Laboratorijska vjezba za skrivene Markovljeve modele (HMM)

Zadani parametar zadrzavanja istog stanja iznosi M=5

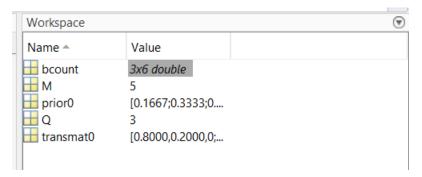
Pod-zadatak 1 - Cjelovito definiranje HMM modela u Matlabu

Temeljem zadanih ucestalosti pojedinih ishoda bacanja pristranih kocki i temeljem zadanog parametra M u vasem Moodle zadatku, potrebno je dopuniti predlozak Matlab skripte kako bi cjelovito opisali zadani HMM model ovog eksperimenta ukljucujuci i matricu vjerojatnosti osmatranja izlaznih simbola.

Kod:

```
clear;
addpath(genpath('C:\Users\Luka\Desktop\FER\OBRADAINFO\treci lab\HMM\HMMall'|));
prior0=[
1 % Prva kocka
 2 % Druga kocka
3 % Treca kocka
% Broj stanja HMM modela
Q=size(prior0,1);
M=5;
transmat0=[
M-1 1 0 % P(1|1) P(2|1) P(3|1)
0 M-1 1 % P(1|2) P(2|2) P(3|2)
1 0 M-1 % P(1|3) P(2|3) P(3|3)
bcount = [20 4 5 5 1 6
         6 20 2 3 3 5
          4 6 20 2 6 2]/40;
```

Spremljene varijable:



Podijelili smo matricu vjerojatnosti osmatranja izlaznih simbola ukupnim brojem bacanja koji iznosi 40 da bismo dobili vjerojatnost izlaza s obzirom na navedeni uzorak.

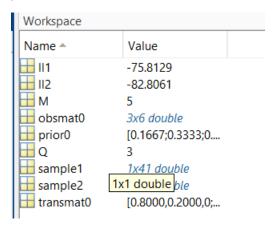
Pod-zadatak 2 - Odredjivanje log-izvjesnosti osmatranja zadanog izlaznog niza simbola za zadani model

Osmotrena su dva niza duljine T=41 simbola kojeg je generirao model L:

```
O = [01 .. oT] =
[35433135361455214545652325521111354411112]
[5314426562534423523235626444244466644252]
```

(2a) Izracunajte log-izvjesnosti osmatranja ova dva niza uz zadane parametre HMM modela te ih upisite u naredna dva polja:

```
sample1 = [3 5 4 3 3 1 3 5 3 6 1 4 5 5 2 1 4 5 4 5 6 5 2 3 2 5 5 2 1 1 1 1 1 3 5 4 4 1 1 1 1 2];
sample2 = [5 3 1 4 4 2 6 5 6 2 5 3 4 4 2 3 5 2 3 2 3 5 6 2 6 4 4 4 2 4 4 4 4 6 6 6 4 4 2 5 2];
ll1 = dhmm_logprob(sample1, prior0, transmat0, obsmat0);
ll2 = dhmm_logprob(sample2, prior0, transmat0, obsmat0);
```



IZVJEŠTAJ: Ime matrice bcount mijenjamo u obsmat. Sample1 i sample2, koji nam predstavljaju dva uzorka, ubacujemo s ostalim parametrima u funkciju, već implementiranu u HMMall "knjižnici alata", dhmm logprob.

(2b) Izracunajte i upisite u Moodle koliko puta je drugi niz manje izvjestan od prvog u eksponencijalnom zapisu:

```
llDiff = exp(ll1)/exp((ll2)); %razlika u izvjesnosti u eksponencijalnom zapisu
```

IZVJEŠTAJ: Drugi je niz 1089.2 puta manje izvjestan od prvog kad se računaju u eksponencijalnom zapisu.

Pod-zadatak 3 - Izracunavanje vjerojatnosti unaprijed i unazad za sva skrivena stanja modela i sve vremenske trenutke osmatranja

(3a) Za prvu sekvencu iz pod-zadatka 2 potrebno je primijeniti algoritme "Unaprijed" i "Unazad" i izracunati unaprijedne vjerojatnosti αt(stanje) i unazadne vjerojatnosti βt(stanje) za sve trenutke osmatranja t=1 ... T za zadani model L. **Vazno:** pri pozivu funkcije ne smijete aktivirati skaliranje vjerojatnosti, tj. u pozivu funkcije morate definirati ..., 'scaled', 0); kao sto je ucinjeno i u primjeru u uputama.

Upisite koji iznos unaprijedne vjerojatnosti ste dobili za $\alpha t(1)$ za t=15 u prvo polje , odnosno iznos unazadne vjerojatnosti za $\beta(1)$ za t=23 u drugo polje u eksponencijalnom zapisu.

```
[alpha, beta, gamma, 11] = ...
fwdback(prior0, transmat0, obslik0, 'scaled', 0);

fwdvalue15 = (alpha(1,15));
bwdvalue23 = (beta(1,23));
```

IZVJEŠTAJ: Brojevi koje dobivamo su poprilično mali zato što je mala vjerojatnost navedenih događaja.

```
fwdvalue15 =
   6.1221e-14

bwdvalue23 =
   3.3325e-14
```

Pod-zadatak 4 - Dekodiranje skrivenih stanja pomocu Viterbi algoritma

(4a) Potrebno je primjenom Viterbi algoritma odrediti najizvjesniji niz skrivenih stanja modela za prvi osmotreni niz iz drugog pod-zadatka. U narednih sest polja upisite dekodirana stanja modela za prva tri i za zadnja tri vremenska koraka prve opservacije:

```
vpath = viterbi_path(prior0, transmat0, obslik0); %najizvjesniji put
firstThree = vpath(1:3);
vpathR = flip(vpath);
lastThree = flip(vpathR(1:3));
```

```
firstThree [3,3,3]
fwdvalue15 6.1221e-14
gamma 3x41 double
lastThree [1,1,2]
```

IZVJEŠTAJ: viterbi_path metoda vraća cijeli niz vrijednosti koji predstavljaju najveću vjerojatnost odabira kocki da bi nam se niz ostvario

Pod-zadatak 5 - Odredjivanje log-izvjesnosti osmatranja uzduz dekodiranih Viterbi puteva

(5a) Ponovite odredjivanje Viterbi niza stanja i za drugi osmotreni niz iz pod-zadatka 2, te za oba niza izracunajte log-izvjesnosti osmatranja ali samo uzduz dekodiranih ?optimalnih? Viterbi puteva. Usporedite dobivene rezultate s onima iz pod-zadatka 2 gdje je izracunata ukupna log-izvjesnost za sve moguce puteve skrivenih stanja. U naredna dva polja upisite razliku log-izvjesnosti preko svih puteva i log-izvjesnosti uzduz Viterbi puta za oba osmotrena niza:

Pod-zadatak 6 - Odredjivanje izvjesnosti osmatranja za skraceni niz i najizvjesniji pojedinacni putevi stanja

(6a) Za prvi osmotreni niz iz pod-zadatka 2 potrebno je odrediti ukupnu izvjesnosti osmatranja skracenog niza, tj. samo za prva cetiri osmotrena izlazna simbola o1, o2, o3 i o4. U tu svrhu trebate iskoristiti ranije rjesenje iz treceg pod-zadatka u kojem ste odredili sve vjerojatnosti modela, ali za cjelovit niz. Upisite u eksponencijalnom zapisu koliko iznosi izvjesnost (ne log-izvjesnost!) osmatranja prva cetiri izlazna simbola:

IZVJEŠTAJ: Izračunavanje smo mogli riješiti i na način da smo odrezali niz te ga ubacili u funkciju dhmm_logprob, ali na ovaj način nismo morali ništa "dirati", a izvođenje funkcije za cijeli niz od 41 elemenata nam je dalo razne informacije u poljima s kojim možemo manipulirati te uzeti ono što nas zanima kao sad.

(6b) [Ponovno odredite Viterbi put, ali sada za ovu skracenu opservacijsku sekvencu, te izracunajte i u naredno polje upisite koji udio izvjesnosti osmatranja (normirano na 1) se ostvaruje uzduz Viterbi puta u odnosu na sve moguce puteve stanja ovog modela:

```
obslikR = multinomial_prob(sample1(1:4), obsmat0); %izracunavamo obslik polje za reducirani niz, potreban nam je za %izracun viterbi puta

vpathR = viterbi_path(prior0, transmat0, obslikR);
[llRV, p3] = dhmm_logprob_path(prior0, transmat0, obslikR, vpathR); %izracun izvjesnosti osmatranja uzduz Viterbi puta

likelihoodStake = exp(llRV)/lR; %udio izvjesnosti
```

```
likelihoodStake 0.7491
```

(6c) Upisite nadjeni Viterbi put stanja za prva cetiri osmotrena simbola prvog niza:

firstFour = vpathR(1:4); %izracun prva četiri stanja Viterbi puta reduciranog niza

```
| uiiiz | 0.2311
| firstFour | [3,3,3,3]
```

(6d) Izracunajte izvjesnosti osmatranja prva cetiri izlazna simbola, ali uzduz svih mogucih pojedinacnih puteva resetke stanja, prema primjeru iz uputa. Koliko ukupno ima ovih pojedinacnih puteva stanja?

```
numPaths 81
```

IZVJEŠTAJ: Ukupan broj puteva za određen model smo dobili alatom iz vjerojatnosti koji nam daje broj svih permutacija.

(6e) Temeljem izracunatih izvjesnosti pojedinacnih puteva stanja, odredite koliko puteva od svih njih uopce nisu moguci, pa upisite broj puteva koji imaju nultu izvjesnost osmatranja skracenog niza:

```
ورت جاسي ہ
%treba nam funkcija koja ce nam naci sve varijacije s ponavljanjem za polje
llm=zeros(numPaths,1); % Stupac za log-izvjesnosti
for i = 1:3
                              %dodavanje svih varijacija u polje mpath
    for j = 1:3
        for k = 1:3
            for 1 = 1:3
              mpath = [mpath; [i j k]];
            end
        end
    end
end
for i=1:numPaths
                                %racunanje log-izvjesnosti za svaki put
                         %te upisivanje vrijednosti u stupac
 [llm(i), p] = dhmm_logprob_path(prior0, transmat0, obslikR, mpath(i,:));
end
numOfNulls = 0;
for i=1:numPaths
                       %racunanje ukupnog broja izvjesnosti koje su jednaki nuli
    if llm(i) == 0
        numOfNulls = numOfNulls + 1;
    end
end
```

IZVJEŠTAJ:

Neshvatljiv problem

```
>> skripta_treci_labos
Index exceeds the number of array elements. Index must not exceed 3.

Error in dhmm logprob_path (line 12)
  p(t) = transmat(qs(t-1), qs(t)) * obsmat(qs(t),t);

Error in skripta_treci_labos (line 90)
  [llm(i), p] = dhmm_logprob_path(prior0, transmat0, obslikR, mpath(i,:));
```

(6f) Sortirajte puteve od najizvjesnijih prema najmanje izvjesnima te u polje upisite koji udio ukupne izvjesnosti osmatranja (normirano na 1) se kumulativno ostvaruje uzduz prvih pet najizvjesnijih puteva ove sortirane liste:

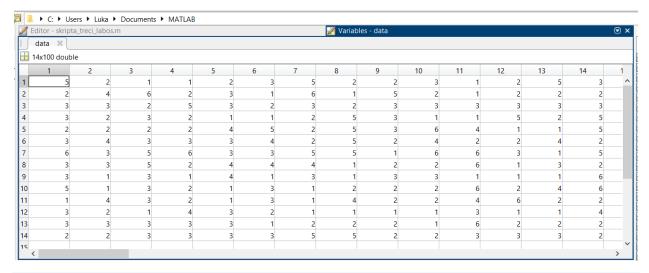
```
% Sortiraj puteve prema izvjesnosti osmatranja od najizvjesnijeg do
% najmanje izvjesnog
[sllm,illm]=sort(-llm);

% Zbrajamo izvjesnosti
sumL = sum(exp(-sllm));
%kako bi mogli dijelit kumulativnu sumu da dobijemo udio
cumStake = cumsum(exp(-sllm)) / sumL;
```

Pod-zadatak 7 - Generiranje opservacija za zadani model

(7a) Generirajte visestruke slucajne nizove osmotrenih izlaznih simbola s nex=14 razlicitih nizova, pri cemu svaki niz treba biti duljine T=100 vremenskih uzoraka. Za generiranje podataka koristiti funkciju dhmm_sample u skladu s uputama, uz parametre HMM modela iz vaseg individualnog pod-zadatka 1. Sacuvajte ovu matricu opservacija jer ce biti intenzivno koristena i u narednim pod-zadatcima. Prije poziva funkcije, svakako resetirajte generator slucajnih brojeva na pocetnu vrijednost naredbom rng('default'). Vase rjesenje ce biti provjereno i bodovano u narednom pod-zadatku.

```
% generiraj visestruki opservacijski niz:
T = 100; % duljina svakog niza
nex = 14; % broj opservacijskih nizova
rng('default'); %resetiranje generatora slucajnih brojeva
data = dhmm_sample(prior0, transmat0, obsmat0, nex, T); %poziv funkcije
```



Pod-zadatak 8 - Odredjivanje dugotrajne statistike osmotrenih simbola i usporedba s njihovim teorijskim ocekivanjima

(8a) Za nizove koji su generirani u pod-zadatku 7, potrebno je eksperimentalno odrediti vjerojatnosti osmatranja svih izlaznih simbola koristenjem slicnih primjera iz uputa. Za prvu

osmotrenu sekvencu iz proslog pod-zadatka upisite broj osmatranja svakog izlaznog simbola, od 1 do 6, kojeg cete naci funkcijom hist:

```
hm=hist(data(1,:), [1 2 3 4 5 6]);

hm [34,22,16,7,15,6]
```

IZVJEŠTAJ: Uzeli smo samo prvu sekvencu te iskoristili metodu koja opisuje koliko se određenih izlaznih simbola pojavilo. Suma dobivenog polja ce biti 100.

(8b) Potrebno je odrediti teorijska ocekivanja dugotrajnih vjerojatnosti osmatranja izlaznih simbola. Pri tome, prvo odredite stacionarnu distribuciju stanja (pi_stac) uzastopnim mnozenjem zadane prijelazne matrice A same sa sobom i to T puta, te zatim temeljem ove dugotrajne statistike vjerojatnosti stanja modela i matrice izlaznih vjerojatnosti osmatranja B, odredite ocekivane stacionarne vjerojatnosti osmatranja svih izlaznih simbola (1 do 6), a sve sukladno primjeru iz uputa. Za provjeru tocnosti vasih rjesenja, upisite dugotrajnu vjerojatnost stanja 1 modela, p(q==1) kao i dugotrajnu vjerojatnost osmatranja izlaznog simbola 1, p(o==1):

```
pi_stac=transmat0;
for i=1:T
    pi_stac=pi_stac*transmat0;
end
%dobili smo matricu koja iskazuje da je vjerojatnost svakog stanja 1/3
stac = pi_stac(1,:)*obsmat0*6; %množenjem stacionarne distribucije stanja sa
%vjerovatnostima obzervacija i veličinom uzorka koji promatramo dobivamo
%stacionirane vjerojatnosti izlaznih simbola u nekom uzorku opisanom našim modelom
```

J.	Lattor skripta_tree_tabos.iii							
		stac ×						
	1x6 double							
٠		1	2	3	4	5	6	
1	1	1.5000	1.5000	1.3500	0.5000	0.5000	0.6500	
	2							
	3							
	4							

IZVJEŠTAJ: Da bi dobili dugotrajnu vjerojatnost osmatranja izlaznog simbola 1 koristimo Bayesov teorem potpune vjerojatnosti. P(1) = P(1|q=1)*P(q=1) ... za sva stanja.

(8c) Odredite empirijske dugotrajne vjerojatnosti osmatranja simbola (pomocu funkcije hist) i to usrednjavanjem broja pojava simbola preko svih nex eksperimenata, te ih usporedite s

upravo izracunatim ocekivanim dugotrajnim statistikama izlaznih simbola. Upisite najveci apsolutni iznos razlike izmedju empirijskih i teorijskih vjerojatnosti izlaznih simbola maksimiziran preko svih 6 izlaznih simbola:

```
%izracunavamo empirijske dugotrajne vjerojatnosti koje cemo usporedivat s
%prethodno dobivenim teorijskima
hmEmp=hist(data',[1 2 3 4 5 6]);
empStac = mean(hmEmp')/T;
%trazenje maksimalne razlike
teorStac = stac/6; %izracun teorijskih vjerojatnosti

maxDiff = 0;
for i=1:6
    if abs(teorStac(i) - empStac(i)) > maxDiff
        maxDiff = abs(teorStac(i) - empStac(i));
    end
end
```

Pod-zadatak 9 - Izracun log-izvjesnosti osmatranja pojedinacnih generiranih opservacija temeljem zadanog modela

(9a) Za svaki od slucajnih nizova koji su generirani u pod-zadatku 7 potrebno je izracunati log-izvjesnost osmatranja uz zadani model, tj. uz isti model koji je koristen za generiranje ovih osmatranja. Nakon toga izracunajte najvecu, najmanju i srednju vrijednost log-izvjesnost usrednjenu preko svih nex osmotrenih nizova, te upisite dobivene rezultate u naredna tri polja (max, min i mean):

Pod-zadatak 10 - Provedite postupak treniranja parametara HMM modela

(10a) Temeljem svih nizova osmatranja koji su generirani u pod-zadatku 7, potrebno je izracunati dva nova HMM modela primjenom funkcije dhmm_em. **Vazno:** u oba slucaja ogranicite broj iteracija EM postupka na najvise 200, a prag relativne promjene izvjesnosti u odnosu na proslu iteraciju za zavrsetak postupka postavite na 1E-6.

Za prvi HMM model inicijalizacija parametara modela za pocetnu iteraciju EM postupka treba biti potpuno slucajna (prema uputama), uz prethodno **resetiranje** generatora pseudo-slucajnih brojeva na pocetnu vrijednost. Za drugi HMM model za inicijalizaciju EM postupka iskoristite parametre zadanog modela. Tocnost vaseg izracuna parametara modela verificirat ce se u narednom pod-zadatku.

Za brzu provjeru upisite broj iteracija koji je bio potreban za estimaciju parametara HMM modela EM postupkom za oba modela (prvi i drugi):