

Luka Vukelić 0036530728	SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA	22.4.2024
	Modeliranje i upravljanje dinamike vozila	
	Vježba 2- Modeliranje lateralne dinamike vozila	

1. Opis vježbe

Izvještaj sa laboratorijskih vježbi piše se jasno, ne previše opširno ali ne i previše sažeto, prema strukturi korištenoj u ovome dokumentu. Prilikom pisanja izvještaja koristi se bezlični književni jezik, a potrebno je paziti na pravopis.

Tekst je potrebno poravnati obostrano, a slike i tablice centrirano. Svaka slika i tablica mora imati sažeti naslov koji se nalazi iznad tablice, odnosno ispod slike. Tablice moraju biti jednostavne, lako čitljive i razumljive.

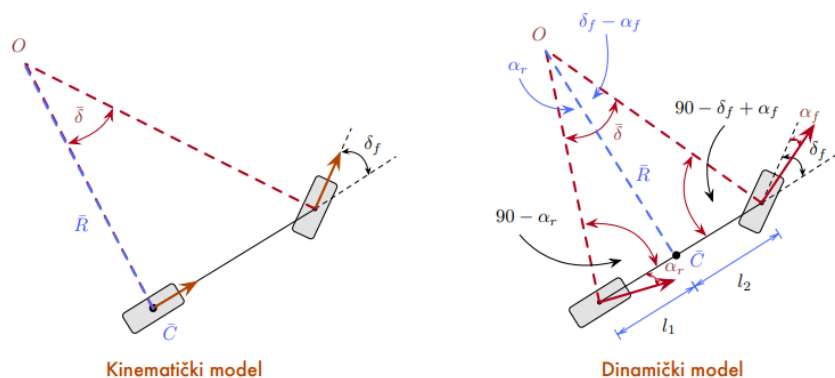
2. Rad na vježbi

1.1 Jednadžba skretanja

Kut klizanja prednjeg i stražnjeg kotača:

$$\alpha_f = \frac{-v_x \delta_f + v_y + \dot{\psi} l_f}{v_x + (v_y + \dot{\psi} l_f) \delta_f} \quad \alpha_r = \frac{v_y - \dot{\psi} l_r}{v_x}$$

Varijabla δ_f predstavlja zakret upravljača na prednjem dijelu vozila, dok su ostali simboli za brzinu, kut i udaljenost prednje i zadnje osovine od centra mase poznati. Jednadžba koja povezuje dinamički i kinematički kut skretanja vozila je Ackermannov kut skretanja $\bar{\delta}$.



Slika 1- Komponente

Za kinematički bicikl model uvodimo tangencijalni radijus R , komponentu koja predstavlja udaljenost između centra rotacije bicikl modela i točke na osi bicikl modela čiji vektor brzine ima smjer osi vozila.

$$\bar{\delta}_{kin} = \text{atan} \frac{l}{R} \approx \frac{l}{\bar{R}}, \quad \bar{\delta}_{dyn} = \text{atan} \frac{l_1}{\bar{R}} + \text{atan} \frac{l_2}{\bar{R}} \approx \frac{l}{\bar{R}}$$

Za dinamički model kažemo da je neutralno upravljiv ako mu je kut skretanja za dinamički model jednak onom za kinematički. Kinematički kut je definiran bez obzira na sile koje uzrokuju to kretanje dok dinamički koristi sile i momente. Na osnovi navedenog koristi se dolje navedena jednadžba. Pretpostavljane su velike brzine i mali kutevi pri eksperimentu.

$$\delta_{f,kin} = \delta_{f,dyn} - \alpha_f + \alpha_r$$

Komponenta koja kvantificira promjenu razine podupravljanja ($\alpha_f > \alpha_r$) s promjenom poprečnog ubrzanja naziva se **gradijent podupravljanja**. Koristeći jednadžbe II Newtonovog zakona u smjeru y-osi te kružnog gibanja oko centra mase uz preformulacije, uvrštavanje normalne sile F_z , korištenje formula za klizanje i za stacionirano skretanje moguće je doći do završne jednadžbe za koeficijent gradijenta podupravljanja K .

$$\begin{aligned} m a_y &= \frac{m v_x^2}{R} = F_r + F_f & F_{zf} &= \frac{l_r}{l_r + l_f} m g \\ J_z \ddot{\psi} &= F_f l_f - F_r l_r = 0 & F_{zr} &= \frac{l_f}{l_r + l_f} m g & F_f &= C_{\alpha,f} \alpha_f, & F_r &= C_{\alpha,r} \alpha_r \\ & & & & C_{\alpha,f} &= \tilde{C}_{\alpha,f} F_{zf}, & C_{\alpha,r} &= \tilde{C}_{\alpha,r} F_{zr} \end{aligned}$$

Za stacionirano skretanje iz izraza za silu u y smjeru te moment proizlaze jednadžbe:

$$F_f = \frac{l_r}{l_r + l_f} \frac{m v_x^2}{R}, \quad F_r = \frac{l_f}{l_r + l_f} \frac{m v_x^2}{R}$$

Kombiniranjem jednadžbi za sile trenja dobivamo:

$$\begin{aligned} \delta_{dyn} &= \delta_{kin} + \alpha_f - \alpha_r = \delta_{kin} + \left(\frac{m l_r}{C_{\alpha,f}(l_r + l_f)} - \frac{m l_f}{C_{\alpha,r}(l_r + l_f)} \right) \frac{v_x^2}{R} \\ K &= \frac{\partial \delta_{dyn}}{\partial a_y} = \left(\frac{m l_r}{C_{\alpha,f}(l_r + l_f)} - \frac{m l_f}{C_{\alpha,r}(l_r + l_f)} \right) \end{aligned}$$

1.2 Koeficijent podudaranja

Slučaj raspodjele $l_f = 0.37 L$:

$$F_{zf} = 6079 \quad F_{zr} = 10352 \quad C_{Lf} = 25880 \quad C_{Lr} = -371727$$

$$K = 0.0268 \text{ rad}/(\text{m/s}^2)$$

Slučaj raspodjele $lf = 0.63 L$:

$$F_{zf} = 10352 \quad F_{zr} = 6079 \quad C_{L,f} = -371727 \quad C_{L,r} = 25880$$

$$K = -0.0268 \text{ rad}/(\text{m}/\text{s}^2)$$

Slučaj raspodjele $lf = 0.47L$:

$$F_{zf} = 7722 \quad F_{zr} = 8708 \quad C_{L,f} = -86384 \quad C_{L,r} = -178273$$

$$K = -4.13 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

1.3 Kritična/karakteristična brzina

Kritična brzina opisuje brzinu pri kojoj je bočna akceleracija jednaka nuli te kod preupravljanja vozilo gubi stabilnost. Karakteristična se pojavljuje kod podupravljanja pri kojoj je kut skretanja dvostruko veći od kinematičkog.

$$v_{crit} = \left(-\frac{lf + lr}{K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad K < 0$$

$$v_{char} = \left(\frac{lf + lr}{K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad K > 0$$

Slučaj raspodjele za $lf=0.37L$:

$$V_{char} = 9.99 \text{ m/s}$$

Slučaj raspodjele za $lf=0.63L$:

$$V_{crit} = 9.99 \text{ m/s}$$

Slučaj raspodjele za $lf=0.47L$:

$$V_{crit} = 0.025 \text{ m/s}$$

1.4 Kut zakreta volana u određenoj radnoj točki

S obzirom na osobnu smanjenu mogućnost predzadnji i zadnji zadatak prvog dijela vježbe (1.4, 1.5) sadrži samo opis rada.

Za zakret volana potrebno je izračunati tangencijalni radijus i koristiti prijenosni omjer vozila.

$$a_y = \frac{v_x^2}{R}$$

$$i_{sw} = 15.9$$

Te koristimo formulu i aproksimaciju ..

$$\delta_{dyn} = i_{sw} \cdot \left(\delta_{kin} + K \cdot \frac{v_x^2}{R} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\bar{\delta}_{kin} = \text{atan} \frac{l}{\bar{R}} \approx \frac{l}{\bar{R}}$$

1.5 Kut zakreta volana u različitim radnim točkama

Povećanjem brzine potreban je veći zakret volana dok je K također proporcionalan s kutom zakreta. Tangencijalni radijus je obrnuto propocionalan.

2.1 Implementacija linearnog modela

```
%%=====FOR TASK 2.1=====%%
% Matrices of the system

% Elements of the A matrix
A = zeros(2,2);
A(1,1) = -(Cf + Cr) / (m * vx);
A(1,2) = (lf * Cf - lr * Cr) / (m * vx) - vx;
A(2,1) = (lf * Cf - lr * Cr) / (J * vx);
A(2,2) = (lf^2 * Cf + lr^2 * Cr) / (J * vx);

% Elements of the B matrix
B = zeros(2,1);
B(1,1) = Cf / m;
B(2,1) = lf * Cf / J;
```

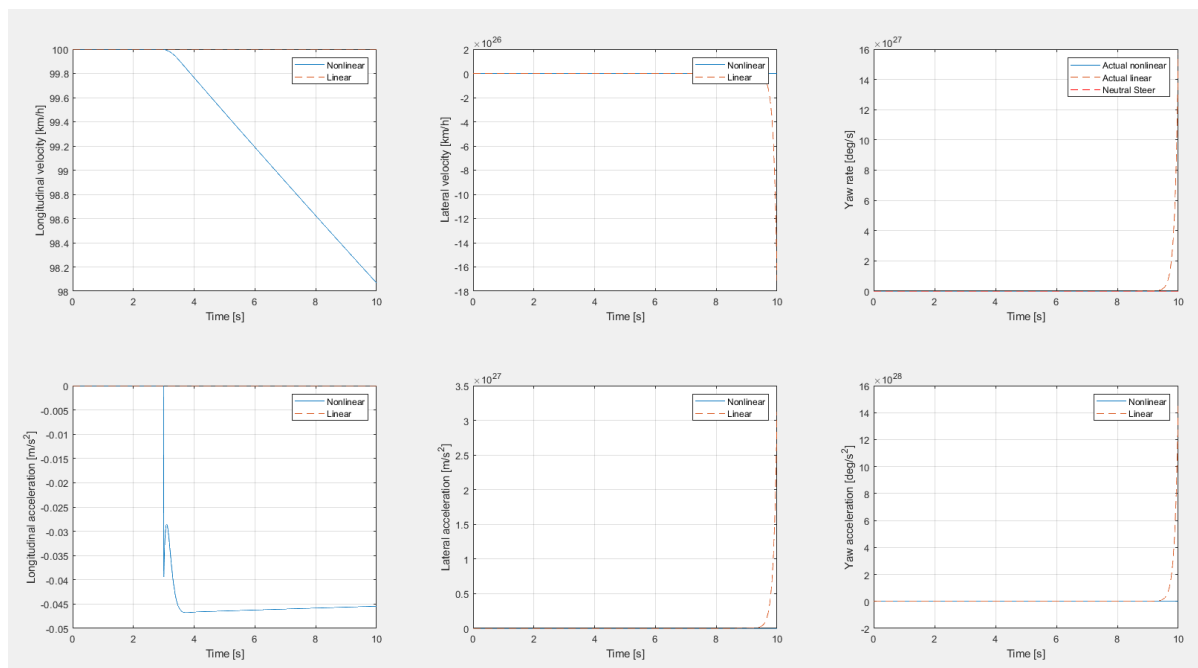
2.2 Implementacija nelinearnog modela

```
%%=====FOR TASK 2.2=====%%
% Slip equations
alphaf = (-vx*delta + vy + wz*lf)/(vx + (vy + wz*lf)*delta);
% Front lateral tire slip
alphar = (vy - wz*lr)/vx; % Rear lateral tire slip

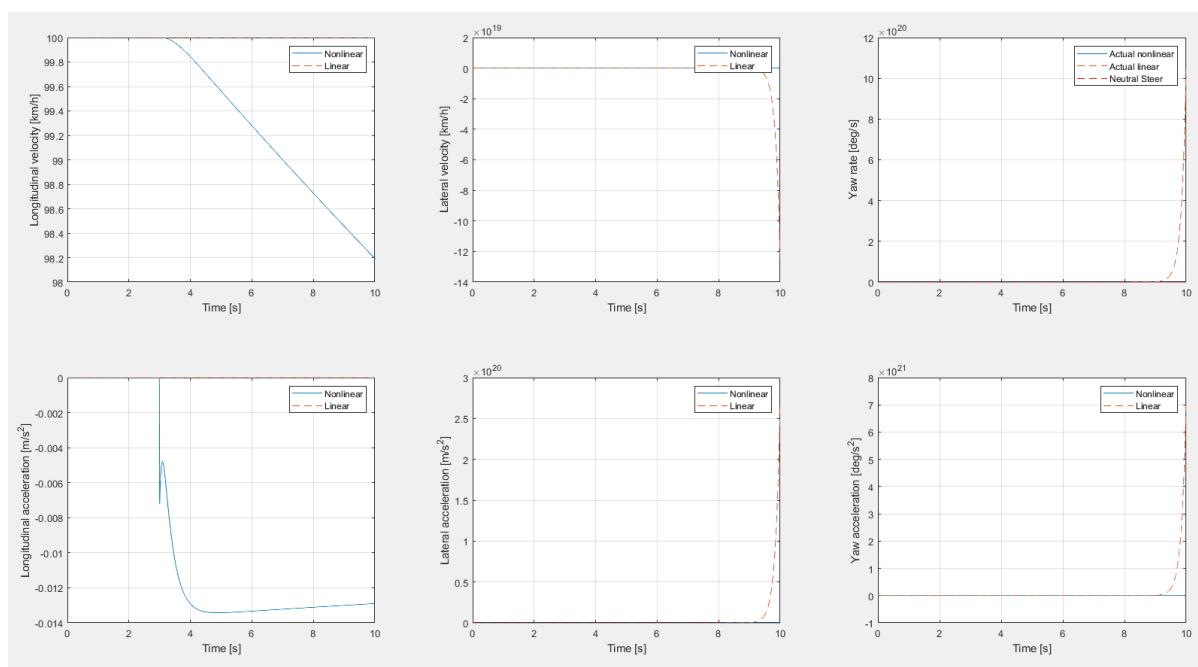
slipAngle = [alphaf; alphar]; % Slip angle vector
%%=====FOR TASK 2.2=====%%

% Equations of motion
vxDot = (Fx(2) + Fx(1)*cos(delta) - Fy(1)*sin(delta) + m*vy*wz)/m; % Derivative of longtidunial vel
vyDot = (Fy(2) + Fy(1)*cos(delta) - Fx(1)*sin(delta) - m*vx*wz)/m; % Derivative of lateral velocity
wzDot = (Fy(1)*cos(delta)*lf - Fy(2)*lr + Fx(1)*sin(delta)*lf)/J; % Derivative of yaw rotational ve
```

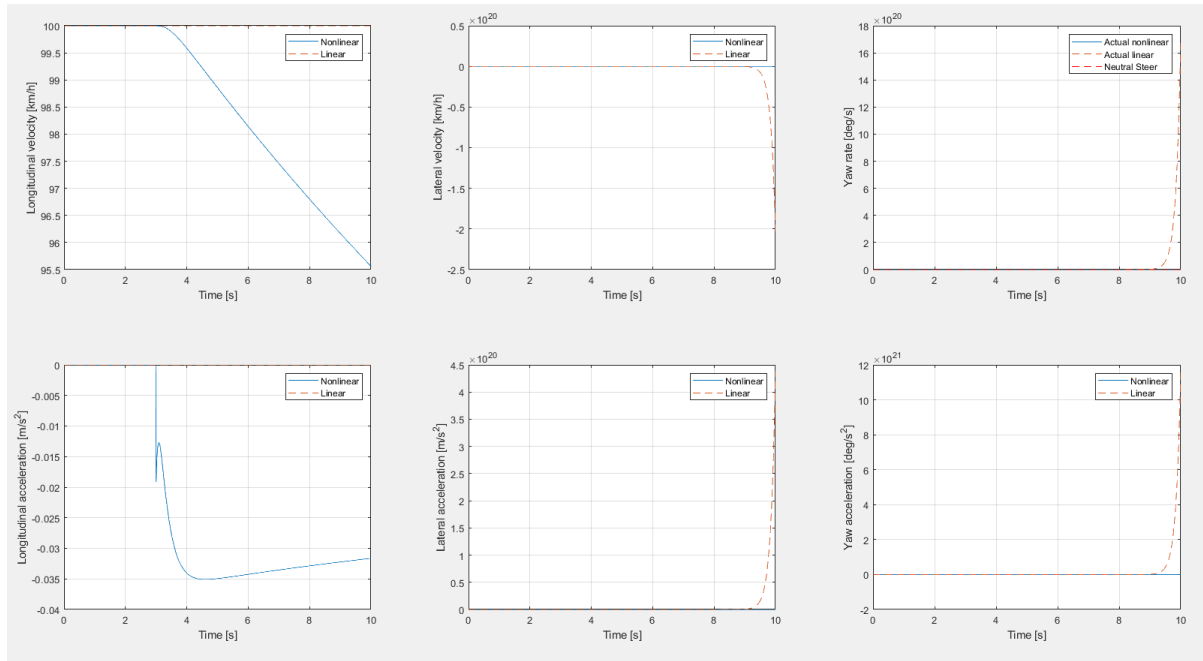
2.3. Grafovi – Provjera ubrzanja



Slika 2. $I_f = 0.37L$

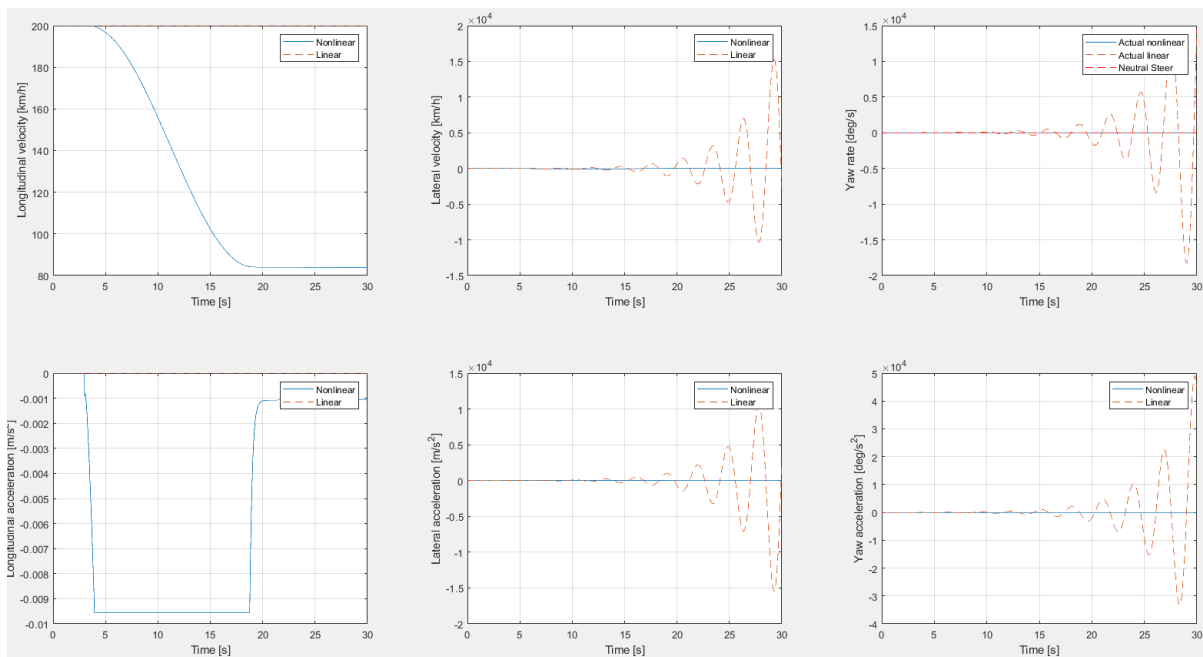


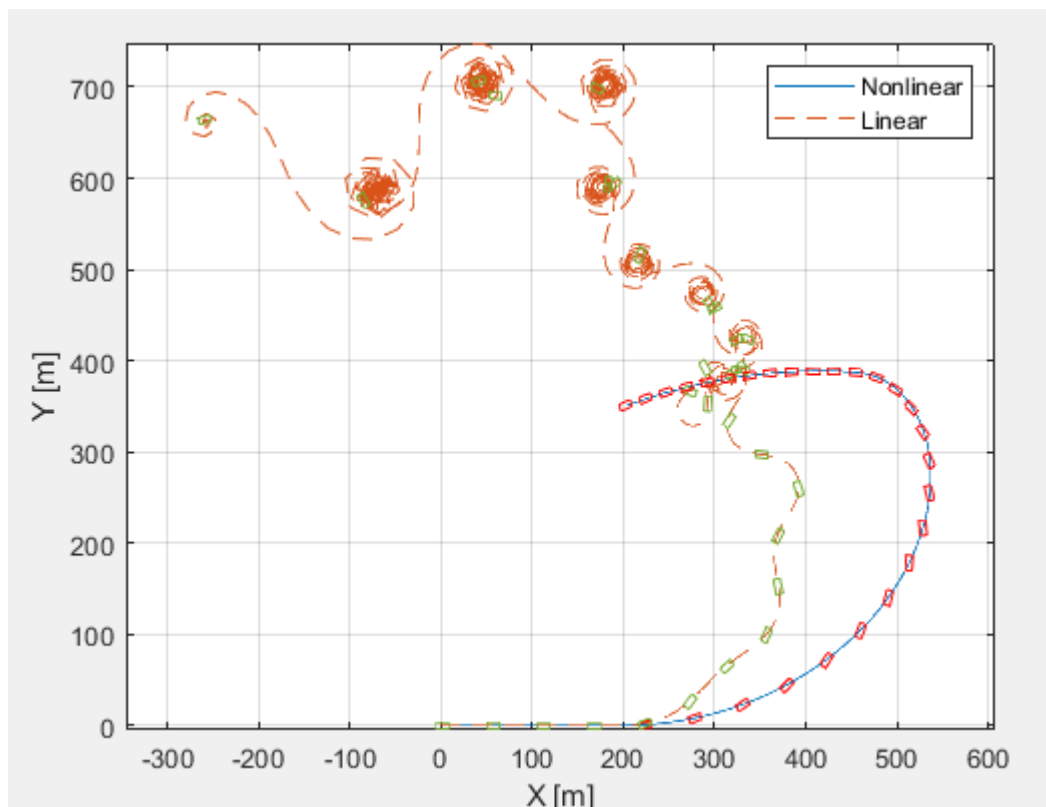
Slika 3. - $I_f =$



Slika 4. - If =

2.4 Odziv s brzinom iznad kritične





Pri vožnji iznad kritične brzine kada je vozilo preupravljanom, u našem slučaju 200km/h i zakretom volana od 3 stupnja vidljiva je razlika između linearnog modela i nelinearnog.

U nelinearnom modelu potrebno je uzeti u obzir spregu između sila trenja u uzdužnom i poprečnom smjeru. Također u nelinearnom modelu brzina v_x prestaje biti konstantna. Nelinearni model oblikuje odnos između kuta upravljanja i ponašanja vozila.

U nelinearnom modelu vozilo će proći kroz zavoj i nastavljati gibanje dok u linearnom gubi kontrolu zbog pretpostavke da je odnos između kuta upravljanja i gibanja izrazito proporcionalan. Ponašanje je očekivano.

3. Zaključak

U sklopu laboratorijskog eksperimenta navedene su jednadžbe za skretanje vozila, kritične i karakteristične brzine te je analiziran utjecaj pozicije centra mase na stabilnost vozila, gdje se pokazalo da vozilo postaje podupravljano ako je masa bliže prednjoj osovini, a preupravljano kada je bliže stražnjoj. Centar mase u središtu omogućava neutralno upravljanje. Tijekom eksperimenta, utvrđeno je da vozila mogu izlijetati iz zavoja pri brzinama većim od kritičnih. Kroz simulaciju su testirani matematički izvodi kako bi se potvrdila njihova valjanost i usporedila ponašanja linearnih i nelinearnih modela. Rezultati su pokazali veću preciznost

nelinearnih modela koji efektivnije objašnjavaju promjene pri većim kutovima upravljanja, dok linearni modeli drže konstantnu brzinu i linearnu korelaciju između kutova upravljanja i kretanja vozila, što utječe na točnost rezultata.