

---

# **Лабораторная работа №6. Модель эпидемии**

с/б 1032186063 | НФИбд-01-18

Доборщук Владимир Владимирович

20 марта 2021

## Содержание

<b>Цели и задачи</b>	<b>4</b>
<b>Теоретическая справка</b>	<b>5</b>
<b>Программная реализация</b>	<b>6</b>
Подготовка к моделированию . . . . .	6
Построение графиков для модели . . . . .	7
Модель при $I(t) \leq I^*$ . . . . .	7
Модель при $I(t) \geq I^*$ . . . . .	9
<b>Выводы</b>	<b>11</b>

## Список иллюстраций

1	Модель при $I(t) \leq I^*$ . . . . .	8
2	Модель при $I(t) \geq I^*$ . . . . .	10

## Цели и задачи

**Цель:** изучить простейшую модель эпидемии, а также реализовать её программно.

**Задачи:**

- изучить теорию о модели эпидемии
- построить модель для случаев:

- $I(t) \geq I^*$
- $I(t) \leq I^*$

## Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) \geq I$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Для этого случая:

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha S$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S - \beta I$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Для случая, когда  $I(t) \leq I$ :

$$\frac{dS}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\beta I$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

## Программная реализация

### Подготовка к моделированию

Все данные соответствуют варианту  $14 = (1032186063 \bmod 70) + 1$ .

### Инициализация библиотек

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.integrate import odeint
4
5 from jupyterthemes import jtplot
6 jtplot.style(context='notebook', fscale=1.2, spines=False, gridlines
    = '—')
```

### Начальные данные и необходимые функции

```
1 N = 19500
2 t0 = 0
3 I0 = 88
4 R0 = 25
5 S0 = N - R0 - I0
6
7 alpha = 0.01
8 beta = 0.02
9
10 x0 = np.array([S0, I0, R0])
11 t = np.arange(0, 200, 0.01)
```

Объявим необходимые функции, исходя из данной нам информации в теоретической справке.

```
1 def dx_less(x,t):
2     dS_dt = 0.0
3     dI_dt = -beta*x[1]
4     dR_dt = beta*x[1]
5     return [dS_dt, dI_dt, dR_dt]
6
7 def dx_greater(x,t):
8     dS_dt = -alpha*x[0]
9     dI_dt = alpha*x[0] - beta*x[1]
10    dR_dt = beta*x[1]
11    return [dS_dt, dI_dt, dR_dt]
```

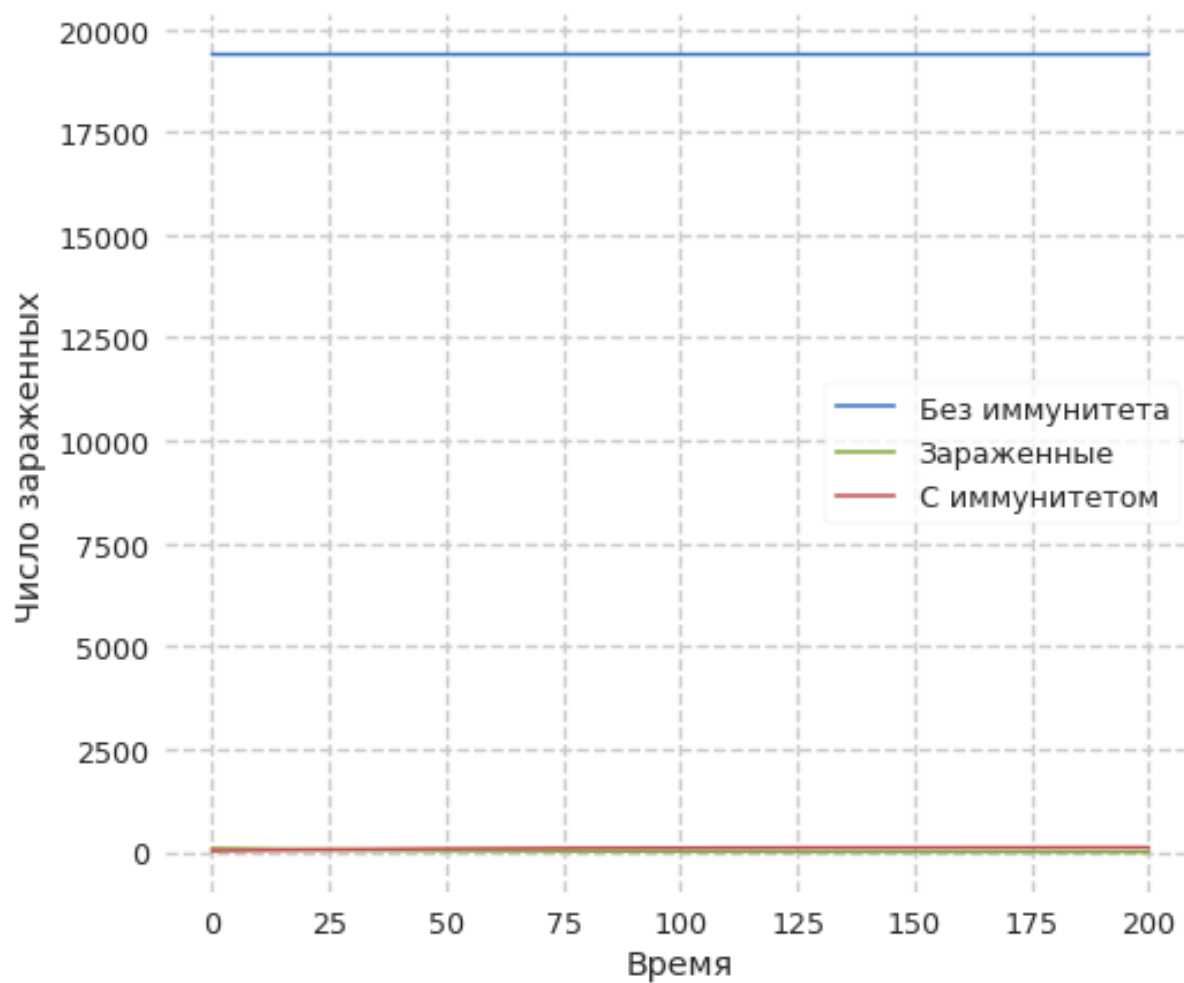
Заложим в переменные решения для наших СДУ с помощью функции `odeint` модуля `scipy.integrate`.

```
1 y_less = odeint(dx_less, x0, t)
2 y_greater = odeint(dx_greater, x0, t)
```

## Построение графиков для модели

Модель при  $I(t) \leq I^*$

```
1 S = [e for e in y_less[:,0]]
2 I = [e for e in y_less[:,1]]
3 R = [e for e in y_less[:,2]]
4
5 plt.plot(t, S, label='Без иммунитета')
6 plt.plot(t, I, label='Зараженные')
7 plt.plot(t, R, label='С иммунитетом')
8 plt.ylabel('Число зараженных')
9 plt.xlabel('Время')
10 plt.legend(loc='best')
11 plt.show()
```

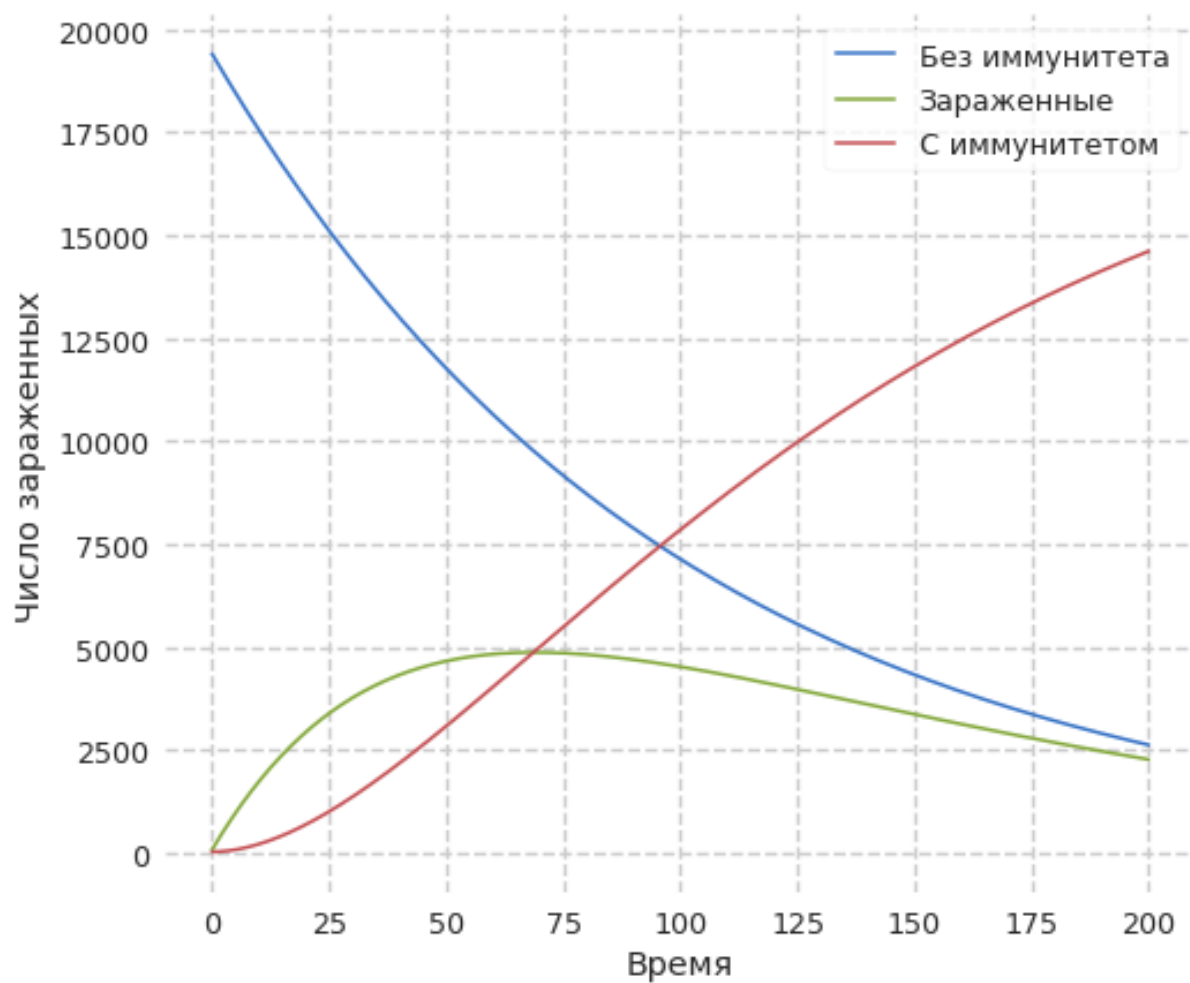


**Рис. 1:** Модель при  $I(t) \leq I^*$



Модель при  $I(t) \geq I^*$

```
1 S = [e for e in y_greater[:,0]]
2 I = [e for e in y_greater[:,1]]
3 R = [e for e in y_greater[:,2]]
4
5 plt.plot(t, S, label='Без иммунитета')
6 plt.plot(t, I, label='Зараженные')
7 plt.plot(t, R, label='С иммунитетом')
8 plt.legend(loc='best')
9 plt.ylabel('Число зараженных')
10 plt.xlabel('Время')
11 plt.show()
```



**Рис. 2:** Модель при  $I(t) \geq I^*$

## **Выводы**

Мы изучили простейшую модель эпидемии, после чего успешно реализовали её с помощью языка Python и дополняющих его модулей.