

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **1**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 3**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xét phương trình sau:

$$x^2 u_x(x, y) + xy u_y(x, y) + xu = y, x > 0, y > 0.$$

- (a) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (b) Tìm  $a, b$  để phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn  $u(x, 0) = (ax^2 + bx + 1)/x$ . Khi đó hãy viết ra hai nghiệm và kiểm tra lại chúng.

**Câu 2.** Xét bài toán Cauchy cho phương trình truyền sóng sau:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = 9u_{xx}(x, t) & \text{khi } -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) = \chi_{[-1, 1]}(x) & \text{khi } -\infty < x < \infty, \\ u_t(x, 0) = x\chi_{[1, 2]}(x) & \text{khi } -\infty < x < \infty, \end{cases}$$

trong đó  $\chi_{[a, b]}(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } a \leq x \leq b, \\ 0 & \text{còn lại.} \end{cases}$

- (a) Xác định sóng tiến, sóng lùi của bài toán trên.
- (b) Vẽ đồ thị  $u(x, t)$  tại các thời điểm  $t = 1/6, 1/3, 2/3$ .

**Câu 3.** Xét bài toán biên-ban đầu cho phương trình truyền nhiệt sau:

$$\begin{cases} u_t(x, t) = 3u_{xx}(x, t) + 2 + e^{-t} \cos(x/2) & \text{khi } 0 < x < \pi, t > 0, \\ u_x(0, t) = 1, u(\pi, t) = -\pi^2/3 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = -x^2/3 - \pi & \text{khi } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

- (a) Tìm hàm  $v(x)$  thỏa mãn  $3v''(x) + 2 = 0$  và  $v'(0) = 1, v(\pi) = -\pi^2/3$ . Khi đó hàm  $w = u - v$  thỏa mãn bài toán nào?
- (b) Giải bài toán biên-ban đầu đã cho.