

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **2**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 3**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xét bài toán Cauchy cho phương trình cấp 1 sau:

$$u_t(x, t) + (1 - 2u(x, t))u_x(x, t) = 0 \text{ khi } -\infty < x < \infty, t > 0,$$

$$\text{với điều kiện Cauchy } u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x < 0, \\ 1/2 & \text{khi } 0 < x < 1, \\ 1 & \text{khi } x > 1. \end{cases}$$

- (a) Vẽ các đường đặc trưng của bài toán đã cho. Xác định vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua và vùng sốc. Giải nghiệm  $u(x, t)$  trong vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua.
- (b) Dùng điều kiện Rankine-Hugoniot tính vận tốc sốc. Từ đó xác định đường sốc và giải nghiệm  $u(x, t)$ . Vẽ đồ thị của  $u(x, t)$  tại các thời điểm  $t = 0, 1/2, 1$ .

**Câu 2.** Xác định loại và chuyển về dạng chính tắc phương trình sau

$$u_{xx}(x, y) - 2 \cos x u_{xy}(x, y) + u_{yy}(x, y) + \sin x u_y(x, y) = 0, 0 < x < \pi, y \in \mathbb{R}.$$

**Câu 3.** Xét bài toán biên-ban đầu cho phương trình truyền sóng sau:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) + u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) + 2 & \text{khi } 0 < x < 1, t > 0, \\ u_x(0, t) = 1, u(1, t) = 0 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = -x^2 + x, u_t(x, 0) = \cos(\pi x/2) & \text{khi } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Tìm  $v(x)$  thỏa mãn  $v''(x) + 2 = 0$  và  $v'(0) = 1, v(1) = 0$ . Khi đó  $w = u - v$  thỏa mãn bài toán nào.
- (b) Giải bài toán biên-ban đầu đã cho.

Thang điểm. Câu 1: 3đ+3đ. Câu 2: 3đ. Câu 3: 2đ+3đ.