Анализ сложных систем с помощью моделей клеточных автоматов

с/б 1032186063 | НФИбд-01-18

Доборщук Владимир Владимирович

24 марта 2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

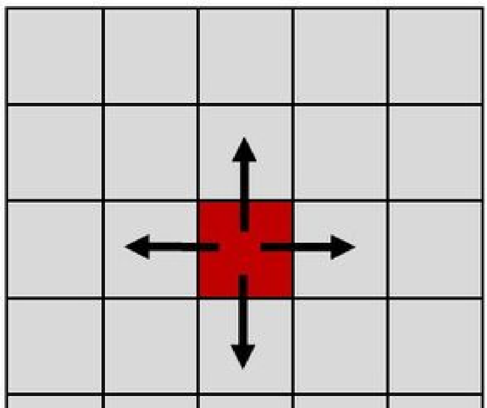
Основные определения

Клеточный автомат — дискретная модель, изучаемая в математике, теории вычислимости, физике, теоретической биологии и микромеханике.

Включает регулярную **решётку ячеек**, каждая из которых может находиться в одном из конечного множества состояний, таких как 1 и 0.

Основные определения

Клеточный автомат является математическим объектом с дискретными пространством и временем. Каждое положение в пространстве представлено отдельной клеткой, а каждый момент времени - дискретным временным шагом или поколением.

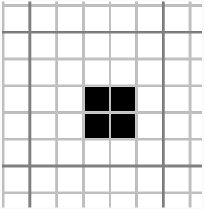


Игра жизни

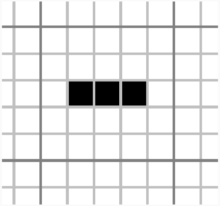
Игра разыгрывается на двумерном массиве во избежание краевого эффекта, свернутом в тор. Каждая клетка может быть в одном из двух состояний: клетка может быть “живой” (на экране - черной) или “мертвой” (на экране - белой). Если клетка в текущем моменте времени жива, то в следующем такте времени она будет жива в лишь в том случае, если две или три из восьми соседних клеток живы в текущем такте времени.

Игра жизни

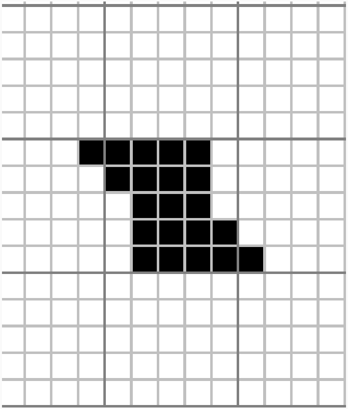
Часть структур стабилизируются и не изменяются во времени, часть претерпевают циклические изменения, и, наконец, некоторые развиваются, не повторяясь, практически неограниченное время. Эти модусы поведения структур в клеточном автомате соответствуют в дифференциальных уравнениях фиксированной точке, предельному циклу и хаосу.



Игра жизни



Игра жизни



Клеточные автоматы Стивена Вольфрама

Вольфрам провел эксперименты с самым простым вариантом игры жизнь, в котором среда представляет собой длинную замкнутую ленту шириной в одну клетку. Им двигала идея, что если нельзя понять, что происходит в этом самом простом клеточном автомате, то о более сложных системах и нечего думать.

Правила: клетка может быть живой либо мертвой в зависимости от своего прежнего состояния и состояния двух её соседей. Итого, последующее состояние клетки определяется тремя параметрами. Из возможных состояний 3 ячеек можно составить лишь 8 возможных комбинаций.

Клеточные автоматы Стивена Вольфрама

По словам Вольфрама, мир представляет собой сложную систему, порожденную этим простым правилом на неком вселенском клеточном автомате от большого взрыва и до мгновения, когда вы читаете эти строки.

Это утверждение упирается в священные споры о том, является ли вселенная вычислимой или вычисление – это лишь ментальная модель, позволяющая нам описывать с некоторой точностью след от «чего-то происходящего как-то».

Математическое представление клеточного автомата

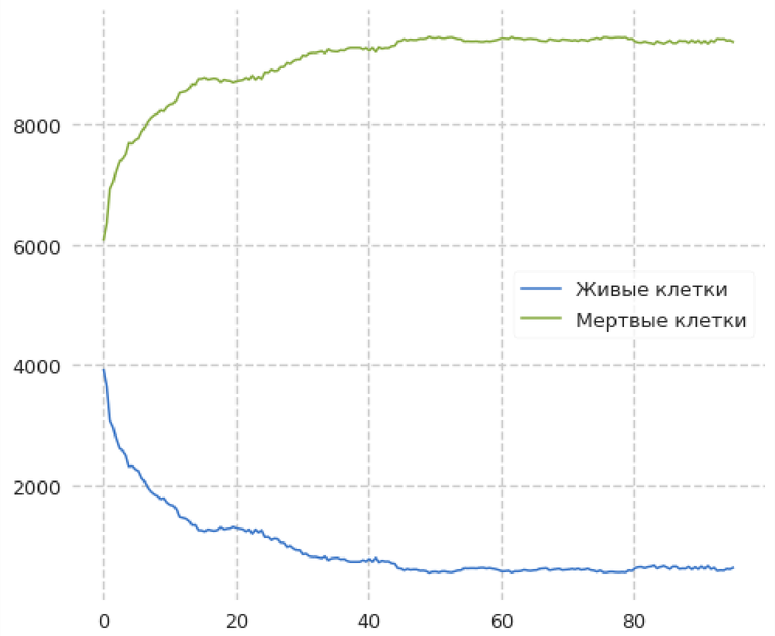
Клеточный автомат можно определить как множество конечных автоматов, каждый из которых может находиться в одном из состояний $\sigma \in \Sigma \equiv \{0, 1, 2...k-1, k\}$.

Изменение состояний автоматов происходит согласно правилу перехода $\sigma_{i,j}(t+1) = \phi(\sigma_{k,l}(t)|\sigma_{k,l}(t) \in \mathcal{N})$, где $\mathcal{N}$ - множество автоматов, составляющих соседство. К примеру, соседство фон Неймана определяется как $\mathcal{N}_N^1(i,j) = \{\sigma_{k,l}|\ |i-k| + |j-l| \leq 1\}$, а соседство Мура $\mathcal{N}_M^1(i,j) = \{\sigma_{k,l}|\ |i-k| \leq 1, |j-l| \leq 1\}$.

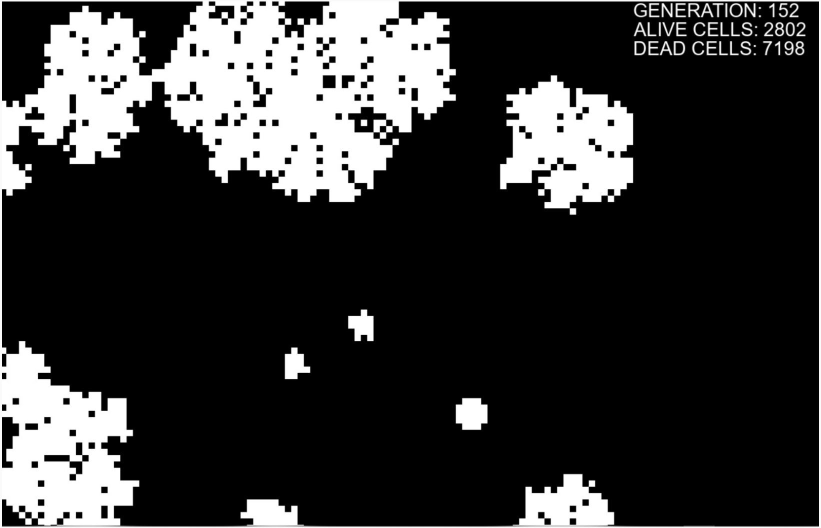
Число всех возможных правил перехода определяется числом состояний σ и количеством соседей n и составляет $N_r = \sigma^{\sigma^n}$.

Вариант 1

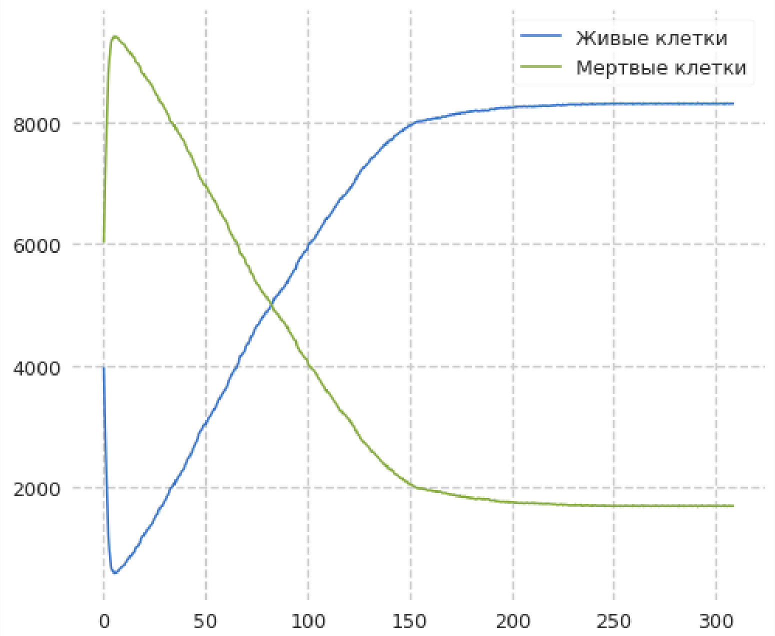
Моделирование игры жизни



Вариант 2



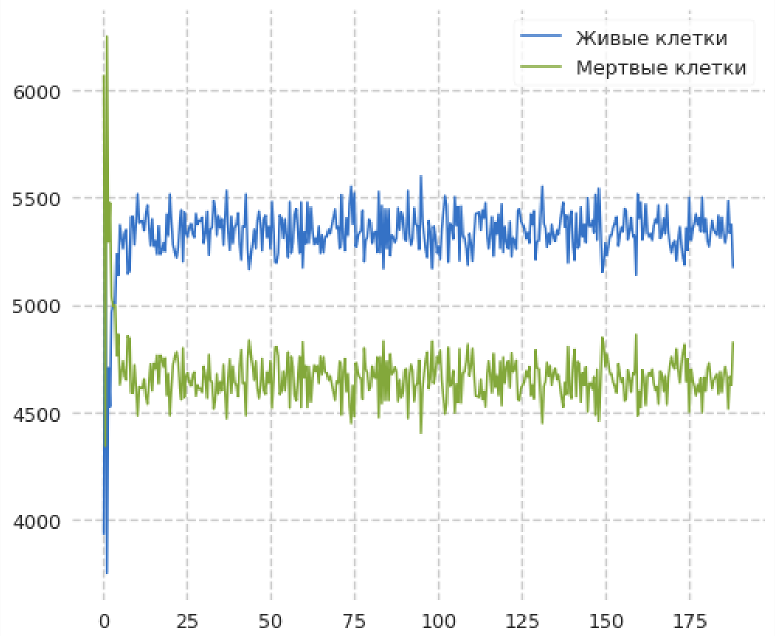
Моделирование игры жизни



Моделирование игры жизни

Вариант 3

Моделирование игры жизни



Выводы

Выводы

- Клеточный автомат — дискретная модель, изучаемая в математике, теории вычислимости, физике, теоретической биологии и микромеханике;
- “Игра жизни” разыгрывается на двумерном массиве во избежание краевого эффекта, свернутом в тор. Каждая клетка может быть в одном из двух состояний: клетка может быть “живой” или “мертвой”. Если клетка в текущем моменте времени жива, то в следующем такте времени она будет жива в лишь в том случае, если две или три из восьми соседних клеток живы в текущем такте времени.
- Клеточные автоматы обеспечивают богатую и непрерывно растущую коллекцию типичных моделей, в которых естественные явления могут быть изучены относительно легко.