

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **4**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xét phương trình sau:

$$u_{xx}(x, y) - 2yu_{xy}(x, y) + (y^2 - 4)u_{yy}(x, y) - u_x(x, y) + 2yu_y(x, y) = 0 \text{ trong } \mathbb{R}^2.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho. Vẽ các đường đặc trưng.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (c) Tìm nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn các điều kiện

$$u(0, y) = u_x(0, y) = 2y, y > 0.$$

Xác định miền nghiệm xác định duy nhất. Kiểm tra lại nghiệm vừa tìm được.

**Câu 2.** Xét bài toán biên cho phương trình Poisson:

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 1 + x^2 + xy^2, x^2 + y^2 < 1,$$

với điều kiện biên Neumann  $\partial_\nu u \Big|_{x^2+y^2=1} = \alpha$ , trong đó  $\alpha$  là hằng số,  $\nu$  là pháp tuyến ngoài đơn vị trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$ .

- (a) Tìm  $\alpha$  để bài toán đang xét vô nghiệm.
- (b) Với  $\alpha$  để bài toán đang xét có nghiệm, hãy giải bài toán đã cho.

**Câu 3.** Tìm một nghiệm bị chặn, không tầm thường của bài toán biên Dirichlet ngoài hình cầu đơn vị (trong không gian  $\mathbb{R}^3$ ) sau:

$$\begin{cases} \Delta u(x, y, z) = 0, & \text{khi } x^2 + y^2 + z^2 > 1, \\ u(x, y, z) = 0, & \text{khi } x^2 + y^2 + z^2 = 1. \end{cases}$$

Thang điểm. Câu 1: 3.5đ+1đ+2.5đ. Câu 2: 2đ+4.5đ. Câu 3: 1.5đ.