

Giải phương trình Khuếch tán

Vu Quang Nguyen

Ngày 15 tháng 10 năm 2018

Quá trình di chuyển Radon trong đất gồm 4 quá trình:

1. Generation
2. Decay (Quá trình phân rã thành các đồng vị con cháu)
3. Diffusion (Quá trình khuếch tán)
4. Convection (Quá trình bay hơi)

Phương trình khuếch tán Radon:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \lambda \cdot C(z, t) \quad (0.1)$$

Trong đó: C là nồng độ Radon trong lỗ rỗng hạt đất (pore)- unit: $\frac{Bg}{m^3}$; D là hằng số khuếch tán (the Bulk Diffusion coefficient - unit: $\frac{m^2}{s}$); z là độ sâu bề mặt -unit: m; t là thời gian khuếch tán (s); $\lambda = 2.10^{-6}$ là hằng số phân rã Radon;

Điều kiện biên:

$$\begin{cases} C(z, t) = 0, & t < 0, 0 < z < L \\ C(z, t) = C_0, & t > 0, z = 0 \\ \frac{\partial C(z, t)}{\partial t} = 0, & t > 0, z = L \end{cases} \quad (0.2)$$

Phương pháp giải quyết: Fit hàm hoặc dùng phương pháp toán Crank - Nicolson Xét phương trình:

$$u_t = u_{xx} \quad (0.3)$$

Giải quyết:

1. Phương pháp fit hàm: Xác định D: Phương trình Regression:

$$u(z, t) = \frac{D}{\lambda} \cdot u_{zz} - \frac{u_t}{\lambda} = a_0 + a_1 \cdot f_1 + a_2 \cdot f_2 \quad (0.4)$$

Vi phân theo thời gian: Gần đúng:

$$u_t = \frac{1}{\Delta t} \cdot (u_{z,t+1} - u_{z,t-1}) \quad (0.5)$$

Vi phân theo thời gian: (Phương pháp nội suy Newton)

$$u_t = \frac{1}{12h} \cdot (-u_{z,t+2} + 8u_{z,t+1} - 8u_{z,t-1} + u_{z,t-2}) \quad (0.6)$$

Vi phân bậc 2 theo độ sâu:

$$u_{zz} = \frac{1}{\Delta x^2} \cdot (u_{z+1,t} - 2u_{u,t} + u_{u-1,t}) \quad (0.7)$$

2. Phương pháp Crank - Nicolson: Dùng để xác định u(z,t)