

KSHS và CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Qua các kì thi tuyển sinh Đại Học
(Từ năm 2002 đến 2010)

Phần I: Tiếp Tuyến.

Bài 1.(D-02)

Cho hàm số : $y = \frac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) ứng với $m = -1$.
2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai trục tọa độ.
3. Tìm m để đồ thị hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y = x$.

Bài 2.(D-05)

Gọi (C_m) là đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ (*) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) ứng với $m = 2$.
2. Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1 . Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $5x - y = 0$.

Bài 3.(D-07)

Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Bài 4.(D-10)

Cho hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{6}x - 1$.

Bài 5.(B-04)

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ (1) có đồ thị (C).

1. Khảo sát hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài 6.(B-06)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x+2}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với tiệm cận xiên của (C).

Bài 7.(B-08)

Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1; -9)$.

Bài 8.(A-09)

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O.

Phần II: Cực Trị.

Bài 1.(B-02)

Cho hàm số : $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) ứng với $m = 1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có ba điểm cực trị.

Bài 2.(B-05)

Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x + m + 1}{x + 1}$ (*) (m là tham số).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (*) khi $m = 1$.
2. Chứng minh rằng với m bất kỳ, đồ thị (C_m) luôn luôn có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{20}$.

Bài 3.(B-07)

Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc tọa độ O.

Bài 4.(A-02)

Cho hàm số: $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm k để phương trình: $-x^3 + 3x^2 + k^3 - 3k^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

Bài 5.(A-05)

Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = mx + \frac{1}{x}$ (*) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi $m = \frac{1}{4}$.
2. Tìm m để hàm số (*) có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C_m) đến tiệm cận xiên của (C_m) bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bài 6.(A-07)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m}{x + 2}$ (1), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Phần III: Tương Giao Đồ Thị.

Bài 1.(D-03)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ (1).
2. Tìm m để đường thẳng $d_m: y = mx + 2 - 2m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.

Bài 2.(D-06)

Cho hàm số : $y = x^3 - 3x + 2$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 20)$ và có hệ số góc là m . Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.

Bài 3.(D-08)

Cho hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 4$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Chứng minh rằng mọi đường thẳng đi qua điểm $I(1; 2)$ với hệ số góc k ($k > -3$) đều cắt đồ thị của hàm số (1) tại ba điểm phân biệt I, A, B đồng thời I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 4.(D-09)

I. Cho hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 0$.
2. Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

II. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc trục tung.

Bài 5.(B-09)

I. Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Với giá trị nào của m , phương trình $x^2|x^2 - 2| = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

II. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 4$.

Bài 6.(B-10)

Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Bài 7.(A-03)

Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + x + m}{x - 1}$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và hai điểm đó có hoành độ dương.

Bài 8.(A-04)

Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{2(x - 1)}$ (1).

1. Khảo sát hàm số (1).
2. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 1$.

Bài 9.(A-06)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.
2. Tìm m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $2|x^3| - 9x^2 + 12|x| = m$.

Bài 10.(A-10)

Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ (1), m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

Phần IV: Bài Toán Khác.

Bài 1.(D-04)

Cho hàm số : $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát hàm số (1) ứng với $m = 2$.
2. Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

Bài 2.(B-03)

Cho hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + m$ (1) (m là tham số).

1. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.
2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) ứng với $m = 2$.

Bài 3.(A-08)

Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ (1), với m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm các giá trị của tham số m để góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45° .

Đáp số:

Phần I: $1(-1 + 4 \ln \frac{4}{3}; m \neq 1)$. $2(m = 4)$. $3(M(-\frac{1}{2}; -2); M(1; 1))$. $4(y = -6x + 10)$.
 $5(y = -x + \frac{8}{3})$. $6(y = -x + 2\sqrt{2} - 5; y = -x - 2\sqrt{2} - 5)$. $7(y = 24x + 15; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4})$.
 $8(y = -x - 2)$.

Phần II: $1(m < -3 \text{ or } 0 < m < 3)$. $2(M(-2; m - 3); N(0; m + 1))$. $3(m = \pm \frac{1}{2})$.
 $4(-1 < k < 3, k \neq 0, k \neq 2; y = 2x - m^2 + m)$. $5(m = 1)$. $6(m = -4 \pm 2\sqrt{6})$.

Phần III: $1(m > 1)$. $2(m > \frac{15}{4}, m \neq 24)$. $4(I(-\frac{1}{3} < m < 1); II(m = 1))$.
 $5(I(0 < m < 1); II(m = \pm 2\sqrt{6}))$. $6(m = \pm 2)$. $7(-\frac{1}{2} < m < 0)$. $8(m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$.
 $9(4 < m < 5)$. $10(-\frac{1}{4} < m < 1, m \neq 0)$.

Phần IV: $1(m = 0 \text{ or } m = \pm 2)$. $2(m > 0)$. $3(m = \pm 1)$.