

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **2**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 1**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xét phương trình sau:

$$u_{xx}(x, y) - 5u_{xy}(x, y) + 4u_{yy}(x, y) + u_x(x, y) - u_y(x, y) = 3 \text{ trong } y > 0.$$

- (a) Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình đã cho.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.
- (c) Tìm nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn các điều kiện

$$u(x, 0) = 4x, u_y(x, 0) = 1.$$

Kiểm tra lại nghiệm vừa tìm được.

**Câu 2.** Một bản mỏng hình vuông đơn vị có nhiệt độ tuân theo phương trình truyền nhiệt với hệ số khuếch tán 4. Nếu đặt hệ tọa độ sao cho bản mỏng nằm trong góc dương và có một đỉnh đặt tại gốc thì bản mỏng cách nhiệt với môi trường trên  $x = 0$  và  $x = 1$ , có nhiệt độ bằng 0 trên  $y = 0$  và  $y = 1$ . Nhiệt độ ban đầu của bản mỏng  $(x + y)$ .

- (a) Thiết lập bài toán biên hỗn hợp cho hàm nhiệt độ  $u(x, y, t)$  của bản mỏng.
- (b) Dùng tích phân năng lượng  $I(t) = \iint_{[0,1]^2} u^2(x, y, t) dx dy$  chứng minh bài toán trên có duy nhất nghiệm.
- (c) Giải bài toán câu (a).

Thang điểm. Câu 1: 2.5đ+2đ+2.5đ. Câu 2: 2đ+1đ+4đ.