

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT3365**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **8**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT3365**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét bài toán Cauchy cho phương trình cấp 1 sau:

$$\begin{cases} u_x(x, y) + 2yu_y(x, y) = e^{-u(x, y)} & \text{khi } x > 0, y > 0, \\ u(x, 1) = 0 & \text{khi } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Kiểm tra điều kiện hoành cho bài toán đang xét.
- (b) Giải bài toán đã cho. Kiểm tra lại nghiệm tìm được.

Câu 2. Xét bài toán biên-ban đầu cho phương trình truyền sóng sau:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = 4u_{xx}(x, t) & \text{khi } 0 < x < 3, t > 0, \\ u_x(0, t) = u_x(3, t) = 0 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = x & \text{khi } 0 \leq x \leq 3, \\ u_t(x, 0) = 0 & \text{khi } 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

- (a) Thác triển chuỗi, tuần hoàn chu kỳ 6 các điều kiện ban đầu. Xác định sóng tiến, sóng lùi của bài toán trên. Vẽ miền phụ thuộc của điểm $(2, 1)$. Từ đó tính $u(2, 1)$.
- (b) Vẽ đồ thị $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = 1/2, 1, 2$.
- (c) Dùng phương pháp tách biến giải bài toán đã cho. So sánh giá trị $u(2, 1)$ với kết quả câu (a).

Câu 3. Giải bài toán biên - ban đầu cho phương trình truyền nhiệt sau:

$$\begin{cases} u_t(x, t) = 4u_{xx}(x, t) & \text{khi } 0 < x < \infty, t > 0, \\ u_x(0, t) = 0 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = e^{-x^2} \cos(3x) & \text{khi } 0 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Thang điểm. Câu 1: 1đ+2.5đ. Câu 2: 3.5đ+2.5đ+2.5đ. Câu 3: 3đ.