

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **2**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp 2306 1**

Ngành học: **Toán**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét phương trình

$$4u_{xx}(x, y) + 3u_{xy}(x, y) - u_{yy}(x, y) + u_x(x, y) + u_y(x, y) = 5y.$$

- (a) Xác định dạng của phương trình và chuyển nó về dạng chính tắc.
- (b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình.
- (c) Tìm nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn

$$u(x, x) = \sin(5x), \quad u(4x, -x) = \cos(5x) - 1.$$

Câu 2. Một thanh đồng chất tiết diện đều chiều dài 3 có bề mặt xung quanh được cách nhiệt với môi trường bên ngoài nằm dọc theo trục $Ox : 0 \leq x \leq 3$. Nhiệt độ của thanh ở tọa độ x vào thời điểm t được ký hiệu là $u(x, t)$. Đầu thanh tại gốc luôn được giữ ở nhiệt độ 1000, còn đầu tại $x = 3$ không tản nhiệt, và nhiệt độ ban đầu của thanh là $\varphi(x) = x$. Biết hệ số khuếch tán nhiệt của thanh là 4.

- (a) Thiết lập bài toán cho hàm nhiệt độ $u(x, t)$.
- (b) Tìm nghiệm dừng của bài toán ở câu (a).
- (c) Tìm nghiệm $u(x, t)$ bằng phương pháp tách biến. Hỏi nghiệm tìm được có cổ điển không? Tại sao?
- (d) Tính $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x, t)$.

Thang điểm. Câu 1: 2 đ + 3 đ + 3 đ. Câu 2: 2đ + 1đ + 2.5đ + 1.5đ.