

Лабораторная работа №5. Модель хищник-жертва

с/б 1032186063 | НФИбд-01-18

Доборщук Владимир Владимирович

13 марта 2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цели и задачи

Изучить модель “хищник - жертва” (модель Лотки-Вольтерры) и реализовать процесс моделирования с помощью программных средств.

- изучить теорию о модели “хищник - жертва”
- построить модель “хищник - жертва”:
 - построить графики изменения численности хищников, жертв
 - построить график зависимости численности жертв и хищников
 - найти стационарное состояние данной модели

Ход выполнения лабораторной работы

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Вариант 14: $(1032186063 \bmod 70) + 1$

$$a = 0.77$$

$$b = 0.077$$

$$c = 0.33$$

$$d = 0.033$$

$$x_0 = 4, y_0 = 9$$

Инициализация библиотек

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.integrate import odeint
```

Введём соответствующие нашему варианту начальные данные для построения модели:

```
1  a = 0.77
2  b = 0.077
3  c = 0.33
4  d = 0.033
5
6  v0 = [4, 9] # x0, y0
7  t = np.arange(0, 400, 0.1)
```

Создадим функцию для нашей СДУ:

```
1  def syst(x, t):  
2      dx1 = -a*x[0] + b*x[0]*x[1]  
3      dx2 = c*x[1] - d*x[0]*x[1]  
4      return [dx1, dx2]
```

Воспользуемся функцией `odeint` из модуля `scipy.integrate` и решим нашу СДУ, после чего выделим значения популяции жертв (y_1) и хищников (y_2)

```
1 y = odeint(syst, v0, t)
2 y1 = y[:, 0] # значения популяции жертв
3 y2 = y[:, 1] # значения популяции хищников
```

Графики численности хищников, жертв

С помощью модуля `matplotlib.pyplot` построим графики изменения численности хищников и жертв.

Графики численности хищников, жертв

```
1 plt.title('Victims population')  
2 plt.plot(t, y1)
```

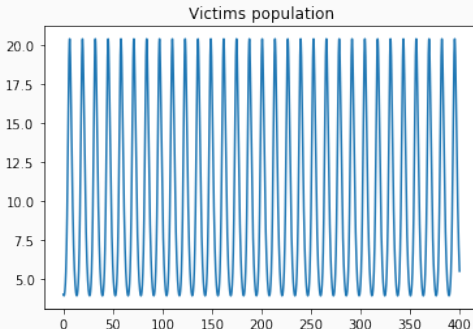


Рис. 1: График изменения численности жертв

Графики численности хищников, жертв

```
1 plt.title('Predators population')  
2 plt.plot(t, y2)
```

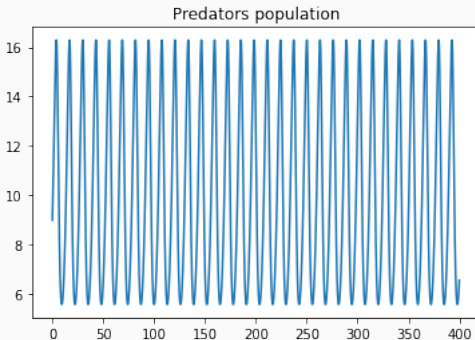


Рис. 2: График изменения численности хищников

Графики численности хищников, жертв

```
1 plt.title('Victims and Predators population')
2 plt.plot(t, y1, label='victims')
3 plt.plot(t, y2, label='predators')
4 plt.legend(loc='upper right')
```

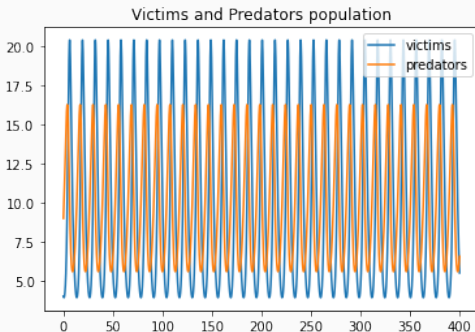


Рис. 3: График изменения численности жертв и хищников

График зависимости численности хищников от численности жертв

На следующем этапе нам необходимо вычислить точку стационарного состояния системы $(x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b})$. После её нахождения - построим график зависимости численности хищников от численности жертв.

График зависимости численности хищников от численности жертв

```
1 x0 = c/d
2 y0 = a/b
3
4 plt.title('Dependence of predators from victims')
5 plt.plot(y1, y2, 'steelblue')
6 plt.plot(x0, y0, color='firebrick', marker='o',
           label='Стационарное значение')
7 plt.legend()
8
9 print('Точка стационарного значения : (' + str(x0) + ', '
       + str(y0) + ')')
```

График зависимости численности хищников от численности жертв

Точка стационарного значения: (10.0, 10.0)

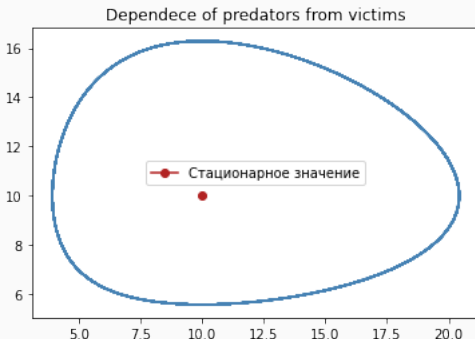


Рис. 4: График зависимости численности хищников от жертв

Выводы

Была успешно изучена теорию о модели “хищник - жертва”, после чего были грамотно реализованы графики изменения популяции хищников и жертв, график зависимости количества хищников от жертв и была найдена точка стационарного состояния системы. Реализация делалась на языке Python.