TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS

VICENTE V. FIGUEIRA

Sumário

Date: 30 de setembro de 2023.

1. Introdução

2. Transformações de Lorentz

A grande motivação por trás de iniciar-se uma busca por uma Teoria Quântica de Campos é ao se perceber que a Mecânica Quântica de Schrödinger não é compatível com a Relatividade Restrita. Em busca de conciliar uma teoria que englobe ambas Mecânica Quântica e Relatividade Restrita somos levados naturalmente a definir uma teoria na qual as *funções de onda* são na verdade operadores em um espaço de Hilbert. Naturalmente como queremos englobar a relatividade, temos que primeiramente entender os detalhes das transformações de Lorentz.

2.1. **Transformações de Lorentz.** Uma transformação de Lorentz é uma transformação linear das coordenadas que preserva o produto interno relativístico, isto é,

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\rho} x^{\rho} + a^{\mu}$$

A condição de preservar o produto interno relativístico pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} \, \mathrm{d}x'^{\mu} \, \mathrm{d}x'^{\nu} &= g_{\rho\sigma} \, \mathrm{d}x^{\rho} \, \mathrm{d}x^{\sigma} \\ g_{\mu\nu} \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\rho}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\sigma}} &= g_{\rho\sigma} \\ g_{\mu\nu} \Lambda^{\mu}{}_{\rho} \Lambda^{\nu}{}_{\sigma} &= g_{\rho\sigma} \end{aligned}$$

Transformações desse tipo claramente formam um grupo, pois,

$$\begin{aligned} x''^{\mu} &= \bar{\Lambda}^{\mu}{}_{\rho} x'^{\rho} + \bar{a}^{\mu} \\ &= \bar{\Lambda}^{\mu}{}_{\rho} (\Lambda^{\rho}{}_{\nu} x^{\nu} + a^{\rho}) + \bar{a}^{\mu} \\ &= \bar{\Lambda}^{\mu}_{\rho} \Lambda^{\rho}{}_{\nu} x^{\nu} + \left(\bar{\Lambda}^{\mu}_{\rho} a^{\rho} + \bar{a}^{\mu} \right) \end{aligned}$$

Com a lei de transformações então satisfazendo,

$$T\big(\bar{\Lambda}, \bar{a}\big) T(\Lambda, a) = T\big(\bar{\Lambda}\Lambda, \bar{\Lambda} a + \bar{a}\big)$$

Essas transformações atuam nos próprios pontos do espaço-tempo, porém, nos interessa mais como essas transformações afetam os vetores, e operadores, definidos no espaço de Hilbert. Como essas transformações são continuamente deformáveis à identidade $\Lambda = \mathbb{1}$ e $a = 0$, segue que podemos encontrar uma representação para a atuação dessas transformações no espaço de Hilbert como um operador unitário