

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **1**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp 2306 1**

Ngành học: **Toán**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét phương trình

$$\tan^2 x \, u_{xx}(x, y) + 2 \tan x \, u_{xy}(x, y) + u_{yy}(x, y) + (\tan^2 x - 1)u_y(x, y) = \sin^2 x, 0 < x < \pi/2, y < 0.$$

- (a) Xác định dạng của phương trình và chuyển nó về dạng chính tắc.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình.
- (c) Giả sử trên đường $y = \ln |\sin x|$ có $u(x, y) = ax^2 + b \cos^2 x + c$ với a, b, c là hằng số. Tìm a, b, c để bài toán có nghiệm. Với a, b, c tìm được hãy viết ra hai nghiệm của bài toán.

Câu 2. Một đoạn dây có chiều dài π dao động xung quanh vị trí cân bằng với tốc độ lan truyền 2. Nếu đặt hệ trục tọa độ sao cho một đầu đoạn dây là gốc tọa độ còn đầu kia có tọa độ $x = \pi$ thì cả hai đầu cố định. Sợi dây bắt đầu từ trạng thái $(|x - \pi/2| - \pi/2)$ và vận tốc ban đầu $\operatorname{sgn}(\pi/2 - x)$.

- (a) Thiết lập bài toán cho hàm dao động $u(x, t)$ của đoạn dây quanh vị trí cân bằng.
- (b) Thác triển các điều kiện ban đầu thành hàm lẻ, chu kỳ 2π lên toàn trục số và vẽ đồ thị của chúng. Sau đó vẽ đồ thị của hàm dao động $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = \pi/8, \pi/4, \pi/2$.
- (c) Tìm nghiệm $u(x, t)$ bằng phương pháp tách biến. Hỏi nghiệm tìm được có cổ điển không? Tại sao?

Thang điểm. Câu 1: 2 đ + 3 đ + 3 đ. Câu 2: 2đ + 3đ + 2đ.