1* để xác định ứng suất cho phép.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \qquad (3.6)$$

Và dùng trị số $[\sigma]$ để tính toán. Hệ số an toàn do nhà nước hay hội đồng kỹ thuật của nhà máy qui định.

Để chọn hệ số an toàn được chính xác, nhiều khi người ta phải chọn nhiều hệ số theo riêng từng nguyên nhân dẫn đến sự không an toàn của công trình hay chi tiết máy, có thể kể đến:

- Hệ số kể đến độ đồng chất của vật liệu;

- Hệ số kể đến sự vượt quá tải trọng thiết kế;

- Hệ số kể đến sự làm việc tạm thời hay lâu dài.

Như vậy muốn đảm bảo sự làm việc an toàn về độ bền khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ứng suất trong thanh phải thỏa mãn điều kiện bền là:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \le [\sigma] \qquad (3.7)$$

Từ điều kiện bền, ta có ba bài toán cơ bản:

*** Kiểm tra bền:**

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \le [\sigma] \pm 5\% \qquad (3.8)$$

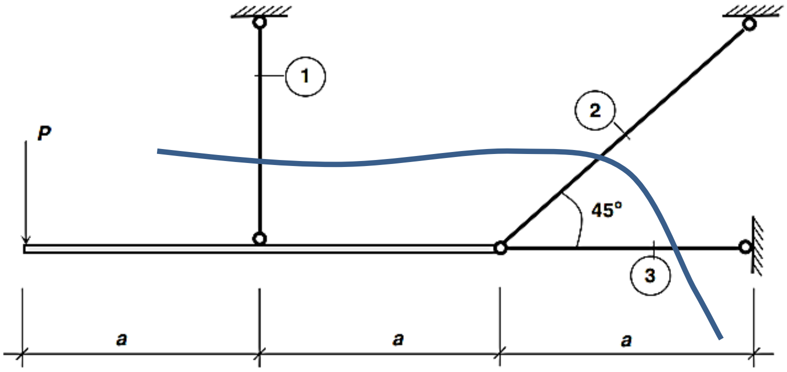
*** Chọn kích thước mặt cắt ngang:**

$$F \ge \frac{N_z}{[\sigma]} \pm 5\% \qquad (3.9)$$

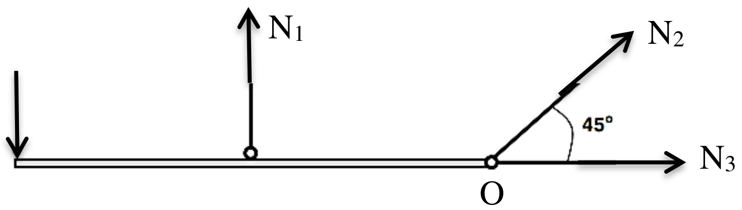
*** Định tải trọng cho phép:**

$$N_z \le [\sigma]F \pm 5\% \quad \text{hay} \quad [N] = [\sigma]F \qquad (3.10)$$

Ví dụ 3.2. Cho hệ như H.3.6. Định tải trọng cho phép [P] theo điều kiện bền của các thanh 1, 2, 3. Cho biết [σ] = 16 kN/cm², F_1= 2 cm², F_2= 1 cm², F_3= 1.5 cm².



H.3.6



Hệ phương trình cân bằng:

$$\begin{cases} \sum F/x = N_2 cos45^0 + N_3 = 0 \\ \sum F/y = N_1 + N_2 sin45^0 - P = 0 \\ \sum M_{/O} = aN_1 - 2aP = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được: N_1 = 2P; N_2 = -1.414P; N_3= P

Theo (3.10):

$$\begin{cases} N_1 = 2P \ \leq [\sigma]F_1 = 16.2 = 32\ kN \\ |N_2| = 1.414P \ \leq [\sigma]F_2 = 16.1 = 16\ kN \\ N_3 = P \ \leq [\sigma]F_3 = 16.1,5 = 24\ kN \end{cases}$$

Suy ra: P ≤ 11,314 kN.

Vậy [P] = 11,314 kN

V. BÀI TOÁN SIÊU TĨNH

Định nghĩa: Bài toán siêu tĩnh là bài toán mà chỉ với các phương trình cân bằng tĩnh học sẽ không đủ để giải được tất cả các phản lực hay nội lực trong hệ.

Bậc siêu tĩnh n = số ẩn số – số phương trình cân bằng tĩnh học độc lập

Cách giải: Cần tìm thêm các phương trình diễn tả điều kiện biến dạng của hệ sao cho cộng số phương trình này với các phương trình cân bằng tĩnh học vừa đủ bằng số ẩn số phản lực, nội lực cần tìm.

Ví dụ 3.3. Xét thanh chịu lực như H.3.7a. Ở hai ngàm có hai phản lực V_A và V_B. Ta có phương trình cân bằng: $V_A + V_B - P = 0$ (a)

Phương trình này có hai ẩn, muốn giải được ta phải tìm thêm phương trình điều kiện biến dạng của thanh.

Tưởng tượng bỏ ngàm B và thay bằng phản lực V_B (H.3.7b). Điều kiện biến dạng của hệ là: $\Delta L = \Delta_{BA} = \Delta_{BC} + \Delta_{CA} = 0$ (b)

Gọi N_{BC} và N_{CA} là nội lực trên các mặt cắt của các đoạn BC và CA ta sẽ được:

$$\Delta L = \frac{N_{BC}L_{BC}}{EF} + \frac{N_{CA}L_{CA}}{EF} = 0 \qquad (c)$$

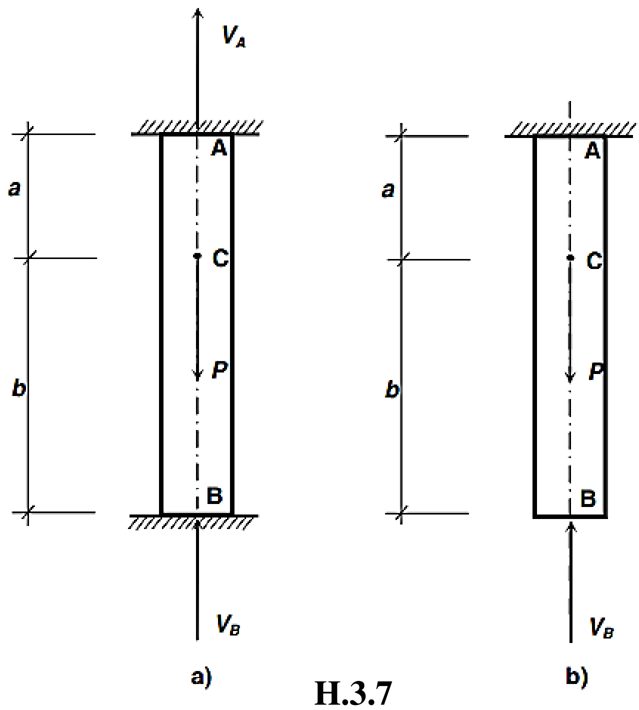
với $N_{BC} = -V_B$; $N_{CA} = -V_B + P$, (c) trở thành:

$$\Delta L = \frac{-V_B b}{EF} + \frac{(P - V_B)a}{EF} = 0$$

suy ra:

$$V_B = \frac{Pa}{a+b}$$

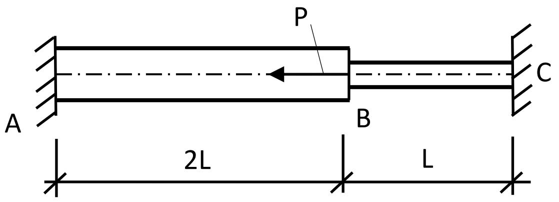
Ta đã tính được phản lực V_B, bài toán trở thành bài toán tĩnh định bình thường.



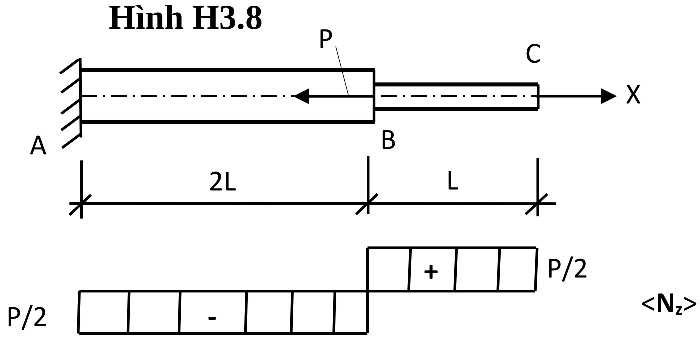
H.3.7

Ví dụ 3.4: Cho hệ thanh có 2 đoạn, diện tích mặt cắt ngang của đoạn AB là *F*, của đoạn BC là *0,5F*. Lực tác dụng tại điểm B như hình vẽ H3. Cho biết *F, L, P*, modul đàn hồi *E* là các hằng số.

1. **Vẽ biểu đồ lực dọc N_z của thanh?**
2. **Tính chuyển vị của mặt cắt tại B?**



Hình H3.8



Giải phóng ngàm C và thay bằng phản lực X như hình vẽ.

Phương trình biến dạng : $\Delta L_{AC} = 0$

Theo nguyên lý cộng tác dụng :

$$\Delta L_{AC} = \frac{-P \times 2L}{EF_{AB}} + \frac{X \times 2L}{EF_{AB}} + \frac{X \times L}{EF_{BC}} = 0$$

Với $F_{AB} = F$, $F_{BC} = 0.5F$

Giải phương trình trên ta được X = *P*/2

2. Xác định chuyển vị của điểm B:

Điểm B dịch chuyển sang trái một đoạn Δ:

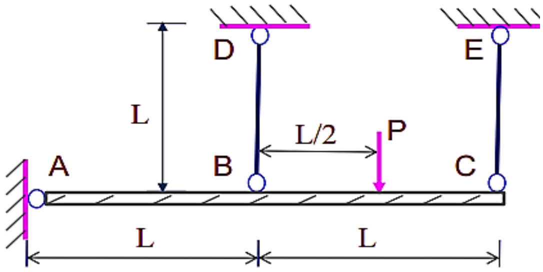
$$\delta_B = \Delta L_{AB} = \frac{-P/2 \times 2L}{EF_{AB}} = \frac{-PL}{EF}.$$

Bài 2.7: Cho hệ thanh chịu lực như hình vẽ.

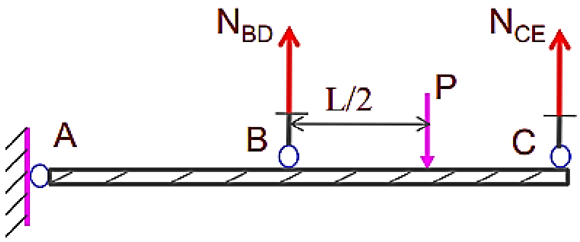
1. Xác định lực dọc trong các thanh.

2. Tìm chuyển vị theo phương thẳng đứng của điểm C.

Biết A_{BD} = A_{CE} = 5cm^2; E =2.10^4 kN/cm^2; P= 50kN; L=2m; Thanh AC tuyệt đối cứng.



Giải:



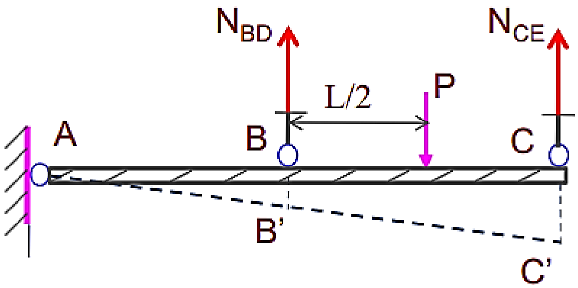
1. Xác định lực dọc trong các thanh.

Dùng phương pháp mặt cắt đơn giản: giữ lại phần có thanh AC:

$$\sum M_A = N_{BD}.L + N_{CE}.2L - P.1,5L = 0$$

$$\Rightarrow 2N_{BD} + 4N_{CE} = 3P \quad (1)$$

Phương trình biến dạng:



$$\frac{CC'}{BB'} = \frac{2L}{L} = 2$$

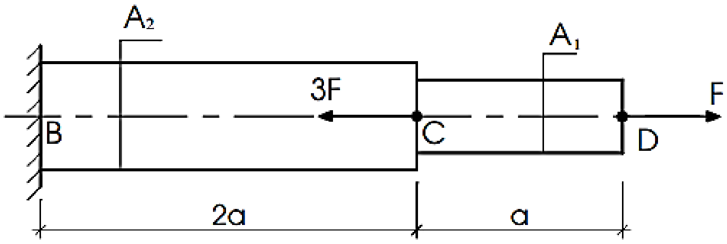
$$\Rightarrow \frac{\Delta L_{CE}}{\Delta L_{BD}} = 2 \Leftrightarrow \frac{N_{CE}}{N_{BD}} = 2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra N_{BD} = 0,3P và N_{CE} = 0,6P

2. Tìm chuyển vị theo phương thẳng đứng của điểm C.

$$CC' = \Delta L_{CE} = \frac{N_{CE}.L_{CE}}{EA_{CE}} = \frac{0,6.50.200}{2.10^4.5} = 0.06cm$$

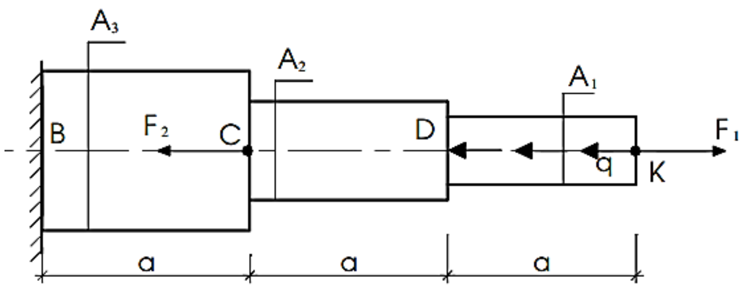
1. Cho các thanh chịu lực như hình vẽ *H.1*. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và xác định chuyển vị của trọng tâm mặt cắt ngang *D*. Biết $a=1,5m$; $A_2=1,5A_1=15cm^2$; $F=25kN$; $E=2.10^4\ kN/cm^2$.



Đáp số: δ_D = - 0,03125 cm.

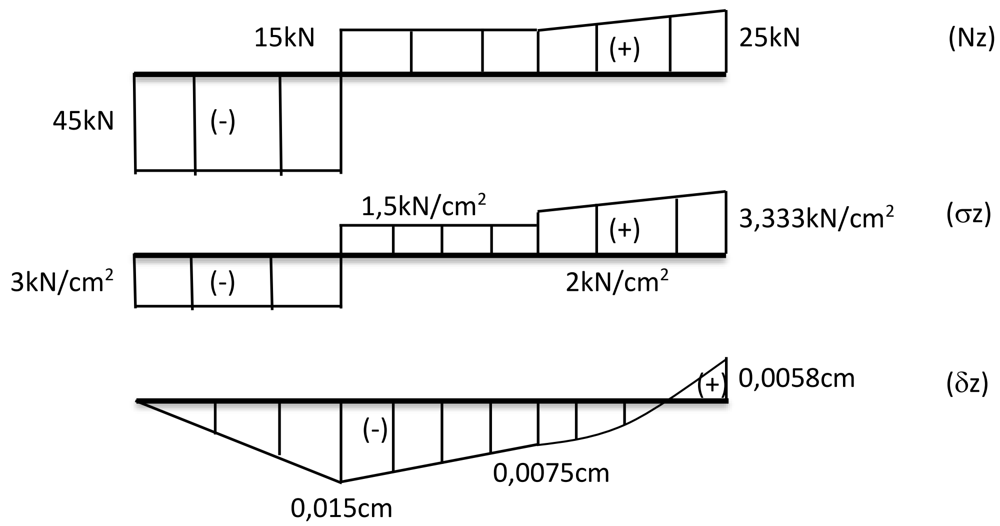
Hình H.1

2. Cho các thanh chịu lực như hình vẽ *H.2*. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các mặt cắt ngang. Biết $a=1m$; $A_3 = 1,5A_2 = 2A_1 = 15cm^2$; $F_1 = 25kN$; $F_2 = 60\ kN$; $q=10kN/m$, $E=2.10^4\ kN/cm^2$.



Hình H.2

Đáp số:

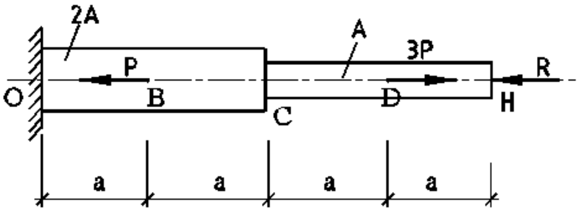


3. Thanh *OBCDH* có hai đoạn: đoạn *OC* mặt cắt ngang diện tích *2A*, đoạn *CH* mặt cắt ngang diện tích *A*, lực *3P* tác dụng tại *D*, lực P tác dụng tại *B*. Cho biết $P= 50\ kN$, $A = 8cm^2$, $a = 0,5m$, $E = 20000\ kN/cm^2$.

a. Trường hợp không có lực *R* tại *H*, hãy vẽ biểu đồ nội lực, ứng suất và tính chuyển vị tại *H*.

b. Khi có thêm lực *R*, hãy xác định giá trị *R* để mặt cắt *H* đứng yên sau khi chịu lực.

Hình H.3



Đáp số:a. x_H ***= ; b. R= 1.833P = 91,65 kN***

4. Cho hệ thanh chịu tải trọng như hình vẽ *H.4*, thanh *HK* và *BC* là tuyệt đối cứng.

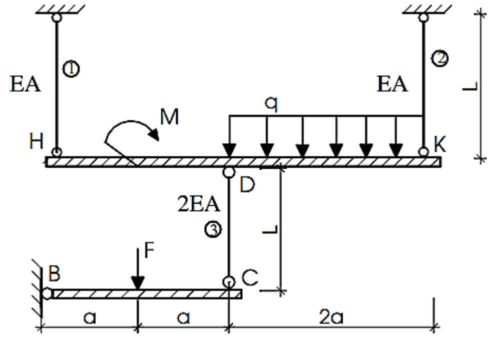
a. Xác định nội lực trong các thanh theo *q*

b. Tính *[q]* của hệ theo điều kiện bền của các thanh treo *1, 2, 3*.

c. Với [*q*] vừa xác định, tính chuyển vị theo phương thẳng đứng của điểm *K, C*.

Biết $a=0{,}5m$; $L=1{,}5m$; $E=2.10^4\ kN/cm^2$; $A=15cm^2$; $[\sigma]=16kN/cm^2$; $F=2qa$; $M=qa^2$.

Hình H.4



Đáp số: ***(a)*** $N_1= 0.75qa$; $N_2= 2.25qa$; $N_3= qa$; ***(b)*** $[q]=2.13\ kN/cm$

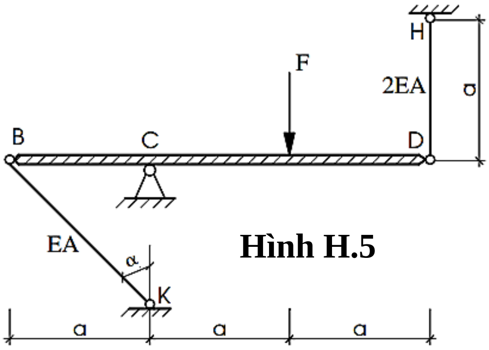
(c) $y_K = 0{,}012mm$; $y_C = 0{,}011mm$

5. Cho hệ thanh có liên kết và chịu lực như hình vẽ *H.5*. Thanh nằm ngang *BCD* coi như tuyệt đối cứng. Biết $\alpha=45^0$.

a. Xác định lực dọc trong các thanh *BK, DH* thuộc hệ.

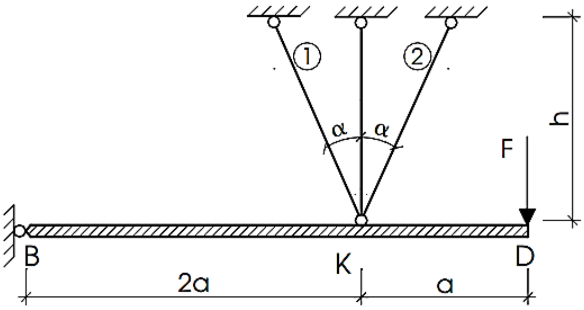
b. Tính ứng suất pháp lớn nhất trong các thanh *BK, DH* .

c. Xác định phản lực liên kết tại *C*.



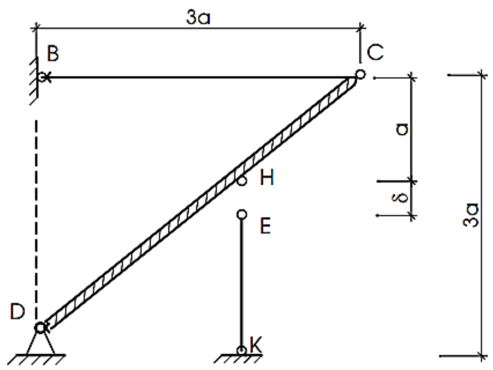
Hình H.5

6. Xác định tải trọng [*F*] cho phép theo điều kiện bền của các thanh treo trên hình *H.6*. Giả thiết dầm *BKD* tuyệt đối cứng, các thanh treo làm cùng vật liệu có *$E=2.10^4$ kN/cm^2*, diện tích mặt cắt ngang *$A=4\ cm^2$*, *$[\sigma]=18\ kN/cm^2$*, *$\alpha=30^0$*. Tìm chuyển vị điểm *K* theo phương thẳng đứng với tải trọng cho phép vừa tìm được.



Hình H.6

7. Dầm tuyệt đối cứng *CD* treo bởi thanh *BC*, được nối vào thanh *EK* như hình *H.7*. Do sai số chế tạo, thanh *EK* bị hụt so với chiều dài cần thiết một đoạn *δ=3mm*. Hãy tính ứng suất phát sinh trong thanh *BC* và *EK* khi hàn chập hai điểm *E* và *H*. Biết hai thanh *BC* và *EK* làm cùng vật liệu và kích thước, có độ cứng *$EA=5.10^4\ kN$; a=1m*.

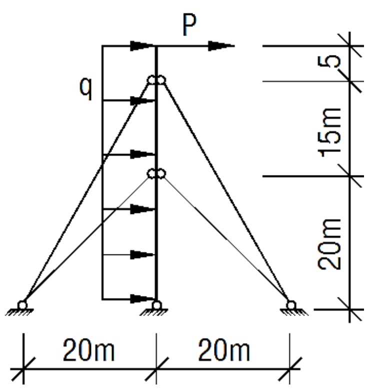


Hình H.7

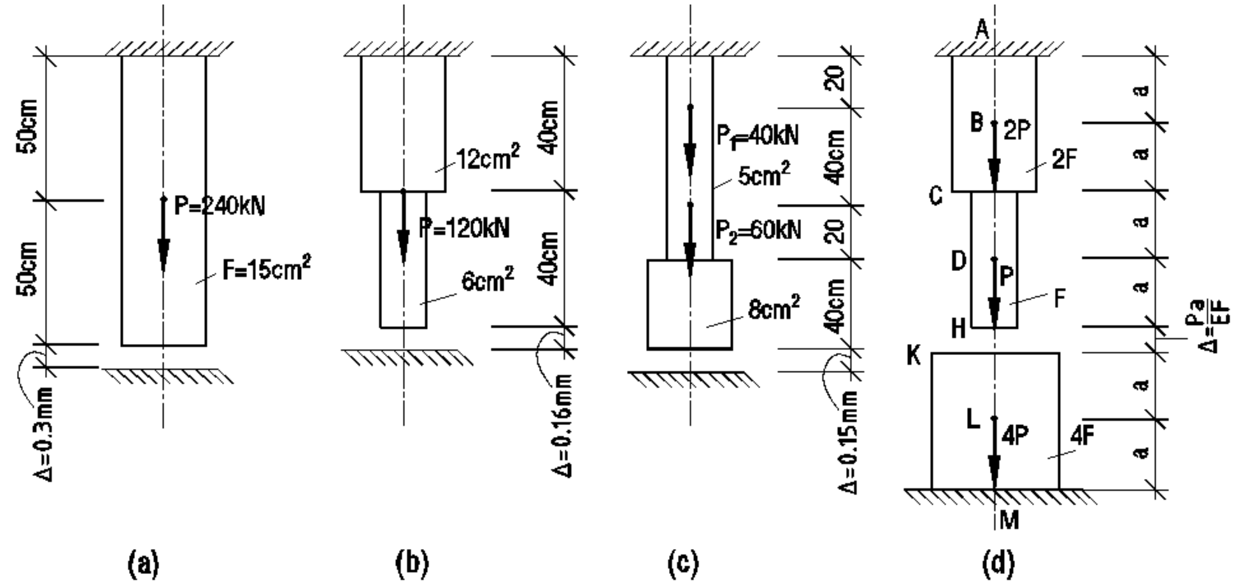
8. Lực P=2kN và lực gió có cường độ q=0.3kN/m. Tính diện tích dây giằng, biết rằng ứng suất cho phép [σ] = 35 kN/cm^2, modun đàn hồi E = $1,6.10^4$ kN/cm^2. Tính chuyển vị nằm ngang của đầu cột. Chú ý rằng dây cáp chỉ chịu được lực kéo, khi tính xem cột là tuyệt đối cứng (*hình H.8*).

Đáp số: *[F] = 0,314 cm^2 ; y = 17,5 cm*

9. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các mặt cắt dọc theo trục thanh chịu lực như trên hình *H.9*. Cho *E = 2.10^4 kN/cm^2*.

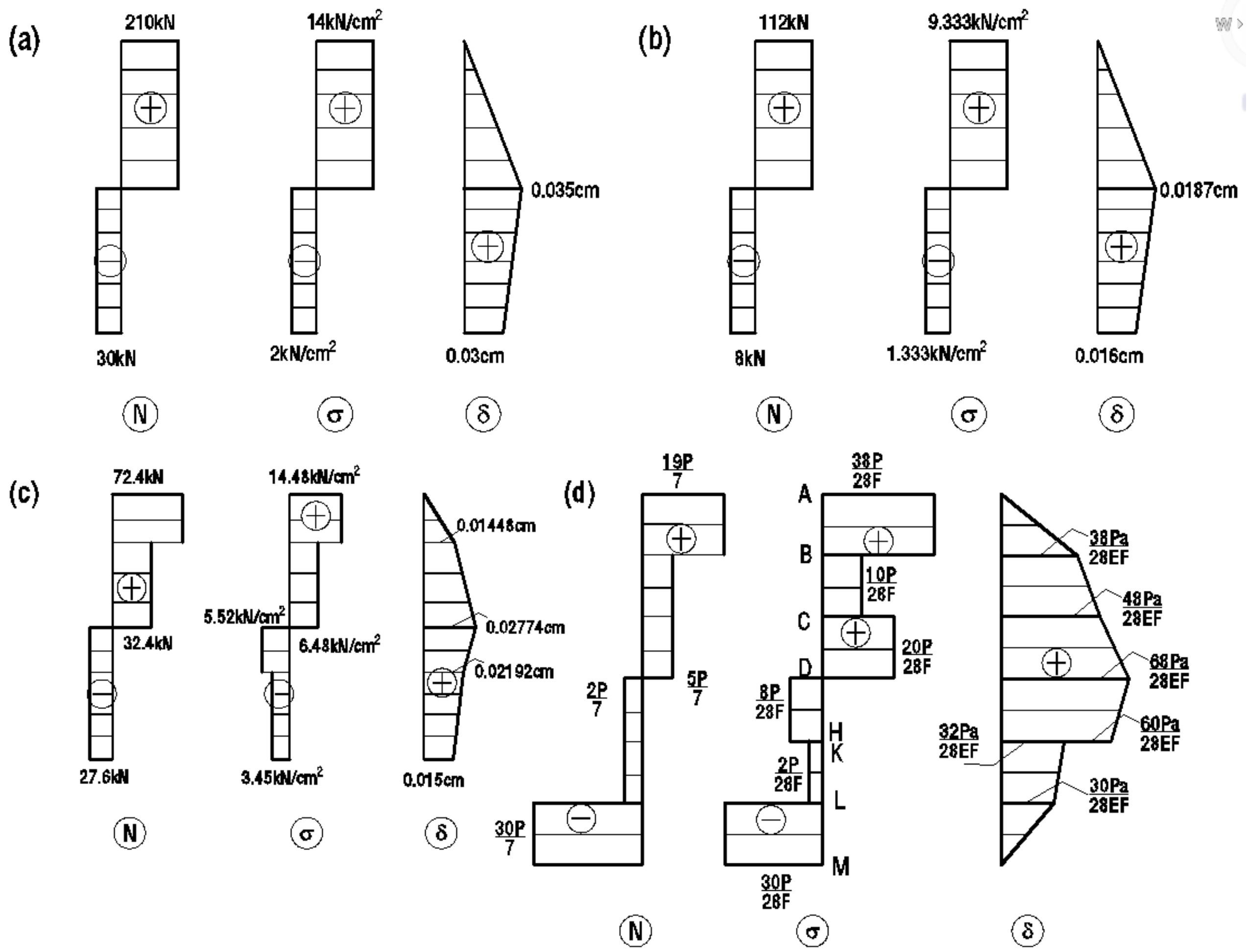


Hình H.8

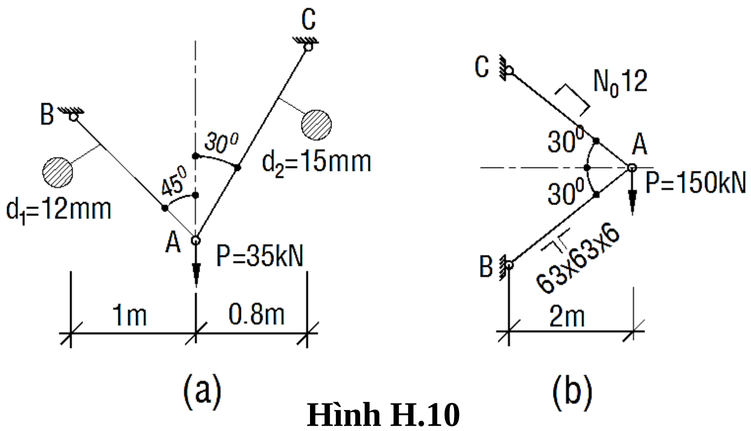


Hình H.9

Đáp số:



10. Tính chuyển vị thẳng đứng của khớp *A* (*hình H.10*). Các thanh bằng thép có *E = 2.10⁴ kN/cm²*.



Hình H.10

Đáp số: ***a.*** $\boldsymbol{V_A = 0,144\ cm}$ ***; b.*** $\boldsymbol{V_A = 0,246\ cm}$

Chương 4

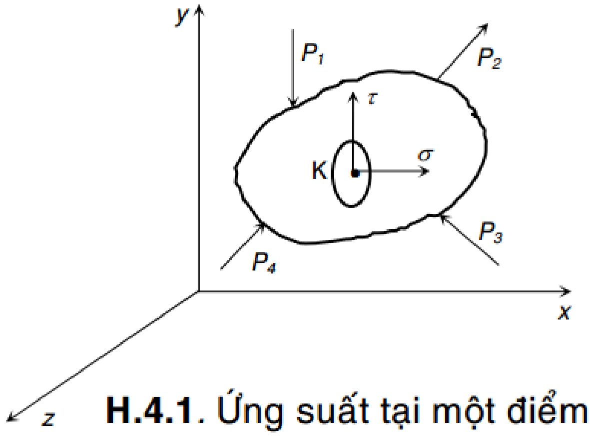
TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

I. NHỮNG KHÁI NIỆM VỀ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT.

1. Trạng thái ứng suất (TTUS) tại một điểm.

Xét một điểm K trong một vật thể cân bằng và các mặt cắt qua K, trên các mặt cắt ấy có các ứng suất pháp σ và ứng suất tiếp τ. Các ứng suất này thay đổi tùy vị trí mặt cắt (H.4.1).

Định nghĩa TTỨS: TTUS tại một điểm là tập hợp tất cả những ứng suất trên các mặt đi qua điểm ấy.



H.4.1. Ứng suất tại một điểm

TTUS tại một điểm đặc trưng cho mức độ chịu lực của vật thể tại điểm đó. Nghiên cứu TTUS là tìm đặc điểm và liên hệ giữa các ứng suất σ - τ, xác định ứng suất lớn nhất, nhỏ nhất để tính toán độ bền hay giải thích, đoán biết dạng phá hỏng của vật thể chịu lực.

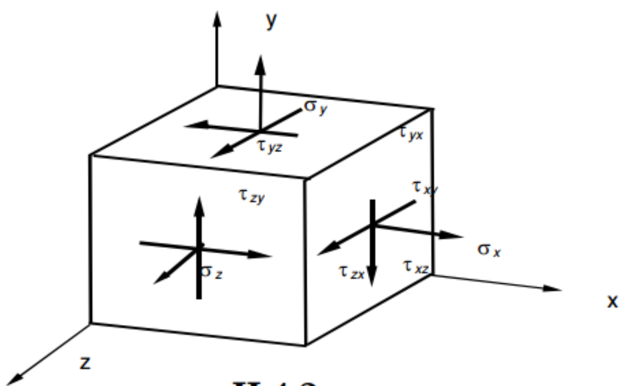
2. Biểu diễn TTUS tai một điểm

Tưởng tượng tách một phân tố hình hộp vô cùng bé bao quanh điểm K. Các mặt phân tố song song với các trục toạ độ (H 4.2).

Trên các mặt của phân tố sẽ có chín thành phần ứng suất:

+ Ba ứng suất pháp: σ_x, σ_y, σ_z

+ Sáu ứng suất tiếp: τ_{xy}, τ_{yx}, τ_{xz}, τ_{zx}, τ_{yz}, τ_{zy}



H.4.2
Các thành phần ứng suất

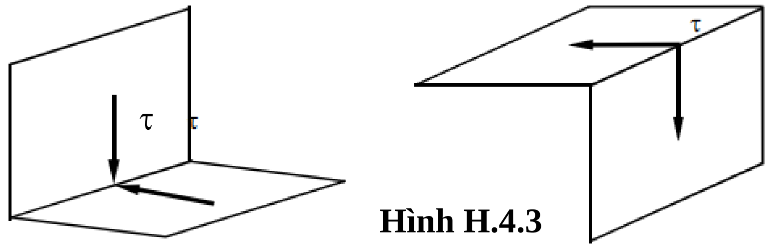
Ứng suất pháp σ có một chỉ số chỉ phương pháp tuyến mặt có σ.

Ứng suất tiếp τ có hai chỉ số: Chỉ số thứ nhất chỉ phương pháp tuyến của mặt cắt có τ, chỉ số thứ hai chỉ phương của τ.

3. Định luật đối ứng của ứng suất tiếp

Trên hai mặt vuông góc, nếu mặt nầy có ứng suất tiếp hướng vào cạnh (hướng ra khỏi cạnh) thì mặt kia cũng có ứng suất tiếp hướng vào cạnh (hướng ra khỏi cạnh), trị số hai ứng suất bằng nhau (H.4.3)

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|;\ |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|\ ;\ |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}| \qquad (4.1)$$



Hình H.4.3

TTỨS tại một điểm còn 6 thành phần ứng suất.

4. Mặt chính, phương chính và ứng suất chính. Phân loại TTƯS

Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh rằng tại một điểm bất kỳ của vật thể chịu lực luôn tìm được một phân tố hình hộp vuông góc mà trên các mặt của phân tố đó chỉ có ứng suất pháp, mà không có ứng suất tiếp (H.4.4a).

Những mặt đó gọi là mặt chính. Pháp tuyến của mặt chính gọi là phương chính.

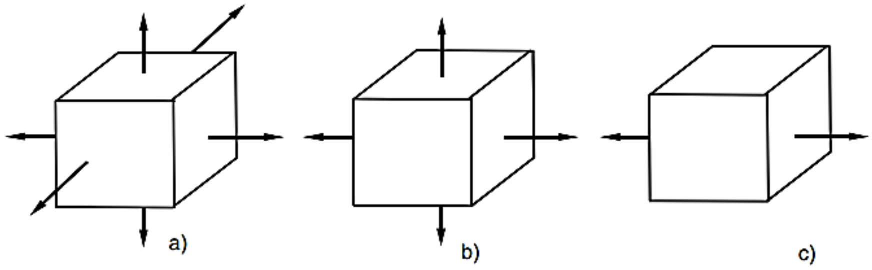
Ứng suất pháp trên mặt chính gọi là ứng suất chính và ký hiệu là: σ_1, σ_2 và σ_3. Quy ước: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Thí dụ : $\sigma_1 = 200\ N/cm^2$; $\sigma_2 = -400\ N/cm^2$; $\sigma_3 = -500\ N/cm^2$

Phân loại TTƯS :

- TTƯS khối: Ba ứng suất chính khác không (H.4.4a).
- TTƯS phẳng: Hai ứng suất chính khác không (H.4.4b).
- TTƯS đơn: Một ứng suất chính khác không (H.4.4c).

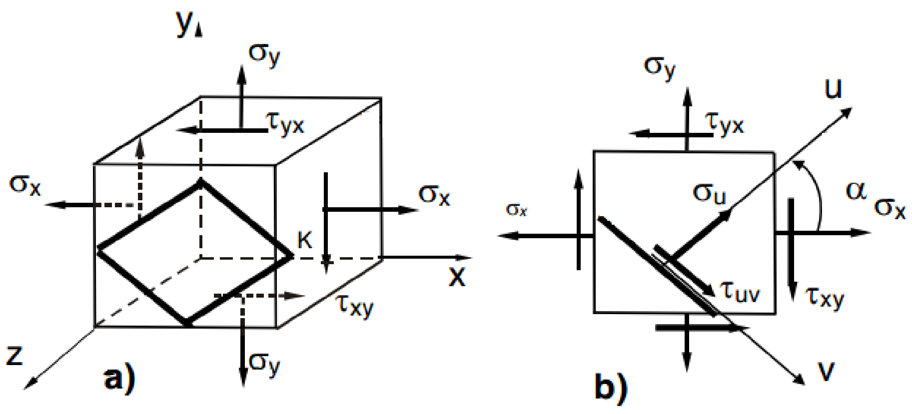
❖ TTƯS khối và TTƯS phẳng gọi là TTƯS phức tạp.



H. 4.4 Các loại trạng thái ứng suất

II. TTỨS TRONG BÀI TOÁN PHẲNG- PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH.

1. Cách biểu diễn – Quy ước dấu



H. 4.5 TTỨS trong bài toán phẳng

Xét một phân tố (H.4.5a). Ứng suất trên mặt vuông góc với trục *z* bằng không và mặt này là một mặt chính vì có ứng suất tiếp bằng không.

Để dễ hình dung, ta biểu diễn phân tố đang xét bằng hình chiếu của toàn phân tố lên mặt phẳng *Kxy* (H.4.5b).

Quy ước dấu:+ $\sigma > 0$ khi gây kéo (hướng ra ngoài mặt cắt)

+ $\tau > 0$ khi làm cho phân tố quay thuận kim đồng hồ

Hình 4.5b biểu diễn các ứng suất dương (qui ước này phù hợp với bài toán thanh).

2. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng bất kỳ

Vấn đề: Xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng song song với trục *z* và có pháp tuyến *u* tạo với trục *x* một góc *α* ($\alpha > 0$ khi quay ngược chiều kim đồng hồ kể từ trục x) (H.4.6a). Giả thiết đã biết ứng suất σ_x, σ_y và τ_{xy}.

♦ Tính σ_u và τ_{uv}: Tưởng tượng cắt phân tố bằng mặt cắt nghiêng đã nêu, mặt cắt chia phân tố ra làm hai phần, xét cân bằng của một phần phân tố (H.4.6b)

Trên mặt nghiêng có ứng suất σ_u và τ_{uv}, chúng được xác định từ phương trình cân bằng tĩnh học.

* $\sum U=0 \Rightarrow \sigma_u dsdz - \sigma_x dzdy\cos\alpha + \tau_{xy} dzdy\sin\alpha - \sigma_y dzdx\sin\alpha + \tau_{xy} dzdx\cos\alpha = 0$

* $\sum V=0 \Rightarrow \tau_{uv} dsdz - \sigma_x dzdy\sin\alpha - \tau_{xy} dzdy\cos\alpha + \sigma_y dzdx\cos\alpha + \tau_{xy} dzdx\sin\alpha = 0$

Kể đến: $|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|$; $dx = ds.sin\alpha$; $dy = ds.cos\alpha$ và các công thức lượng giác cơ bản ta có:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\alpha - \tau_{xy} sin2\alpha \qquad (4.2)$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\alpha + \tau_{xy} cos2\alpha \qquad (4.3)$$

♦ Tính σ_v: Xét mặt nghiêng có pháp tuyến v, vuông góc mặt có pháp tuyến u (H.4.7). Thay thế α bằng ($\alpha + 90^0$) vào (4.2) ta được ứng suất pháp tác dụng trên mặt có pháp tuyến v:

$$\sigma_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\alpha + \tau_{xy} sin2\alpha \qquad (4.4)$$

Cộng 4.2 và 4.4 ta có:

$$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y$$

Biểu thức trên cho thấy, tổng ứng suất pháp tác dụng trên hai mặt vuông góc của phân tố ứng suất phẳng tại một điểm là hằng số và không phụ thuộc vào góc α. Đó là Bất Biến Thứ Nhất của ứng suất pháp.

3. Ứng suất chính - Phương chính - Ứng suất pháp cực tri

Ngoài mặt chính là mặt đã biết vuông góc với trục z, hai mặt chính còn lại là những mặt song song với trục z (vì phải vuông góc với mặt chính đã có).

Mặt chính là mặt có ứng suất tiếp bằng 0 ⇒ Tìm hai mặt chính còn lại bằng cách cho $\tau_{uv} = 0$.

Nếu gọi α_0 là góc của trục x hợp với phương chính thì điều kiện để tìm phương chính là: $\tau_{uv} = 0$

$$\rightarrow \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\alpha + \tau_{xy} cos2\alpha = 0$$

⇒ Phương trình xác định α_0:

$$tan2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = tan\beta$$

Phương trình trên có 2 nghiệm là:

$$\alpha_{01} = \frac{\beta}{2} \; ; \; \alpha_{02} = \frac{\beta}{2} \pm \frac{\pi}{2} \qquad (4.5)$$

(4.5) cho thấy có hai giá trị α_0 sai biệt nhau 90^0. Vì vậy, có hai mặt chính vuông góc với nhau và song song với trục z. Trên mỗi mặt chính có một ứng suất chính tác dụng. Hai ứng suất chính này cũng là ứng suất pháp cực trị (ký hiệu là σ_{max} hay σ_{min}) bởi vì:

$$\frac{d\sigma_u}{dz} = 0 \Leftrightarrow \ tan2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \ \ (giống\ với\ 4.5)$$

Giá trị ứng suất chính hay ứng suất pháp cực trị có thể tính được bằng cách thế ngược trị số của α trong (4.5) vào (4.2), ta được:

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad (4.6)$$

Ta thấy $\sigma_{max} + \sigma_{min} = \sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y$

III. LIÊN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

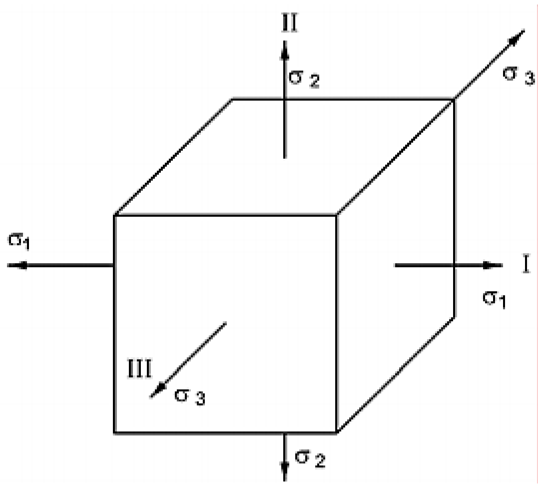
1. Biến dạng dài (định luật Hooke tổng quát)

⇒ Trước hết hãy tìm biến dạng dài tương đối ε_1 theo phương I của phân tố.

Biến dạng do σ_1 sinh ra: $\varepsilon_{11} = \sigma_1/E$

Biến dạng do σ_2 sinh ra: $\varepsilon_{12} = -\mu\sigma_2/E$

Biến dạng do σ_3 sinh ra: $\varepsilon_{13} = -\mu\sigma_3/E$



⇒ Biến dạng dài (tương đối) theo phương I do ba ứng suất σ_1, σ_2 và σ_3 sinh ra: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}$.

⇒ Làm tương tự ta được biến dạng (tương đối) theo phương II và phương III của phân tố:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \qquad (4.7)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

⇒ Các hệ thức bậc nhất (4.7) trên đây giữa biến dạng dài và ứng suất pháp là nội dung của định luật Hooke tổng quát đối với vật rắn đàn hồi tuyến tính.

2. Biến dạng góc (định luật Hooke về trượt)

⇒ Xét biến dạng của phân tố. Dưới tác dụng của ứng suất tiếp phân tố bị biến đổi hình dáng và trở thành hình bình hành (hình 3-8). Theo định luật Hooke, giữa ứng suất tiếp τ và góc trượt γ có liên hệ sau: $\tau_{ij} = G\gamma_{ij}$ (i, j = 1, 2, 3) (4. 8)

trong đó G là hệ số tỷ lệ gọi là môđun đàn hồi khi trượt [lực/chiều dài^2], đó là hằng số vật liệu, được xác định từ thí nghiệm. Môđun G liên hệ với E và μ như sau:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \qquad (4.9)$$

3. Biến dạng thể tích tỷ đối (định luật Hooke khối)

⇒ Gọi dx, dy và dz là các cạnh của phân tố và V_0 là thể tích ban đầu của phân tố, ta có: V_0 = dxdydz.

⇒ Sau khi biến dạng, chiều dài các cạnh thay đổi sẽ là (dx + Δdx), (dy + Δdy) và (dz + Δdz). Thể tích sau khi biến dạng:

$$V_1 = V_0 + \Delta V = (dx + \Delta dx).(dy + \Delta dy).(dz + \Delta dz) =$$

$$V_1 = dxdydz\left(1+\frac{\Delta dx}{dx}\right)\left(1+\frac{\Delta dy}{dy}\right)\left(1+\frac{\Delta dz}{dz}\right) = dxdydz(1+\varepsilon_x)(1+\varepsilon_y)(1+\varepsilon_z)$$

⇒ Vì biến dạng là bé nên có thể bỏ qua các đại lượng vô cùng bé bậc 2 trở lên. Cuối cùng ta được: $V_1 = V_0(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$

⇒ Gọi θ là biến dạng thể tích tương đối của phân tố, ta có:

$$\theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

⇒ Thay ε_x, ε_y và ε_z từ (3.16) vào công thức trên ta được:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

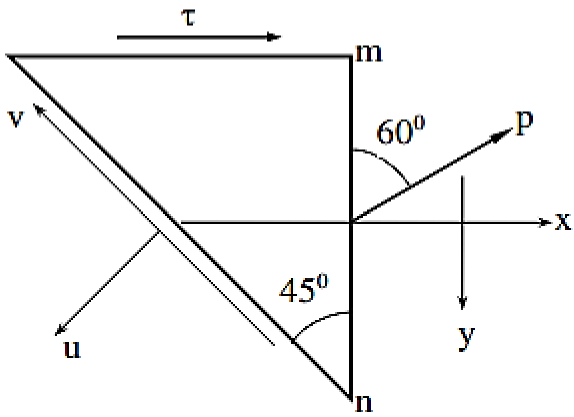
⇒ Đặt tổng ứng suất pháp là: $\Sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

$$\Sigma = \frac{E}{1-2\mu}\theta$$

⇒ Công thức trên biểu diễn liên hệ bậc nhất giữa biến dạng thể tích tương đối và tổng các ứng suât pháp, gọi là định luật Hooke khối.

IV. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 1: ứng suất toàn phần trên mặt cắt m-n đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng P = 3000 N/cm^2 có phương tạo thành một góc 60^0 với mặt cắt. Trên mặt vuông góc với mặt cắt này chỉ có ứng suất tiếp (hình 3.9).



Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt tạo thành góc 45^0 với mặt cắt m-n. Tính ứng suất pháp lớn nhất tại điểm đó.

Giải:

Ta thiết lập hệ trục xy trên mặt cắt m-n và hệ trục uv trên mặt căt nghiêng như hình 3.9. Khi đó các thành phần ứng suất trên các mặt của phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_x = p.\sin 60^0 = 3.0,866 = 2,6\ kN/cm^2$$

$$\tau_{xy} = -\ p.\cos 60^0 = -\ 3.0,5 = -1,5\ kN/cm^2$$

$$\sigma_y = 0$$

Áp dụng công thức (4.2) và (4.3) với α = -135^0, ta có:

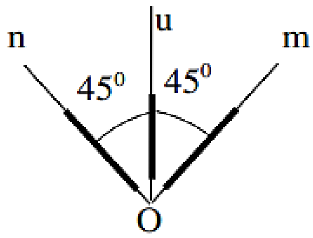
$$\sigma_u = \frac{2,6}{2} + \frac{2,6}{2}cos2(-135^0) - (-1,5)sin2(-135^0) = 2,8\ kN/cm^2$$

$$\tau_{uv} = \frac{2,6}{2}sin2(-135^0) + (-1,5)cos2(-135^0) = 1,3\ kN/cm^2$$

Áp dụng công thức (4.6) , ứng suất pháp lớn nhất tại điểm đó là:

$$\sigma_{max} = \frac{2,6}{2} + \sqrt{\left(\frac{2,6}{2}\right)^2 + (-1,5)^2} = 3,285\ kN/cm^2$$

Ví dụ 2. Tại một điểm trên mặt một vật thể chịu lực người ta đo được biến dạng tỉ đối theo các phương om, on, ou như sau: ε_m = -ε_n = 2,81.10^{-4}; ε_u = 1,625.10^{-4}. Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho μ= 0,3; E = 2.10^4 kN/cm^2.



Giải:

Từ định luật Hooke ta rút ra được ứng suất pháp phương m, n:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}[\sigma_m - \mu\sigma_n] = \frac{1}{2.10^4}[\sigma_m - 0,3\sigma_n] = 2,81.10^{-4}$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{E}[\sigma_n - \mu\sigma_m] = \frac{1}{2.10^4}[\sigma_n - 0,3\sigma_m] = -2,81.10^{-4}$$

$\Rightarrow \sigma_m = 4,32kN/cm^2;\ \sigma_n = -4,32kN/cm^2$

Biến dạng theo phương u:

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}[\sigma_u - \mu(\sigma_m + \sigma_n - \sigma_u)] = \frac{1}{2.10^4}[\sigma_u - 0,3(-\sigma_u)] = 1,625.10^{-4}$$

$\Rightarrow \sigma_u = 2,5kN/cm^2$

Ứng suất tiếp τ_{mn} tính từ công thức:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} + \frac{\sigma_m - \sigma_n}{2}cos2\alpha - \tau_{mn}sin2\alpha$$

$$\Leftrightarrow 2,5 = \frac{4,32 - 4,32}{2} + \frac{4,32 + 4,32}{2}cos(2.45^0) - \tau_{mn}sin(2.45^0)$$

$$\Leftrightarrow \tau_{mn} = -2,5kN/cm^2$$

Giá trị ứng suất chính tại điểm cho trước:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_m - \sigma_n}{2}\right)^2 + \tau_{mn}^2}$$

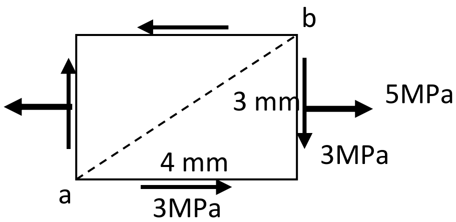
$$\Leftrightarrow \sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{4,32 - 4,32}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4,32 + 4,32}{2}\right)^2 + (-2,5)^2} = \pm 5\ kN/cm^2.$$

Phương chính:

$$tan2\alpha = -\frac{2\tau_{mn}}{\sigma_m - \sigma_n} = -\frac{2(-2,5)}{4,32 + 4,32} = 0,579 \Rightarrow \alpha_1 = 15^0\ \&\ \alpha_2 = 105^0$$

Bài tập

Bài 1:



Một tấm mỏng hình chữ nhật cạnh 3mm x 4mm chịu tác dụng của các thành phần ứng suất như trên hình vẽ. Hãy tìm độ biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo ab. Biết E = 200 GPa, hệ số Poisson ν = 0,3

Chương 5

LÝ THUYẾT BỀN

I. KHÁI NIỆM VỀ LÝ THUYẾT BỀN

♦ **Điều kiện bền thanh chịu kéo hoặc nén đúng tâm (TTỨS đơn):**

$$\sigma_{max} = \sigma_1 \leq [\sigma]_k \quad ; \quad |\sigma_{min}| = \sigma_3 \leq [\sigma]_n$$

Trong đó $[\sigma] = \sigma_0 / n$

Ứng suất nguy hiểm σ_0 có được từ những thí nghiệm kéo (nén) đúng tâm:

- Đối với vật liệu dẻo là giới hạn chảy σ_{ch}

- Đối với vật liệu dòn là giới hạn bền σ_b

♦ Để viết điều kiện bền ở một điểm của vật thể ở TTỨS phức tạp (phẳng hay khối), cần phải có kết quả thí nghiệm phá hỏng những mẫu thử ở TTỨS tương tự. Việc thực hiện những thí nghiệm như thế rất khó khăn vì:

- Ứng suất nguy hiểm phụ thuộc vào độ lớn của các ứng suất chính và phụ thuộc vào tỉ lệ giữa những ứng suất này. Do đó phải thực hiện một số lượng rất lớn các thí nghiệm mới đáp ứng được tỉ lệ giữa các ứng suất chính có thể gặp trong thực tế.

- Thí nghiệm kéo, nén theo ba chiều cần những thiết bị phức tạp, không phổ biến rộng rãi như thí nghiệm kéo nén một chiều.

Vì vậy, không thể căn cứ vào thí nghiệm trực tiếp mà phải dựa trên các giả thiết về nguyên nhân gây ra phá hỏng của vật liệu hay còn gọi là những thuyết bền để đánh giá độ bền của vật liệu.

Định nghĩa: Thuyết bền là những giả thuyết về nguyên nhân phá hoại của vật liệu, nhờ đó đánh giá được độ bền của vật liệu ở mọi TTỨS khi chỉ biết độ bền của vật liệu ở TTỨS đơn (do thí nghiệm kéo, nén đúng tâm).

Nghĩa là, với phân tố ở TTỨS bất kỳ có các ứng suất chính σ_1, σ_2, σ_3 ta phải tìm ứng suất tính theo thuyết bền là một hàm của σ_1, σ_2, σ_3 rồi so sánh với $[\sigma]_k$ hay $[\sigma]_n$ ở TTỨS đơn.

⇒ **Điều kiện bền của vật liệu có thể biểu diễn dưới dạng tổng quát như sau:**

$$\sigma_{td} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \le [\sigma]_k \quad hay \ \sigma_{td} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \le [\sigma]_n$$

Với σ_{td} **được gọi là ứng suất tương đương. Vấn đề là phải xác định hàm *f* hay là tìm được thuyết bền tương ứng.**

II. CÁC THUYẾT BỀN CƠ BẢN

1- Thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất (TB1)

♦ **Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do ứng suất pháp lớn nhất của phân tố ở TTỨS phức tạp đạt đến ứng suất nguy hiểm ở TTỨS đơn.**

♦ **Nếu ký hiệu:**

σ_1, σ_2, σ_3: ứng suất chính của TTỨS phức tạp

σ_{0k} hay σ_{0n} - ứng suất nguy hiểm về kéo và nén

n - hệ số an toàn

⇒ **Điều kiện bền theo TB1:**

$$\sigma_{td1} = \sigma_1 = \frac{\sigma_{0k}}{n} \le [\sigma]_k$$

$$\sigma_{td1} = |\sigma_3| = \frac{\sigma_{0n}}{n} \le [\sigma]_n$$

trong đó: σ_{td1} – là ứng suất tương đương theo TB 1

♦ **Ưu khuyết điểm:**

- ✓ **TB1, trong nhiều trường hợp, không phù hợp với thực tế. Thí dụ trong thí nghiệm mẫu thử chịu áp lực giống nhau theo ba phương (áp lực thủy tĩnh), dù áp lực lớn, vật liệu hầu như không bị phá hoại. Nhưng theo TB1 thì vật liệu sẽ bị phá hỏng khi áp lực đạt tới giới hạn bền của trường hợp nén theo một phương.**
- ✓ **TB1 không kể đến ảnh hưởng của các ứng suất khác cho nên TB này chỉ đúng đối với TTỨS đơn.**

2. Thuyết bền biến dạng dài tương đối lớn nhất (TB 2)

♦ **Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do biến dạng dài tương đối lớn nhất của phân tố ở TTỨS phức tạp đạt đến biến dạng dài tương đối lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTỨS đơn.**

♦ **Gọi ε_1 là biến dạng dài tương đối lớn nhất của phân tố ở TTƯS phức tạp; ε_{0k} là biến dạng dài tương đối ở trạng thái nguy hiểm của phân tố bị kéo theo một phương (TTƯS đơn).**

Theo định luật Hooke, ta có:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_{0k} = \frac{\sigma_{0k}}{E}$$

Kết hợp (a) và (b), kể đến hệ số an toàn *n*

$$\frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \le \frac{1}{n}\frac{\sigma_{0k}}{E}$$

Hay $\sigma_{td2} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]_k$

Đối với trường hợp biến dạng co ngắn, ta có:

$$\sigma_{td2} = |\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)| \le [\sigma]_k$$

♦ **Ưu khuyết điểm: TB biến dạng dài tương đối tiến bộ hơn so với TB ứng suất pháp vì có kể đến ảnh hưởng của cả ba ứng suất chính. Thực nghiệm cho thấy TB này chỉ phù hợp với vật liệu dòn và ngày nay ít được dùng trong thực tế.**

3. Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (TB 3)

♦ **Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do ứng suất tiếp lớn nhất của phân tố ở TTỨS phức tạp đạt đến ứng suất tiếp lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTỨS đơn.**

♦ **Gọi: τ_{max}– ứng suất tiếp lớn nhất của phân tố ở TTỨS phức tạp ;**

τ_{0k}– ứng suất tiếp lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tố bị kéo theo một phương (TTỨS đơn).

***n* – Hệ số an toàn**

⇒ Điều kiện bền theo TB 3:

$$\tau_{max} \le \frac{\tau_{0k}}{n} \qquad (d)$$

trong đó, theo (4.18), chương 4, ta có:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\ ;\ \tau_{ok} = \frac{\sigma_{0k}}{2} \qquad (e)$$

Thay (e) vào (d), suy ra

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \frac{\sigma_{0k}}{2n}$$

⇒ Điều kiện bền theo TB 3:

$$\sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]_k$$

♦ Ưu khuyết điểm: TB ứng suất tiếp lớn nhất phù hợp với thực nghiệm hơn nhiều so với hai TB 1 và TB 2 . Tuy không kể tới ảnh hưởng của ứng suất chính σ_2 song TB này tỏ ra khá thích hợp với vật liệu dẻo và ngày nay được sử dụng nhiều trong tính toán cơ khí và xây dựng. Nó cũng phù hợp với kết quả mẫu thử chịu áp lực theo ba phương.

4. Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (TB 4)

♦ Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do thế năng biến đổi hình dáng của phân tố ở TTỨS phức tạp đạt đến thế năng biến đổi hình dáng ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTỨS đơn.

♦ Gọi: u_{hd} - Thế năng biến đổi hình dáng của phân tố ở TTỨS phức tạp

$(u_{hd})_o$- Thế năng biến đổi hình dáng ở trạng thái nguy hiểm của phân tố bị kéo theo một phương (ở TTỨS đơn).

n – Hệ số an toàn

⇒ Điều kiện để phân tốở TTỨS phức tạp không bị phá hỏng là bền theo TB 4 là:

$$u_{hd} < (u_{hd})_o \qquad \text{(g)}$$

Theo 4.5, chương 4, ta đã có:

$$u_{hd} = \frac{1+\mu}{3E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1\right)$$

$$(u_{hd})_0 = \frac{1+\mu}{3E}\sigma_{0k}^2$$

Thế (h) vào (g) , lấy căn bậc hai của hai vế, kể đến hệ số an toàn *n*

Điều kiện bền theo TB 4:

$$\sigma_{td4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]_k$$

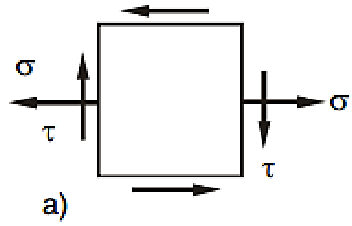
♦ **Ưu khuyết điểm: TB thế năng biến đổi hình dáng được dùng phổ biến trong kỹ thuật vì khá phù hợp với vật liệu dẻo. Ngày nay được sử dụng nhiều trong tính toán cơ khí và xây dựng.**

CÁC KẾT QUẢ ĐẶC BIỆT:

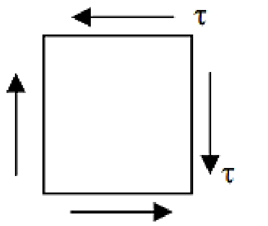
i- TTỨS phẳng đặc biệt (H.5.3):

Các ứng suất chính :

$$\sigma_{\substack{1\\3}} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}, \qquad \sigma_2 = 0$$



H. 5.3



H.5.4

Theo TB ứng suất tiếp (5.3):

$$\sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$$

Theo TB thế năng biến đổi hình dáng (5.4):

$$\sigma_{td4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$$

ii. TTỨS trượt thuần túy (H.5.4):

Các ứng suất chính : $\sigma_1 = -\sigma_3 = |\tau|$, $\sigma_2 = 0$

Theo TB ứng suất tiếp:

$$\sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2|\tau| \le [\sigma]$$

hay: $|\tau| \le [\sigma]/2$

Theo TB thế năng biến đổi hình dáng:

$$\sigma_{td4} = \sqrt{3\tau^2} \le [\sigma]$$

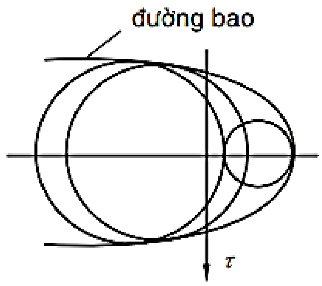
hay: $|\tau| \le [\sigma]/\sqrt{3}$

5. Thuyết bền về các TTỨS giới hạn (TB 5 hay là TB Mohr)

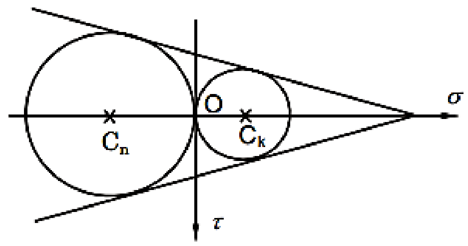
TB Mohr được xây dựng trên cơ sở các kết quả thực nghiệm, khác với các TB trước xây dựng trên cơ sở các giả thuyết.

Ở chương 4, ta đã biết một TTỨS khối với ba ứng suất chính σ_1,σ_2 và σ_3 có thể biểu diễn bằng ba vòng tròn Morh 1, 2 và 3 với đường kính tương ứng là $\sigma_2-\sigma_3$, $\sigma_1-\sigma_3$ và $\sigma_1-\sigma_2$ như hình 4.22. Nếu vật liệu ở trạng thái nguy hiểm thì những vòng tròn tương ứng với TTỨS nguy hiểm được gọi là những vòng tròn Mohr giới hạn. Thực nghiệm cho thấy, ứng suất pháp σ_2 ít ảnh hưởng đến sự phá hoại của vật

liệu nên ta chỉ để ý đến vòng tròn Mohr lớn nhất gọi là vòng tròn chính xác định bởi đường kính $\sigma_1-\sigma_3$.

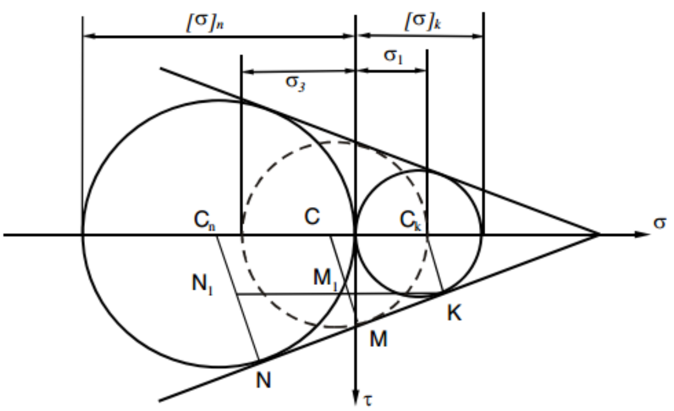


H. 5.5 *Các vòng tròn Mohr giới hạn và đường cong giới hạn*



H. 5.6 *Đường bao giới hạn đơn giản hóa*

Tiến hành thí nghiệm cho các TTỨS khác nhau và tìm trạng thái giới hạn tương ứng của chúng, trên mặt phẳng tọa độ σ, τ ta vẽ được một họ các đường tròn chính giới hạn như ở H.5.5. Nếu vẽ đường bao những vòng tròn đó ta sẽ thu được một đường cong giới hạn, đường cong này cắt trục hoành ở điểm tương ứng với trạng thái có ba ứng suất chính là ứng suất kéo có giá trị bằng nhau. Giả thiết rằng đường bao là duy nhất đối với mỗi loại vật liệu, ta nhận thấy nếu TTỨS nào biểu thị bằng một vòng tròn chính nằm trong đường bao thì vật liệu đảm bảo bền, vòng tròn chính tiếp xúc với đường bao thì TTỨS đó ở giới hạn bền còn nếu vòng tròn chính cắt qua đường bao thì vật liệu bị phá hỏng. Việc phải thực hiện một số lượng lớn các thí nghiệm để xác định các vòng tròn giới hạn và vẽ chính xác đường cong giới hạn là không đơn giản. Vì vậy, người ta thường vẽ gần đúng đường bao bằng cách dựa trên cơ sở hai vòng tròn giới hạn kéo và nén theo một phương với đường kính tương ứng là $[\sigma]_k$ và $[\sigma]_n$. Ở đây, để cho tiện ta thay thế các ứng suất nguy hiểm σ_{0k} và σ_{0n} bằng ký hiệu ứng suất cho phép $[\sigma]_k$ và $[\sigma]_n$ tức là đã có kể tới hệ số an toàn. Đường bao được thay thế bằng đường thẳng tiếp xúc với hai vòng tròn giới hạn như trên H.5.6.



H. 5.7 *Trạng thái ứng suất giới hạn và đường bao*

Xét một TTỨS khối có vòng tròn Mohr lớn nhất σ_1 và σ_3 tiếp xúc với đường bao, nằm ở giới hạn về độ bền. Trên H.5.7, vòng tròn này được vẽ bằng đường nét đứt. Sau đây, ta thiết lập liên hệ giữa những ứng suất chính σ_1 và σ_3 với các ứng suất cho phép $[\sigma]_k$ và $[\sigma]_n$. Từ hình vẽ ta có tỷ lệ thức:

$$\frac{NN_1}{KN_1} = \frac{MM_1}{KM_1}$$

Thay thế các trị số:

$$NN_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_n - [\sigma]_k) \; ; \; KN_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_n + [\sigma]_k)$$

$$MM_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3 - [\sigma]_k) \; ; \; KM_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_k - (\sigma_1 + \sigma_3))$$

vào tỷ lệ thức trên, ta nhận được điều kiện giới hạn:

$$\frac{[\sigma]_n - [\sigma]_k}{[\sigma]_n + [\sigma]_k} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - [\sigma]_k}{[\sigma]_k - (\sigma_1 + \sigma_3)}$$

hoặc:

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n}\sigma_3 = [\sigma]_k$$

Như vậy, điều kiện bền theo TB Mohr (TB 5) được viết là

$$\sigma_1 - \alpha\sigma_3 = [\sigma]_k$$

với hệ số:

$$\alpha = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n}$$

Tuy bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất chính σ_2 và đơn giản hóa đường cong giới hạn thành đường thẳng, thuyết bền Mohr có ưu điểm hơn những thuyết bền trên vì nó không dựa vào giả thuyết nào mà căn cứ trực tiếp vào trạng thái giới hạn của vật liệu. Thực tế cho thấy TB này phù hợp với vật liệu dòn, tuy nhiên nó cho kết quả chính xác chỉ khi vòng tròn giới hạn của TTỨS đang xét nằm trong khoảng hai vòng tròn giới hạn kéo và nén.

III. VIÊC ÁP DỤNG CÁC THUYẾT BỀN

Trên đây là những TB được dùng tương đối phổ biến. Việc áp dụng TB này hay TB khác để giải quyết bài toán cụ thể phụ thuộc vào loại vật liệu sử dụng và TTỨS của điểm kiểm tra.

Đối với TTỨS đơn, người ta dùng TB 1 để kiểm tra độ bền.

Đối với TTỨS phức tạp, nếu là vật liệu dòn, người ta thường dùng TB 5 (TB Mohr) hay TB 2, nếu là vật liệu dẻo người ta dùng TB 3 hay TB 4.

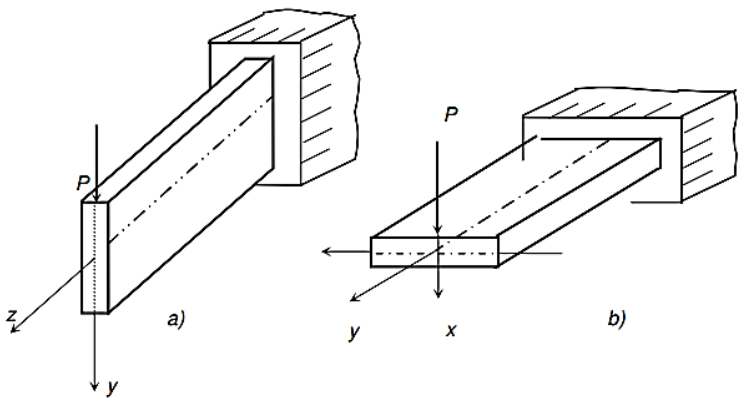
Hiện nay, có nhiều TB mới được xây dựng, tổng quát hơn và phù hợp hơn với kết quả thực nghiệm. Tuy vậy, những TB này cũng có những nhược điểm nhất định nên chưa được sử dụng rộng rãi.

Chương 6

ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG

I. KHÁI NIỆM

Ở chương 3, khi tính độ bền của thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ta thấy ứng suất trong thanh chỉ phụ thuộc vào độ lớn của diện tích mặt cắt ngang F. Trong những trường hợp khác, như thanh chịu uốn, xoắn... thì ứng suất trong thanh không chỉ phụ thuộc vào diện tích F mà còn phụ thuộc vào hình dáng, cách bố trí mặt cắt... nghĩa là còn những yếu tố khác mà người tagọi chung là đặc trưng hình học của mặt cắt ngang.



H.6.1. Dầm chịu uốn

a) Tiết diện đứng; b) Tiết diện nằm ngang

Xét thanh chịu uốn trong hai trường hợp mặt cắt đặt khác nhau như trên H.6.1. Bằng trực giác, dễ dàng nhận thấy trường hợp a) thanh chịu lực tốt hơn trường hợp b), tuy rằng trong trong hai trường hợp diện tích của mặt cắt ngang thanh vẫn như nhau. Như vậy, khả năng chịu lực của thanh còn phụ thuộc vào cách sắp đặt và vị trí mặt cắt ngang đối với phương tác dụng của lực. Cho nên sự chịu lực không những phụ thuộc F, mà cần phải nghiên cứu các đặc trưng hình học khác của mặt cắt ngang để tính toán độ bền, độ cứng, độ ổn định và thiết kế mặt cắt của thanh cho hợp lý.

II. MÔMEN TĨNH - TRỌNG TÂM

Xét một hình phẳng biểu diễn mặt cắt ngang F như trên H.6.2.

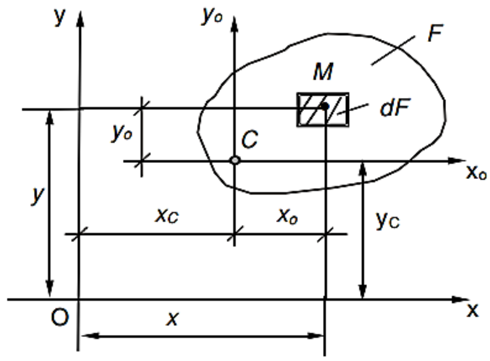
Lập một hệ tọa độ vuông góc *Oxy* trong mặt phẳng của mặt cắt. *M(x,y)* là một điểm bất kỳ trên hình. Lấy chung quanh *M* một diện tích vi phân dF.

♦ Mômen tĩnh của mặt cắt *F* đối với trục *x* (hay *y*) là tích phân:

$$S_x = \int_F ydF \;\; ; \;\; S_y = \int_F xdF \qquad (6.1)$$

vì *x*, *y* có thể âm hoặc dương nên mômen tĩnh có thể có trị số âm hoặc dương.

Thứ nguyên của mômen tĩnh là [(chiều dài)^3].



Hình H.6.2

♦ Trục trung tâm là trục có mômen tĩnh của mặt cắt *F* đối với trục đó bằng không.

♦ Trọng tâm là giao điểm của hai trục trung tâm.

→ Mômen tĩnh đối với một trục đi qua trọng tâm bằng không.

♦ Cách xác định trọng tâm *C* của mặt cắt *F*:

Dựng hệ trục x_0Cy_0 song song với hệ trục *xOy* ban đầu (*H.6.2*). Ta có

$x = x_c + x_0$; $y = y_c + y_0$ với $C(x_0,y_0)$

Thay vào (*6.1*), ta được:

$$S_x = \int_F (y_c + y_0)dF \; = y_c \int_F dF + y_0 \int_F dF \; = y_cF + S_{x0}$$

vì trục x_0 là trục trung tâm nên $S_{x0} = 0$, suy ra:

$$S_x = Fy_c \qquad (6.2)$$

Chứng minh tương tự:

$$S_y = Fx_c \qquad (6.3)$$

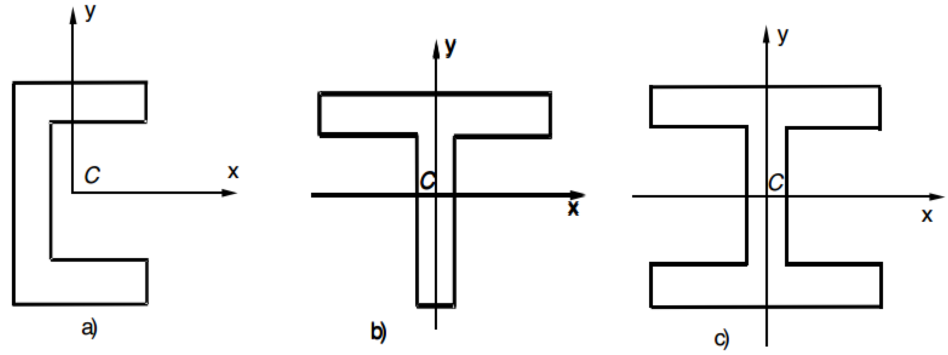
Từ (6.2) ta có:

$$x_c = \frac{S_y}{F} \; ; \; y_c = \frac{S_x}{F} \qquad (6.4)$$

Kết luận: Tọa độ trọng tâm $C(x_0,y_0)$ được xác định trong hệ trục xOy ban đầu theo mômen tĩnh S_x, S_y và diện tích *F* theo (6.4).

Ngược lại, nếu biết trước tọa độ trọng tâm, có thể sử dụng (6.2), (6.3) để xác định các mômen tĩnh.

Nhận xét 1: Mặt cắt có một trục đối xứng, trọng tâm nằm trên trục này vì mômen tĩnh đối với trục đối xứng bằng không (*H.6.3a,b*).



Hình H.6.3

Mặt cắt có hai trục đối xứng, trọng tâm nằm ở giao điểm hai trục đối xứng (*H.6.3c*).

Thực tế, có thể gặp những mặt cắt ngang có hình dáng phức tạp được ghép từ nhiều hình đơn giản.

Tính chất: mômen tĩnh của hình phức tạp bằng tổng mômen tĩnh của các hình đơn giản.

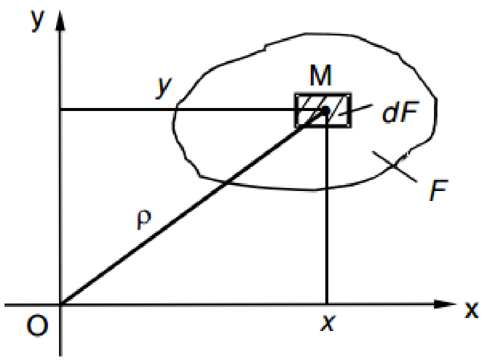
Với những hình đơn giản như chữ nhật, tròn, tam giác hoặc mặt cắt các loại thép định hình I, U, V, L... ta đã biết trước (hoặc có thể tra theo các bảng trong phần phụ lục) diện tích, vị trí trọng tâm, từ đó dễ dàng tính được mômen tĩnh của hình phức tạp gồm *n* hình đơn giản:

$$S_x = F_1y_1 + F_2y_2 + \cdots + F_ny_n = \sum_{i=1}^{n} F_iy_i \qquad (6.5a)$$

$$S_y = F_1x_1 + F_2x_2 + \cdots + F_nx_n = \sum_{i=1} F_ix_i \qquad (6.5b)$$

trong đó: F_i, x_i, y_i lần lượt là diện tích và tọa độ trọng tâm của hình thứ *i*.

III. MÔMEN QUÁN TÍNH - HỆ TRỤC QUÁN TÍNH CHÍNH TRUNG TÂM



Hình H.6.4

Mômen quán tính độc cực (MMQT đối với điểm) của mặt cắt *F* đối với điểm *O* được định nghĩa là biểu thức tích phân:

$$I_\rho = \int_F \rho^2 dF \qquad (6.6)$$

Với : ρ - khoảng cách từ điểm *M* đến gốc tọa độ *O*

♦ **Mômen quán tính đối với trục *y* và *x* của mặt cắt *F* được định nghĩa:**

$$I_y = \int_F x^2 dF \;\; ; \;\; I_x = \int_F y^2 dF \qquad (6.7)$$

♦ **Mômen quán tính ly tâm của mặt cắt *F* đối với hệ trục *x,y* được định nghĩa:**

$$I_{xy} = \int_F xy dF \qquad (6.8)$$

Từ định nghĩa các mômen quán tính, ta nhận thấy:

- MMQT có thứ nguyên là [chiều dài]^4

- I_x , I_y, $I_\rho > 0$

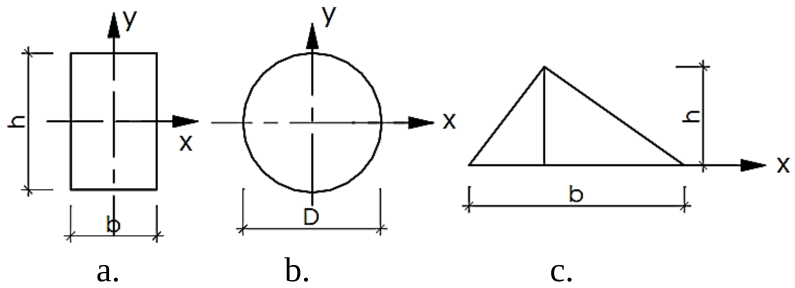
- MMQT ly tâm I_{xy} có thể dương, âm hoặc bằng không.

- Vì $\rho^2 = x^2 + y^2$ nên $I_\rho = I_x + I_y$

- Khi $I_{x_0y_0} = 0$ thì Ox_0y_0 được gọi là hệ trục quán tính chính (gọi tắt là trục chính).

- Nếu hệ trục quán tính chính có gốc tại trọng tâm mặt cắt ngang thì được gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm, momen quán tính của mặt cắt ngang đối với các trục quán tính chính trung tâm được gọi là momen quán tính chính trung tâm.

Momen quán tính của một số mặt cắt đơn giản:



Hình H.6.5

a. Hình chữ nhật

$$I_x = \frac{1}{12}bh^3 \;\; ; \;\; I_y = \frac{1}{12}hb^3 \qquad (6.9)$$

b. Hình tròn

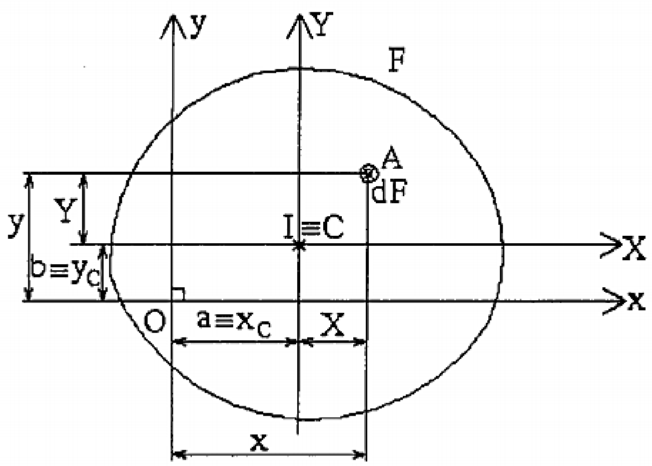
$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \qquad (6.10)$$

c. Hình tam giác (H.6.5c)

$$I_x = \frac{1}{12}bh^3 \qquad (6.11)$$

IV. CÔNG THỨC CHUYỂN TRỤC CỦA MÔMEN QUÁN TÍNH

Gỉa sử ta biết momen quán tính của mặt cắt ngang có diện tích *F* đối với trục *x,y* (*H.6.6*). Yêu cầu tính momen quán tính của mặt cắt đó đối với trục *X,Y* song song với các trục *x,y*.



Hình H.6.6

Ta có: $x = X + a \; ; \; y = Y + b$

Theo định nghĩa:

$$I_x = \int_F y^2 dF = \int_F (Y + b)^2 dF$$

Khai triển và thu gọn tích phân trên thu được:

$$I_x = I_X + b^2F + 2bS_X \qquad (6.12)$$

Tương tự:

$$I_y = I_Y + a^2F + 2aS_Y \qquad (6.13)$$

$$I_{xy} = I_{XY} + abF + aS_Y + bS_X \qquad (6.14)$$

Nếu *X,Y* là các trục trung tâm: $S_X = S_Y = 0; \; a = x_c \, , \; b = y_c$

Suy ra:

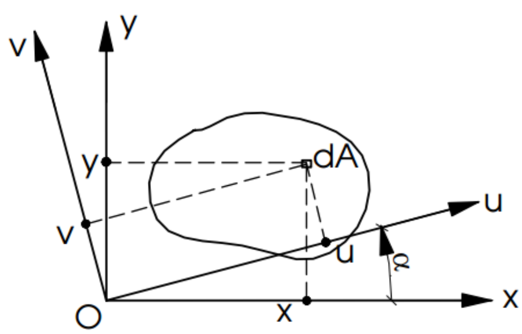
$$I_x = I_X + y_c^2F \qquad (6.15a)$$

$$I_y = I_Y + x_c^2F \qquad (6.15b)$$

$$I_{xy} = I_{XY} + x_c y_c F \qquad (6.15c)$$

V. CÔNG THỨC XOAY TRỤC CỦA MÔMEN QUÁN TÍNH

Xét mặt cắt ngang như hình H.6.7, giả sử biết I_x, I_y và I_{xy} của mặt cắt ngang. Bây giờ chọn hệ trục tọa độ quay quanh *O* một góc α, ta được hệ trục tọa độ mới *Ouv*. Tìm sự liên hệ giữa I_x, I_y, I_{xy} và I_u, I_v, I_{uv}.



Hình H.6.7

Ta có công thức chuyển trục:

$$\begin{cases} u = x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ v = y\cos\alpha - x\sin\alpha \end{cases}$$

Nên:

$$I_u = \int_F (ycos\alpha - xsin\alpha)^2 dF = I_x cos^2\alpha - 2I_{xy} sin\alpha cos\alpha + I_y sin^2\alpha$$

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} cos2\alpha - I_{xy} sin2\alpha \quad (6.16)$$

Tương tự:

$$I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} cos2\alpha + I_{xy} sin2\alpha \quad (6.17)$$

$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} sin2\alpha + I_{xy} cos2\alpha \quad (6.18)$$

Trên đây là công thức xoay trục của momen quán tính.

Nhận xét:

- $I_u + I_v = I_x + I_y$

- Các công thức trên giống với công thức tính σ_u , σ_v và τ_{uv}.

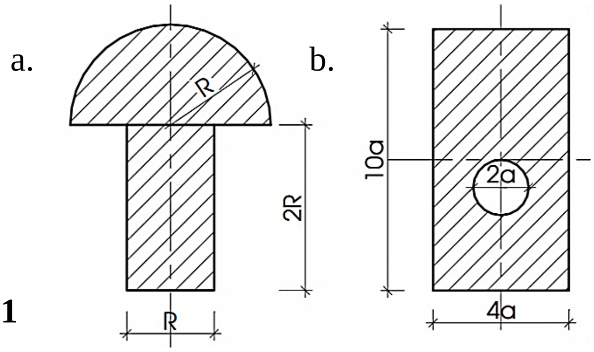
- Điều kiện để xác định trục chính là $I_{uv} = 0$. Hoàn toàn giống với điều kiện xác định mặt chính trong trạng thái ứng suất $\tau_{uv} = 0$.

Vì vậy, ta có thể sử dụng các kết quả đã nghiên cứu ở chương trước để xác định hệ trục chính và momen quán tính chính:

$$I_{max/min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_x - I_y\right)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (6.19)$$

$$tan\alpha_{1,2} = \frac{I_{xy}}{I_y - I_{max/min}} \quad (6.20)$$

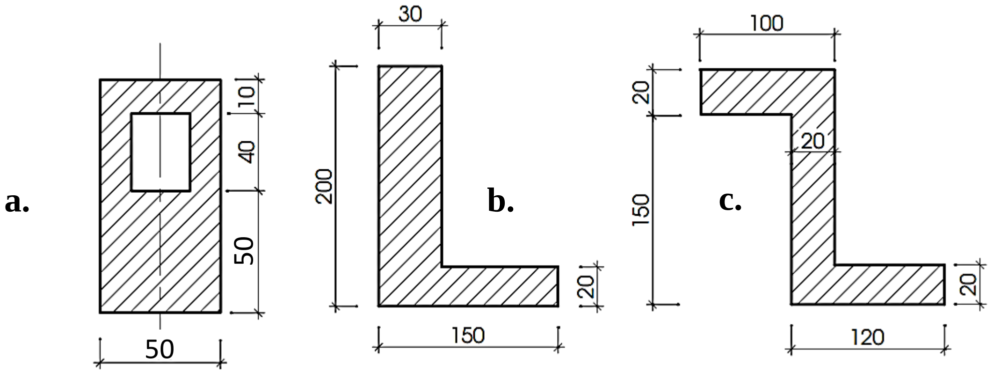
1. Tính các mô men quán tính chính trung tâm của các tiết diện (H.1)



Hình H.1

Đáp số: a. $I_x = 2,5503R^4$, $I_y = 0,5543R^4$; **b.** $I_x = 329,172a^4$; $I_y = 52,558a^4$

2. Tính các mô men quán tính chính trung tâm của các tiết diện ở H.2 (đơn vị đo trên hình vẽ bằng *mm*).



Hình H.2

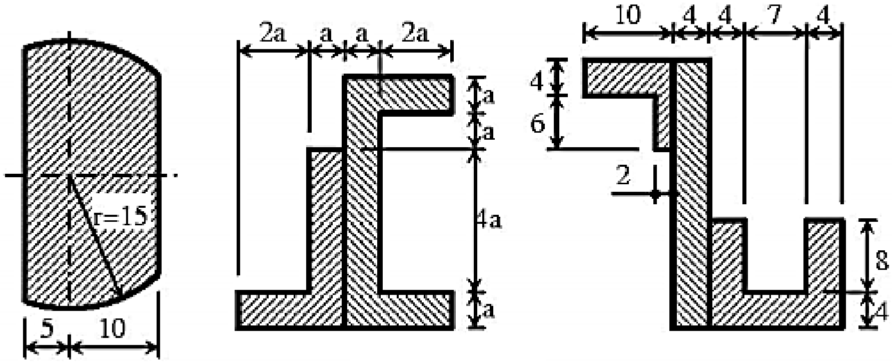
Đáp số:

a. $I_x = 337,51cm^4$; $I_y = 95,17cm^4$

b. $\alpha = 23.893^0$; $I_{max} = 3909,21\ cm^4$; $I_{min} = 784,65\ cm^4$

c. $\alpha = 31.721^0$; $I_{max} = 3759,53\ cm^4$; $I_{min} = 443,92\ cm^4$

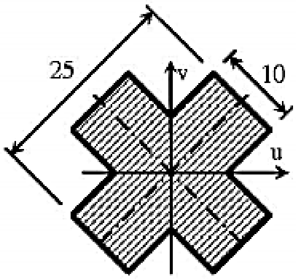
3. Tính các mô men quán tính chính trung tâm của các tiết diện hình H.3.



Hình H.3

4. **Xác định mô men quán tính của mặt cắt ngang chữ thập trên hình *H.4* đối với hệ trục tọa độ (*u,v*). Đơn vị trên hình là *cm*.**

Hình H.4

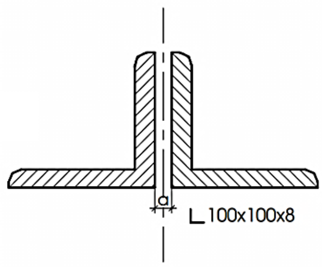


Đáp số:

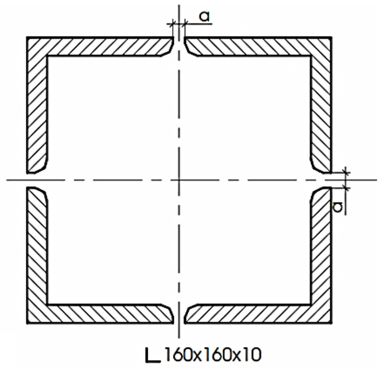
$I_u = I_v = 14271\ cm^4$

5. **Xác định các mô men quán tính chính trung tâm của các mặt cắt ngang ghép từ các thép góc đều cạnh (hình H.5). Cho *a = 1cm*.**

a.

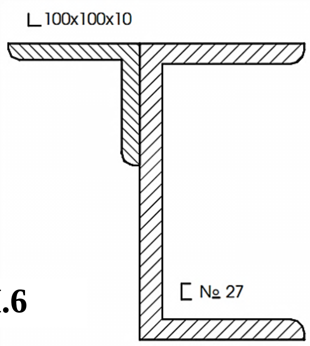


b.



Hình H.5

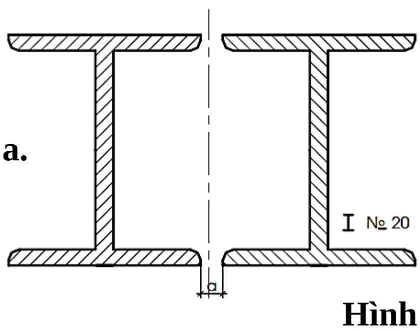
6. **Tìm vị trí các trục quán tính chính trung tâm và tính các mô men quán tính chính trung tâm của tiết diện ghép như hình vẽ *H.6*.**



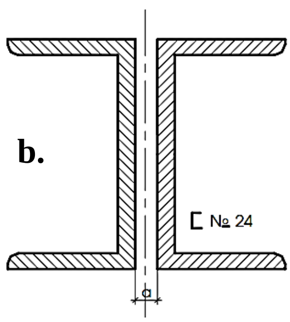
Hình H.6

7. **Xác định khoảng cách *a* để các mô men quán tính chính trung tâm của tiết diện ghép bằng nhau (hình *H.7*).**

a.



b.



Hình H.7

Chương 7

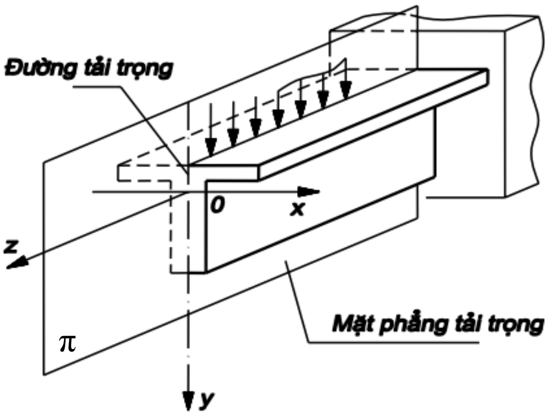
UỐN PHẲNG THANH THẲNG

I. KHÁI NIỆM CHUNG

♦ Thanh chịu uốn là thanh có trục bị uốn cong dưới tác dụng của ngoại lực. Thanh có trục nằm ngang chịu uốn được gọi là dầm.

♦ Ngoại lực: Lực tập trung *P*, lực phân bố *q* tác dụng vuông góc với trục dầm hay momen ngẫu lực M nằm trong mặt phẳng chứa trục dầm (H.7.1).

♦ Mặt phẳng tải trọng: Mặt phẳng (π) chứa ngoại lực và trục dầm.



Hình H.7.1

Đường tải trọng: Giao tuyến của mặt phẳng tải trọng với mặt cắt ngang.

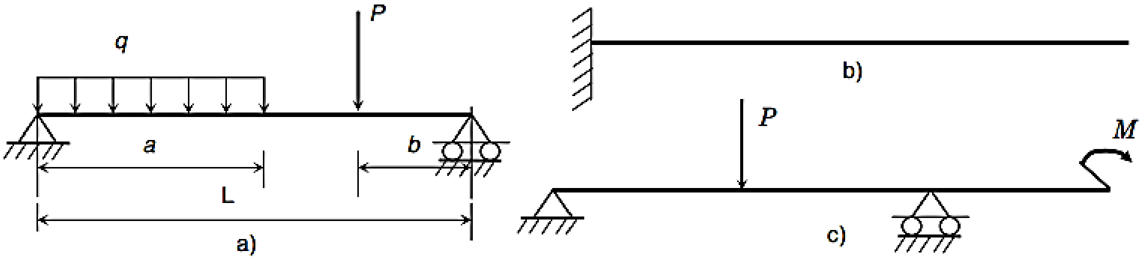
♦ Giới hạn bài toán:

+ Chỉ khảo sát các thanh mặt cắt ngang có ít nhất một trục đối xứng. Trục đối xứng này và trục thanh hợp thành mặt phẳng đối xứng. Tải trọng nằm trong mặt phẳng đối xứng.

+ Mặt phẳng tải trọng trùng mặt phẳng đối xứng, đường tải trọng cũng là trục đối xứng của mặt cắt ngang.

+ Trục dầm sau khi bị cong vẫn nằm trong mặt phẳng (π) được gọi là uốn phẳng.

+ Mặt cắt ngang dầm có chiều rộng bé so với chiều cao.



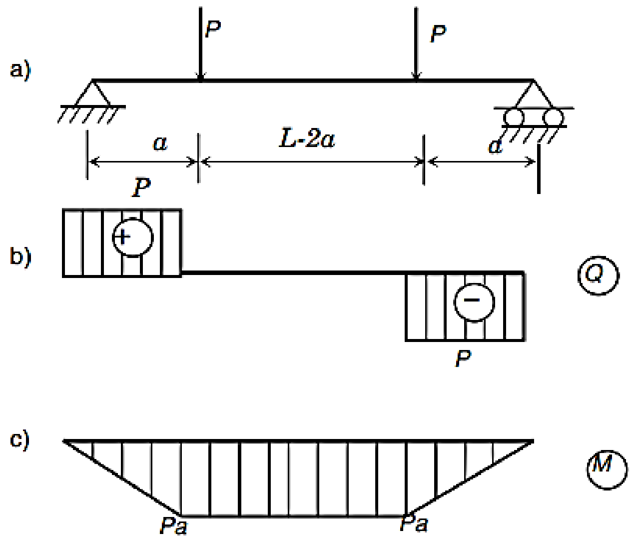
Hình H.7.2

♦ **Nội lực: Tuỳ theo ngoại lực tác dụng mà trên mặt cắt ngang dầm có các nội lực là lực cắt Q_y và mômen uốn M_x.**

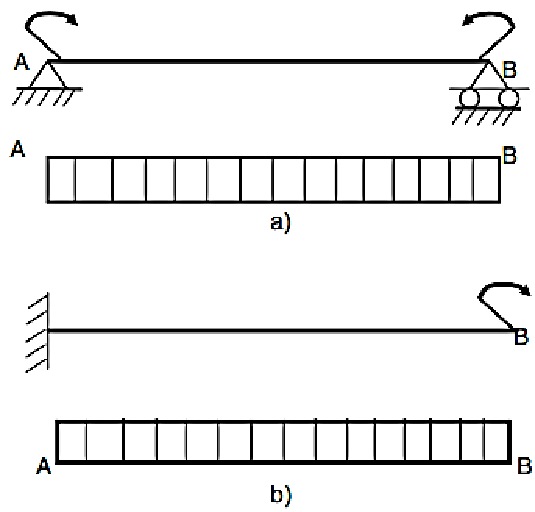
♦ **Phân loại:**

- **Uốn thuần túy phẳng: Nội lực chỉ có mômen uốn M_x = hằng số**
- **Uốn ngang phẳng: Nội lực gồm lực cắt Q_y và mômen uốn M_x**

♦ **Dầm ở H.7.3 có đoạn giữa CD chịu uốn thuần túy, dầm ở H.7.4 chịu uốn thuần túy. Đoạn dầm AC và DB của dầm ở H.7.3 chịu uốn ngang phẳng.**



Hình H.7.3



Hình H.7.4

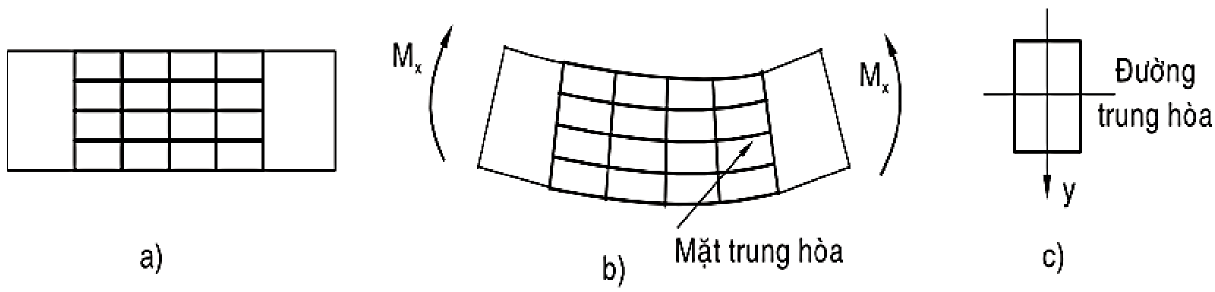
<u>II. UỐN THUẦN TÚY PHẲNG</u>

<u>1. Định nghĩa</u>: Thanh chịu uốn thuần túy phẳng khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ có một nội lực M_x.

Dấu của M_x: $M_x > 0$ khi căng (kéo) thớ dưới (thớ $y > 0$) của dầm.

<u>2. Tính ứng suất trên mặt cắt ngang:</u>

a. Thí nghiệm và quan sát biến dạng:

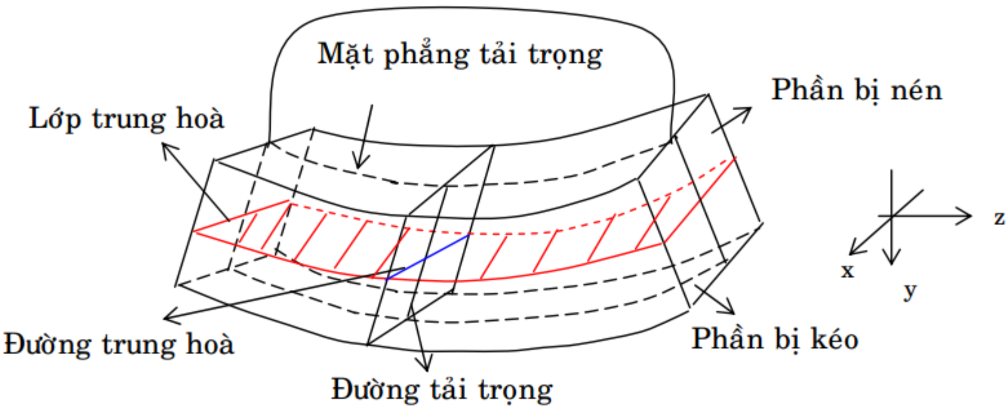


Hình H.7.5

Kẻ lên mặt ngoài của một thanh thẳng chịu uốn như H.7.5a những đường song song với trục thanh tượng trưng cho các thớ dọc và những đường vuông góc với trục thanh tượng trưng cho các mặt cắt ngang, các đường này tạo thành các lưới ô vuông.

Sau khi biến dạng (H.7.5b), trục thanh bị cong, các đường thẳng song song với trục thanh thành các đường cong song song với trục thanh; những đường vuông góc với trục thanh vẫn còn vuông góc với trục thanh, nghĩa là các góc vuông được bảo toàn trong quá trình biến dạng.

Ngoài ra, nếu quan sát thanh thì thấy các thớ bên dưới dãn ra (bị kéo) và các thớ bên trên co lại (bị nén). Như thế, từ thớ bị dãn sang thớ bị co sẽ tồn tại các thớ mà chiều dài không thay đổi trong quá trình biến dạng, gọi là thớ trung hòa. Các thớ trung hòa tạo thành lớp trung hòa. Giao tuyến của lớp trung hoà với mặt cắt ngang tạo thành đường trung hòa. Vì mặt cắt ngang có chiều rộng bé nên đường trung hòa xem như thẳng (H.7.5.c).



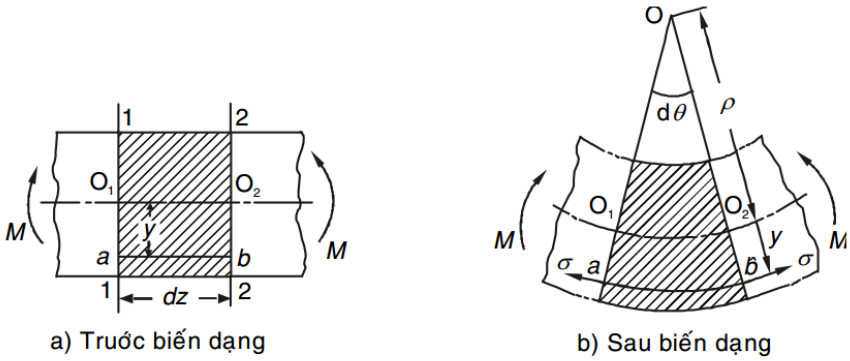
Hình H.7.6

Sau biến dạng các mặt cắt ngang 1-1 và 2-2 ban đầu cách nhau một đoạn vi phân *dz* sẽ cắt nhau tại tâm cong O' (H.7.7b) và hợp thành một góc dθ.

Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hòa, tức khoảng cách từ *O'* đến thớ trung hòa. Độ dãn dài tương đối của một thớ *ab* ở cách thớ trung hòa một khoảng cách *y* cho bởi:

$$\varepsilon_z = \frac{ab - O_1O_2}{O_1O_2} = \frac{(\rho + y)d\theta - dz}{dz} = \frac{(\rho + y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} = \kappa y \qquad (a)$$

trong đó: κ - là độ cong của dầm.



H.7.7 Đoạn dầm vi phân *dz*

Hệ thức này chứng tỏ biến dạng dọc trục dầm tỉ lệ với độ cong và biến thiên tuyến tính với khoảng cách *y* từ thớ trung hòa.

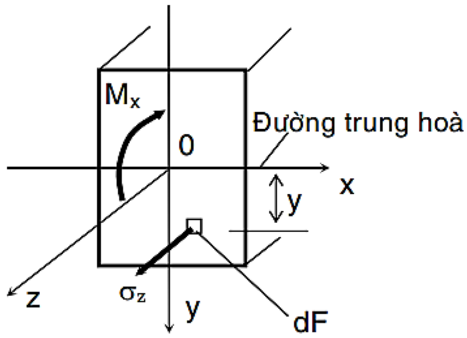
b. Thiết lập công thức tính ứng suất:

Mỗi thớ dọc của dầm chỉ chịu kéo hoặc nén (các điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang ở trạng thái ứng suất đơn).

Định luật Hooke ứng với trạng thái ứng suất đơn cho ta:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E\kappa y \qquad (b)$$

Ứng suất pháp tác dụng trên mặt cắt ngang biến thiên bậc nhất với khoảng cách *y* từ thớ trung hòa.



H.7.8. Ứng suất pháp và mô men uốn trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn

Xét hợp lực của các ứng suất pháp trên toàn mặt cắt ngang.

+ Liên hệ giữa σ_z và N_z

$$\int_F \sigma_z\, dF = \int_F E\kappa y dF = N_z = 0 \qquad (c)$$

Vì độ cong κ và môđun đàn hồi *E* là hằng số nên có thể đem ra ngoài dấu tích phân, $\Rightarrow \int_F ydF = 0$ $\qquad (d)$

Từ (d) cho thấy mômen tĩnh của diện tích mặt cắt ngang đối với trục trung hoà *x* bằng không ⇔ trục trung hoa *x* đi qua trọng tâm mặt cắt ngang.

Tính chất này cho phép xác định trục trung hoà của bất kỳ mặt cắt ngang nào. Nếu trục *y* là trục đối xứng, thì hệ trục (*x,y*) chính là hệ trục quán tính chính trung tâm.

+ Liên hệ giữa σ_z và M_x

$$M_x = \int_F \sigma_z y\, dF = E\kappa \int_F y^2 dF = \kappa E I_x \qquad (e)$$

Trong đó $I_x = \int_F y^2 dF$ là momen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa *x*.

Biểu thức (e) được viết lại như sau:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x} \qquad (7.1)$$

EI_x gọi là độ cứng uốn của dầm.

Thế (7.1) vào (b) ⇒ Công thức tính ứng suất pháp tại một điểm trên mặt cắt ngang dầm:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \qquad (7.2)$$

Ứng suất biến thiên bậc nhất theo tung độ *y* và *y* là khoảng cách của điểm tính ứng suất kể từ trục trung hoà x (M_x và *y* mang dấu đại số).

Công thức kỹ thuật:

Nếu mômen uốn dương, dầm bị căng (bị kéo) thớ dưới, các thớ trên bị nén. Kết quả ngược lại nếu mômen uốn âm. Do vậy trong thực hành, ta có thể sử dụng công thức kỹ thuật để tính ứng suất:

$$\sigma = \pm \frac{|M_x|}{I_x} |y| \qquad (7.3)$$

ta sẽ lấy: dấu (+) nếu M_x gây kéo tại điểm cần tính ứng suất.

dấu (–) nếu M_x gây nén tại điểm cần tính ứng suất.

3. Biểu đồ ứng suất pháp - Ứng suất pháp cực trị:

♦ Biểu đồ ứng suất pháp:

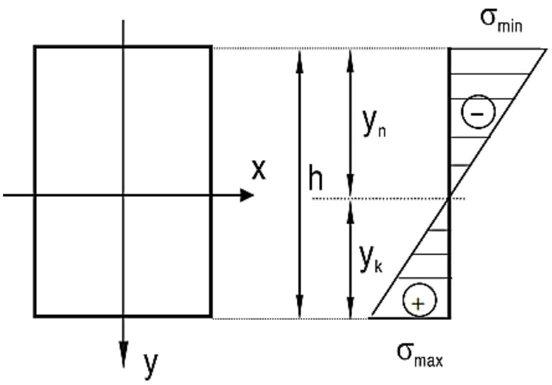
+ Những điểm càng ở xa trục trung hòa có trị số ứng suất càng lớn.

+ Những điểm cùng có khoảng cách tới thớ trung hòa sẽ có cùng trị số ứng suất pháp.

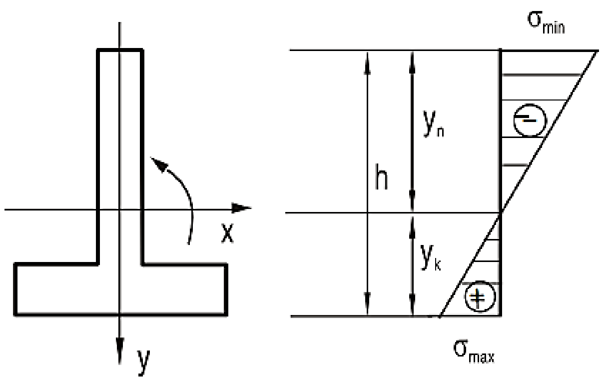
Biểu đồ phân bố ứng suất pháp là đồ thị biểu diễn giá trị các ứng suất tại các điểm trên mặt cắt ngang. Dấu (+) chỉ ứng suất kéo, dấu (-) chỉ ứng suất nén.

*** Trường hợp mặt cắt ngang có hai trục đối xứng (tròn, chữ nhật..) cho bởi H.7.9**

*** Trường hợp mặt cắt ngang chỉ có một trục đối xứng (chữ I,U) cho bởi H.7.10.**



H.7.9



H.7.10

♦ Ứng suất pháp cực trị:

Tính ứng suất pháp khi kéo và khi nén lớn nhất trên mặt cắt ngang dầm ở những điểm xa đường trung hòa nhất.

Gọi y^k_{max}, y^n_{max} lần lượt là khoảng cách thớ chịu kéo và thớ chịu nén ở xa đường trung hòa nhất. Khi đó ứng suất chịu kéo lớn nhất σ_{max} và ứng suất chịu nén lớn nhất σ_{min} sẽ tính bởi các công thức:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{I_x}|y^k_{max}| = \frac{|M_x|}{W^k_x} \qquad (7.4a)$$

$$\sigma_{min} = \frac{|M_x|}{I_x}|y^n_{max}| = \frac{|M_x|}{W^n_x} \qquad (7.4b)$$

Với

$$W^k_x = \frac{I_x}{|y^k_{max}|} \;;\; W^n_x = \frac{I_x}{|y^n_{max}|} \qquad (7.5)$$

Các đại lượng W_x^k ,W_x^n gọi là các *suất tiết diện* hoặc *mômen chống uốn* của mặt cắt ngang. Mômen chống uốn càng lớn dầm chịu được mômen uốn càng lớn.

Trường hợp đặt biệt: Nếu trục x (trục trung hòa) cũng là trục đối xứng (mặt cắt chữ nhật, tròn, I,...) thì:

$$|y_{max}^k| = |y_{max}^n| = \frac{h}{2}$$

Khi đó:

$$W_x^k = W_x^n = W_x = \frac{2I_x}{h} \qquad (7.6)$$

Ứng suất nén và kéo cực đại có trị số bằng nhau:

$$\sigma_{max} = |\sigma_{min}| = \frac{|M_x|}{W_x} \qquad (7.7)$$

∗ Mặt cắt ngang hình chữ nhật với bề rộng *b* và chiều cao *h*:

$$I_x = \frac{bh^3}{12};\ W_x = \frac{bh^2}{6} \qquad (7.8)$$

∗ Mặt cắt ngang hình tròn:

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} \approx 0.05D^4;\ W_x = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0.1D^3 \qquad (7.9)$$

∗ Mặt cắt ngang hình vành khăn: đường kính ngoài *D*, đường kính trong *d*

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64}(1-\eta^4);\ W_x = \frac{\pi D^3}{32}(1-\eta^4) \qquad (7.10)$$

với $\eta = d/D$

∗ Mặt cắt ngang hình I, C: Tra bảng thép định hình.

4. Điều kiện bền - Ba bài toán cơ bản

Điều kiện bền:

+ Dầm bằng vật liệu dòn: $[\sigma]_k \neq [\sigma]_n$

$$|\sigma_{min}| \leq [\sigma]_n\ ;\ \sigma_{max} \leq [\sigma]_k \qquad (7.11a)$$

+ Dầm bằng vật liệu dẻo: $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$

$$max|\sigma| \leq [\sigma] \qquad (7.11b)$$

Ba bài toán cơ bản:

+ Bài toán kiểm tra bền (bài toán thẩm kế);

+ Bài toán chọn kích thước mặt cắt ngang (bài toán thiết kế);

+ Bài toán chọn tải trọng cho phép (bài toán sữa chữa, nâng cấp).

Bài toán cơ bản 1: Kiểm tra bền - Kiểm tra thanh chịu lực có đảm bảo độ bền hay không. Dùng (7.11a) hay (7.11b) để kiểm tra.

Bài toán cơ bản 2: Chọn kích thước mặt cắt ngang sao cho dầm thỏa điều kiện bền. Từ điều kiện bền tổng quát (7.11a,b) ⇒ mômen chống uốn và kích thước của mặt cắt ngang sẽ được xác định.

Bài toán cơ bản 3: Định tải trọng cho phép $[P]$ để dầm thỏa điều kiện bền.

<u>5. Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang.</u>

Hình dáng hợp lý là sao cho khả năng chịu lực của dầm là lớn nhất nhưng đồng thời ít tốn vật liệu nhất. Điều kiện:

$$|\sigma_{min}| = \frac{|M_x|}{I_x}|y_{max}^n| = [\sigma]_n\,;$$

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{I_x}|y_{max}^k| = [\sigma]_k$$

Lập tỉ số các ứng suất :

$$\frac{|y_{max}^k|}{|y_{max}^n|} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \alpha \qquad (7.12)$$

- Nếu vật liệu dòn: α< 1 vì : $[\sigma]_k < [\sigma]_n$ nên $|y_{max}^k| < |y_{max}^n|$

→ Ta chọn mặt cắt ngang không đối xứng qua trục trung hoà.

- Nếu vật liệu dẻo: α=1 nên $|y_{max}^k| = |y_{max}^n|$

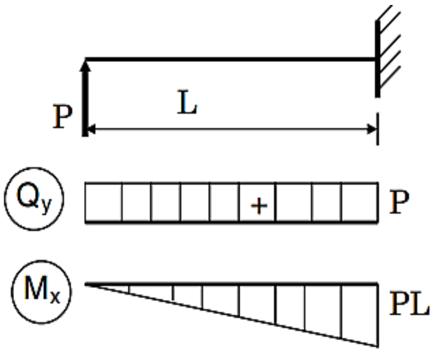
→ Ta chọn mặt cắt ngang đối xứng qua trục trung hoà.

Theo biểu đồ ứng suất ta thấy càng gần trục trung hoà ứng suất càng nhỏ, nên tại đó vật liệu làm việc ít hơn ở những điểm xa trục trung hòa, vì vậy thường cấu tạo hình dáng mặt cắt sao cho vật liệu xa trục trung hòa. Ví dụ hình chữ I, U, vành khăn, hình rỗng...

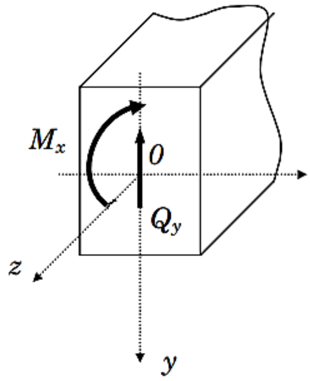
III. UỐN NGANG PHẲNG

1. Định nghĩa:

Dầm gọi là chịu uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang có 2 nội lực là: mômen uốn M_x và lực cắt Q_y (H 7.11).



H.7.11 Sơ đồ dầm chịu uốn ngang

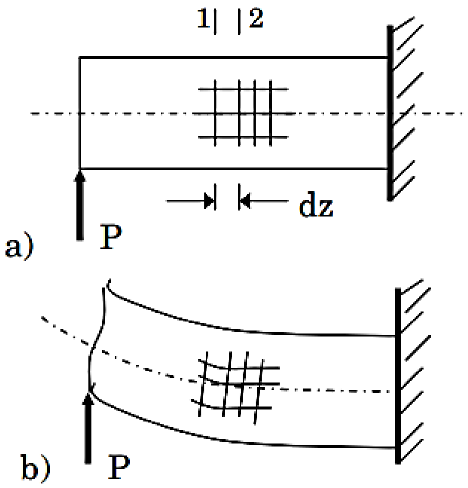


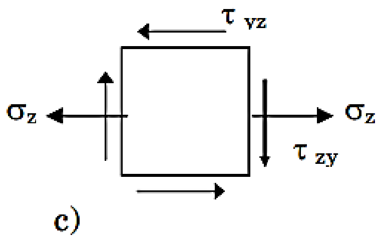
H.7.12 Mặt cắt ngang dầm chịu uốn ngang phẳng

2. Các thành phần ứng suất:

a. Thí nghiệm và quan sát biến dạng

Kẻ những đường song song và vuông góc với trục thanh (H.7.13a). Sau biến dạng các góc vuông không còn vuông (H.7.13b).





H.7.13 a) Thanh trước biến dạng
b) Thanh sau biến dạng
c) Trạng thái ứng suất phẳng

b. Trạng thái ứng suất:

Khác với trường hợp uốn thuần túy, ngoài ứng suất pháp σ_z do mômen M_x gây ra còn có ứng suất tiếp τ_{zy} do lực cắt Q_y gây ra. Trạng thái ứng suất của một phân tố có các mặt song song các trục tọa độ biểu diễn như hình 7.16c.

c. Công thức tính ứng suất pháp:

Chấp nhận với sai số không lớn dùng công thức (7.2) để tính ứng suất pháp trong thanh chịu uốn ngang phẳng.

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y$$

d. Công thức tính ứng suất tiếp:

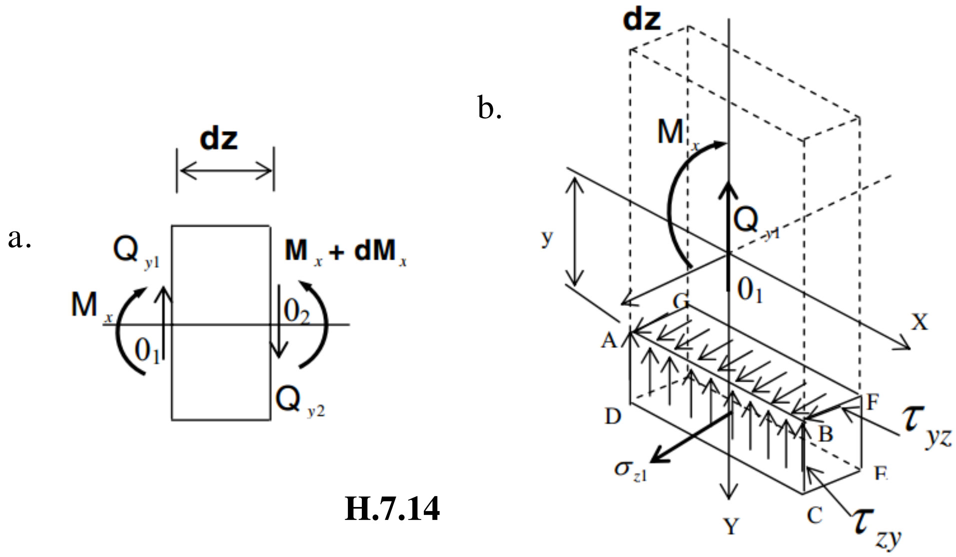
Giả thiết:

- Mặt cắt ngang dầm có chiều rộng bé so với chiều cao.

- Ứng suất tiếp phân bố đều theo bề rộng của mặt cắt và cùng chiều với lực cắt (nghĩa là mọi điểm nằm cách đều đường trung hòa thì có cùng trị số ứng suất tiếp).

Ta xác định quy luật phân bố ứng suất tiếp dọc theo chiều cao của mặt cắt ngang.

Xét đoạn dầm giới hạn bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau *dz* (H.7.14a).



H.7.14

Để khảo sát ứng suất tiếp tại điểm *K* cách đường trung hòa *x* một khoảng *y*, ta dùng mặt cắt đi qua *K* vuông góc với lực cắt.

Xét cân bằng của phần dưới ABCDEFGH (H.7.14b)

Theo các giả thiết đã nêu, các ứng suất tiếp τ_{zy} thẳng đứng có phương song song với lực cắt thì phân bố đều trên mặt thẳng đứng ABCD. Ngoài ra theo định luật đối ứng của ứng suất tiếp, trên mặt vuông góc với mặt cắt ngang ABFE cũng có ứng suất tiếp τ_{yz} có giá trị bằng với τ_{zy} (H.7.14b).

Như vậy, tồn tại ứng suất tiếp theo phương ngang giữa các lớp song song với trục dầm cũng như các ứng suất tiếp thẳng đứng trên các mặt cắt ngang của dầm. Tại một điểm, các ứng suất này có giá trị bằng nhau.

Phương trình cân bằng theo phương *z* dọc trục thanh cho:

$$N_1 - N_2 + T = 0 \qquad (a)$$

trong đó: N_1, N_2 – lần lượt là hợp của các lực tác dụng trên mặt 1-1, 2-2 được tính bởi:

$$N_1 = \int_{F_c} \sigma_{z1}\, dF = \int_{F_c} \frac{M_x}{I_x} y dF \qquad (b)$$

$$N_2 = \int_{F_c} \sigma_{z2}\, dF = \int_{F_c} \frac{M_x + dM_x}{I_x} y dF \qquad (c)$$

T- là hợp của các lực tác dụng trên mặt trên ABEF của phần tử:

$$T = \tau_{yz} b_c dz \qquad (d)$$

Thay (b), (c), (d) vào (a):

$$\Rightarrow \int_{F_c} \frac{M_x}{I_x} y dF - \int_{F_c} \frac{M_x + dM_x}{I_x} y dF + \tau_{yz} b_c dz \qquad (e)$$

Thực hiện rút gọn ta được:

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{dM_x}{dz}\left(\frac{1}{I_x b^c}\right)\int_{F_c} y dF \qquad (f)$$

thay $Q_y = dM_x/dz$ ta được:

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{Q_y}{I_x b^c}\int_{F_c} y dF \qquad (g)$$

Đặt: $S_x^c = \int_{F_c} y dF$

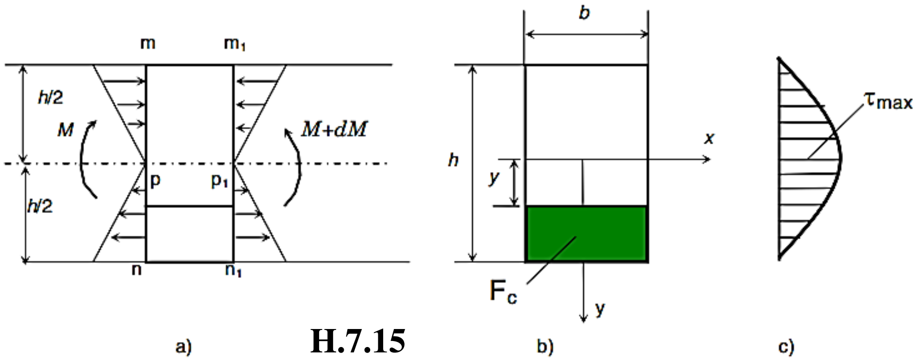
$$\Rightarrow \qquad \tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{Q_y S_x^c}{I_x b^c} \qquad (7.13)$$

Công thức (7.13) gọi là công thức D.I. Zhuravski, trong đó:

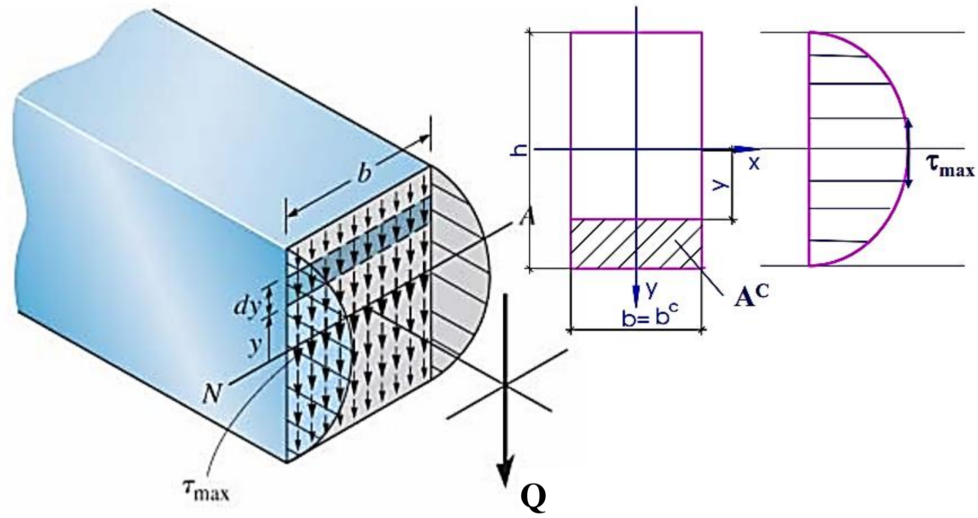
- **S_x^c: momen tĩnh của phần diện tích bị cắt (F_c) đối với trục trung hòa.**
- **b^c: bề rộng tiết diện cắt.**
- **I_x: Momen quán tính của tiết diện.**
- **Q_y: Lực cắt tại tiết diện đang tính.**

e. Phân bố ứng suất tiếp trên một số mặt cắt thường gặp:

+ Mặt cắt ngang chữ nhật (H.7.15):



H.7.15



Diện tích bị cắt F_c là hình chữ nhật, nên

$$S_x^c = b\left(\frac{h}{2} - y\right)\left(y + \frac{\frac{h}{2} - y}{2}\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

Thay vào (7.13):

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{2I_x}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

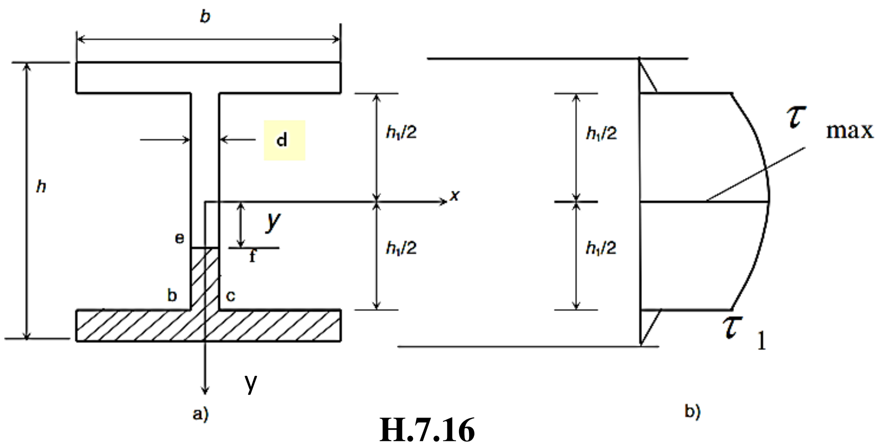
Hệ thức này chứng tỏ ứng suất tiếp trong dầm tiết diện chữ nhật biến thiên theo quy luật bậc hai theo khoảng cách *y* từ trục trung hòa và biểu đồ theo chiều cao của dầm có dạng như trên H.7.15c.

+ $\tau_{zy} = 0$ khi y ± h/2 (các điểm ở biên trên, dưới của mặt cắt)

+ $\tau = \tau_{max}$ khi y= 0 (các điểm trên trục trung hòa):

$$\tau_{max} = \frac{Q_y h^2}{8I_x} = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} \qquad (7.14)$$

+ Mặt cắt ngang hình chữ I, hay chữ T



H.7.16

Các mặt cắt ngang chữ I hay chữ T được xem như cấu tạo bởi các hình chữ nhật ghép nên với mức độ chính xác nhất định, các công thức dùng cho dầm mặt cắt ngang chữ nhật cũng dùng được cho các loại mặt cắt này. Ứng suất tiếp được tính bằng công thức Zhuravski 7.13.

♦ τ_{zy} trong bản bụng:

Xét điểm có tung độ *y* (H.7.21a). $b^c = d$ chính là bề rộng bản bụng, S_x^c là mômen tĩnh của phần diện tích gạch chéo dưới mức ef đối với trục trung hòa x. S_x^c có thể tính bằng mômen tĩnh của nửa hình I (trong bảng ghi là S_x) trừ mômen tĩnh của phần diện tích (y *x* d)

$$S_x^c = S_x - y \times d \times \frac{y}{2}$$

⇒ Ứng suất tiếp τ_{zy} trong bản bụng của dầm chữ *I* là:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{I_x d}\left[S_x - d \times \frac{y^2}{2}\right]$$

Công thức trên chỉ rằng ứng suất tiếp trong bản bụng của dầm chữ I biến thiên theo quy luật parabol dọc theo chiều cao của dầm.

❖ $\tau_{zy} = \tau_{max}$ khi y = 0 (các điểm trên trục trung hòa):

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{I_x d} \qquad (7.15)$$

♦ τ_{zy} trong bản cánh:

Xét một điểm trong bản cánh, bề rộng cắt $b^c = b$ khá lớn so với *d*, nên τ_{zy} trong cánh bé, có thể bỏ qua (H.7.16)

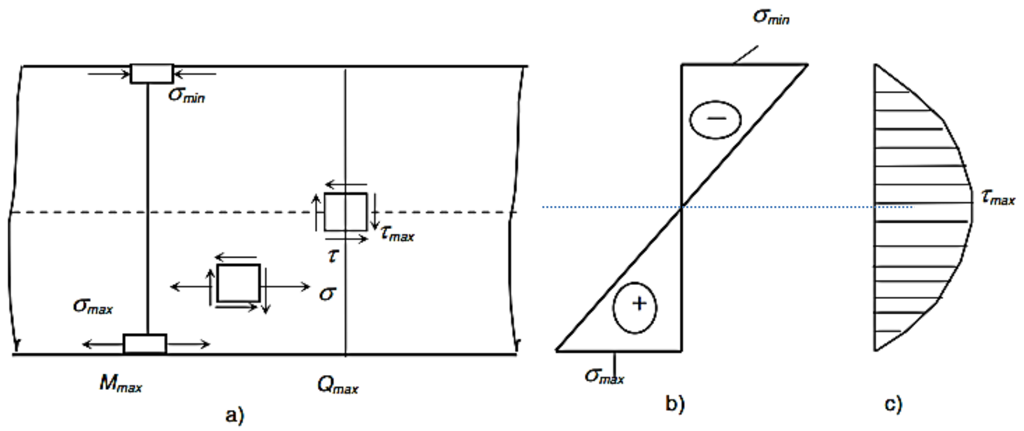
3. Kiểm tra bền dầm chịu uốn ngang phẳng

Trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng có 2 ứng suất:

- Ứng suất pháp σ_z do mômen uốn M_x gây ra.

- Ứng suất tiếp τ_{zy} do lực cắt Q_y gây ra.

Biểu đồ phân bố ứng suất pháp và ứng suất tiếp theo chiều cao của mặt cắt ngang hình chữ nhật (H.7.17b,c), ta thấy có ba loại phân tố ở trạng thái ứng suất khác nhau (H.7.17a):



H.7.17

- Những điểm ở biên trên và dưới $\tau = 0$, chỉ có $\sigma_z \neq 0$ nên trạng thái ứng suất của các phân tố ở những điểm này là trạng thái ứng suất đơn.

- Những điểm nằm trên trục trung hòa $\sigma_z = 0$, chỉ có τ_{max} nên trạng thái ứng suất của những phân tố ở những điểm này là trượt thuần túy.

- Các điểm khác, $\sigma_z \neq 0$ và $\tau_{zy} \neq 0$, nên chúng ở trạng thái ứng suất phẳng đặt biệt.

⇒ Khi kiểm tra bền toàn dầm, phải bảo đảm mọi phân tố đều thỏa điều kiện bền (đủ 3 điều kiện bền).

a) Phân tố ở trạng thái ứng suất đơn (những điểm ở trên biên trên và dưới của dầm), xét tại mặt cắt có M_{max} và sử dụng thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất ta có:

+ Dầm làm bằng vật liệu dẻo, $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$, điều kiện bền:

$$\max |\sigma| \leq [\sigma] \qquad (7.16)$$

+ Dầm làm bằng vật liệu dòn, $[\sigma]_k \neq [\sigma]_n$, điều kiện bền:

$$|\sigma_{min}| \leq [\sigma]_n \; ; \; \sigma_{max} \leq [\sigma]_k \qquad (7.17)$$

b) Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy (những điểm nằm trên trục trung hòa), xét tại mặt cắt có $|Q_y|_{max}$ ta có:

$$\tau_{max} = \frac{|Q_y|_{max} S_x}{I_x b^c} \leq [\tau] \qquad (7.18)$$

+ Dầm bằng vật liệu dẻo:

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (TB3):

$$\tau_{max} \leq [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} \qquad (7.19)$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (TB4):

$$\tau_{max} \leq [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \qquad (7.20)$$

+ Dầm bằng vật liệu dòn: sử dụng thuyết bền Mohr (TB5):

$$\tau_{max} \leq [\tau] = \frac{[\sigma]_k}{1+m} \quad ; \; m = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} \qquad (7.21)$$

c) Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

- Xét tại mặt cắt có mômen uốn M_x và lực cắt Q_y cùng lớn (có thể nhiều mặt cắt).

- Chọn điểm nguy hiểm trên mặt cắt để có σ_z và τ_{zy} tương đối lớn (chỉ cần kiểm tra tại những nơi nguy hiểm như nơi tiếp giáp giữa lòng và đế của mặt cắt chữ *I*, chữ *C*...) chỗ thay đổi tiết diện. Các ứng suất của phân tố này được tính bởi các công thức quen thuộc:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \; ; \quad \tau_{yz} = \frac{Q_y S_x}{I_x b^c}$$

-Tính ứng suất chính của phân tố.

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad (7.22)$$

Điều kiện bền:

+ Dầm làm bằng vật liệu dẻo:

Theo TB 3:

$$\sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{yz}^2} \leq [\sigma] \qquad (7.23)$$

Theo TB 4:

$$\sigma_{td4} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{yz}^2} \leq [\sigma] \qquad (7.24)$$

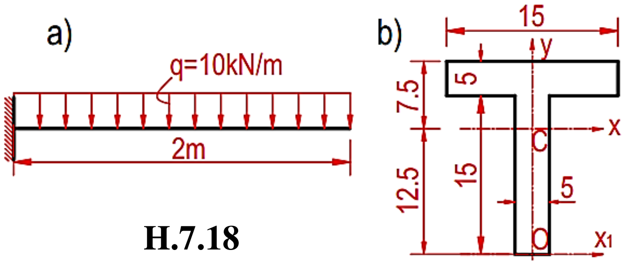
+ Dầm làm bằng vật liệu dòn: Dùng TB 5

$$\sigma_{td5} = \frac{1-m}{2}\sigma_z + \frac{1+m}{2}\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{yz}^2} \leq [\sigma] \qquad (7.25)$$

Từ đây cũng có ba bài toán cơ bản:

Bài toán cơ bản 1: Kiểm tra bền

Thí dụ: Một dầm thép mặt cắt chữ *T* có hình dáng và kích thước như hình 7.18b chịu tác dụng của lực như hình 7.18a. Hãy kiểm tra cường độcủa dầm biết $[\sigma]_k = 3$ kN/cm^2, $[\sigma]_n = 10$ kN/cm^2. Kích thước mặt cắt là*cm*.



H.7.18

- Bài giải: Nếu hệ trục toạ độ x_1y chọn như hình vẽ thì trục trung hòa x song song với trục x_1 và cách trục x_1 một khoảng:

$$y_c = \frac{15.5.7,5 + 15.5.17,5}{15.5 + 15.5} = 12,5\ cm$$

Momen quán tính của mặt cắt đối với trục trung hòa x (đồng thời cũng là momen quán tính chính trung tâm) của mặt cắt:

$$I_x = \frac{5.15^3}{12} + 5^2.5.15 + \frac{15.5^3}{12} + 5^2.5.15 = 5312,5cm^4$$

Với dầm chịu lực như hình (4.34a) thì mặt cắt tại ngàm momen có trị số lớn nhất:

$$M_x^{max} = -\frac{q.l^2}{2} = -\frac{10.2^2}{2} = -20kNm\ (căng\ thớ\ trên)$$

Theo công thức (7.4) ta tính được:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{I_x}\left|y_{max}^k\right| = \frac{20.10^2}{5312,5cm^4}.7,5 = 2,824\frac{kN}{cm^2} < [\sigma]_k$$

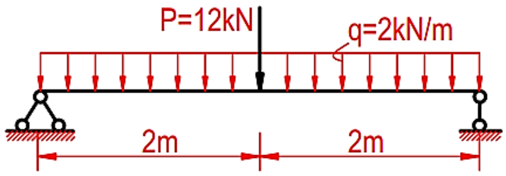
$$\sigma_{min} = \frac{|M_x|}{I_x}|y^n_{max}| = \frac{20.10^2}{5312,5cm^4}.12,5 = 4,706\frac{kN}{cm^2} < [\sigma]_n$$

→ **Dầm thỏa mãn điều kiện bền.**

Bài toán cơ bản 2: Chọn kích thước mặt cắt ngang

Dựa vào điều kiện bền của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn để chọn sơ bộ kích thước mặt cắt ngang dầm. Sau đó, tiến hành kiểm tra bền đối với các phân tố ở trạng thái ứng suất khác. Nếu không đạt thì thay đổi kích thước mặt cắt ngang.

<u>Thí dụ</u>: Một dầm mặt cắt chữ nhật có h = 1,4b, chịu lực như hình 7.19. Hãy chọn kích thước mặt cắt cho dầm. Biết: $[\sigma] = 1kN/cm^2$, $[\tau] = 0,6kN/cm^2$.



H.7.19

- Bài giải: Ta sẽ chọn kích thước mặt cắt theo điều kiện cường độ ứng suất pháp, sau đó kiểm tra lại theo điều kiện cường độ ứng suất tiếp.

Với dầm chịu lực như hình vẽ mặt cắt giữa nhịp có momen lớn nhất:

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} + \frac{ql^2}{8} = \frac{12.4}{4} + \frac{2.4^2}{8} = 16\ kNm$$

Còn các mặt cắt tại hai đầu dầm có lực cắt lớn nhất:

$$|Q_{max}| = \frac{P}{2} + \frac{ql}{2} = \frac{12}{2} + \frac{2.4}{2} = 10\ kN$$

Từ điều kiện cường độứng suất pháp ta tính được:

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{16.10^2}{1} = 1600cm^3$$

Vì mặt cắt hình chữ nhật nên ta có:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b.(1,4b)^2}{6} \geq 1600\ cm^3 \ \Rightarrow b \geq 17cm$$

Chọn b = 17 cm → h ≈ 24 cm.

Với kích thước mặt cắt ta tính được:

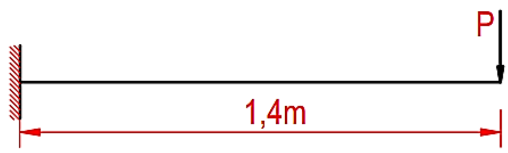
$$\tau_{max} = \frac{3}{2}.\frac{Q_y}{F} = \frac{3}{2}.\frac{10}{17.24} = 0,037\frac{kN}{cm^2} < [\tau]$$

Điều đó chứng tỏ mặt cắt đã chọn thỏa mãn điều kiện cường độ ứng suất tiếp.

Bài toán cơ bản 3: Định tải trọng cho phép

Từ điều kiện bền của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn, xác định sơ bộ tải trọng cho phép sau đó tiến hành kiểm tra bền các phân tố còn lại.

<u>Thí dụ</u>: Một dầm thép mặt cắt chữ *I* số hiệu 20, chịu tác dụng của lực như hình vẽ (hình H.7.20). Hãy xác định trị số cho phép của lực P tác dụng lên dầm. Biết ứng suất cho phép $[\sigma] = 14\ kN/cm^2$.



H.7.20

Bài giải: Mặt cắt thép chữ *I* số hiệu 20 có $W_x = 181\ cm^3$. Mặt cắt nguy hiểm tại ngàm có momen $M_{max} = Pl = 140P$.

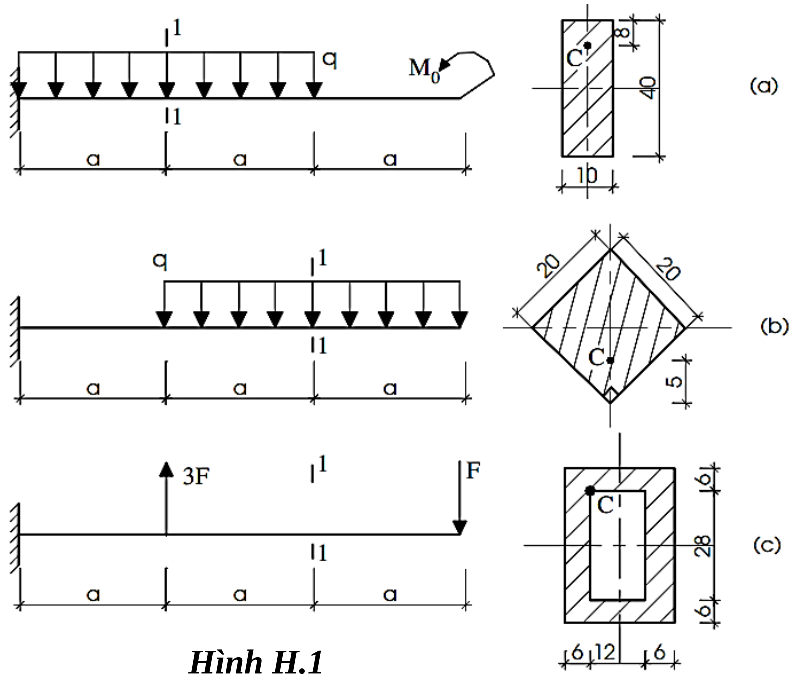
Từ điều kiện cường độ ta có:

$$M_{max} = 140P \le [\sigma]W_x = 14.181 = 2534kNcm$$

Suy ra: $P \le 18.1\ kN$.

Vậy trị số cho phép của lực *P*: $[P] = 18,1\ kN$.

1. Cho dầm có kích thước mặt cắt ngang và chịu tải trọng như hình vẽ H.1. Tính giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp tại điểm *C* thuộc mặt cắt ngang 1-1 của dầm. Biết q=10kN/m; a=1m; F=qa; M_0=qa^2, các kích thước theo *cm*.



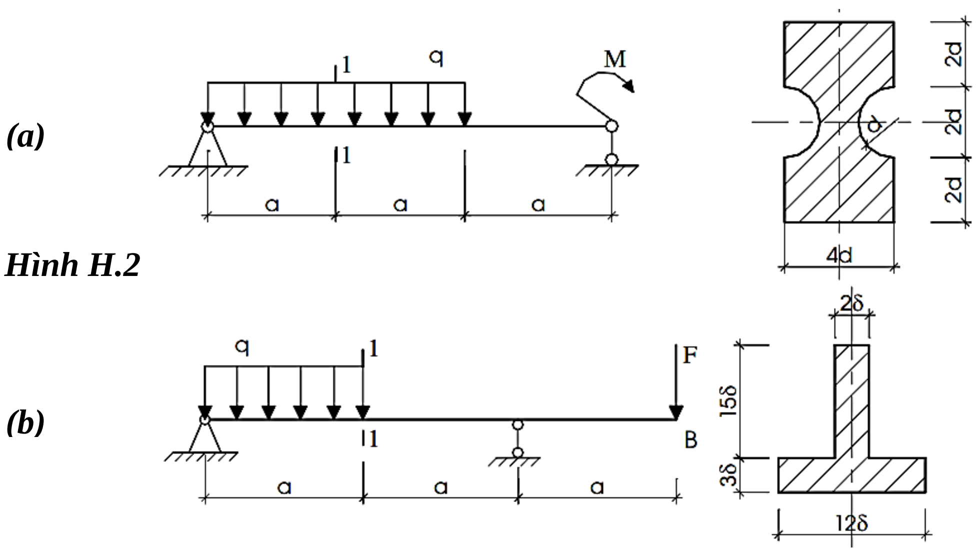
Hình H.1

Đáp số: (a) σ_c = 0.113 kN/cm^2; τ_c = 0.024 kN/cm^2.

(b) σ_c = kN/cm^2; τ_c = kN/cm^2.

(c) σ_c = kN/cm^2; τ_c = kN/cm^2.

2. Cho dầm chịu tải trọng nhưhình vẽ H.2. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực của dầm. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp và ứng suất tiếp tại mặt cắt ngang 1-1 của dầm. Cho a=1m; q=10kN/m; M=qa^2/2; F=qa; d=4cm; δ= 1cm.



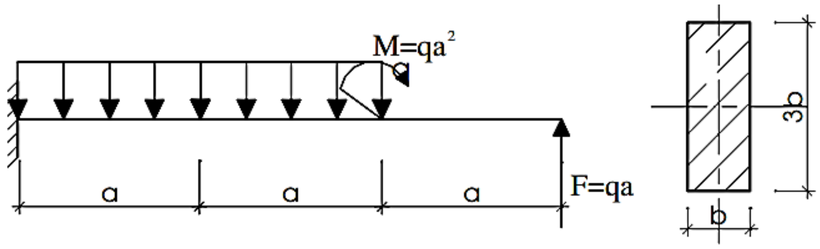
Hình H.2

3. Cho dầm có liên kết và chịu lực như hình vẽ H.3.

a. Vẽ các biểu đồ ứng lực cho dầm.

b. Xác định kích thước mặt cắt ngang theo điều kiện bền ứng suất pháp.

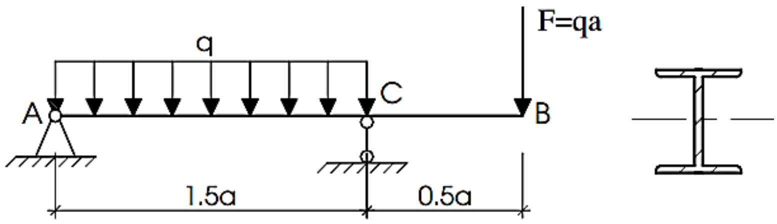
i. Biết a=1m ; q=10kN/m ; vật liệu có [σ]=1,2 kN/cm²^2.



Hình H.3a

Đáp số: b ≥ 1.77 cm

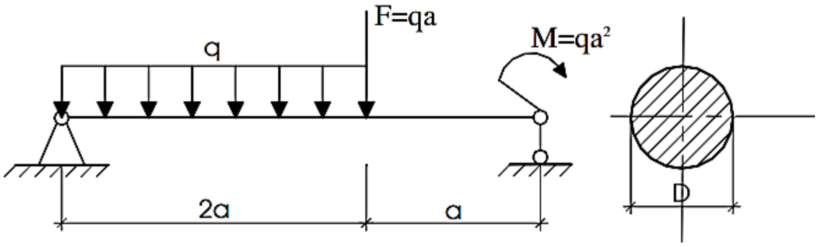
ii. Biết a=2m ; q=15kN/m ; vật liệu có [σ]=16 kN/cm^2.



Hình H.3b

Đáp số: Wx ≥ 187,5 cm^3

iii. Biết a=1,5m ; q=5kN/m ; vật liệu có [σ]=1,2 kN/cm^2.



Hình H.3c

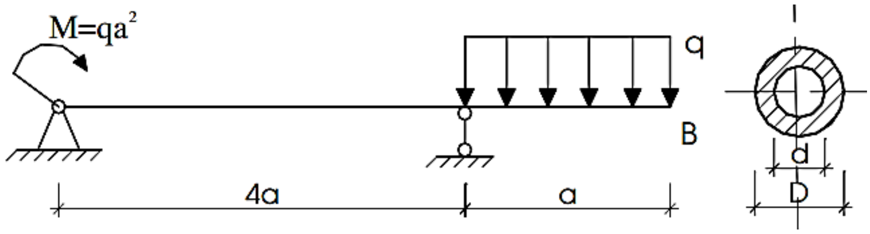
Đáp số: D ≥ 21,2 cm

4. Cho dầm có liên kết và chịu lực như hình vẽ H.4.

a. Vẽ các biểu đồ ứng lực cho dầm.

b. Xác định tải trọng cho phép theo điều kiện bền ứng suất pháp trong hai trường hợp:

***i.* Biết a = 0.5 m; d = 8 cm; D = 10 cm; [σ] = 16 kN/cm^2.**

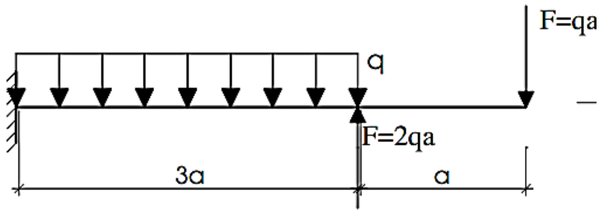


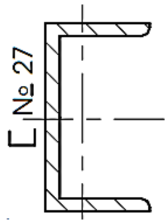
Hình H.4a

Đáp số: [q] = 37.1 kN/m

ii. Biết a=1m; mặt cắt ngang chữ U số 27 và ứng suất cho phép [σ]=16 kN/cm^2.

Với tải trọng cho phép tìm được hãy kiểm tra điều kiện bền cho trạng thái ứng suất trượt thuần túy và trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt.





Hình H.4b

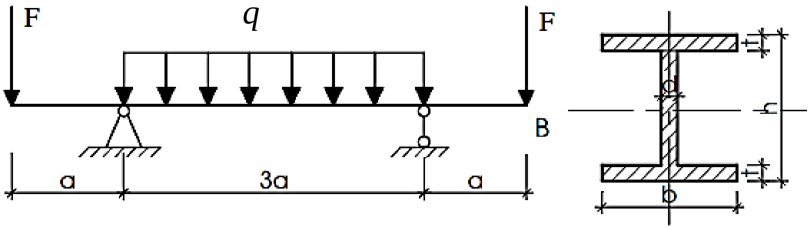
Đáp số: [q] = 19.7 kN/m; τ_{max} = 2.81 kN/cm^2; σ_{td3} = 15.3 kN/cm^2

5. Cho dầm có liên kết và chịu lực như hình vẽ H.5.

a. Vẽ các biểu đồ ứng lực cho dầm.

b. Kiểm tra điều kiện bền cho dầm (TT ứng suất đơn và TT trượt thuần túy).

Biết *a=1m; q=10kN/m; F=5kN; t=d=2cm; h=24cm; b=10cm. [σ]=3 kN/cm^2.*



Hình H.5

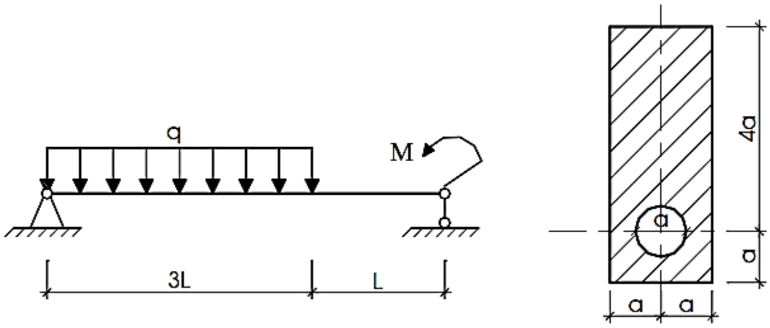
Đáp số: σ_{max} = 1,212 kN/cm^2< [σ]

6. Cho dầm có liên kết và chịu lực như hình vẽ H.6.

a. Vẽ các biểu đồ ứng lực cho dầm.

b. Kiểm tra điều kiện bền cho dầm.

Biết *q=15 kN/m; M=5 kNm; L=1 m; a=6 cm; [σ]$_k$=3 kN/cm^2; [σ]$_n$=8 kN/cm^2.*



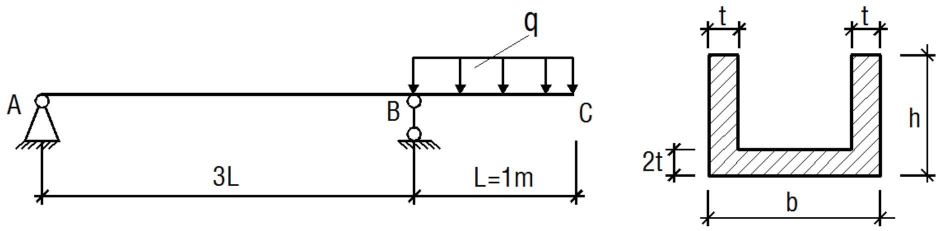
Hình H.6

Đáp số: σ_{max} ***= 1.856 kN/cm²; |***σ_{min}***| = 1.647 kN/cm²***

7. Dầm ABC có mặt cắt ngang chữ U chịu lực như trên hình H.7. Biết dầm làm bằng vật liệu có các ứng suất cho phép lần lượt là $[\sigma]_n$ = 3 kN/cm², $[\sigma]_k$ = 1 kN/cm², b = 20cm, t = 1 cm, L = 1m.

a. Nên bố trí mặt cắt ngang thế nào là hợp lý ?

b. Xác định chiều cao *h* của mặt cắt để ứng suất lớn nhất trong thớ chịu kéo và thớ chịu nén cùng đạt tới giá trị ứng suất cho phép. Tính tải trọng cho phép q theo điều kiện bền ứng suất pháp.



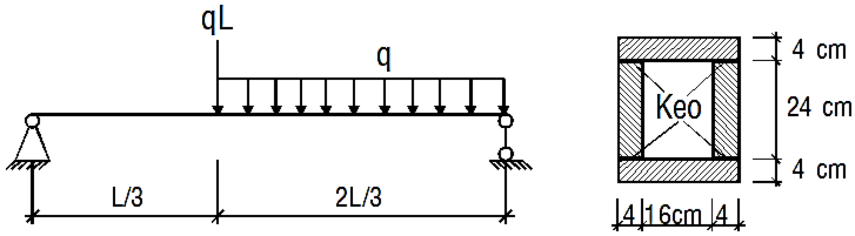
Hình H.7

Đáp số: h = 6cm & h=12 cm ; [q]=kN/cm

8. Dầm gỗ có tiết diện rỗng, ghép bằng keo dán, chịu lực như *H.8*. Cho biết *L=6m*.

a. Vẽ biểu đồ nội lực dầm.

b. Xác định [*q*] từ điều kiện bền ứng suất pháp của gỗ và ứng suất tiếp của keo dán. Gỗ có [σ] = *100 kgf/cm²*, keo dán có [τ] = *10 kgf/cm²*.



Hình H.8

Đáp số: [q] = 2,76 kgf/cm.

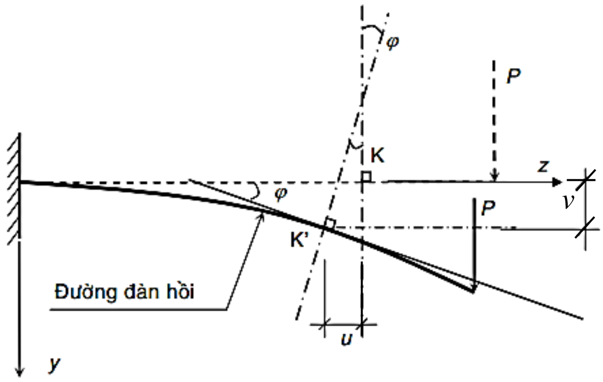
Chương 8

CHUYỂN VỊ CỦA DẦM CHỊU UỐN

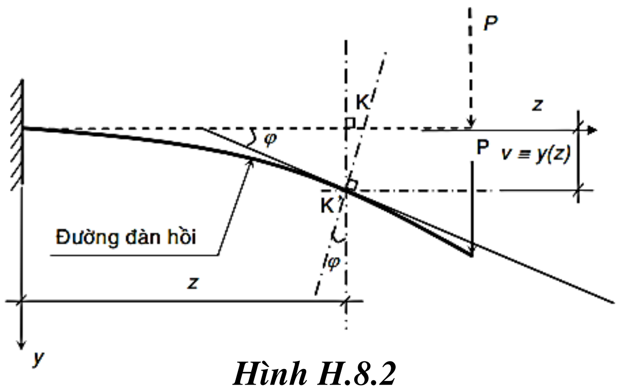
I. KHÁI NIỆM CHUNG

Khi tính một dầm chịu uốn ngang phẳng, ngoài điều kiện bền còn phải chú ý đến điều kiện cứng. Vì vậy, cần phải xét đến biến dạng của dầm.

Dưới tác dụng của các ngoại lực, trục dầm bị uốn cong, trục cong này được gọi là đường đàn hồi của dầm (H.8.1).



Hình H.8.1



Hình H.8.2

Xét một điểm *K* nào đó trên trục dầm trước khi biến dạng. Sau khi biến dạng, điểm K sẽ di chuyển đến vị trí mới K'. Khoảng cách KK' được gọi là chuyển vị thẳng của điểm K. Chuyển vị này có thể phân làm hai thành phần:

- **Thành phần *v* vuông góc với trục dầm (song song với trục *y*) gọi là chuyển vị đứng hay độ võng của điểm K.**
- **Thành phần *u* song song với trục dầm (song song với trục *z*) gọi là chuyển vị ngang của điểm *K*.**

Ngoài ra, sau khi trục dầm biến dạng, mặt cắt ngang ở *K* bị xoay đi một góc *φ*, ta gọi góc xoay này là chuyển vị góc (hay là góc xoay) của mặt cắt ngang ở điểm *K*. Có thể thấy rằng, góc xoay *φ* chính bằng góc giữa trục chưa biến dạng của dầm và tiếp tuyến ở điểm *K* của đường đàn hồi (H.8.1).

Ba đại lượng u, v, φ là ba thành phần chuyển vị của mặt cắt ngang ở điểm *K*.

Trong điều kiện biến dạng của dầm là bé thì thành phần chuyển vị ngang *u* là một đại lượng vô cùng bé bậc hai so với *v*, do đó có thể bỏ qua chuyển vị *u* và xem

KK' là bằng v, nghĩa là vị trí K' sau khi biến dạng nằm trên đường vuông góc với trục dầm trước biến dạng (H.8.2).

Góc xoay φ có thể lấy gần đúng:

$$\varphi \approx tan\varphi = \frac{dv}{dz}$$

Nếu chọn trục dầm là z, trục y vuông góc với trục dầm, thì chuyển vị v chính là tung độ y của điểm K'. Tung độ y cũng chính là độ võng của điểm K. Ta thấy rõ nếu K có hoành độ z so với gốc nào đó thì các chuyển vị y, φ cũng là những hàm số của z và phương trình đàn hồi là:

$$y(z) = v(z)$$

Phương trình của góc xoay sẽ là:

$$\varphi(z) = \frac{dv}{dz} = \frac{dy}{dz} = y'(z)$$

hay, phương trình của góc xoay là đạo hàm của phương trình đường đàn hồi.

Quy ước dương của chuyển vị:

- Độ võng y dương nếu hướng xuống.

- Góc xoay φ dương nếu mặt cắt quay thuận chiều kim đồng hồ.

Điều kiện cứng: Trong kỹ thuật, khi tính toán dầm chịu uốn, người ta thường khống chế độ võng lớn nhất của dầm không được vượt qua một giới hạn nhất định để đảm bảo yêu cầu về sự làm việc, mỹ quan của công trình..., điều kiện này được gọi là điều kiện cứng. Nếu gọi f là độ võng lớn nhất của dầm thì điều kiện cứng thường chọn là:

$$\left[\frac{f}{l}\right] = \frac{1}{300} \div \frac{1}{1000}$$

trong đó: L- là chiều dài nhịp dầm. Tùy loại công trình mà người ta quy định cụ thể trị số của [f/L] .

II. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA ĐƯỜNG ĐÀN HỒI

Xét 1 điểm bất kỳ K trên trục dầm. Trong chương 7, ta đã lập được mối liên hệ giữa độ cong của trục dầm tại K sau biến dạng với mômen uốn nội lực M_x tại K là:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x} \qquad (a)$$

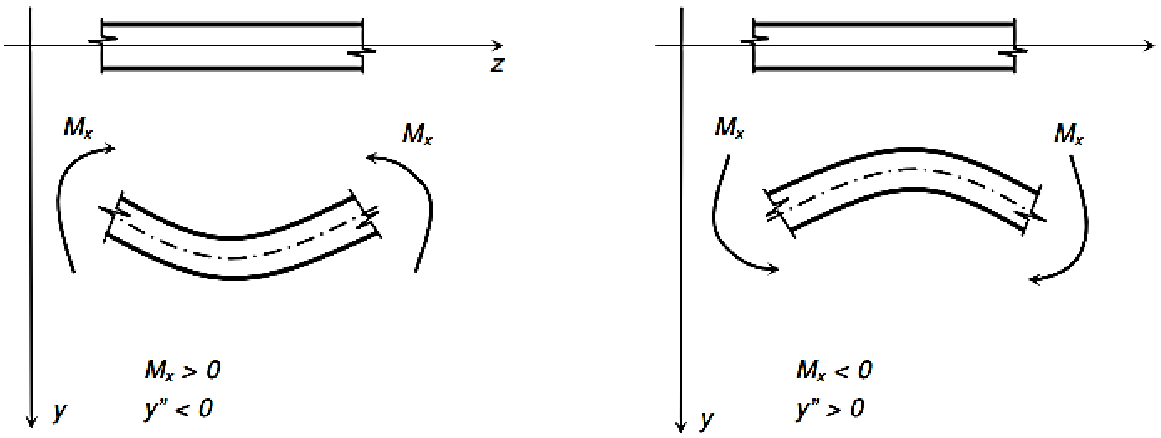
Mặt khác, vì đường đàn hồi được biểu diễn bởi phương trình hàm số *y(z)* trong hệ trục *(yz)* nên độ cong của đồ thị biểu diễn của hàm số ở một điểm K có hoành độ *z* được tính theo công thức:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad (b)$$

Từ (a) và (b) suy ra:

$$\frac{M_x}{EI_x} = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad (c)$$

Đó là phương trình vi phân tổng quát của đường đàn hồi, tuy nhiên phải chọn sao cho hai vế của phương trình trên đều thỏa mãn.



Hình H.8.3

Khảo sát một đoạn dầm bị uốn cong trong hai trường hợp như H.8.3. Trong cả hai trường hợp mômen uốn M_x và đạo hàm bậc hai y" luôn luôn trái dấu, cho nên phương trình vi phân của đường đàn hồi có dạng:

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M_x}{EI_x} \qquad (d)$$

Với giả thiết chuyển vị là bé (độ võng và góc xoay bé), có thể bỏ qua $(y')^2$ so với 1 và khi đó phương trình vi phân của đường đàn hồi có dạng gần đúng như sau:

$$y'' = -\frac{M_x}{EI_x} \qquad (8.1)$$

trong đó: Tích số EI_x là độ cứng khi uốn của dầm.

III. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ĐÀN HỒI BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KHÔNG ĐỊNH HẠN

Vế phải của phương trình vi phân (8.1) chỉ là một hàm số của *z* nên (8.1) là phương trình vi phân thường.

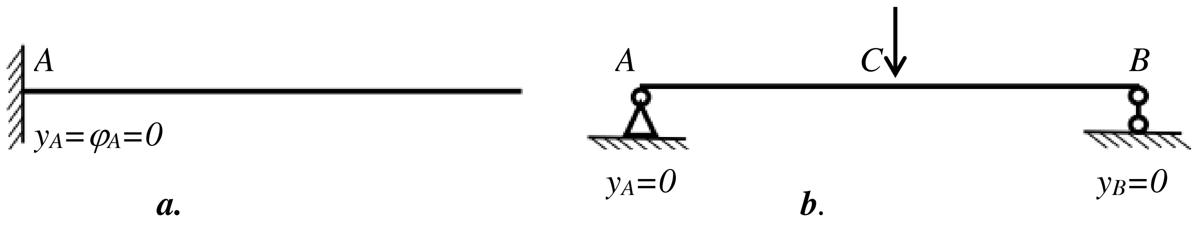
Tích phân lần thứ nhất (8.1) ta được phương trình góc xoay:

$$\varphi = y' = \int -\frac{M_x}{EI_x}dz + C \qquad (8.2)$$

Tích phân lần thứ hai ta được phương trình đường đàn hồi:

$$y = \int \left(\int -\frac{M_x}{EI_x}dz + C\right)dz + D \qquad (8.3)$$

Trong (8.2) và (8.3), *C* và *D* là hai hằng số tích phân sẽ được xác định thông qua các điều kiện biên. Các điều kiện này phụ thuộc vào liên kết của dầm và phụ thuộc vào sự thay đổi tải trọng trên dầm.



Hình H.8.4

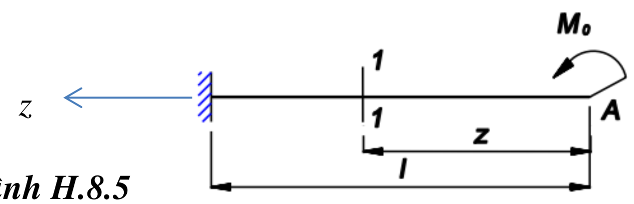
Đối với dầm đơn giản, có thể có các điều kiện như sau:

+ Đầu ngàm của dầm công-xôn có góc xoay và độ võng bằng không: $y_A = \varphi_A = 0$ (H.8.4a).

+ Các đầu liên kết khớp độ võng bằng không: $y_A = y_B = 0$ (H.8.4b).

+ Tại nơi tiếp giáp giữa hai đoạn dầm có phương trình đường đàn hồi khác nhau, độ võng và góc xoay bên trái bằng với độ võng và góc xoay bên phải (điểm C trên H.8.4b): $y_C^{tr} = y_C^{ph}$; $\varphi_C^{tr} = \varphi_C^{ph}$.

Ví dụ: Xét dầm công-xôn chịu mômen uốn M_0 tại đầu tự do (hình H.8.5), biết độ cứng của dầm EJ_x= const. Tính độ võng và góc xoay tại điểm A.



Hình H.8.5

Bài giải: Xét mặt cắt 1-1, ta có: $M_x = M_0$

Thay vào (8.1) và tích phân lần lượt hai lần ta được:

$$y'' = -\frac{M_0}{EI_x}\ ;\ y' = -\frac{M_0}{EI_x}z + C\ ;\ y = -\frac{M_0}{EI_x}\frac{z^2}{2} + Cz + D$$

Điều kiện biên:

Tại z = l :

$$\begin{cases} y(l) = 0 \\ y'(l) = 0 \end{cases} \Rightarrow\ C = \frac{M_0 l}{EI_x} \ \&\ D = -\frac{M_0 l^2}{2EI_x}$$

Phương trình đường đàn hồi và phương trình góc xoay:

$$y = -\frac{M_0}{EI_x}\frac{z^2}{2} + \frac{M_0 l}{EI_x}z - \frac{M_0 l^2}{2EI_x}\ \ ;\ y' = -\frac{M_0}{EI_x}z + \frac{M_0 l}{EI_x}$$

Vậy độ võng và góc xoay tại A là:

$$\begin{cases} y(0) = -\dfrac{M_0 l^2}{2EI_x} < 0\ (\text{hướng lên}) \\ y'(0) = \dfrac{M_0 l}{EI_x} > 0\ (\text{ngược chiều kim đồng hồ}) \end{cases}$$

Nhận xét: Nếu dầm có nhiều đoạn, cần phải lập phương trình vi phân đường đàn hồi cho nhiều đoạn tương ứng. Ở mỗi đoạn, phải xác định hai hằng số tích phân, nếu dầm có n đoạn thì phải xác định $2n$ hằng số, bài toán trở nên phực tạp nếu số đoạn n càng lớn, vì vậy phương pháp này ít dùng khi tải trọng phức tạp hay độ cứng dầm thay đổi.

IV. Phương pháp tải trọng giả tạo (phương pháp đồ toán)

♦ Phần trước, ta đã có liên hệ vi phân giữa nội lực và ngoại lực:

$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{dz} = q \\ \dfrac{dM_x}{dz} = Q \\ \dfrac{d^2M_x}{dz^2} = q \end{cases} \qquad (a)$$

♦ Đối với việc khảo sát đường đàn hồi của dầm, ta cũng có phương trình vi phân:

$$y'' = \frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI_x} \qquad (b)$$

Đối chiếu các phương trình (a) và (b), ta thấy có sự tương tự sau:

y	M_x
$\frac{dy}{dz} = y'$	$\frac{dM_x}{dz} = Q$
$y'' = \frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI_x}$	$\frac{d^2M_x}{dz^2} = q$

Ta nhận thấy muốn tính góc xoay y’ và độ võng y thì phải tích phân liên tiếp hai lần hàm số M_x/EI_x.

Tương tự muốn có lực cắt Q_y và mômen uốn M_x thì phải tích phân liên tiếp hai lần hàm số tải trọng q.

Tuy nhiên ở chương 2, ta đã tính lực cắt Q_y và mômen uốn M_x theo tải trọng q từ việc khảo sát các phương trình cân bằng. Như vậy, ta cũng có thể tính góc xoay y’ và độ võng y theo hàm y”=- M_x/EI_x mà không cần tích phân. Đó cũng chính là phương pháp tải trọng giả tạo.

♦ Phương pháp tải trọng giả tạo:

Tưởng tượng một dầm giả tạo (DGT) có chiều dài giống dầm thực (DT), trên DGT có tải trọng giả tạo q_{gt} giống như biểu đồ $-M_x/EI_x$ trên dầm thật, thì sẽ có sự tương đương:

$$y'' = -\frac{M_x}{EI_x} = q_{gt}\,;\; y' = Q_{gt}\,;\; y = M_{gt}$$

trong đó: q_{gt} - Tải trọng giả tạo

Q_{gt} - Lực cắt giả tạo- Lực cắt trong DGT

M_{gt} - Mômen giả tạo- Mômen uốn trong DGT

⇒ Muốn tính góc xoay y' và độ võng y của một dầm thực (dầm đang khảo sát) thì chỉ cần tính lực cắt Q_{gt} và mômen uốn M_{gt} do tải trong giả tạo tác dụng trên DGT gây ra.

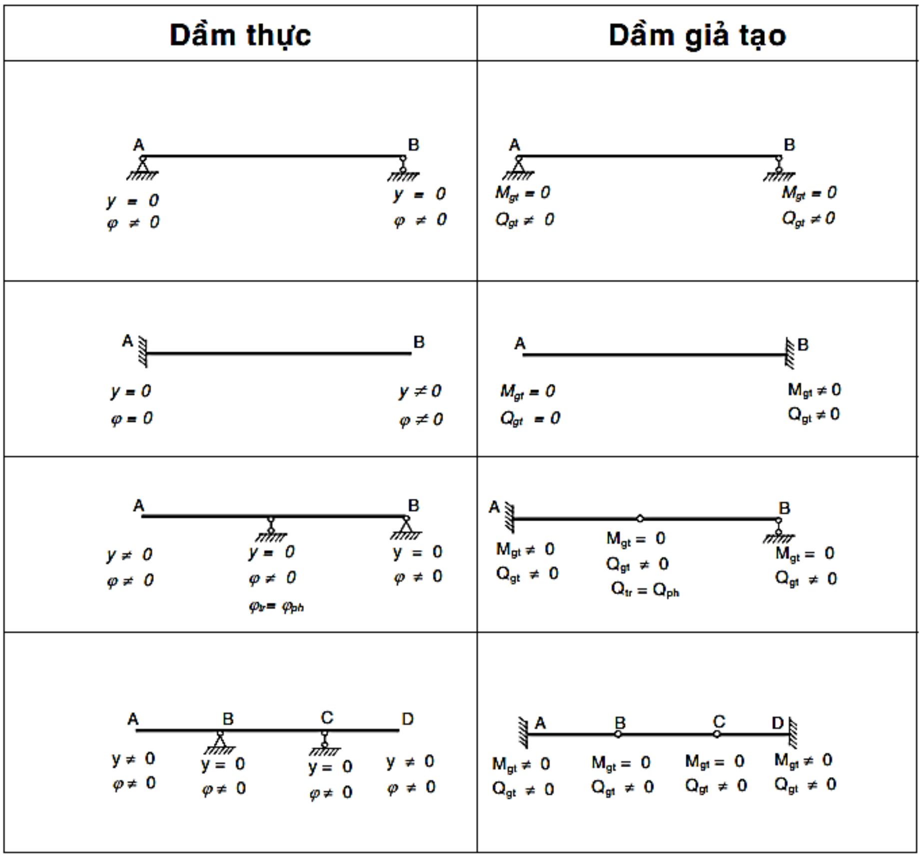
Tuy nhiên, để có được sự đồng nhất đường đàn hồi y và momen uốn M_{gt} thì điều kiện biên của chúng phải giống nhau: $y' = Q_{gt}$; $y = M_{gt}$ tại bất kỳ điểm trên hai DT và DGT; Ngoài ra nếu xét tại điểm bất kỳ trên dầm phải khảo sát đến sự giống nhau của bước nhảy góc xoay $\Delta y'$ và bước nhảy lực cắt ΔQ_{gt}.

♦ Cách chọn dầm giả tạo (DGT)

- DGT được suy từ DT với điều kiện là nơi nào trên DT không có độ võng và góc xoay thì điều kiện liên kết của DGT ở những nơi đó phải tương ứng sao cho q_{gt} không gây ra M_{gt} và Q_{gt}.

- Chiều dài của DT và DGT là như nhau.

Bảng 8.1 cho một số DGT tương ứng với một số DT thường gặp.



♦ Cách tìm tải trọng giả tạo q_{gt}

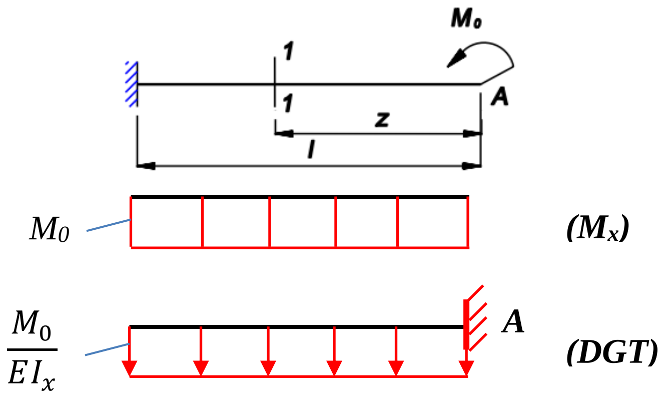
Vì $q_{gt} = -M_x/EI_x$, nên q_{gt} bao giờ cũng ngược dấu với mômen uốn M_x. Do đó:

- **Nếu: $M_x > 0$ thì $q_{gt} < 0$, nghĩa là nếu biểu đồ M_x nằm phía dưới trục hoành (theo qui ước $M_x > 0$ vẽ phía dưới trục thanh) thì q_{gt} hướng xuống.**
- **Nếu: $M_x < 0$ thì q_{gt} hướng lên.**

Vậy q_{gt} luôn có chiều hướng theo thớ căng của biểu đồ mô men M_x.

Ngoài ra trong quá trình tính các nội lực M_{gt}, Q_{gt} của DGT, cần phải tính hợp lực của lực phân bố q_{gt} trên các chiều dài khác nhau. Do đó, để tiện lợi ta xác định vị trí trọng tâm và diện tích Ω của những hình giới hạn bởi các đường cong như bảng 8.2.

Ví dụ: Làm lại ví dụ hình H.8.5

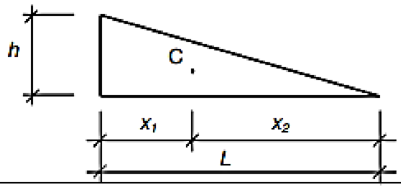
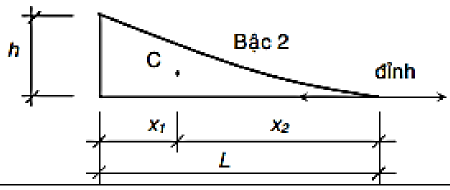
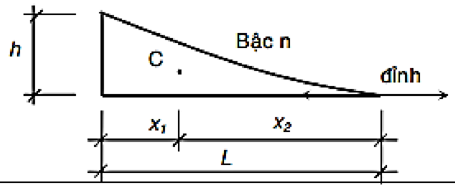
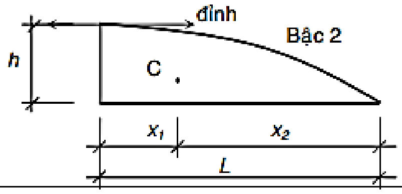
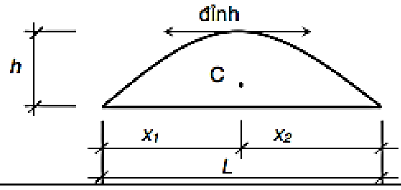


Hình H.8.6

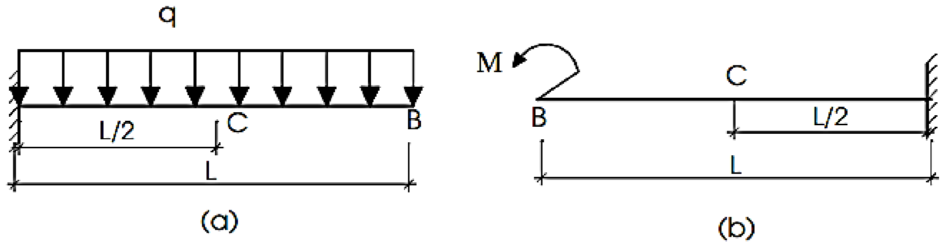
Độ võng và góc xoay tại A**:**

$$\begin{cases} y_A = M_A^{gt} = -\dfrac{M_0 l^2}{2EI_x} < 0 \ (\text{hướng lên}) \\ \varphi_A = Q_A^{gt} = -\dfrac{M_0 l}{EI_x} < 0 \ (\text{ngược chiều kim đồng hồ}) \end{cases}$$

Bảng 8.2

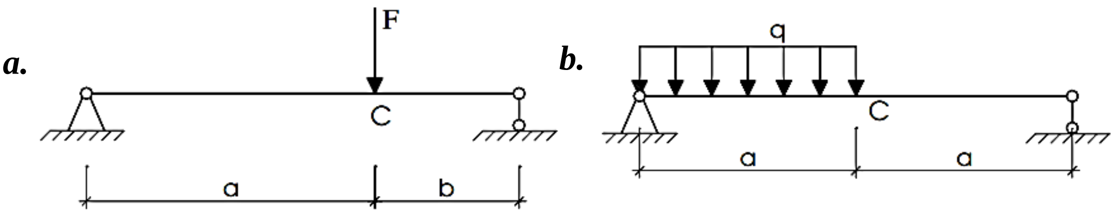
Hình vẽ	Diện tích (Ω)	Vị trí trọng tâm	
		x_1	x_2
	$\frac{Lh}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{2L}{3}$
	$\frac{Lh}{3}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{3L}{4}$
	$\frac{Lh}{n+1}$	$\frac{L}{n+2}$	$\frac{L(n+1)}{n+2}$
	$\frac{2Lh}{3}$	$\frac{3L}{8}$	$\frac{5L}{8}$
	$\frac{2Lh}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{2}$

1. Dùng phương pháp tích phân trực tiếp, viết phương trình độ võng và góc xoay trên chiều dài dầm trên hình *H.1*. Xác định độ võng tại *B* và góc xoay tại *C*, biết *EI*=const.



Hình H.1

2. Dùng phương pháp tích phân trực tiếp, viết phương trình độ võng và góc xoay trên chiều dài dầm trê nhình *H.2*. Xác định độ võng và góc xoay tại *C*, biết *EI*=const.



Hình H.2

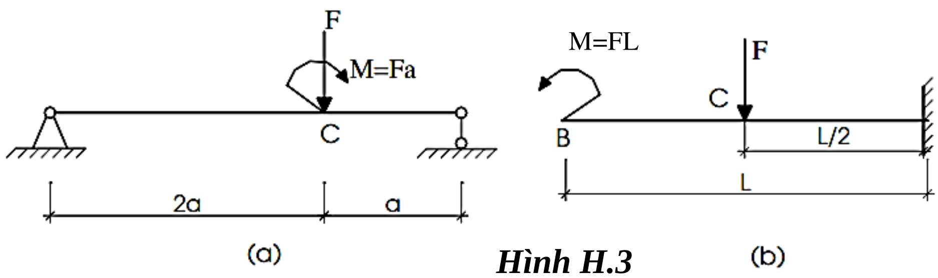
Đáp số:

$$(b) y^{tr} = \frac{1}{EI}\left(\frac{qz^4}{24} - \frac{qaz^3}{8} + \frac{3qa^3z}{16}\right); \qquad \varphi^{tr} = \frac{1}{EI}\left(\frac{qz^3}{6} - \frac{3qaz^2}{8} + \frac{3qa^3}{16}\right)$$

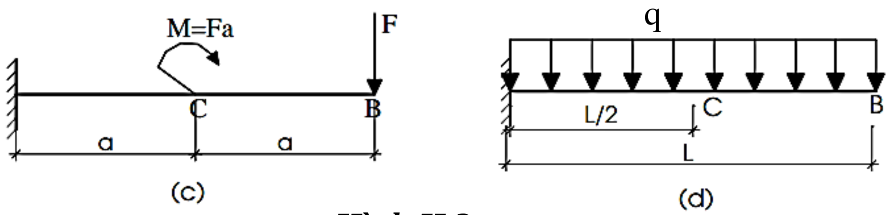
$$y^{ph} = \frac{1}{EI}\left(\frac{qaz^3}{24} - \frac{qa^2z^2}{4} + \frac{17qa^3z}{48} - \frac{qa^4}{24}\right); \ \varphi^{ph} = \frac{1}{EI}\left(\frac{qaz^2}{8} - \frac{qa^2z}{2} + \frac{17qa^3}{48}\right)$$

$$y_c = \frac{5qa^4}{48EI}; \ \varphi_c = -\frac{qa^3}{48EI}$$

3. Dùng phương pháp tải trọng giả tạo xác định góc xoay tại *B* và độ võng tại *C* (hình *H.3*), biết *EI*=const.

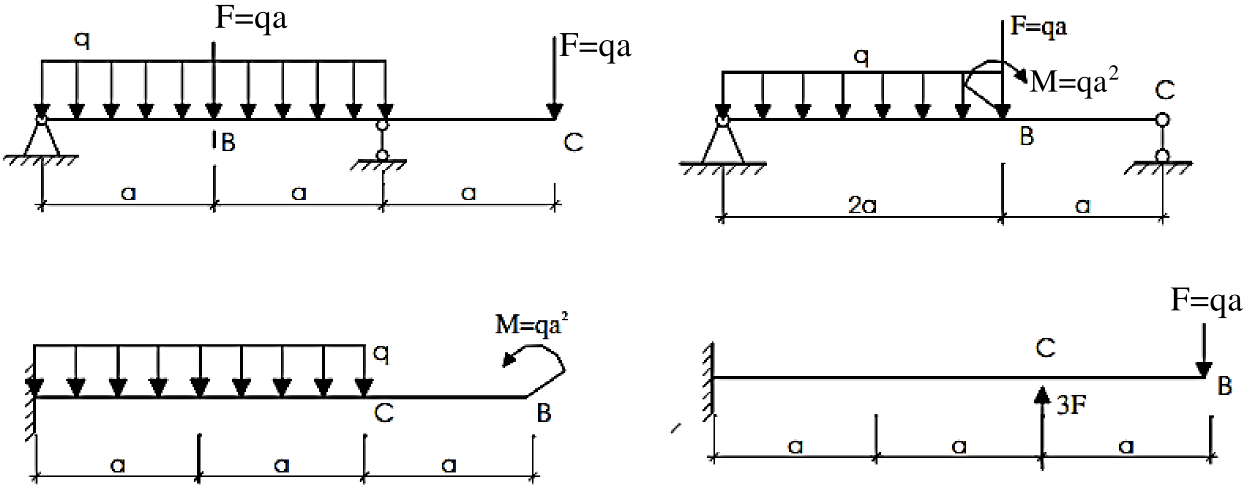


Hình H.3



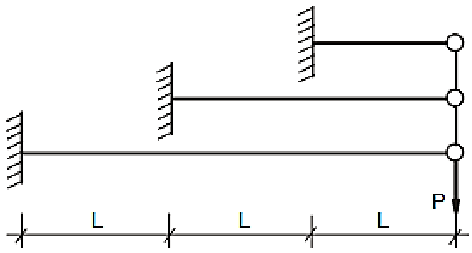
Hình H.3

4. Xác định độ võng tại *B* và góc xoay tại *C* (hình H.4), biết *EI*=const.



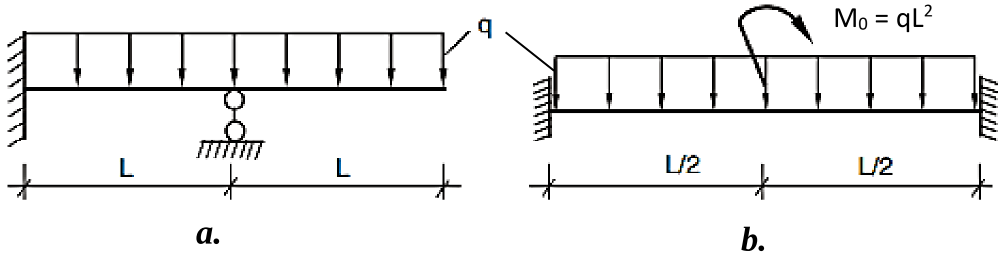
Hình H.4

5. Một hệ thống gồm ba console, đầu tự do được liên kết với nhau bằng những giằng cứng như *H.5*. Tính ứng suất cực đại ở mỗi dầm khi có lực treo ở dầm, biết độ cứng *EI* là hằng số.



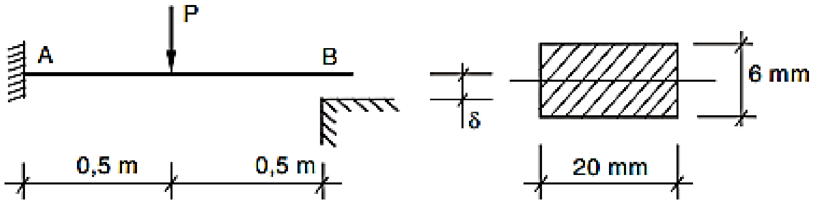
Hình H.5

6. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm siêu tĩnh như *H.6*. Viết phương trình đường đàn hồi, biết độ cứng *EI* là hằng số.



Hình H.6

7. Thanh thép dài *1 m*, mặt cắt chữ nhật *20x6 mm*, ngàm ở đầu *A*, chịu lực $P = 30$ *N* đặt ở giữa nhịp (hình *H.7*). Kiểm tra độ bền của dầm. Biết $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$. Ở đầu *B* có khe hở $\delta = 20\ mm$. Cho $E = 2.10^4\ kN/cm^2$.



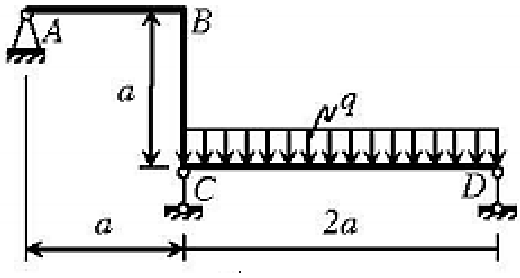
Hình H.7

Đáp số: $\sigma_{max} = 2,54\ kN/cm^2$.

8. Khung ABCD chịu lực như hình *H.8*.

a. Vẽ biểu đồ nội lực khung momen uốn, lực cắt, lực dọc.

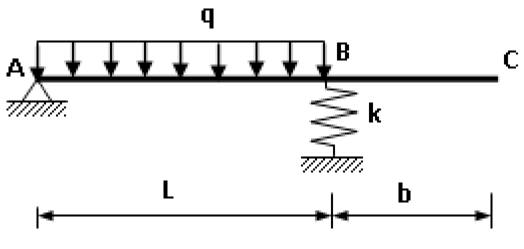
b. Tính chuyển vị xoay tại *B*. Biết độ cứng uốn của các thanh *EI* là hằng số.



Hình H.8

Đáp số: $V_D = 11qL/12$; $\varphi_B = qL^3/18EJ$

9. Một dầm mút thừa ABC khớp cố định tại *A* và tại *B* được đỡ bởi lò xo có độ cứng *k*. Nhịp *AB* có chiều dài *L* và chịu tác dụng của lực phân bố đều *q*. Đầu mút thừa có chiều dài *b* (*H.9*). Hỏi độ cứng *k* phải bằng bao nhiêu để chuyển vị đứng tại đầu mút thừa *C* bằng zéro.

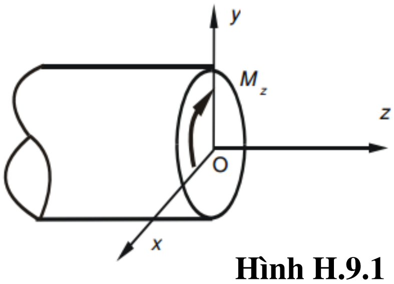


Hình H.9

Chương 9

XOẮN THUẦN TÚY

I. KHÁI NIỆM

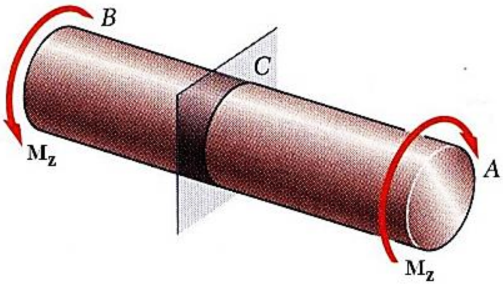


Hình H.9.1

1. Định nghĩa: Thanh chịu xoắn thuần túy khi trên các mặt cắt ngang chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z (*H.9.1*).

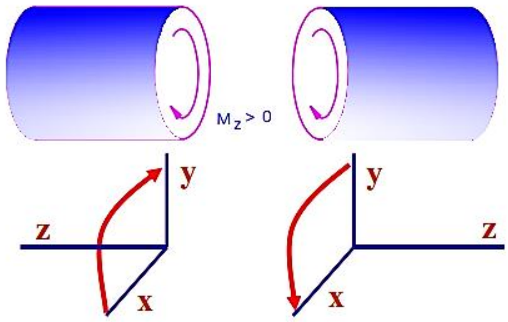
Ngoại lực: Gồm các ngẫu lực, mômen xoắn nằm trong mặt phẳng vuông góc trục thanh.

Thực tế: trục truyền động, thanh chịu lực không gian, dầm đỡ ôvăng...



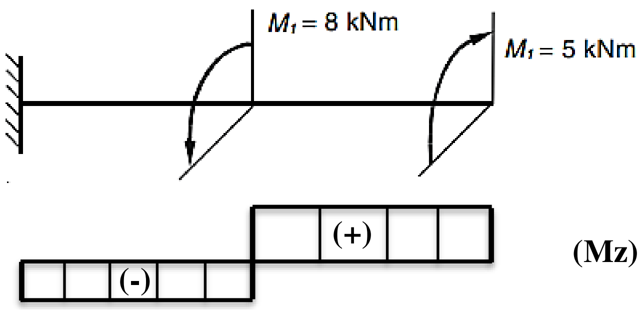
2. Biểu đồ nội lực mômen xoắn M_z

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ bằng cách xác định nội lực theo phương pháp mặt cắt và điều kiện cân bằng tĩnh học: $\sum M_Z = 0$.



Quy ước dấu của M_z: $M_z > 0$ khi từ ngoài mặt cắt nhìn vào thấy M_z quay thuận kim đồng hồ và ngược lại.

Ví dụ: Vẽ biểu đồ mômen xoắn Mz

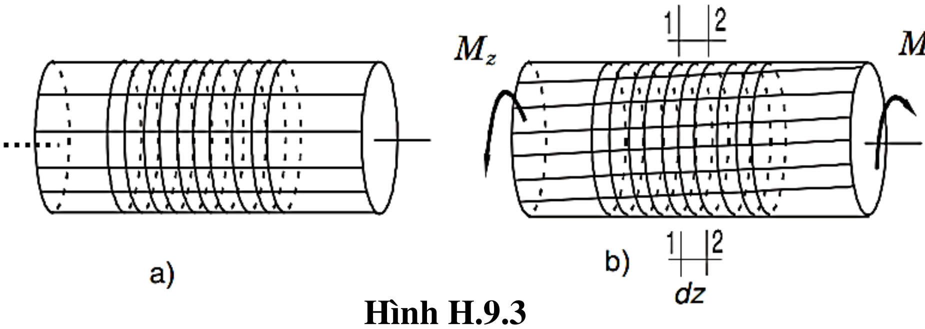


Hình H.9.2

II. XOẮN THUẦN TUÝ THANH THẲNG TIẾT DIỆN TRÒN

1. Thí nghiệm - Nhận xét

Lấy một thanh thẳng tiết diện tròn, trên mặt ngoài có vạch những đường song song và những đường tròn thẳng góc với trục, tạo thành lưới ô vuông (*H.9.3a*).



Hình H.9.3

Tác dụng lên hai đầu thanh hai ngẫu lực xoắn M_z ngược chiều, ta thấy trục thanh vẫn thẳng, chiều dài thanh không đổi, những đường tròn thẳng góc với trục vẫn tròn và thẳng góc với trục, những đường song song với trục thành những đường xoắn ốc, lưới ô vuông thành lưới bình hành (*H.9.3b*).

2. Các giả thiết

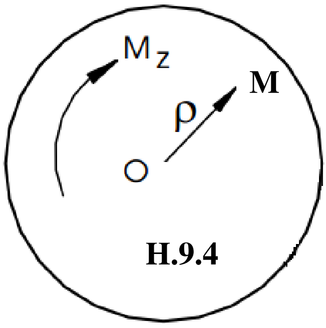
a) Mặt cắt ngang vẫn phẳng, thẳng góc với trục thanh và khoảng cách không đổi trong quá trình biến dạng;

b) Các bán kính vẫn thẳng và không đổi trong quá trình biến dạng;

c) Các thớ dọc không ép và đẩy lẫn nhau trong quá trình biến dạng.

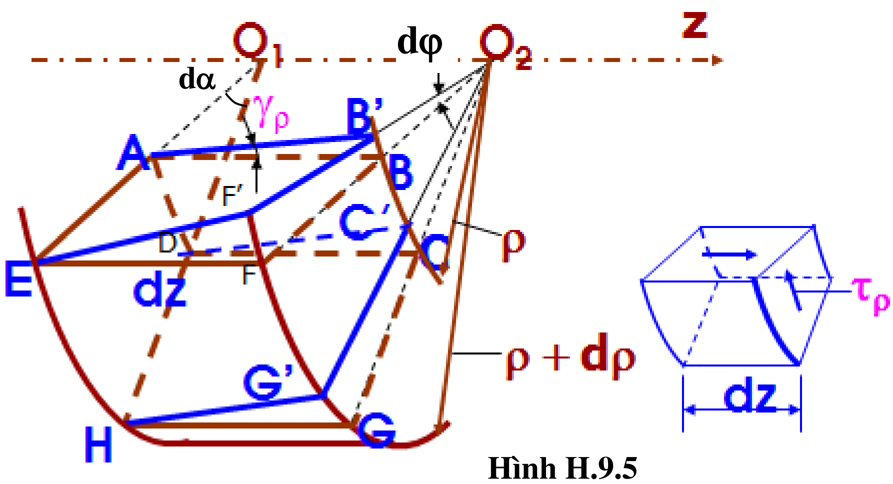
3. Công thức ứng suất tiếp

Ta tính ứng suất tại một điểm *M* bất kỳ trên mặt cắt ngang có bán kính ρ (*H.9.4*). Có thể nhận thấy, theo thí nghiệm trên, biến dạng của thanh chịu xoắn thuần túy chỉ là sự xoay tương đối giữa các mặt cắt ngang quanh trục.



H.9.4

Để xét biến dạng xoắn của một phân tố tại một điểm bất kỳ bán kính trong thanh, ta tách phân tố bằng ba cặp mặt cắt như sau:



Hình H.9.5

- Hai mặt cắt qua O_1 và O_2 vuông góc với trục cách nhau đoạn dz.

- Hai mặt cắt chứa trục hợp với nhau một góc $d\alpha$ bé.

- Hai mặt cắt hình trụ đồng trục z (trục thanh) bán kính ρ và $\rho+d\rho$ (*H.9.5*).

Theo các giả thiết, trong quá trình biến dạng, so với các điểm *A, D, E, H* thuộc mặt cắt qua O_1, các điểm *B, C, F, G* của phân tố trên mặt cắt qua O_2 di chuyển đến *B', C', F', G'* phải nằm trên cung tròn bán kính ρ và $\rho + d\rho$, đồng thời $O_2B'F'$ và $O_2C'G'$ phải thẳng hàng.

Gọi $d\varphi$ là góc giữa hai đường thẳng O_2BF và $O_2B'F'$, đó là góc xoay của mặt cắt qua O_2 so với mặt cắt qua O_1 quanh trục z, $d\varphi$ cũng chính là góc xoắn tương đối giữa hai tiết diện lân cận cách nhau dz.

Đối với phân tố đang xét, góc *B'AB* biểu diễn sự thay đổi góc vuông của mặt bên phân tố gọi là biến dạng trượt (góc trượt) γ của phân tố.

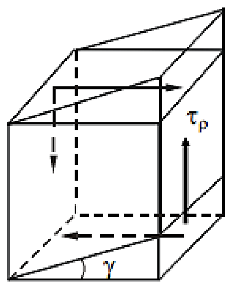
Từ (H.9.5b), ta có:

$$tan\gamma \approx \gamma = \frac{BB'}{AB} = \rho\frac{d\varphi}{dz} \qquad (a)$$

Theo giả thiết a) không có biến dạng dài theo phương dọc trục, theo giả thiết *c* các thớ dọc không tác dụng với nhau nên không có ứng suất pháp tác dụng lên các mặt của phân tố.

Theo giả thiết *a,* các góc vuông của mặt *CGHD* và mặt *ABFE* không thay đổi nên không có ứng suất tiếp hướng tâm trên mặt *B, C, F, G*. Do giả thiết *b*, mọi bán kính vẫn thẳng nên không có ứng suất tiếp hướng tâm trên mặt *A, B, E, F*.

Như vậy, trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn thuần túy chỉ tồn tại ứng suất tiếp theo phương vuông góc bán kính, gọi là τ_ρ và phân tố đang xét ở trạng thái trượt thuần túy (*H.9.6*).



Hình H.9.6

Áp dụng định luật Hooke về trượt cho phân tố này, ta có:

$$\tau_\rho = G\gamma \qquad (b)$$

(a) vào (b), suy ra:

$$\tau_\rho = G\rho\frac{d\varphi}{dz} \qquad (c)$$

Gọi dF là một diện tích vô cùng bé bao quanh điểm đang xét, thì $\tau_\rho.dF$ là lực tiếp tuyến tác dụng trên diện tích đó và $\tau_\rho.dF.\rho$ là mômen của lực $\tau_\rho.dF$ đối với tâm O. Tổng các mômen này phải bằng M_z, nên ta có thể viết:

$$M_z = \int_F \tau_\rho dF\rho \qquad (d)$$

Thay (c) vào (d), suy ra:

$$M_z = \int_F G\rho\frac{d\varphi}{dz}dF\rho \qquad (e)$$

Vì G.$d\phi/dz$ là hằng số đối với mọi điểm thuộc mặt cắt F, nên ta có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, khi đó tích phân $\int\rho^2 dF$ chính là mômen quán tính cực I_ρ của mặt cắt ngang đối với tâm O, ta được:

$$M_z = G\frac{d\varphi}{dz}\int_F \rho^2 dF = G\frac{d\varphi}{dz}I_\rho \qquad (f)$$

từ (f) ta có:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GI_\rho} \qquad (g)$$

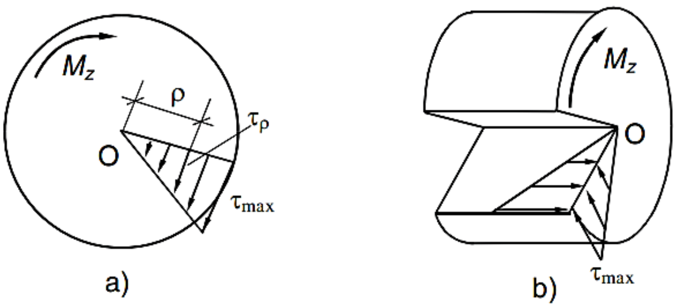
Có thể thấy rằng, $d\phi/dz$ chính là góc xoắn trên một đơn vị chiều dài (còn gọi là góc xoắn tỉ đối). Đặt $\theta = d\varphi/dz$, ta có:

$$\theta = \frac{M_z}{GI_\rho} \qquad (9.1)$$

thay (g) vào (c) ta được công thức tính ứng suất tiếp:

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{I_\rho}\rho \qquad (9.2)$$

Ứng suất tiếp thay đổi theo quy luật bậc nhất, bằng không tại tâm O và cực đại tại những điểm trên chu vi. Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp tại mọi điểm trên mặt cắt ngang thể hiện trên H.9.7a. Trên H.9.7b, thể hiện ứng suất tiếp đối ứng trên các mặt cắt chứa trục.



Hình H.9.7

Ứng suất tiếp cực đại ở các điểm trên chu vi (ρ= bán kính R):

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{I_\rho}R \qquad (9.3)$$

đặt $W_\rho = I_\rho / R$; W_ρ gọi là mômen chống xoắn của mặt cắt ngang

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \qquad (9.4)$$

*** Với tiết diện tròn đặc và D là đường kính tiết diện:**

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{R} = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3 \qquad (9.5)$$

*** Với tiết diện tròn rỗng:**

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{R} = (1-\eta^4)\frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3(1-\eta^4) \qquad (9.6)$$

trong đó: η là tỷ số giữa đường kính trong và đường kính ngoài ($\eta = d/D$).

4. Công thức tính biến dạng khi xoắn

Góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau dz là:

$$d\varphi = \frac{M_z}{GI_\rho}dz \qquad (9.7)$$

⇒ Góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau một đoạn dài L là:

$$\varphi = \int_0^L d\varphi = \int_0^L \frac{M_z}{GI_\rho}dz \qquad (9.8)$$

*** Khi đoạn thanh có M_z / GI_ρ là hằng số:**

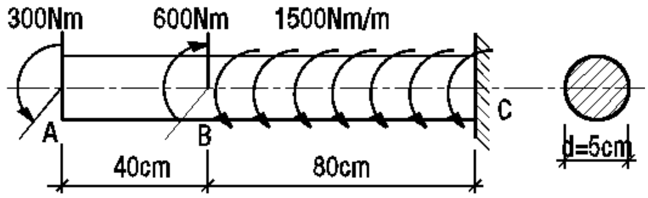
$$\varphi = \int_0^L d\varphi = \frac{M_z L}{GI_\rho} \qquad (9.9)$$

*** Khi thanh gồm n đoạn, mỗi đoạn có M_z / GI_ρ là hằng số:**

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{M_z L}{GI_\rho}\right)_i \qquad (9.10)$$

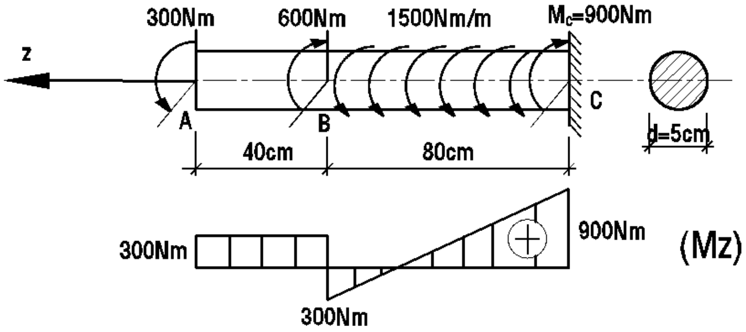
Ghi chú: góc xoắn φ được quy ước dương theo chiều dương của M_z.

Ví dụ: Tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn tại các mặt cắt A và B của thanh trên hình H.9.8. Cho $G = 8.10^6$ N/cm^2.



Hình H.9.8

Bài giải:



Ứng suất cực đại:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{90000}{0,2.5^3} = 3600N/cm^2$$

Góc xoắn tại B so với ngàm C:

$$\varphi_B = \int_0^{80} \frac{M_{z(CB)}}{GI_\rho} dz = \int_0^{80} \frac{90000 - 1500z}{8.10^6.0,1.5^4} dz = 4,89.10^{-3}\, rad$$

Góc xoắn tại A so với ngàm C:

$$\varphi_A = \varphi_B + \varphi_{BA} = 4,89.10^{-3} + \frac{30000.40}{8.10^6.0,1.5^4} = 7,33.10^{-3}\, rad$$

5. Tính toán thanh tròn chịu xoắn thuần tuý:

Điều kiện bền:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \le [\tau] = \frac{\tau_0}{n} \qquad (9.11)$$

với: τ_o- là ứng suất tiếp nguy hiểm của vật liệu, xác định từ thí nghiệm; n- là hệ số an toàn.

+ Theo thuyết bền ứng suất tiếp (TB3):

$$[\tau] \le \frac{[\sigma]}{2}$$

+ Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng (TB4):

$$[\tau] \le \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

Điều kiện cứng:

$$\theta_{max} \le [\theta] \qquad (9.12)$$

$[\theta]$: Góc xoắn tỷ đối cho phép, được cho từ các sổ tay kỹ thuật, đơn vị của $[\theta]$ là (radian/ đơn vị chiều dài).

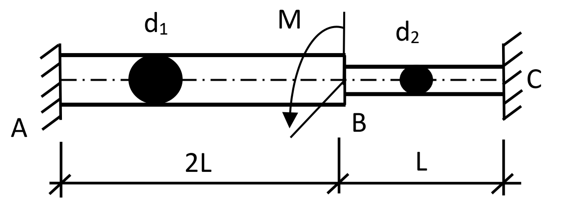
Ba bài toán cơ bản:

- **Kiểm tra bền, cứng (bài toán kiểm tra)**
- **Xác định đường kính (bài toán thiết kế).**
- **Xác định tải trọng cho phép.**

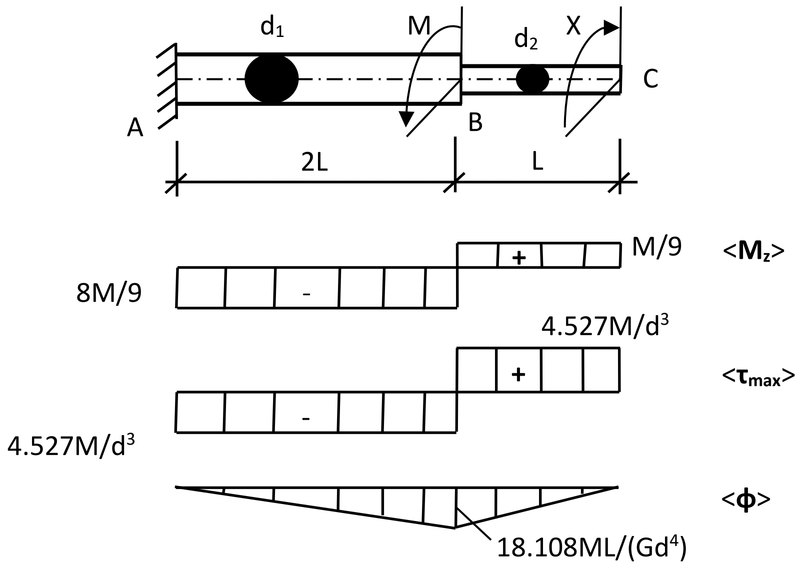
III. Bài toán siêu tĩnh

Nguyên tắc chung để giải bài toán siêu tĩnh: Ngoài các phương trình cân bằng tĩnh học độc lập ta cần phải lập thêm các phương trình biến dạng nữa mới giải được bài toán siêu tĩnh. Số phương trình biến dạng cần tìm đúng bằng số bậc siêu tĩnh của bài toán.

Ví dụ: vẽ biểu đồ nội lực cho hệ trên hình H.9.9



Hình H.9.9



Giải phóng ngàm C và thay bằng phản lực X như hình vẽ.

Phương trình biến dạng : $\varphi_C = 0$

Theo nguyên lý cộng tác dụng :

$$\varphi_C = \frac{-M \times 2L}{GI_\rho^1} + \frac{X \times 2L}{GI_\rho^1} + \frac{X \times L}{GI_\rho^2} = 0$$

Với

$$I_\rho^1 = \frac{\pi d_1^4}{32} = \frac{\pi d^4}{32} \quad , \quad I_\rho^2 = \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{\pi d^4}{512}$$

Giải phương trình trên ta được X = M/9

Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên các đoạn :

$$\tau_{max}^1 = \frac{-8M}{9W_\rho^1} = -4.527\frac{M}{d^3}$$

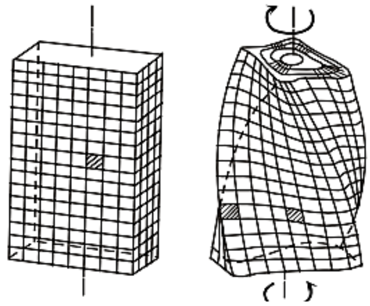
$$\tau_{max}^2 = \frac{M}{9W_\rho^2} = 4.527\frac{M}{d^3}$$

Góc xoắn tại B :

$$\varphi_B = \frac{8M/9 \times 2L}{GI_\rho^1} = 18.108\frac{ML}{Gd^4}$$

IV. XOẮN THANH THẲNG TIẾT DIỆN CHỮ NHẬT

Thí nghiệm xoắn thanh tiết diện chữ nhật, biến dạng của thanh như (*H.9.10*).



Hình H.9.10

Lý thuyết đàn hồi cho các kết quả như sau:

♦ Ứng suất:

+ Trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất tiếp.

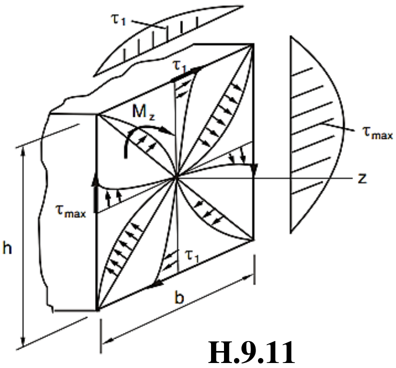
+ Tại tâm và các góc, ứng suất tiếp bằng không.

+ Tại điểm giữa cạnh dài, ứng suất tiếp đạt giá trị lớn nhất :

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{\alpha h b^2} \qquad (9.13)$$

+ Tại điểm giữa cạnh ngắn, ứng suất τ_1 có giá trị:

$$\tau_1 = \gamma \tau_{max} \qquad (9.14)$$



H.9.11

+ Phân bố ứng suất tiếp tại các điểm trên các trục đối xứng, các cạnh tiết diện và các đường chéo được biểu diễn ở *H.9.11*.

♦ Góc xoắn tương đối:

$$\theta = \frac{M_z}{\beta h b^3} \qquad (9.15)$$

trong đó: α, γ, β là các hệ số phụ thuộc tỷ số (cạnh dài h /cạnh ngắn b) được cho trong bảng 9.1.

Bảng 9.1 Giá trị α, γ, β

$\frac{h}{b}$	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
α	0,203	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
γ	1,000	0,859	0,820	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

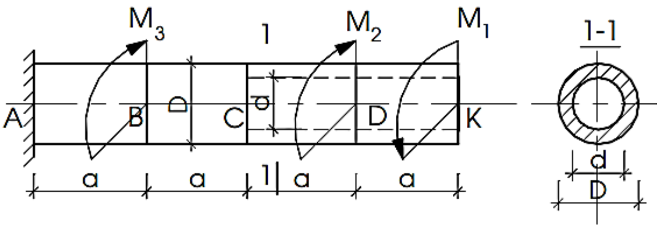
1. Cho trục tròn tiết diện thay đổi chịu xoắn bởi các mô men ngoại lực như H.1.

a. Vẽ biểu đồ mô men xoắn nội lực

b. Kiểm tra điều kiện bền và điều kiện cứng của trục tròn

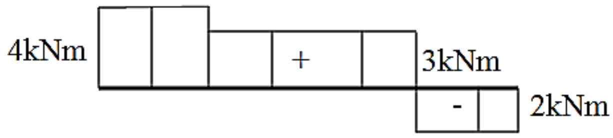
c. Xác định góc xoắn tại *B* và *K*

Biết ***a=0,5m; M_1=2kNm; M_2=5kNm; M_3=1kNm; G=8.10^3kN/cm^2; [σ]=16kN/cm^2; [θ]=0,5^0/m. D=10cm; d=8cm.***



Hình H.1

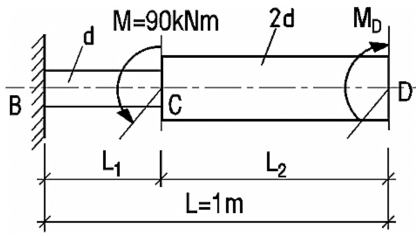
Đáp số:



$$\tau_{max} = 2,588\ (kN/cm^2) < [\tau]\ \ ;\ \ \theta_{max} = 6,470.10^{-5}\ (rad/cm) < [\theta]$$
$$\varphi_B = 2,546.10^{-3}(rad);\ \ \varphi_K = 5,534.10^{-3}(rad)$$

2. Thanh tròn chịu xoắn như hình H.2. Tính momen xoắn M_D, L_1 và L_2 để ứng suất lớn nhất trên hai đoạn trục bằng nhau và góc xoắn tại mặt cắt *D* bằng không. Cho *G=8.10^3 kN/cm^2*.

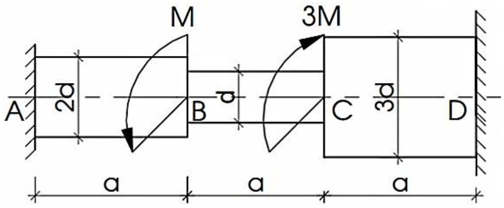
Hình H.2



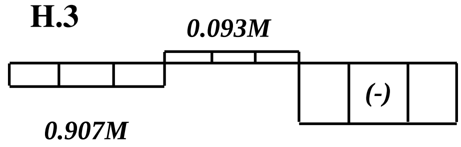
Đáp số: ***M_D = 80 kNm; 2L_1 = L_2 = 2/3 m***

3. Một trục tròn đường kính thay đổi, chịu tác dụng của mô men xoắn ngoại lực như hình H.3. Xác định mô men xoắn cho phép [*M*] theo điền kiện bền của trục. Với [*M*] vừa xác định, vẽ biểu đồ góc xoắn. Biết *d=5cm; [τ]=6kN/cm^2; G=8.10^3 kN/cm^2; a=0,5m*.

Đáp số: [M] ≈ 13 kNm

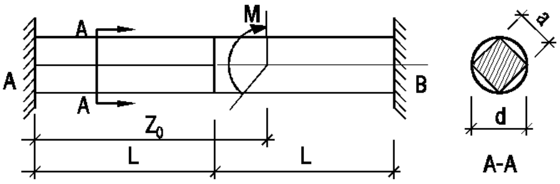


H.3



Biểu đồ Mz

4. Một trục thép một nửa có mặt cắt ngang hình vuông, nửa còn lại là hình tròn (H.4). Xác định khoảng cách Z_0 để momen phản lực tại hai ngàm bằng nhau. Nếu *M = 600 Nm, d = 4 cm, [τ] = 4500 N/cm²*, thì trong trường hợp đó, trục có đủ bền không?

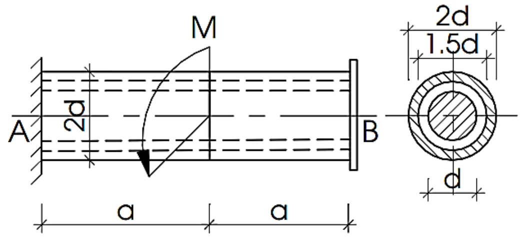


Hình H.4

Đáp số: $Z_0 = 0.675L$; $\tau_{max} = 6380\ N/cm^2 > [\tau]$

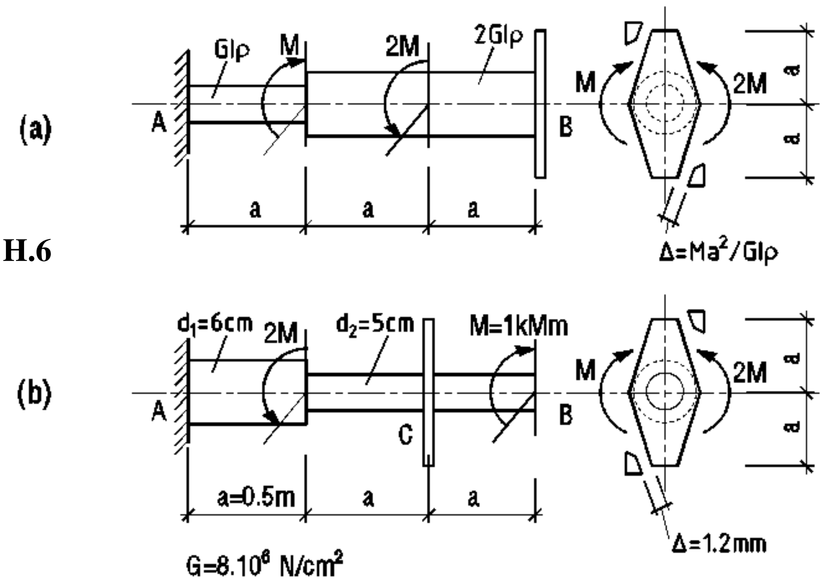
5. Một ống đura và một trục thép lồng và nhau, có liên kết và chịu lực như trên hình H.5. Xác định mô men xoắn lớn nhất mà hệ chịu được theo điều kiện bền. Biết ứng suất cho phép của vật liệu ống $[\tau]_{thép}=9kN/cm^2$; $[\tau]_{đura}=6kN/cm^2$; $G_{thép}=3G_{đura}=8.10^3kN/cm^2$; d=2cm.

Hình H.5



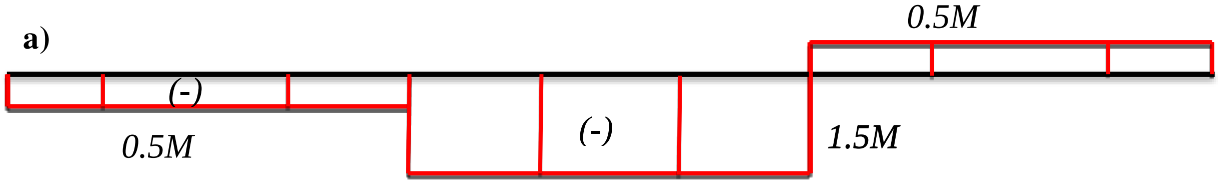
6. Vẽ biểu đồ momen xoắn của các thanh chịu lực như hình H.6:

Hình H.6

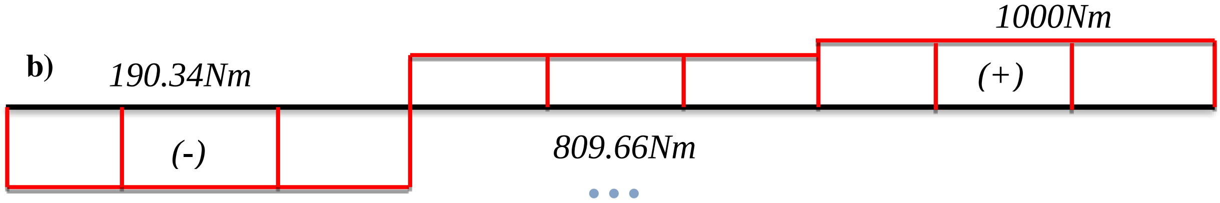


Đáp số:

a)



b)

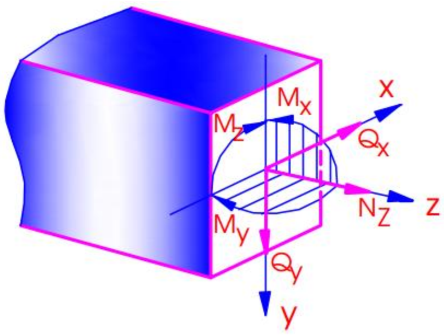


Chương 10

THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

I. KHÁI NIỆM

♦ Định nghĩa: Thanh chịu lực phức tạp khi trên các mặt cắt ngang có tác dụng đồng thời của nhiều thành phần nội lực như lực dọc N_z, mômen uốn M_x, M_y, mômen xoắn M_z (H.10.1).



Hình H.10.1

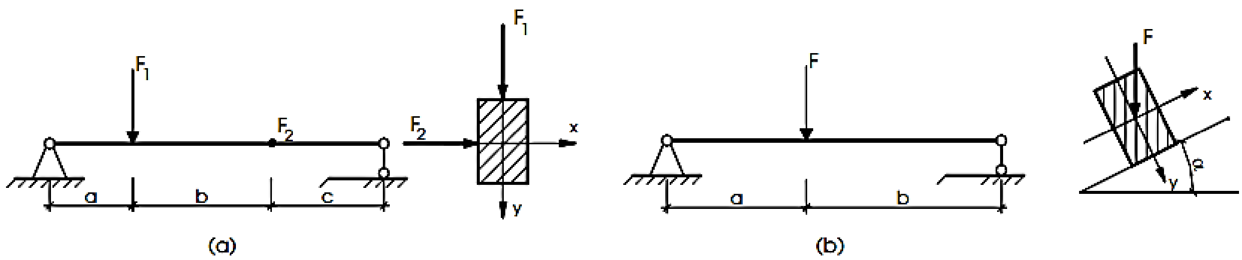
Khi một thanh chịu lực phức tạp, ảnh hưởng của lực cắt đến sự chịu lực của thanh rất nhỏ so với các thành phần nội lực khác nên trong tính toán không xét đến lực cắt.

♦ Cách tính toán thanh chịu lực phức tạp: áp dụng "Nguyên lý cộng tác dụng".

II. THANH CHỊU UỐN XIÊN

1. Định nghĩa

Một thanh được gọi là chịu uốn xiên khi trên mặt cắt ngang tồn tại đồng thời hai ứng lực là các mô men uốn Mx, My nằm trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (H.10.2).



Hình H.10.2

Dấu của M_x, M_y:

- $M_x > 0$ khi căng thớ $y > 0$.
- $M_y > 0$ khi căng thớ $x > 0$

Theo Cơ học lý thuyết, ta có thể biểu diễn mômen M_x và M_y bằng các véctơ mômen M_x và M_y (H.10.3); Hợp hai mômen này là mômen tổng M_u. M_u nằm trong

mặt phẳng *voz*, mặt phẳng này thẳng góc với trục *u* (chứa véc tơ mômen M_u) và chứa trục thanh (H.10.3).

Mặt phẳng tải trọng là mặt phẳng chứa M_u.

Giao tuyến của mặt phẳng tảitrọng với mặt cắt ngang là Đường tải trọng (trục *v*)

Ký hiệu α: Góc hợp bởi trục *x* và đường tải trọng; Ta có:

$$|M_u| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (10.1)$$

$$tan\alpha = \frac{M_x}{M_y} \qquad (10.2)$$

Định nghĩa khác của uốn xiên: Thanh chịu uốn xiên khi trên các mặt cắt ngang chỉ có một mômen uốn M_u tác dụng trong mặt phẳng chứa trục mà không trùng với mặt phẳng quán tính chính trung tâm *yOz* hay *xOz*.

Đặc biệt, đối với thanh tiết diện tròn, mọi đường kính đều là trục chính trung tâm (trục đối xứng), nên bất kỳ mặt phẳng chứa trục thanh nào cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm. Do đó, mặt cắt ngang thanh tròn luôn luôn chỉ chịu uốn phẳng.

2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Theo nguyên lý cộng tác dụng, tại một điểm *A* (*x,y*) bất kỳ trên tiết diện, ứng suất do hai mômen M_x, M_y gây ra tính theo công thức sau:

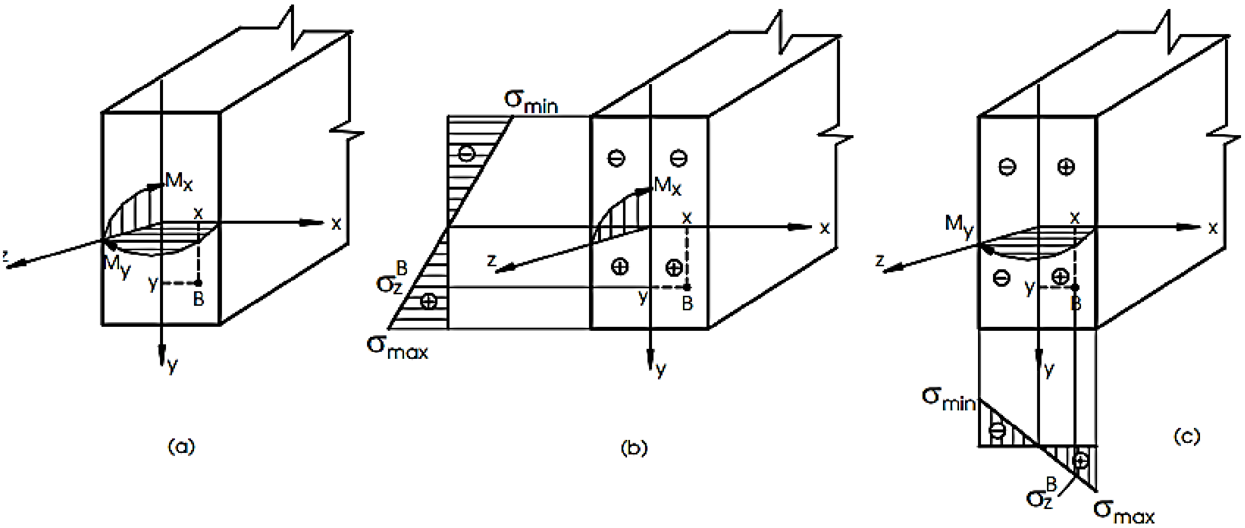
$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x}y + \frac{M_y}{I_y}x \qquad (10.3)$$

Trong (10.3), số hạng thứ nhất chính là ứng suất pháp do M_x gây ra, số hạng thứ hai là ứng suất pháp do M_y gây ra. Công thức (10.3) là công thức đại số, vì các mômen uốn M_x, M_y và tọa độ điểm *A(x,y)* có dấu của chúng.

Trong tính toán thực hành, thường dùng công thức kỹ thuật như sau:

$$\sigma_z = \pm\frac{|M_x|}{I_x}|y| \pm \frac{|M_y|}{I_y}|x| \qquad (10.4)$$

Trong (10.4), lấy dấu cộng (+) hay (–) tuỳ theo điểm tính ứng suất nằm ở miền chịu kéo hay nén do từng nội lực gây ra. Thí dụ ở hình sau:

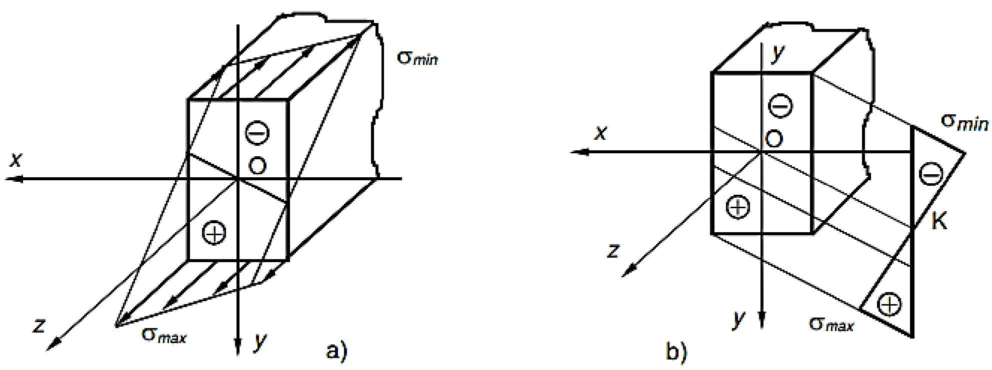


Ứng suất pháp tại điểm B do mô men uốn Mx và My gây ra:

$$\sigma_z = +\frac{|M_x|}{I_x}|y| + \frac{|M_y|}{I_y}|x|$$

3. Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất

Công thức (10.3) là một hàm hai biến, nó có đồ thị là một mặt phẳng trong hệ trục *Oxyz*. Nếu biểu diễn giá trị ứng suất pháp σ_z cho ở (10.3) bằng các đoạn thẳng đại số theo trục *z* định hướng dương ra ngoài mặt cắt (H.10.5a), ta được một mặt phẳng chứa đầu mút các véctơ ứng suất pháp tại mọi điểm trên tiết diện, gọi là mặt ứng suất (H.10.5a).



a. Mặt ứng suất **H.10.5** ***b. Ứng suất phẳng***

Gọi giao tuyến của mặt ứng suất và mặt cắt ngang là đường trung hòa, ta thấy, đường trung hòa là một đường thẳng và là quỹ tích của những điểm trên mặt cắt ngang có trị số ứng suất pháp bằng không.

Cho biểu thức $\sigma_z = 0$, ta được phương trình đường trung hòa:

$$\frac{M_x}{I_x}y + \frac{M_y}{I_y}x = 0 \;\; \Rightarrow \;\; y = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y}x \qquad (10.5)$$

Phương trình (10.5) có dạng *y = ax*, đường trung hòa là một đường thẳng qua gốc tọa độ, và có hệ số góc tính theo công thức:

$$tan\alpha = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y} \qquad (10.6)$$

Nhận xét:

- Đường trung hòa chia tiết diện làm hai miền: miền chịu kéo và miền chịu nén.

- Những điểm nằm trên những đường thẳng song song với đường trung hòa có cùng giá trị ứng suất.

- Càng xa đường trung hòa, trị số ứng suất của các điểm trên một đường thẳng vuông góc đường trung hòa tăng theo luật bậc nhất.

Dựa trên các tính chất này, có thểbiểu diễn sự phân bố bằng biểu đồ ứng suất phẳng như sau: Kéo dài đường trung hòa, vẽ đường chuẩn vuông góc với đường trung hoà tại *K*, ứng suất tại mọi điểm trên đường trung hòa ($\sigma_z = 0$) biểu diễn bằng điểm *K* trên đường chuẩn. Sử dụng phép chiếu thẳng góc, điểm nào có chân hình chiếu xa *K* nhất là những điểm chịu ứng suất pháp lớn nhất.

- Điểm xa nhất thuộc miền kéo chịu ứng suất kéo lớn nhất, gọi là σ_{max}.

- Điểm xa nhất thuộc miền nén chịu ứng suất nén lớn nhất, gọi là σ_{min}.

Tính σ_{max}, σ_{min} rồi biểu diễn bằng hai đoạn thẳng về hai phía của đường chuẩn rồi nối lại bằng đường thẳng, đó là biểu đồ ứng suất phẳng, trị số ứng suất tại mọi điểm của tiết diện trên đường thẳng song song với đường trung hoà chính là một tung độ trên biểu đồ ứng suất xác định như ở (H.10.5b).

4. Ứng suất pháp cực trị và điều kiện bền

Ứng suất pháp cực trị: Gọi $A(x_A,y_A)$ và $B(x_B,y_B)$ là hai điểm xa đường trung hoà nhất về phía chịu kéo và chịu nén, công thức (10.4) cho:

$$\sigma_A = \sigma_{max} = \frac{|M_x|}{I_x}|y_A| + \frac{|M_y|}{I_y}|x_A| \qquad (10.7)$$

$$\sigma_B = \sigma_{min} = -\frac{|M_x|}{I_x}|y_B| - \frac{|M_y|}{I_y}|x_B| \qquad (10.8)$$

Đối với thanh có tiết diện chữ nhật (b x h), điểm xa đường trung hoà nhất luôn luôn là các điểm góc của tiết diện, khi đó:

$$|x_A| = |x_B| = \frac{b}{2}; |y_A| = |y_B| = \frac{h}{2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y};\ \sigma_{min} = -\frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y} \qquad (10.9)$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6};\ W_y = \frac{hb^2}{6}$$

Đối với thanh có tiết diện tròn, khi tiết diện chịu tác dụng của hai mômen uốn *M_x, M_y* trong hai mặt phẳng vuông góc *yOz, xOz*, mômen tổng là *M_u* tác dụng trong mặt phẳng *vOz* cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm, nghĩa là chỉ chịu uốn phẳng, do đó:

$$\sigma_{max} = \sigma_{min} = \pm\frac{|M_u|}{W_u};\ M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};\ \ W_u = \frac{\pi D^3}{32} \qquad (10.10)$$

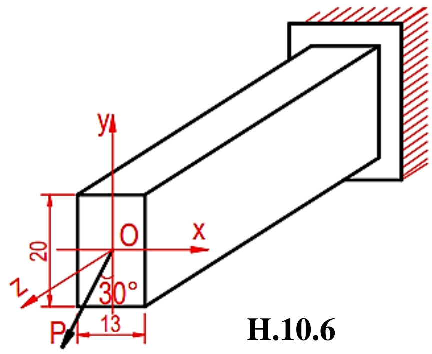
Điều kiện bền: trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn xiên chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp, đó là trạng thái ứng suất đơn, hai điểm nguy hiểm là hai điểm chịu σ_{max}, σ_{min}, tiết diện bền khi hai điểm nguy hiểm thỏa điều kiện bền:

$$\sigma_{max} \le [\sigma]_k \quad ; \quad |\sigma_{min}| \le [\sigma]_n \qquad (10.11)$$

Đối với vật liệu dẻo: *$[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$*, điều kiện bền được thỏa khi:

$$Max(\sigma_{max}, |\sigma_{min}|) \le [\sigma] \qquad (10.12)$$

Ví dụ: Một dầm bằng gỗ có chiều dài *$l = 2m$*. Mặt cắt ngang là hình chữ nhật với kích thước (*$13x20$*)*cm^2* như hình vẽ H.10.6. Dầm bị ngàm chặt một đầu, đầu tự do chịu tác dụng của lực tập trung *$P = 2,4\ kN$*. Lực đặt vuông góc với trục dầm và hợp lực tạo với trục *y* một góc *$\alpha = 30^o$*. Hãy kiểm tra bền cho dầm, biết rằng ứng suất cho phép *$[\sigma] = 10^4 kN/m^2$*.



H.10.6

- Bài giải: Phân tích lực *P* ra làm 2 thành phần:

$P_x = P.sin30^o = 2,4.0,5 = 1,2\ kN$.

$P_y = P.cos30^o = 2,4.0,866 = 2,0784\ kN$.

Thanh bị uốn xiên và mômen uốn ở mặt cắt nguy hiểm (mặt cắt ngàm) bằng:

$M_x = P_y.l = 2,0784.2 = 4,1568\ kNm$.

$M_y = P_x.l = 1,2.2 = 2,4\ kNm$.

Ứng suất lớn nhất ở mặt cắt nguy hiểm:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{4,1568}{8,667.10^{-4}} + \frac{2,4}{5,633.10^{-4}} = 9056,7kN/m^2 < [\sigma]$$

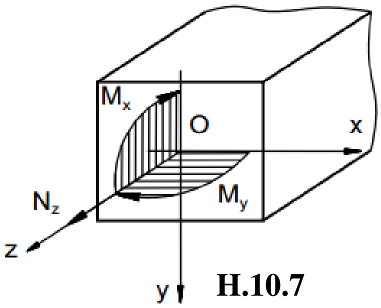
$$(W_x = \frac{13.20^2}{6} = 866,667\ cm^3 = 8,667.10^{-4}m^3$$

$$W_y = \frac{20.13^2}{6} = 563,333\ cm^3 = 5,633.10^{-4}m^3)$$

Như vậy dầm đảm bảo về cường độ.

III. THANH CHIU UỐN CỘNG KÉO (HAY NÉN)

1. Định nghĩa



H.10.7

Thanh chịu uốn cộng kéo (hay nén) đồng thời khi trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực là mômen uốn M_u và lực dọc N_z (H.10.7).

M_u là mômen uốn tác dụng trong mặt phẳng chứa trục z, luôn luôn có thể phân thành hai mômen uốn M_x và M_y trong mặt phẳng đối xứng yOz và xOz (H.10.7).

2. Công thức ứng suất pháp

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, ta thấy bài toán đang xét là tổ hợp của thanh chịu uốn xiên và kéo (hay nén) đúng tâm. Do đó, tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang có tọa độ (x,y) chịu tác dụng của ứng suất pháp tính theo công thức sau:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x}y + \frac{M_y}{I_y}x \qquad (10.13)$$

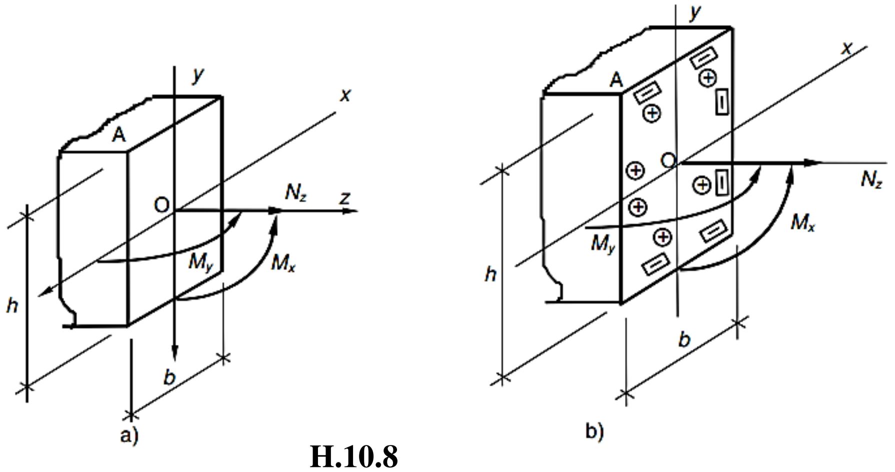
Ứng suất pháp gây kéo được quy ước dương.

Các số hạng trong công thức (*10.13*) là số đại số, ứng suất do N_z lấy (+) khi lực dọc là kéo và ngược lại lực nén lấy dấu trừ; ứng suất do M_x, M_y lấy dấu như trong công thức (10.1) của uốn xiên, nếu định hướng trục y, x dương về phía gây kéo của M_x, M_y thì lấy theo dấu của *y* và *x*.

Khi tính toán thực hành, ta cũng có công thức kỹ thuật:

$$\sigma_z = \pm\frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_x|}{I_x}|y| \pm \frac{|M_y|}{I_y}|x| \qquad (10.14)$$

Trong công thức (10.14), ứng với mỗi số hạng, ta lấy dấu (+) nếu đại lượng đó gây kéo và ngược lại.



H.10.8

a) Định hướng hệ trục x,y khi dùng công thức (9.9)
b) Định dấu cộng trừ khi dùng công thức (9.10)

3. Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất pháp

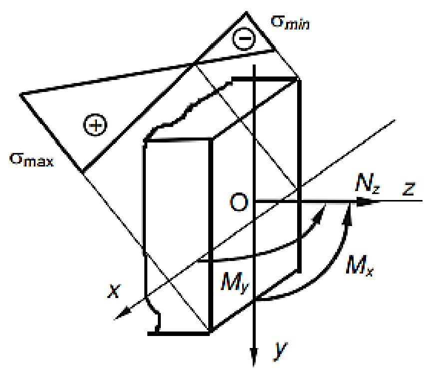
Phương trình (10.13) là một hàm hai biến $\sigma_z = f(x,y)$, nếu biểu diễn trong hệ trục *Oxyz*, với *O* là tâm mặt cắt ngang và σ_z định hướng dương ra ngoài mặt cắt, thì hàm (10.13) biểu diễn một mặt phẳng, gọi là mặt ứng suất, giao tuyến của nó với mặt cắt ngang là đường trung hòa. Đường trung hoà là một đường thẳng chứa tất cả những điểm trên mặt cắt ngang có ứng suất pháp bằng không. Từ đó, cho $\sigma_z = 0$, ta có phương trình đường trung hòa:

$$\frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = 0 \;\Rightarrow\; y = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y} x - \frac{N_z}{A}\frac{I_x}{M_x} \qquad (10.15)$$

Phương trình (10.15) có dạng y = ax + b, là một đường thẳng không qua gốc tọa độ.

Để sử dụng (10.15) thuận lợi, ta nên định hướng trục*x,y* như khi sử dụng công thức (10.13), còn N_z vẫn lấy dấu theo quy ước lực dọc.

Mặt khác, do tính chất mặt phẳng ứng suất, những điểm nằm trên những đường song song đường trung hòa có cùng giátrị ứng suất, những điểm xa đường trung hòa nhất có giá trị ứng suất lớn nhất, ứng suất trên một đường vuông góc với đường trung hòa thay đổi theo quy luật bậc nhất.



***H.10.9** Định hướng hệ trục x, y khi dùng công thức 10.13*

Đường trung hòa chia tiết diện thành hai miền, miền chịu ứng suất kéo và miền chịu ứng suất nén. Nhờ các tính chất này, có thể biểu diễn sự phân bố của ứng suất pháp trên mặt cắt ngang bằng biểu đồ ứng suất phẳng như sau: Kéo dài đường trung hòa ra ngoài tiết diện, vẽ đường chuẩn vuông góc với đường kéo dài tại điểm *O*, đó cũng là điểm biểu diễn giá trị ứng suất pháp tại mọi điểm trên đường trung hòa. Sử dụng phép chiếu thẳng góc, chiếu mọi điểm trên những đường song song đường trung hòa lên đường chuẩn, điểm có chân hình chiếu xa *O* nhất chịu ứng suất pháp lớn nhất.

Điểm xa nhất về miền kéo chịu ứng suất kéo lớn nhất, gọi là σ_{max}, điểm xa nhất về miền nén chịu ứng suất nén lớn nhất, gọi là σ_{min}. Biểu diễn giá trị σ_{max}, σ_{min} bằng các tung độ về hai phía đường chuẩn rồi nối chúng lại bằng đường thẳng, ta được biểu đồ ứng suất phẳng (H.10.9).

4. Ứng suất pháp cực trị và điều kiện bền

Gọi A(x_A,y_A) và B(x_B,y_B) là hai điểm xa đường trung hoà nhất về miền kéo và về miền nén, áp dụng (10.14), ta có công thức tính ứng suất pháp cực trị.

$$\sigma_A = \sigma_{max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_x|}{I_x}|y_A| + \frac{|M_y|}{I_y}|x_A| \qquad (10.16)$$

$$\sigma_B = \sigma_{min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_x|}{I_x}|y_B| - \frac{|M_y|}{I_y}|x_B| \qquad (10.17)$$

Theo (10.12), ta thấy, khi ứng suất do lực dọc trái dấu với ứng suất do M_x, M_y và có trị số lớn hơn tổng trị số tuyệt đối các ứng suất do M_x, M_y, đường trung hoà nằm ngoài mặt cắt, trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất một dấu (chỉ chịu kéo hoặc chỉ chịu nén).

- Với thanh có tiết diện chữ nhật, các điểm nguy hiểm A, B luôn luôn là các điểm góc của tiết diện:

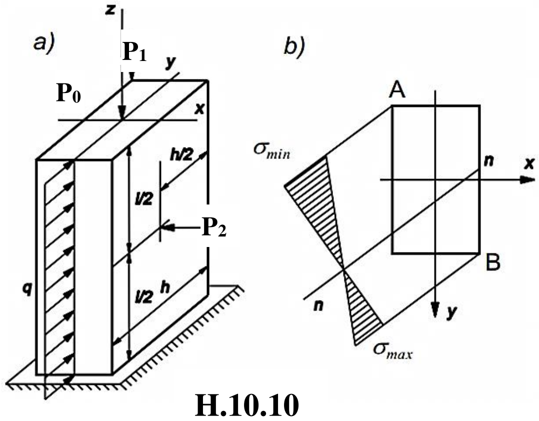
$$|x_A| = |x_B| = \frac{b}{2};\ |y_A| = |y_B| = \frac{h}{2}$$

$$\sigma_{max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y};\ \sigma_{min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y} \qquad (10.18)$$

- Thanh có tiết diện tròn, mômen tổng của M_x, M_y là M_u gây uốn thuần túy phẳng, khi đó ta có công thức tính ứng suất pháp cực trị:

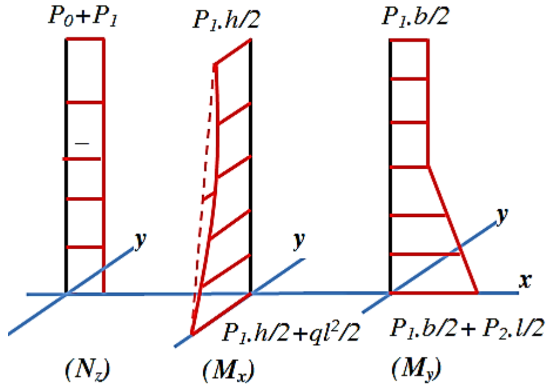
$$\sigma_{max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_u|}{W_u};\ \sigma_{min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_u|}{W_u} \qquad (10.19)$$

Thanh chịu uốn cộng kéo hay nén đồng thời chỉ gây ra ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, tại điểm nguy hiểm, phân tố ởtrạng thái ứng suất đơn, do đó điều kiện bền của thanh giống với điều kiện bền ở trường hợp uốn xiên.



H.10.10

Ví dụ: Cho một thanh chịu lực như hình H.10.10. Tìm giá trịứng suất σ_{max} và σ_{min}, vị trí đường trung hòa và vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm. Cho *P_1= 160 kN; P_2 = 4kN; P_0 = 240kN; q=2kN/m; l=2m; b=12cm; h=16 cm.*



Bài giải

Nội lực tại mặt cắt nguy hiểm (tại ngàm):

$$N_z = -P_0 - P_1 = -400kN$$

$$M_x = \frac{P_1 h}{2} + \frac{ql^2}{2} = 1680kNcm$$

$$M_y = \frac{P_1 b}{2} + \frac{P_2 l}{2} = 1360kNcm$$

$$\sigma_{max} = \sigma_B = -\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} = -\frac{400}{12.16} + \frac{1680}{\frac{12.16^2}{6}} + \frac{1360}{\frac{16.12^2}{6}} = 4,74\frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_A = -\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y} = -\frac{400}{12.16} - \frac{1680}{\frac{12.16^2}{6}} - \frac{1360}{\frac{16.12^2}{6}} = -8,91\frac{kN}{cm^2}$$

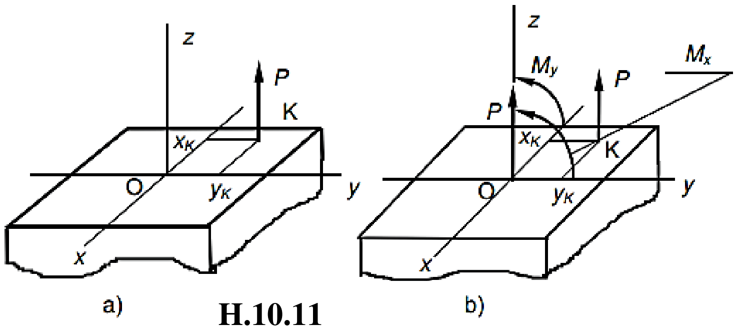
Phương trình đường trung hòa:

$$y = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y}x - \frac{N_z}{A}\frac{I_x}{M_x} = -\frac{1360}{1680}\frac{16^2}{12^2}x - \frac{(-400)}{12.16}\frac{\frac{12.16^3}{12}}{1680} = -1,439x + 5,079$$

Đường trung hòa cắt các trục tọa độ tại x_0 = 3,53cm ; y_0 = 5,079cm.

5. Thanh chiu kéo hay nén lệch tâm

Thanh chịu kéo hay nén lệch tâm khi ngoại lực hay nội lực tác dụng trên mặt cắt ngang tương đương một lực *P* song song trục thanh mà không trùng với trục thanh. Nếu lực *P* này hướng vào mặt cắt, thanh chịu nén lệch tâm, ngược lại, nếu lực *P* hướng ra, thanh chịu kéo lệch tâm (H.10.11).



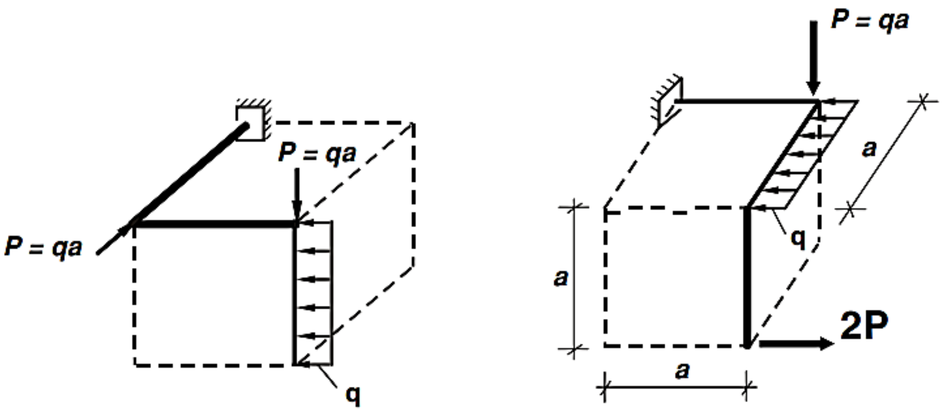
H.10.11

Trong thực tế, bài toán nén lệch tâm rất thường gặp trong tính toán cột, móng nhà công nghiệp hay dân dụng, trong tính toán trụ, móng cẩu tháp...

Áp dụng nguyên lý dời lực, đưa lực kéo hay nén lệch tâm về tâm tiết diện, ta được bài toán uốn cộng kéo hay nén đồng thời. Do đó, tất cả công thức đã được thiết lập cho bài toán uốn cộng kéo hay nén đồng thời đều áp dụng được cho bài toán kéo hay nén lệch tâm.

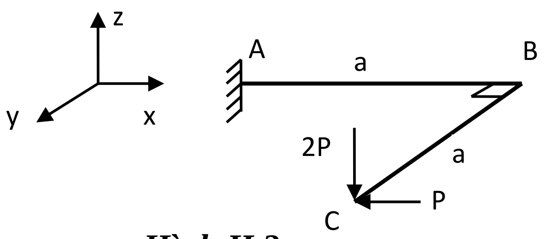
Bài tập Chương 10

1. Vẽ biểu đồ lực dọc, mômen uốn, mômen xoắn cho thanh không gian (hình *H.1*).



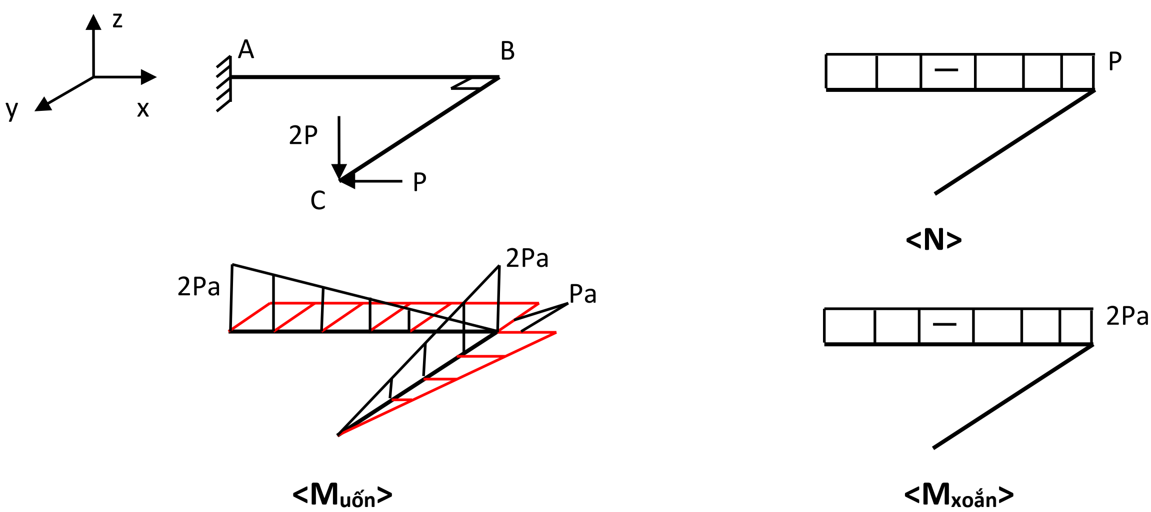
Hình H.1

2. Cho kết cấu chịu lực như hình vẽ *H.2*. Hãy vẽ biểu đồ momen uốn, momen xoắn và lực dọc của kết cấu? Biết $L_{AB} = L_{BC} = a$.

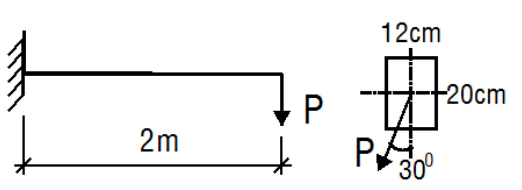


Hình H.2

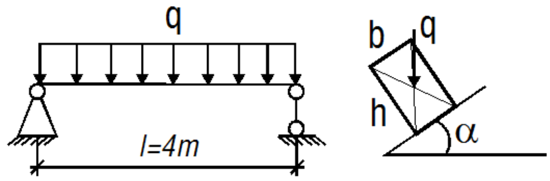
Đáp số:



3. Xác định giá trị σ_{max}, σ_{min}, vị trí đường trung hoà, vẽ biểu đồ ứng suất pháp tại mặt cắt ngang nguy hiểm của dầm chịu có liên kết, kích thước và chịu tải trọng như hình vẽ *H.3*. Biết *P=2.4kN*.



Hình H.3



Hình H.4

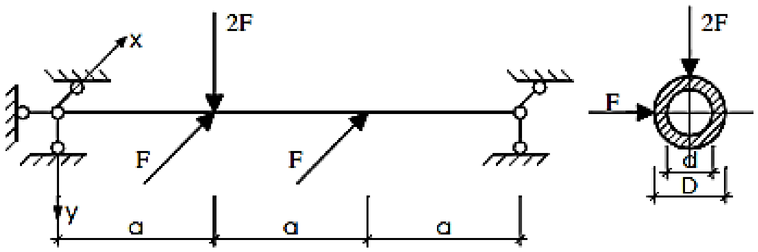
4. Một dầm gỗ đặt nghiêng góc $\alpha=30^0$, chịu tải trọng phân bố đều *q=1,5 kN/m* theo phương thẳng đứng như hình *H.4*. Mặt cắt ngang của dầm hình chữ nhật kích thước *b=6cm; h=12cm*. Vẽ biểu đồ mô men uốn của dầm sau đó kiểm tra bền cho dầm. Biết ứng suất cho phép của vật liệu dầm $[\sigma] = 1{,}2\ kN/cm^2$.

5. Dầm có tiết diện tròn rỗng chịu tải trọng như trên hình vẽ *H.5*.

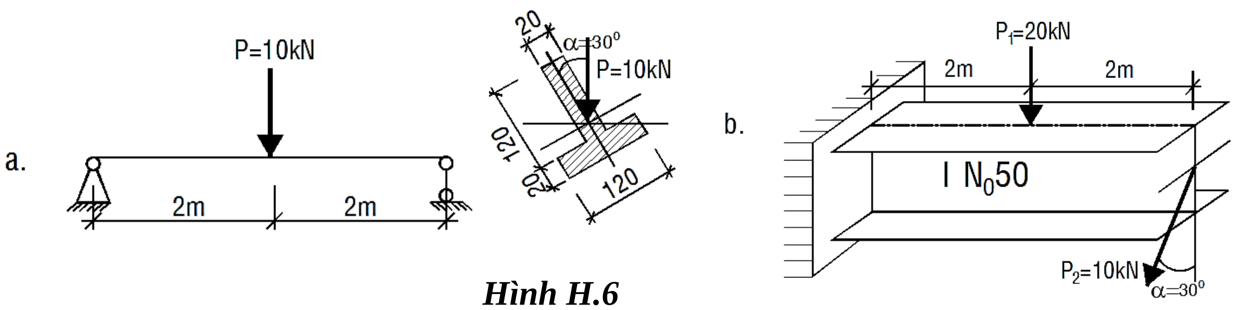
a. Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x và M_y.

b. Xác định đường kính *D* theo điều kiền bền của dầm. Biết $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$; *D/d = 1,2; a = 1m; F =10kN*.

Hình H.5



6. Xác định giá trị σ_{max}, σ_{min}, vị trí đường trung hoà, vẽ biểu đồ ứng suất pháp tại mặt cắt ngang nguy hiểm của dầm chịu có liên kết, kích thước, và chịu tải trọng như hình vẽ *H.6*.



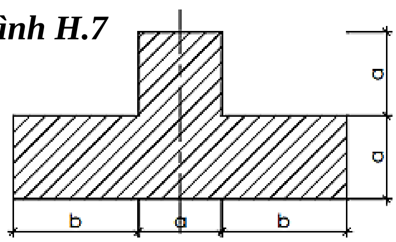
Hình H.6

7. Một cột có tiết diện như cho trên hình vẽ *H.7*.

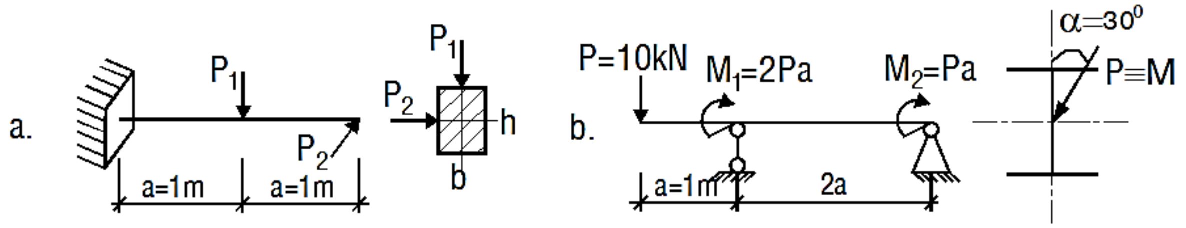
a. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm của tiết diện.

b. Xác định lõi của tiết diện. Biết *a = 15 cm ; b =2a*.

Hình H.7



8. Xác định kích thước mặt cắt ngang của các dầm có kích thước và chịu tải trọng như hình vẽ *H.8*. Biết h/b=4; ứng suất cho phép của vật liệu dầm *$[\sigma]$ =1,2 kN/cm^2* (P, M_1, M_2 cùng nằm trong mặt phẳng nghiêng góc 30^0 so với phương thẳng đứng).



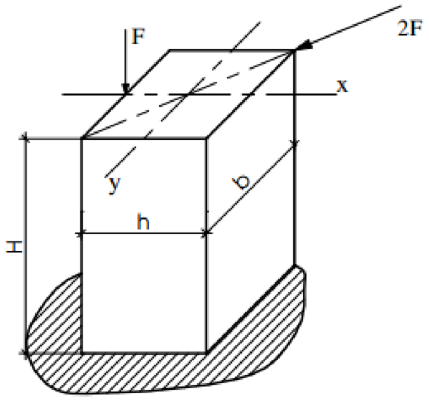
Hình H.8

9. Cho một cột chịu lực như hình vẽ *H.9*.

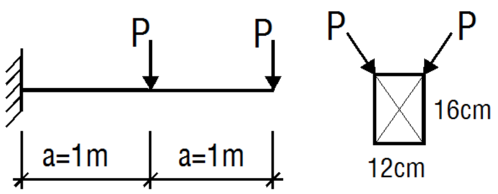
a. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực *N_z, M_x, M_y*.

b. Tính ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất trên tiết diện nguy hiểm của cột.

Biết *h =15cm; b = 25cm; F= 15 kN; H=3m*; Bỏ qua trọng lượng bản thân cột.



Hình H.9



Hình H.10

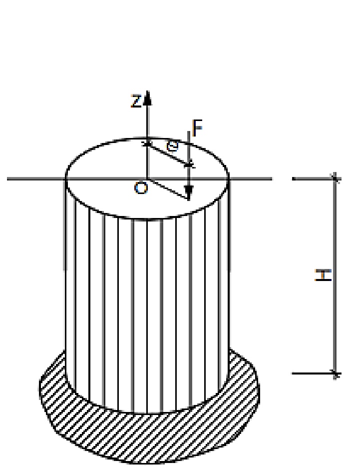
10. Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên các dầm có kích thước và chịu tải trọng như hình vẽ *H.10*. Biết *$[\sigma]$ = 16 kN/cm^2*.

11. Cột có tiết diện tròn đường kính d chịu nén bởi một lực *F* song song trục *z* của cột và lệch tâm một đoạn *e* như trên hình vẽ *H.11*.

a. Xác định ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất trên tiết diện chân cột khi *e=2,5cm*.

b. Tìm *e_{max}* để trên tiết diện chân cột không phát sinh ứng suất kéo.

Biết *H = 2,5 m; d =20 cm; F = 25 kN* ; trọng lượng riêng vật liệu cột *γ=18kN/m^3*.



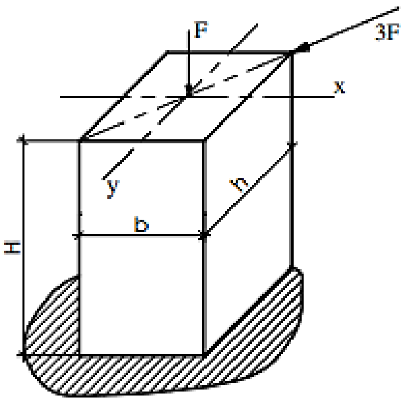
H.11

12. Cho một cột chịu lực như hình vẽ *H.12*. Tính ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất trên tiết diện nguy hiểm của cột trong trường hợp:

a. Kể đến trọng lượng bản thân cột.

b. Không kể đến trọng lượng bản thân cột.

Biết $b=20cm$; $h=30cm$; $F_2=15\ kN$; $H=2{,}5m$; Vật liệu cột có TLR $\gamma= 18kN/m^3$.



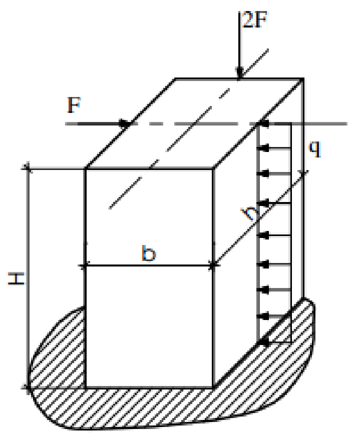
H.12

13. Cột có tiết diện chữ nhật kích thước b×h chịu lực như trên hình vẽ *H.13*.

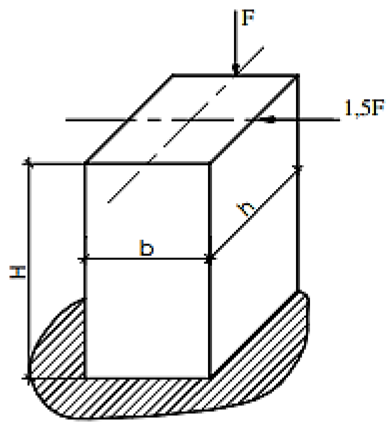
a. Vẽ biểu đồ các thành phần ứng lực N_z, M_x, M_y.

b. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp tại tiết diện chân cột.

Biết $F= 5kN$; $q= 1{,}5kN/m$; $b= 15cm$; $h= 20cm$; $H= 2{,}5\ m$; Bỏ qua trọng lượng bản thân của cột.



Hình H.13



Hình H.14

14. Cho một cột chiu lực như hình vẽ *H.14*.

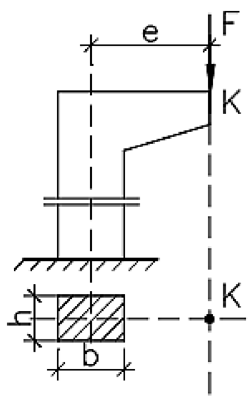
a. Tính ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất trên mặt cắt ngang nguy hiểm của cột.

b. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp tại mặt cắt ngang nguy hiểm của cột. Cho biết $b = 15\ cm$; $h= 20\ cm$; $F=10\ kN$; $H= 3\ m$; $\gamma= 20kN/m^3$.

15. Cột chịu nén lệch tâm như hình vẽ *H.15*.

a. Xác định vị trí đường trung hòa ở mặt cắt ngang nguy hiểm.

b. Kiểm tra điều kiện bền cho cột.



Hình H.15

Biết *b=22 cm ; h = 10cm*; độ lệch tâm *e=15 cm ; F= 5kN*;

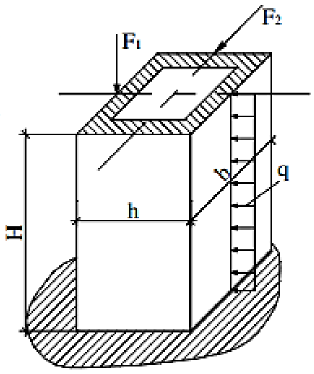
Vật liệu có $[\sigma]_k$=2 kN/cm^2; $[\sigma]_n$=8 kN/cm^2. Bỏ qua trọng lượng cột.

16. Cột tiết diện chữ nhật rỗng có bề dày δ là hằng số, chịu lực như trên hình vẽ *H.16*.

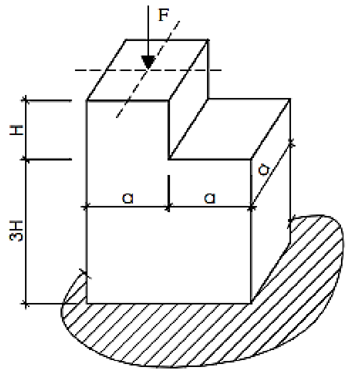
a. Vẽ các biểu đồ lực dọc và mô men uốn nội lực của cột.

b. Xác định ứng suất pháp cực trị trên tiết diện chân cột.

Biết F_1= 15 kN; F_2= 10 kN; *q=5 kN/m; h = 20cm; b = 10cm; H = 2,5m; δ=1,5cm*. (Bỏ qua trọng lượng bản thân cột).



Hình H.16



Hình H.17

17. Cho cột có kích thước và chịu tải trọng như hình vẽ H.17. Tại mặt cắt ngang chân cột hãy xác định:

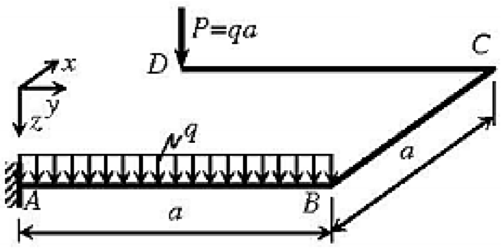
a. Các thành phần ứng lực.

b. Các ứng suất pháp cực trị. Biết trọng lượng riêng của cột là γ= 20 kN/m^3; *F = 50 kN; a = 0,15m; H = 1m*.

18. Cho hệ khung chịu tải trọng như hình vẽ *H.18*.

a. Vẽ các biểu đồ momen xoắn, momen uốn

b. Tính chuyển vị đứng tại điểm *B*. Biết độ cứng uốn theo phương đứng của tiết diện là *EI*.

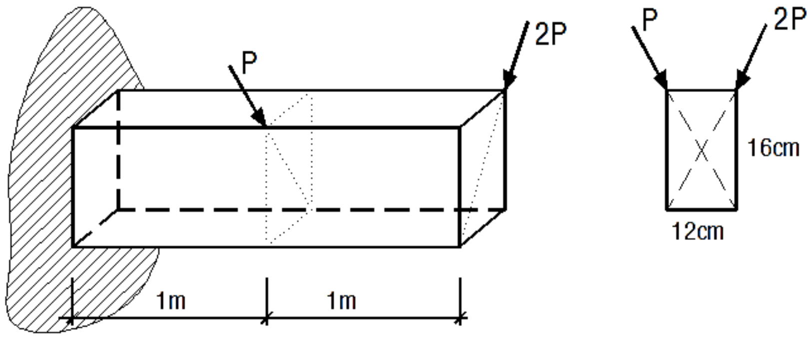


Hình H.18

19. Cho dầm chịu tải trọng như hình vẽ *H.19*.

a. Vẽ các biểu đồ momen uốn M_x, M_y.

b. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp tại tiết diện nguy hiểm.



H.19

20. Thanh gãy khúc *ABC*, nằm trong mặt phẳng ngang, *AB* vuông góc với *BC* chịu tác dụng của tải trọng *P* và *q* như trên hình *H.20*.

a. Vẽ biểu đồ mô men uốn, lực dọc.

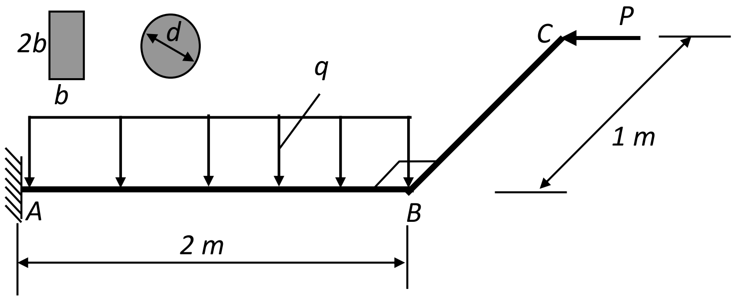
b. Xác định mặt cắt nguy hiểm của thanh và các thành phần nội lực tại mặt cắt này.

c. Bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc, hãy chọn kích thước mặt cắt ngang thanh *ABC* trong hai trường hợp mặt cắt ngang (bề rộng *b* cho mặt cắt chữ nhật, đường kính *d* cho mặt cắt tròn) sao cho thanh thoả điều kiện bền.

d. Kiểm tra lại mặt cắt vừa chọn ở câu *c* khi có xét thêm lực dọc.

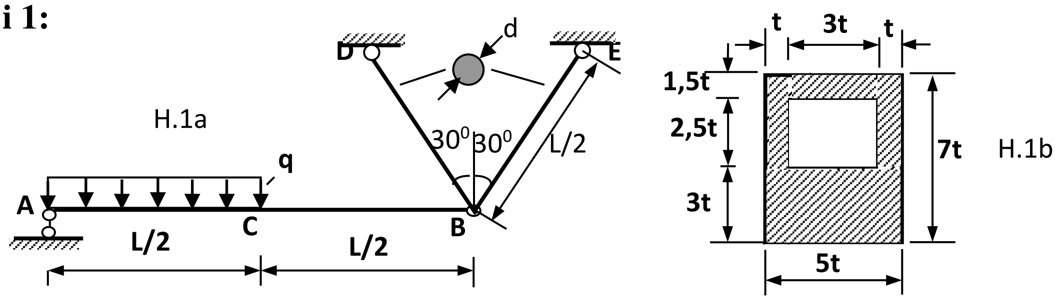
e. Tính chuyển vị đứng điểm *C* khi thanh có mặt cắt ngang chữ nhật vừa chọn.

Biết: $P = 10\ kN$, $q = 20\ kN/m$, $E = 2.10^4\ kN/cm^2$, $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$.



Hình H.20

Bài 1:



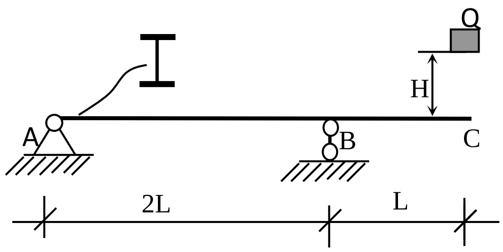
Một dầm AB tựa đơn tại A và tại B được treo bởi hai thanh tròn BD và BE có dường kính d và có cùng chiều dài L/2. Dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật rỗng như trên (H.1b) và chịu tác dụng của tải trọng phân bố đều q trên nửa đoạn dầm (H.1a).

a. Vẽ biểu đồ momen uốn và lực cắt cho dầm và lực dọc trong các thanh.
b. Chọn giá trị lớn nhất của q từ điều kiện bền của các thanh treo.

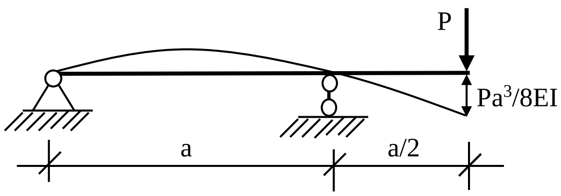
Cho biết: L = 3m, d = 80 mm và các **thanh tròn treo bằng thép** có $[\sigma]$ = 160 MPa

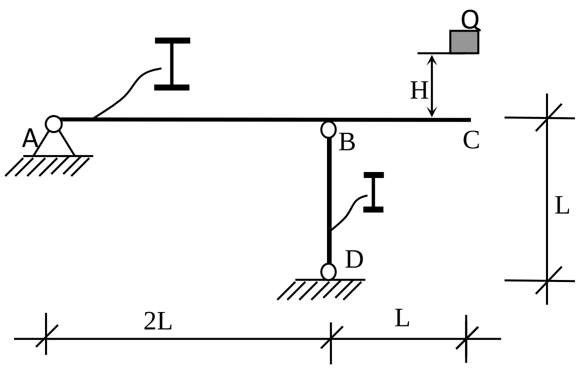
c. Với giá trị của q chọn trong câu 2, hãy chọn kích thước tối thiểu của mặt cắt ngang (t_{min}) từ điều kiện bền của dầm AB, biết **dầm làm bằng gang** có ứng suất cho phép khi kéo và nén lần lượt là: $[\sigma]_k$ = 40 MPa, $[\sigma]_n$ = 120 Mpa
d. Hãy vẽ biểu đồ ứng suất tiếp tại mặt cắt có Q_{max} từ đó suy ra τ_{max}.

Bài 2. Dầm ABC mặt cắt ngang chữ I số 30 chịu va chạm như hình 1a. Trọng lượng Q = 5 kN rơi tự do từ độ cao H = 5 cm xuống điểm C của dầm. Bỏ qua trọng lượng của dầm ABC.



Hình 1a





Hình 1b

a. Xác định hệ số động và tính ứng suất pháp lớn nhất trong dầm
b. Thay liên kết thanh tại B bằng thanh BD có mặt cắt ngang chữ I số 12 như hình 1b, tính ứng suất pháp lớn nhất trong dầm và kiểm tra ổn định BD. Khi tính bỏ qua trọng lượng thanh BD.

Cho: $E = 2.10^4$ kN/cm^2; L = 2m; $[\sigma] = 16$ kN/cm^2; $\lambda = 150$ thì $\varphi = 0,32$ và $\lambda = 140$ thì $\varphi = 0,36$.

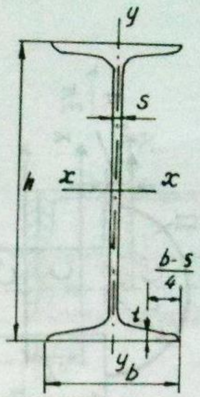
Thép chữ I số 30 có đặc trưng hình học mô men quán tính $I_x = J_x = 7080$ cm^4, $I_y = J_y = 337$ cm^4, và mô men chống uốn $W_x = 472$ cm^3, $W_y = 49,9$ cm^3.

Thép I số 12 có mô men quán tính $I_x = J_x = 350$ cm^4, $I_y = J_y = 27,9$ cm^4; bán kính quán tính $r_x = i_x = 4,88$ cm, $r_y = i_y = 1,39$ cm, và diện tích mặt cắt ngang $A = 14,7$ cm^2.

PHỤ LỤC

Bảng 4.1

I. Thép hình I cán nóng (theo ГОСТ 8239–89)



h – chiều cao tiết diện ;
b – chiều rộng của cánh ;
s – bề dày của thân ;
t – chiều dày cánh ;
A – diện tích tiết diện ;

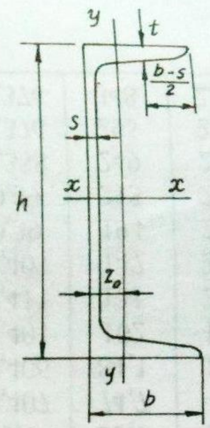
J – mômen quán tính ;
W – mômen chống uốn ;
S – mômen tĩnh của nửa tiết diện ;
r – bán kính quán tính ;
m – khối lượng trên một mét dài.

N°	m, kg/m	Kích thước, mm				A, cm^2	J_x, cm^4	W_x, cm^3	r_x, cm	S_x, cm^3	J_y, cm^4	W_y, cm^3	r_y, cm
		h	b	s	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,50	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,70	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	15,90	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	18,40	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	21,00	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	24,00	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	27,30	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	31,50	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	36,50	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	42,20	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	48,60	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	57,00	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	66,50	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	18,109	708.0	808,0	101,00	3,09
50	78,50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	92,60	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	108,00	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Bảng 4.2

II. Thép hình U cán nóng (theo ГОСТ 8239−89)

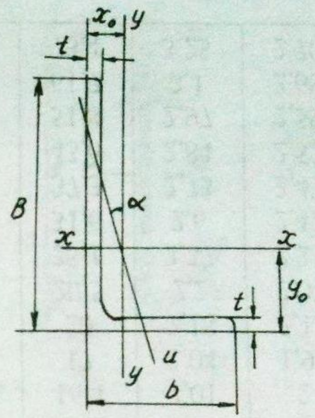
h − chiều cao tiết diện ;
b − chiều rộng của cánh ;
s − bề dày của thân ;
t − chiều dày cánh ;
A − diện tích tiết diện ;
J − mômen quán tính ;
W − mômen chống uốn ;
S − mômen tĩnh của nửa tiết diện ;
r − bán kính quán tính ;
m − khối lượng trên một mét dài ;
z_0 − khoảng cách từ trục y đến mép ngoài của thân.



N^o	m kg/m	Kích thước				A, cm^2	J_x, cm^4	W_x, cm^3	r_x, cm	S_x, cm^3	J_y, cm^4	W_y, cm^3	r_y, cm	Z_0, cm
		h	b	s	t									
5	4,84	50	32	4,4	7	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
16	14,2	160	84	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
22	21	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	24	240	90	5,6	10	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
27	27,7	270	95	6	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	40,5	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	48,3	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,70

Bảng 4.3

III. Thép góc không đều cạnh cán nóng (theo ГОСТ 8239–89)



B – chiều rộng cánh lớn ;
b – chiều rộng cánh nhỏ ;
t – bề dày cánh ;
r – bán kính quán tính ;
x_0, y_0 – khoảng cách từ trọng tâm đến mép ngoài của cánh ;
α – góc nghiêng của trục chính trung tâm.

J – mômen quán tính ;
A – diện tích tiết diện ;
J_{xy} – mômen quán tính ly tâm ;
r – khối lượng trên một mét dài ;

N°	m, kg/m	Kích thước, mm			A, cm^2	J_x, cm^4	r_x, cm	J_y, cm^3	r_y, cm	$I_{u\,min}$, cm	$r_{u\,min}$ cm	tgα	J_{xy}, cm^4	x_0, cm	y_0, cm
		B	b	t											
5/3,2	2,4	50	32	4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	0,401	2.59	0,76	1,65
7,5/5	4,79	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	12	1,17	2,39
9/5,6	6,7	90	56	6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	22,5	1,28	2,95
10/6,3	7,53	100	63	6	9,58	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	31,5	1,42	3,23
	8,7			7	11,1	113	3,19	35	1,78	20,8	1,37	0,392	36,1	1,46	3,28
	9,87			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	40,5	1,5	3,32
11/7	10,9	110	70	8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,4	55,9	1,64	3,61
12,5/8	11	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	74,7	1,8	4,01
	12,6			8	16	256	4	83	2,28	48,8	1,75	0,406	84,1	1,84	4,05
	15,5			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	102	1,92	4,14
14/9	14,1	140	90	8	18	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	121	2,03	4,49
	17,5			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	147	2,12	4,58
16/10	18	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,39	194	2,24	5,19
	19,8			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,39	213	2,28	5,23
	23,6			12	30	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	249	2,36	5,32
18/11	22,2	180	110	10	28,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,376	295	2,44	5,88
	26,4			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	348	2,52	5,97

Tiếp bảng 4.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20/12,5	27,4	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	465	2,79	6,5
	29,7			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,7	0,392	503	2,83	6,54
	34,4			14	43,9	1801	6,41	551	3,54	327	2,73	0,39	573	2,91	6,62
	39,1			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	643	2,99	6,71

Bảng 4.4

IV. Thép góc đều cạnh cán nóng (theo ГОСТ 8239–89)

b – chiều rộng cánh ;

t – bề dày cánh ;

r – bán kính quán tính ;

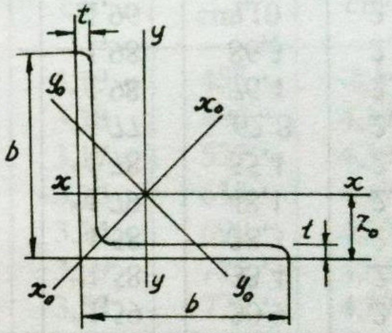
m – khối lượng trên một mét dài ;

z_0 – khoảng cách từ trọng tâm đến mép ngoài của cánh.

J – mômen quán tính ;

A – diện tích tiết diện ;

J_{xy} – mômen quán tính ly tâm ;



N^o	m, kg/m	Kích thước		A, cm^2	J_x, cm^4	r_x, cm	$J_{xo\,max}$ cm^4	$r_{xo\,max}$ cm	$J_{yo\,min}$ cm^4	$r_{yo\,min}$ cm	J_{yx} cm^4	z_0 cm
		b	t									
5	3,05	50	4	3,89	9,21	1,51	14,6	1,94	3,8	0,99	5,42	1,38
	3,77		5	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42
5,6	3,44	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52
	4,25		5	5,41	16	1,72	25,4	2,16	6,59	1,11	9,41	1,57
6,3	3,90	63	4	4.96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	11	1,69
	4,81		5	6,13	23,1	1,94	36,8	2,44	9,52	1,25	13,7	1,74
	5,72		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	15,9	1,78

Tiếp bảng 4.4

N^o	m, kg/m	Kích thước b	Kích thước t	A, cm^2	J_x, cm^4	r_x, cm	$J_{xo\,max}$ cm^4	$r_{xo\,max}$ cm	$J_{yo\,min}$ cm^4	$r_{yo\,min}$ cm	J_{yx} cm^4	z_0 cm
7	5,38	70	5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	18,7	1,9
	6,39		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	22,1	1,94
7,5	5,8	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	23,1	2,02
	6,89		6	8,78	46,6	2,3	7,9	2,9	19,3	1,48	27,3	2,06
	7,96		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	31,2	2,10
8	6,78	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	30,9	2,17
	7,36		6	9,38	57	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	33,4	2,19
	8,51		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27	1,58	38,3	2,23
9	8,33	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,5	34	1,79	48,1	2,43
	9,64		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	55,4	2,47
	10,9		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	62,3	2,51
10	10,8	100	7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	76,4	2,71
	12,2		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	86,3	2,75
	15,1		10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	110	2,83
	17,9		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	122	2,91
11	11,9	110	7	15,2	176	3,4	279	4,29	72,7	2,19	106	2,96
	13,5		8	17,2	198	3,39	31 5	4,28	81,8	2,18	116	3
12,5	15,5	125	8	19,7	294	3,87	467	4,87	122	2,49	172	3,36
	17,3		9	22	327	3,86	520	4,86	136	2,48	192	3,4
	19,1		10	24,4	360	3,85	571	4,84	149	2,47	211	3,45
	22,7		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	248	3,53
14	19,4	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	274	3,78
	21,5		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	301	3,82
	25,5		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	354	3,9

Tiếp bảng 4.4

N^o	m, kg/m	Kích thước		A, cm^2	J_x, cm^4	r_x, cm	$J_{xo\,max}$ cm^4	$r_{xo\,max}$ cm	$J_{yo\,min}$ cm^4	$r_{yo\,min}$ cm	J_{yx} cm^4	z_c cm
		b	t									
16	24,7	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	455	4,3
	27		11	34,4	844	4,95	1340	6,24	348	3,18	496	4,35
	29,4		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	537	4,39
	34		14	43,6	1046	4,92	1662	6,2	431	3,16	615	4,47
	38,5		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	690	4,55
18	30,5	180	11	38,8	1216	5,6	1933	7,06	500	3,59	716	4,85
	33,1		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,53	776	4,89

TÀI LIỆU THAM KHẢO