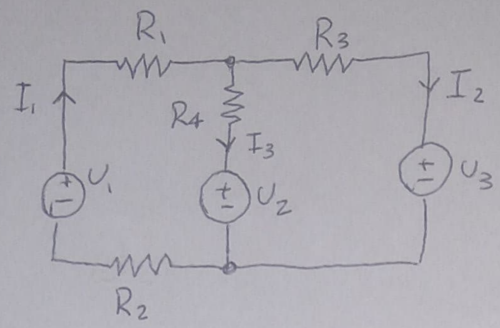
EP2 - Cálculo Numérico - Item a



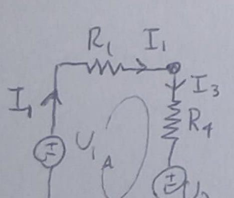
Pela primeira Lei de Kirchhoff, a soma das correntes que entram em um nó do circuito deve ser igual à soma das correntes que saem do mesmo nó. Neste circuito, temos apenas dois nós de modo que podemos analisar apenas um deles. Pelo nó de cima, é fácil ver que

$$\sum(\text{corrente entrando}) = \sum(\text{corrente saindo})$$

$$\Rightarrow \quad I_1 = I_2 + I_3 \qquad (1)$$

Agora, pela segunda Lei de Kirchhoff, nós temos que a soma das diferenças de potencial ao longo de um caminho fechado deve ser zero. Para determinar estas equações, lembremos que, segundo a Lei de Ohm, $U = RI$, e que uma resistência dissipa energia do sistema. Em nosso circuito podemos identificar dois caminhos fechados:

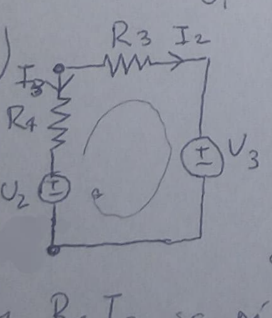
1°)



Partindo da bateria U_1 temos que as diferenças de potencial ao longo deste primeiro caminho são U_1, $-R_1I_1$, $-R_4I_3$, $-U_2$ e $-R_2I_1$, onde o sinal negativo de U_2 se dá por ele estar contrário ao nosso caminho. Assim, para este caminho temos que

$$U_1 - R_1I_1 - R_4I_3 - U_2 - R_2I_1 = 0 \qquad (2)$$

2°)



Partindo da bateria U_2, temos que as diferenças de potencial do segundo caminho são U_2, R_4I_3, $-R_3I_2$ e $-U_3$, onde o sinal negativo em U_3 se dá pela bateria estar no sentido contrário ao caminho, e o sinal positivo em R_4I_3 se dá pela corrente I_3 estar contrária ao caminho. Assim, para o segundo caminho temos:

$$U_2 + R_4I_3 - R_3I_2 - U_3 = 0 \qquad (3)$$

PODEMOS AGORA JUNTAR AS TRÊS EQUAÇÕES (1), (2) E (3) EM UM ÚNICO SISTEMA DE EQUAÇÕES DADO POR:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ U_1 - R_1 I_1 - R_4 I_3 - R_2 I_1 - U_2 = 0 \\ U_2 + R_4 I_3 - R_3 I_2 - U_3 = 0 \end{cases}$$

OU, DEIXANDO OS TERMOS PROPORCIONAIS A I_1, I_2 E I_3 DE UM LADO E OS OUTROS DO OUTRO:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ (R_1 + R_2) I_1 + 0 \cdot I_2 + R_4 I_3 = U_1 - U_2 \\ 0 \cdot I_1 + R_3 I_2 - R_4 I_3 = U_2 - U_3 \end{cases}$$

QUE PODE SER ESCRITO EM FORMA MATRICIAL COMO (SUBSTITUINDO A PRIMEIRA E TERCEIRA LINHA):

$$\begin{bmatrix} 0 & R_3 & -R_4 \\ R_1 + R_2 & 0 & R_4 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 - U_3 \\ U_1 - U_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

POR FIM, SUBSTITUINDO OS VALORES DE $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $R_4 = 1\Omega$, $U_1 = 22V$, $U_2 = 7V$, $U_3 = 3V$, FICAMOS COM

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & -1 \\ (8+5) & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (7-3) \\ (22-7) \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 13 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

PODEMOS ASSIM DETERMINAR OS VALORES DE CORRENTE I_1, I_2 E I_3 RESOLVENDO O SISTEMA LINEAR ACIMA.