

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **1**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xác phương trình sau:

$$3u_{xx}(x, y) - u_{xy}(x, y) - 4u_{yy}(x, y) + 3u_x(x, y) - 4u_y(x, y) = 0 \text{ trong } x > 0, y > 0.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho. Khi đó hãy chứng minh hàm

$$v(x, y) = e^{(4x+3y)/7} u(x, y)$$

thỏa mãn đẳng thức hình bình hành, nghĩa là nếu $ABCD$ là hình bình hành với bốn cạnh nằm trên các đường đặc trưng của phương trình đã cho thì

$$u(A) + u(C) = u(B) + u(D).$$

- (c) Tìm nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn các điều kiện

$$u(x, 0) = x, u_y(x, 0) = 1 \text{ khi } x \geq 0 \text{ và } u(0, y) = 0 \text{ khi } y \geq 0.$$

Câu 2. Nhiệt độ trong một thanh thép đang được nung nóng có độ dài 1 tuân theo phương trình truyền nhiệt với hệ số khuếch tán 4 với nguồn nhiệt $f(x, t) = 4000$. Nếu đặt hệ trục tọa độ sao cho một đầu thanh tại gốc còn đầu kia có tọa độ $x = 1$ thì nhiệt độ tại đầu $x = 1$ là 1000° độ còn đầu tại gốc có hiện tượng tản nhiệt tại 1000° độ với hệ số $h = 1$. Nhiệt độ ban đầu của thanh thép

$$(-500x^2 + 250x + 1000).$$

- (a) Thiết lập bài toán biên hỗn hợp cho hàm nhiệt độ $u(x, t)$ của thanh thép.
- (b) Tìm nghiệm dừng của bài toán trên.
- (c) Giải bài toán trên.

Thang điểm. Câu 1: 2.5 đ+2đ+ 3đ. Câu 2: 2đ+1.5đ+3đ.