

Модель конкуренции двух фирм

Доклад подготовили

- *Доборщук Владимир НФИбд-01-18*
- *Швец Сергей НФИбд-03-18*
- *Гурбангельдиев Мухаммет НФИбд-03-18*
- *Герцев Владлен НФИбд-01-18*

Содержание доклада

1. Проблема
2. Теоретическое описание задачи
3. Описание модели

Постановка проблемы

Нам необходимо рассмотреть ситуацию, где имеются две конкурирующие фирмы и построить модель их развития.

Проблема

Прогнозирование динамики изменения оборотных средств двух предприятий на основе математических зависимостей факторов производства и маркетинга.

Описание задачи

Вывод математического вида и программная реализация модели конкуренции двух предприятий

Для реализации этой задачи необходимо рассмотреть сначала модель одной фирмы. Для прогнозирования нам необходимы следующие факторы одной фирмы:

- N - число потребителей производимого продукта;
- S - доходы потребителей данного продукта (возьмем за основу, что доходу у всех равны, поскольку производимый продукт находится в одной рыночной нише);
- M - оборотные средства предприятия;
- τ - длительность производственного цикла;
- p - рыночная цена товара;
- \tilde{p} - себестоимость товара;
- δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек;
- κ - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

Описание задачи

Описание модели

Воспользуемся простейшей формой функции спроса, зависящей от отношения дохода S к цене p :

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right),$$

где

- q - максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени;
- k - мера эластичности функции спроса по цене;
- $p_{cr} = \frac{Sq}{k}$ - критическая стоимость продукта;

Данная функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ потребители отказываются от приобретения товара. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Описание задачи

Описание модели

Для составления общей модели нам необходимы следующие уравнения:

Уравнение динамики оборотных средств

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa$$

Уравнение для рыночной цены

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

После множественных преобразований получим два уравнения:

$$\tilde{M}_+ = Nq \frac{\tau}{\delta} \left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\right)$$

$$\tilde{M}_- = \kappa \tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Описание задачи

Описание модели

\tilde{M}_+ - устойчивое состояние и соответствует стабильному функционированию предприятия, а \tilde{M}_- неустойчиво, так, что при $M < \tilde{M}_-$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), следовательно фирма идет к банкротству. По смыслу \tilde{M}_- соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок. Примем значение $\delta = 1$, так как оно всюду входит в сочетание с τ , которое означает, что уменьшение доли оборотных средств эквивалентно удлинению производственного цикла.

При рассмотрении уравнений динамики оборотных средств для двух фирм, сможем вывести итоговые дифференциальные уравнения, проводя аналогичные преобразования, получим:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Описание задачи

Описание модели

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}, \quad a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq},$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq},$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, \quad c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

Описание задачи

Описание модели

Данная модель не учитывает социально-психологические факторы - факторы общественного предпочтения одного товара другому, не зависящие от его цены, тогда коэффициент при $M_1 M_2$ будет отличаться на небольшую долю (назовем ее σ).

В результате, получим итоговую систему дифференциальных уравнений.

Математическая модель конкуренции двух фирм

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + \sigma)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2 \end{cases}$$