

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **2**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xác phương trình sau:

$$y^2 u_{xx}(x, y) - 2y u_{xy}(x, y) + u_{yy}(x, y) - \frac{1}{y} u_y(x, y) = 0 \text{ trong } y > 0.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (c) Tìm các hằng số a, b, c để phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn điều kiện

$$u(x, y) = ay^2 + by + c \text{ khi } 2x + y^2 = 0, y > 0.$$

Với a, b, c tìm được hãy tìm hai nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện trên. Kiểm tra lại hai nghiệm này.

Câu 2. Một màng rung hình vuông có cạnh chiều dài 1 tuân theo phương trình truyền sóng với tốc độ lan truyền 2. Nếu đặt hệ trục tọa độ sao cho bốn đỉnh màng rung có tọa độ $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$ thì trên các đường $x = 0, x = 1$ màng rung luôn ở vị trí cân bằng, còn trên các đường $y = 0, y = 1$ màng rung tự do. Màng rung bắt đầu từ trạng thái cân bằng và vận tốc ban đầu $f(x, y) = \max\{x, y\}$

- (a) Thiết lập bài toán biên hỗn hợp cho hàm biên độ dao động $u(x, y, t)$ của màng rung.
- (b) Sử dụng tích phân năng lượng

$$I(t) = \iint_{[0,1]^2} \left(u_t^2(x, y, t) + 4u_x^2(x, y, t) + 4u_y^2(x, y, t) \right) dx dy$$

chứng minh bài toán ở câu (a) có duy nhất nghiệm.

- (c) Giải bài toán trên.

Thang điểm. Câu 1: 3 đ+1.5đ+ 3đ. Câu 2: 2đ+1.5đ+3đ.