

**Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng**

Mã môn học: **MAT2306**

Số tín chỉ: **3**

Đề số: **2**

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT2306 2**

Ngành học: **Toán học**

Thời gian làm bài **50 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** Xác định dạng và chuyển về dạng chính tắc phương trình sau:

$$u_{xx}(x, y) + 3yu_{xy}(x, y) + \frac{5y^2}{2}u_{yy}(x, y) + xu_x(x, y) = 0, y > 0.$$

**Câu 2.** Xét bài toán biên - ban đầu cho phương trình truyền sóng:

$$u_{tt}(x, t) = 4u_{xx}(x, t), x > 0, t > 0,$$

với điều kiện biên Neumann  $u_x(0, t) = 0$  và điều kiện ban đầu

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{còn lại.} \end{cases}$$

(a) Xác định sóng tiến - sóng lùi.

(b) Vẽ đồ thị nghiệm  $u(x, t)$  tại các thời điểm  $t = 1/4, 1/2, 1$ .

(c) Xác định tập điểm kỳ dị của nghiệm.

**Câu 3.** Giải bài toán giá trị ban đầu cho phương trình truyền nhiệt:

$$u_t = 2u_{xx}, 0 < x < \infty, t > 0,$$

với điều kiện biên  $u(0, t) = 0$  và điều kiện ban đầu

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{còn lại.} \end{cases}$$

Chứng minh rằng

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, \forall x > 0, \text{ và } 0 < u(x, t) < 1, \forall t > 0, x > 0.$$