

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **4**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xét phương trình sau:

$$u_{xx}(x, y) - 5u_{xy}(x, y) + 4u_{yy}(x, y) + u_x(x, y) - 4u_y(x, y) = 3 \cos(x + y) \text{ trong } \mathbb{R}^2.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (c) Tìm nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn các điều kiện

$$u(x, 0) = -\sin x, u_y(x, 0) = -\cos x + 1.$$

Kiểm tra lại nghiệm vừa tìm được.

**Câu 2.** Xét bài toán biên cho phương trình Poisson:

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = xy, 0 < x, y < 1,$$

với điều kiện biên Neumann

$$\begin{cases} u_x(0, y) = u_x(1, y) = 0 & \text{khi } 0 \leq y \leq 1, \\ u_y(x, 0) = x + a, u_y(x, 1) = 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Tìm  $a$  để bài toán đang xét vô nghiệm.
- (b) Với  $a$  để bài toán đang xét có nghiệm, hãy giải bài toán.

**Câu 3.** Cho hàm  $u \in C^2(\mathbb{R}^n), n \geq 2$ , là hàm điều hòa trong  $\mathbb{R}^n$ . Chứng minh rằng hàm  $u^2$  là hàm điều hòa dưới trong  $\mathbb{R}^n$ . Từ đó hãy chứng minh rằng nếu  $u^2 \in L^1(\mathbb{R}^n)$  thì  $u \equiv 0$ .

Thang điểm. Câu 1: 2đ+2.5đ+3đ. Câu 2: 1đ+3.5đ. Câu 3: 2đ.