

Bài tập lần 8

Tài liệu Song T-L.pdf Trang 20-23

g,

$$u_{tt} = u_{xx} \quad x > 0, t > 0$$

$$u(0, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x) = 0$$

$$u_t(x, 0) = g(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{ khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ khi } x > 2 \end{cases}$$

a) Nghiệm của bài toán có dạng

$$u(x, t) = F(x-t) + G(x+t)$$

$$\text{Sóng tiến } F(x) = \frac{f^+(x)}{2} - \frac{1}{2} \int_0^x g^+(s) ds$$

$$\text{Sóng lùi } G(x) = \frac{f^+(x)}{2} + \frac{1}{2} \int_0^x g^+(s) ds$$

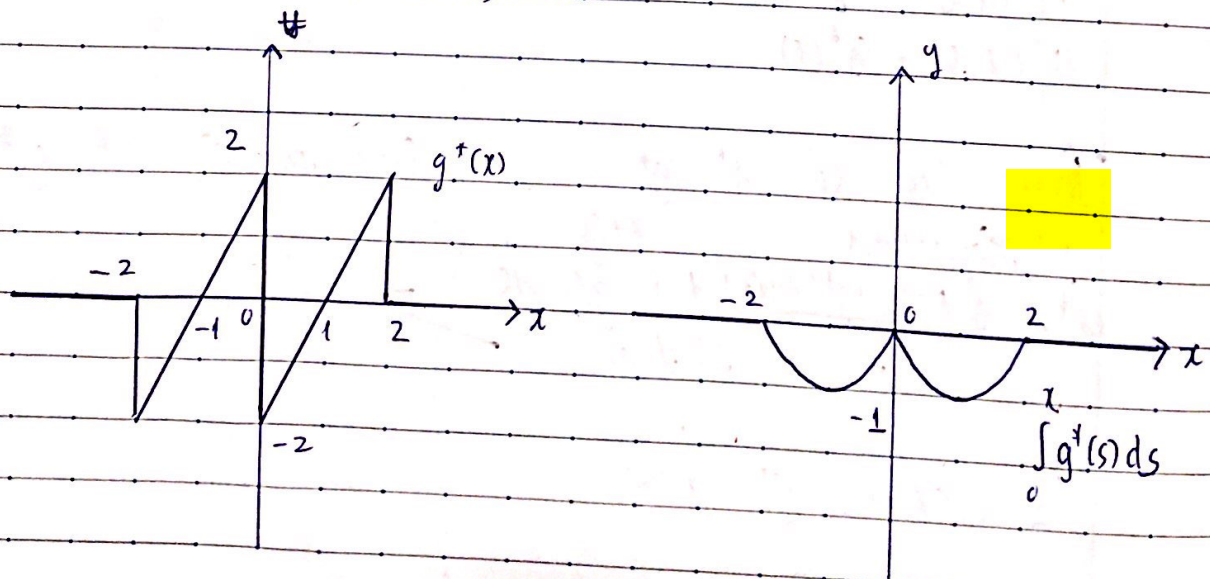
Trang 20

1)  $f^+(x)$  là thác triển lẻ của  $f(x)$ ,  $x > 0$

$$\text{Do } f(x) = 0 \quad \forall x > 0 \rightarrow f^+(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2)  $g^+(x)$  là thác triển lẻ của  $g(x)$ ,  $x > 0$

$$g(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{ khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ khi } x > 2 \end{cases}$$



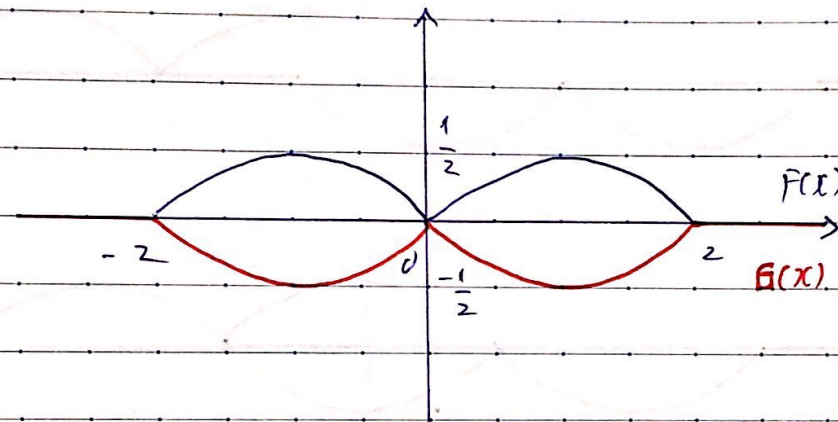
Thứ

Ngày

No.

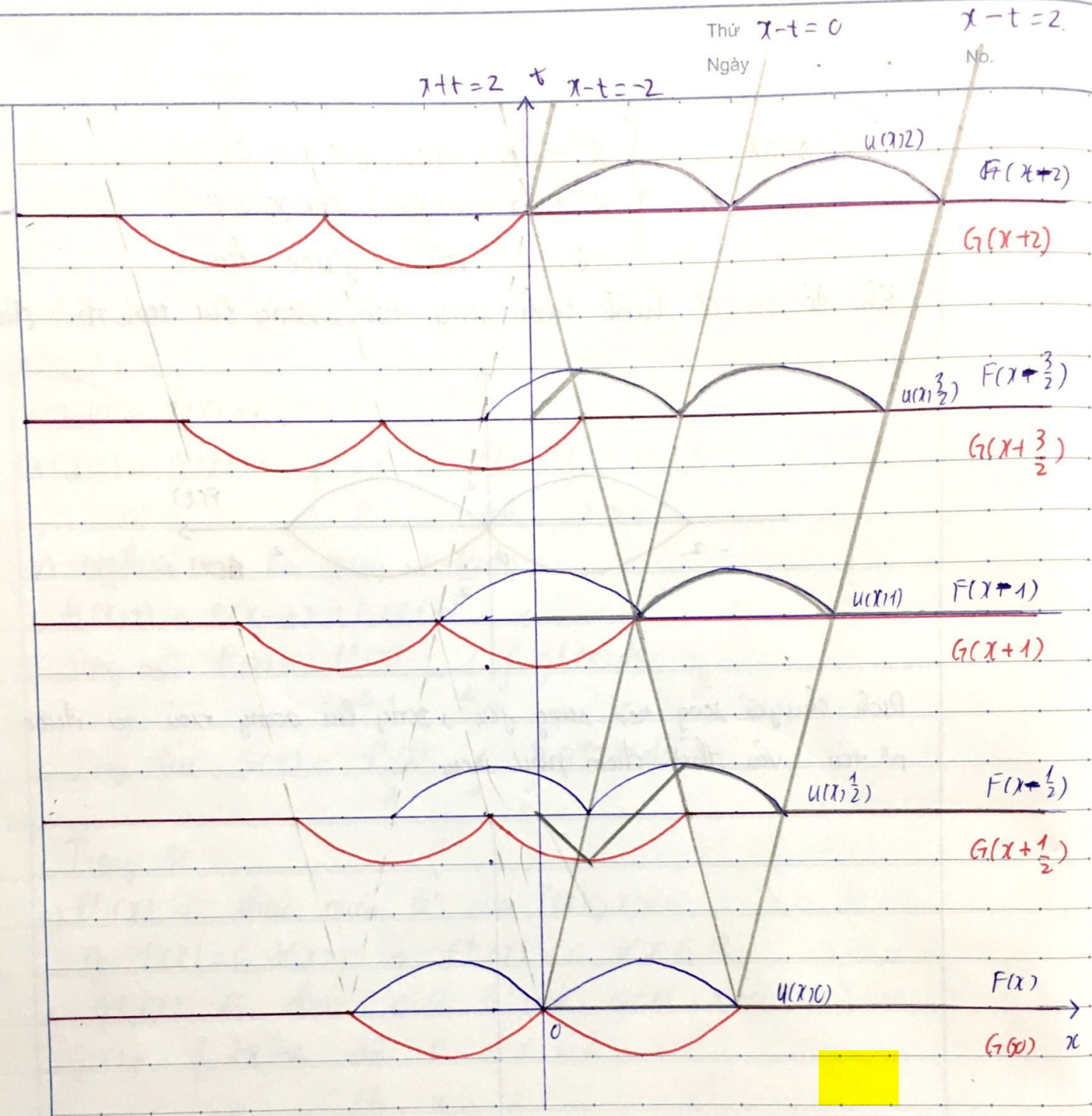
$$\int_0^x g^+(x) ds = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{nếu } 0 < x < 2 \\ x^2 + 2x & \text{nếu } -2 < x < 0 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

Khi đó ta có hình ảnh sóng trên, sóng lùi tại thời điểm  $T=0$



Di chuyển sóng trên sang phải, sóng lùi sang trái ta được hình ảnh  
nó tại các thời điểm như sau:





Tập các đường lùi đi của nghiệm gồm các tia

$$\begin{cases} x-t=0, x-t=2, x+t=2, t>0 \\ x-t=-2, t>0 \end{cases}$$




Bài 14.

$$U_{tt} = 9U_{xx}, \quad x > 0, t > 0$$

$$U_x(0, t) = 0$$

$$U(x, 0) = 0, \quad U_t(x, 0) = x \chi_{[2, 3]}(x) \quad (x \geq 0)$$

(a) Nghiệm của bài toán ở dạng

$$U(x, t) = F(x-3t) + G(x+3t)$$

$$\text{Sóng tiến} \quad F(x) = \frac{f^+(x)}{2} - \frac{1}{6} \int_0^x g^+(s) ds$$

$$\text{Sóng lùi} \quad G(x) = \frac{f^+(x)}{2} + \frac{1}{6} \int_0^x g^+(s) ds$$

Trong đó

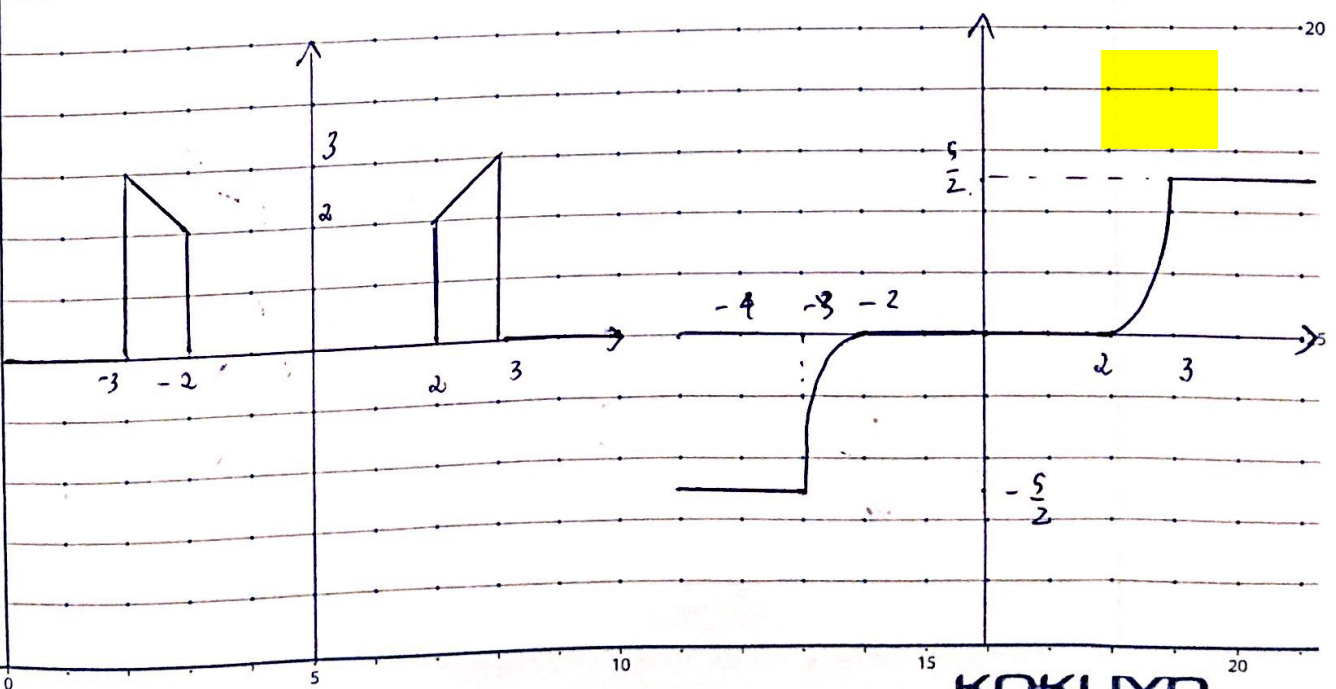
1)  $f^+(x)$  là thành phần chẵn của  $f(x)$ 

$$\text{Do } f(x) = 0 \quad \forall x \geq 0 \rightarrow f^+(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2)  $g^+(x)$  là thành phần chẵn của  $g(x)$ 

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{nếu } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

$$\rightarrow g^+(x) = \begin{cases} -x & \text{nếu } -3 \leq x \leq -2 \\ x & \text{nếu } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

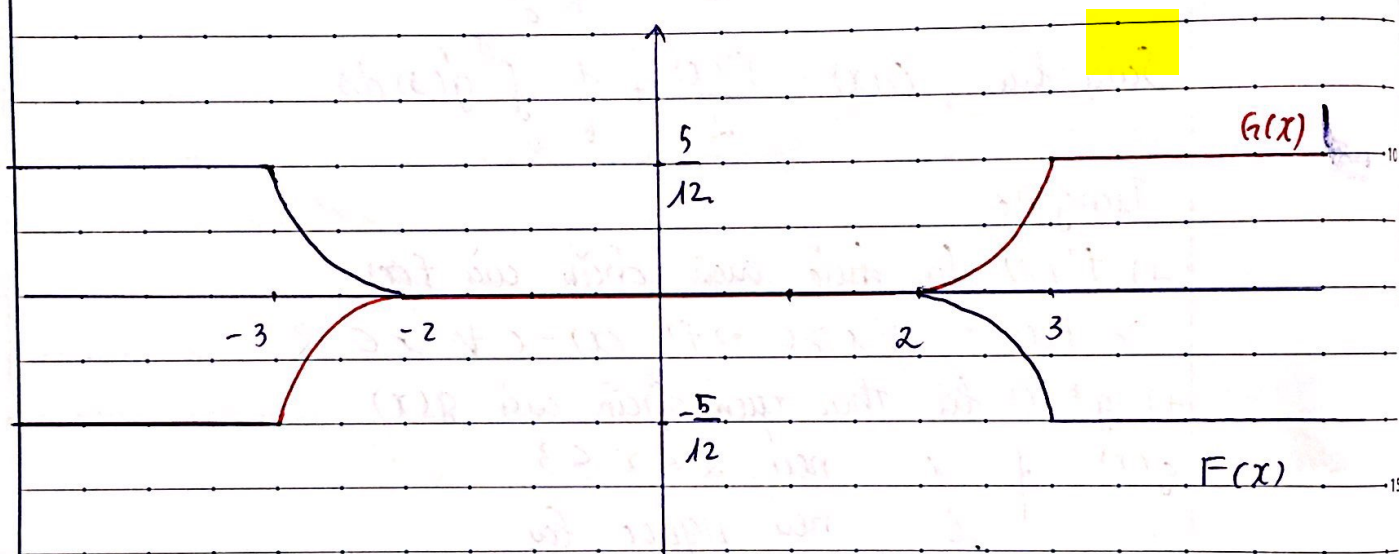


KOKUYO

$$\rightarrow \int_0^x g(s) ds = \begin{cases} 5/2 & \text{nếu } x > 3 \\ x^2/2 - 2 & \text{nếu } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{nếu } -2 < x < 2 \\ -\frac{x^2}{2} + 2 & \text{nếu } -3 < x < -2 \\ -\frac{5}{2} & \text{nếu } x < -3 \end{cases}$$

(b) Hình ảnh nghiệm tại 1 vài thời điểm.

Hình ảnh sóng tiến, sóng lùi tại thời điểm  $t=0$  là:

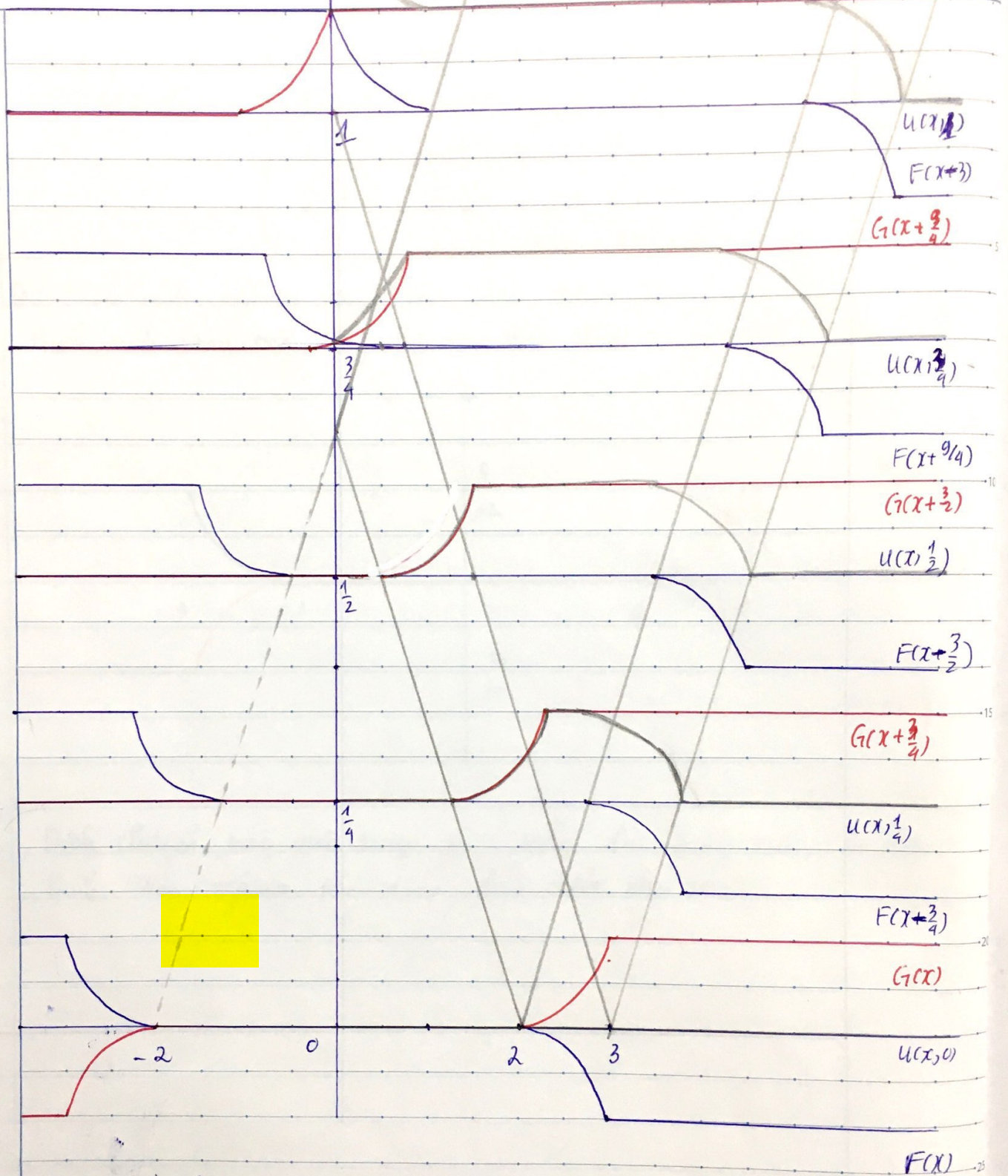


Địch chuyển sóng tiến sang phải; sóng lùi sang trái, Ta được hình ảnh nghiệm tại 1 vài thời điểm như sau.



Thứ  
Ngày

$G(x+3)$



Tập điểm lấy dữ của nghiệm gồm các tia

$$x-3t=2, \quad x-3t=3, \quad t \rightarrow 0$$

$$x+3t=2, \quad x+3t=3, \quad x > 0$$

$$x-3t=-2, \quad x > 0$$