

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **1**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét phương trình sau:

$$\sin^2(x) u_{xx}(x, y) - 2y \sin(x) u_{xy}(x, y) + y^2 u_{yy}(x, y) + \sin(x)(\cos(x) + 1)u_x(x, y) = y^3, 0 < x < \pi.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (c) Xác định a, b để phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn $u(0, y) = ay^3 + by + 1$. Khi đó hãy viết ra hai nghiệm và kiểm tra lại chúng.

Câu 2. Một đoạn dây chiều dài đơn vị dao động xung quanh vị trí cân bằng với tốc độ lan truyền 2. Nếu đặt hệ trục tọa độ sao cho một đầu đoạn dây ở gốc còn đầu kia có tọa độ $x = 1$ thì đầu tại gốc tự do còn đầu kia cố định. Sợi dây bắt đầu từ trạng thái nghỉ và trạng thái ban đầu $f(x) = 1 - x$.

- (a) Thiết lập bài toán biên hỗn hợp cho hàm dao động $u(x, t)$ của đoạn dây quanh vị trí cân bằng.
- (b) Xác định sóng tiến - sóng lùi. Vẽ đồ thị của hàm dao động $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = 1/4, 1/2, 1$.

Câu 3. Cho Ω là tập mở trong $\mathbb{R}^n, n \geq 2$, và hàm $\psi \in C(\Omega)$. Ký hiệu $E(x)$ là nghiệm cơ bản của toán tử Laplace trong \mathbb{R}^n . Chứng minh rằng:

$$\lim_{r \rightarrow 0^+} \int_{\partial B_r(x)} \psi(y) \partial_{\nu_y} (E(x - y)) dS_y = \psi(x), x \in \Omega.$$

Thang điểm. Câu 1: 3đ+1.5đ+3đ. Câu 2: 1.5đ+3đ. Câu 3: 2đ.