

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **7**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 3**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét bài toán Cauchy cho phương trình cấp 1 sau:

$$u_t(x, t) + u(x, t)u_x(x, t) = 0 \text{ khi } -\infty < x < \infty, t > 0,$$

$$\text{với điều kiện Cauchy } u(x, 0) = \begin{cases} -1 & \text{khi } x < -1, \\ 1 & \text{khi } -1 < x < 1, \\ 2 & \text{khi } x > 1. \end{cases}$$

- (a) Vẽ các đường đặc trưng của bài toán đã cho. Xác định vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua và vùng chân không. Giải nghiệm $u(x, t)$ trong vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua.
- (b) Vẽ thêm các đường đặc trưng trong vùng chân không, từ đó xác định nghiệm $u(x, t)$ trong vùng chân không. Vẽ đồ thị của $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = 0, 1, 2$.

Câu 2. Xác định loại và chuyển về dạng chính tắc phương trình sau:

$$(1 + x^2)u_{xx}(x, y) + 2xu_{xy}(x, y) + u_{yy}(x, y) + 2xu_x(x, y) = 0, (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Câu 3. Xét bài toán biên-ban đầu cho phương trình truyền sóng sau:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t) - u(x, t) + \sin t & \text{khi } 0 < x < 1, t > 0, \\ u_x(0, t) = 0, u_x(1, t) = e - 1/e & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = 1 + e^x + e^{-x}, u_t(x, 0) = \cos^2(\pi x) & \text{khi } 0 \leq x \leq \pi/2. \end{cases}$$

- (a) Tìm $v(x)$ thỏa mãn $v''(x) - v(x) = 0$ và $v'(0) = 0, v'(1) = e - 1/e$. Khi đó $w = u - v$ thỏa mãn bài toán nào.
- (b) Giải bài toán biên-ban đầu đã cho.

Thang điểm. Câu 1: 2đ+2.5đ. Câu 2: 3.5đ. Câu 3: 2.5đ+3.5đ.