MÉTODOS DE ANÁLISE

Análise Nodal

A análise nodal fornece um procedimento genérico para análise de circuitos usando tensões nodais como variáveis de circuitos. Optar por tensões nodais em vez de tensões de elementos como essas variáveis é conveniente e reduz o número de equações que se deve resolver simultaneamente.

Na *análise nodal*, estamos interessados em encontrar as tensões nos nós. Dado um circuito com *n* nós sem fontes de tensão, a análise envolve as três etapas a seguir:

Etapas para determinar tensões nodais:

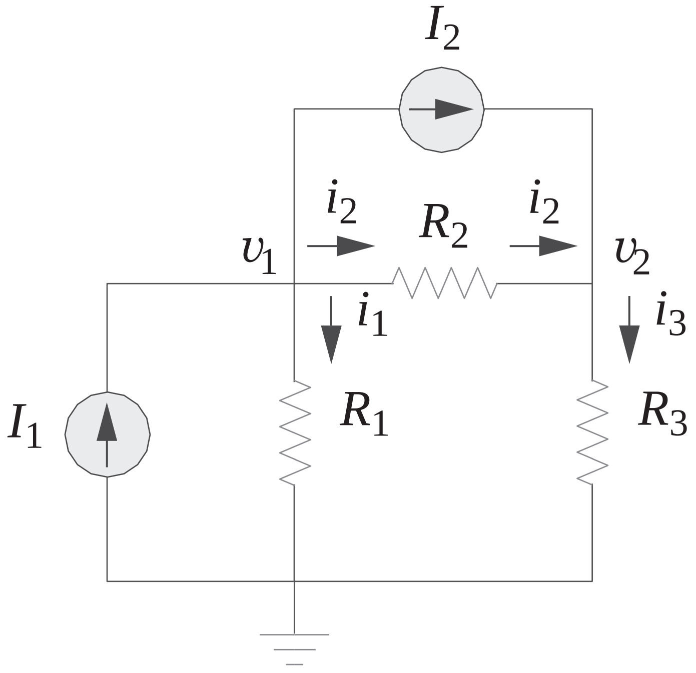
1. Selecione um nó como referência. Atribua tensões v_1, v_2, ..., v_{n-1} aos $n - 1$ nós restantes. As tensões são medidas em relação ao nó de referência.
2. Aplique a LKC a cada um dos $n - 1$ nós que não são de referência. Use a lei de Ohm para expressar as correntes nos ramos em termos de tensões nodais.
3. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desconhecidas.

Agora, vamos explicar e aplicar as etapas dadas.

O primeiro passo na análise nodal é selecionar um nó como *nó de referência* ou *nó-base*. O nó de referência é comumente chamado *terra* (GND)

Como segunda etapa, aplicamos a LKC a cada um dos nós que não são de referência do circuito.

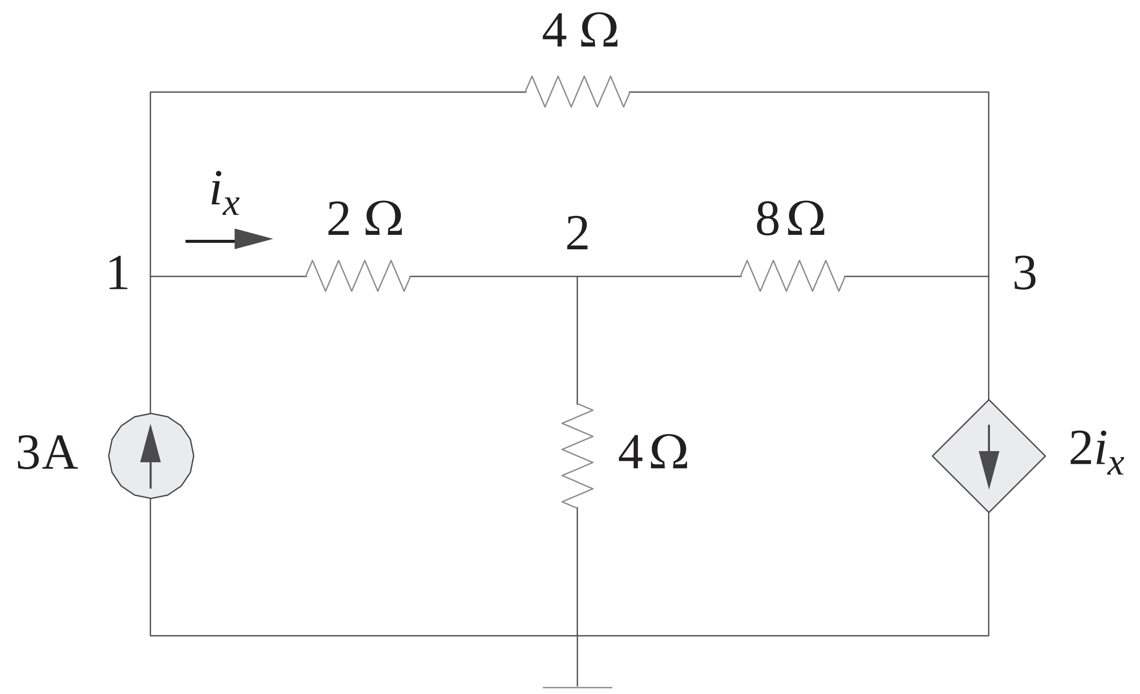
EXEMPLO 1

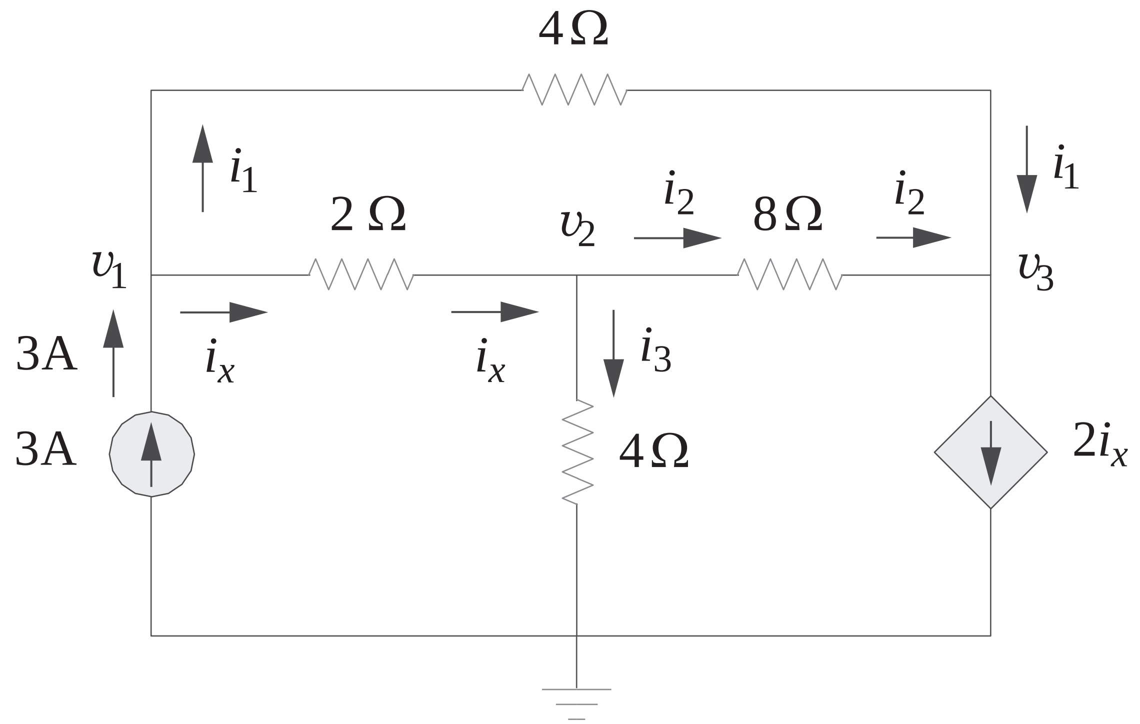


$$i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1} \quad \text{ou} \quad i_1 = G_1 v_1$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad \text{ou} \quad i_2 = G_2(v_1 - v_2)$$

$$i_3 = \frac{v_2 - 0}{R_3} \quad \text{ou} \quad i_3 = G_3 v_2$$





No nó 1,

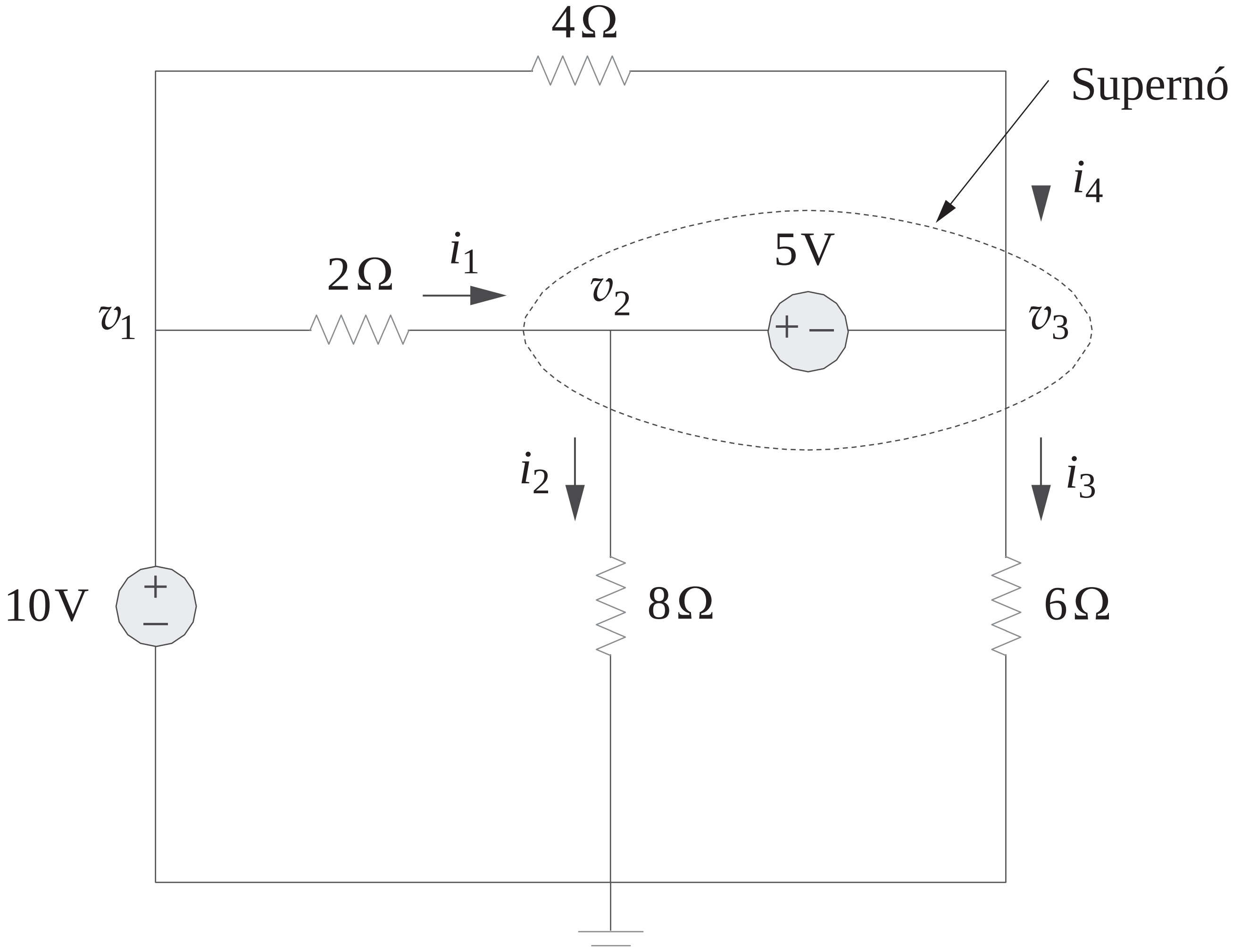
$$3 = i_1 + i_x \qquad 3 = \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2}$$

No nó 2,

$$i_x = i_2 + i_3 \qquad \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_2 - 0}{4}$$

No nó 3,

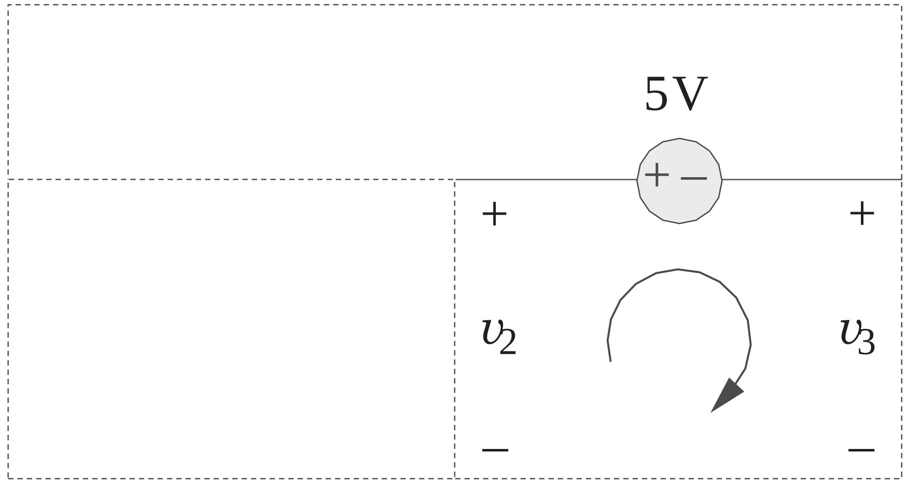
$$i_1 + i_2 = 2i_x \qquad \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_2 - v_3}{8} = \frac{2(v_1 - v_2)}{2}$$



$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

ou

$$\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 - v_3}{4} = \frac{v_2 - 0}{8} + \frac{v_3 - 0}{6}$$

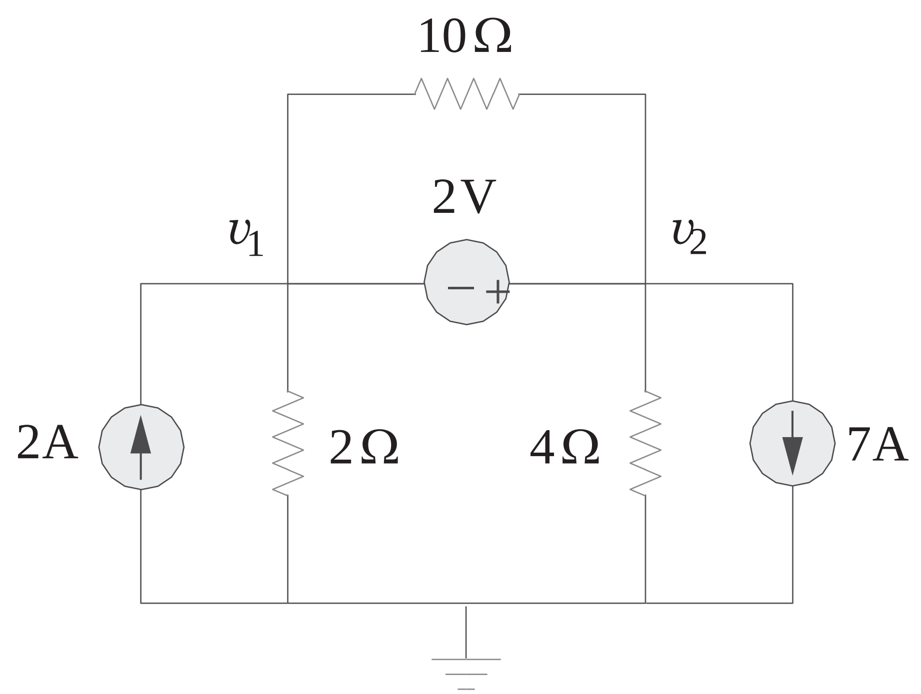


$$-v_2 + 5 + v_3 = 0 \qquad v_2 - v_3 = 5$$

EXEMPLO 4

Determine as tensões nodais.

O supernó contém a fonte de 2 V, nós 1 e 2 e o resistor de 10 K. Aplicando a LKC ao supernó, resulta em



$$2 = i_1 + i_2 + 7$$

Expressando i_1 e i_2 em termos de tensões nodais

$$2 = \frac{v_1 - 0}{2} + \frac{v_2 - 0}{4} + 7 \qquad\qquad 8 = 2\ v_1 + v_2 + 28$$

ou

$$v_2 = -20 - 2v_1$$

Para obter a relação entre v_1 e v_2, aplicamos a LKT ao circuito. Percorrendo o laço, obtemos

$$-v_1 - 2 + v_2 = 0 \qquad\qquad v_2 = v_1 + 2$$

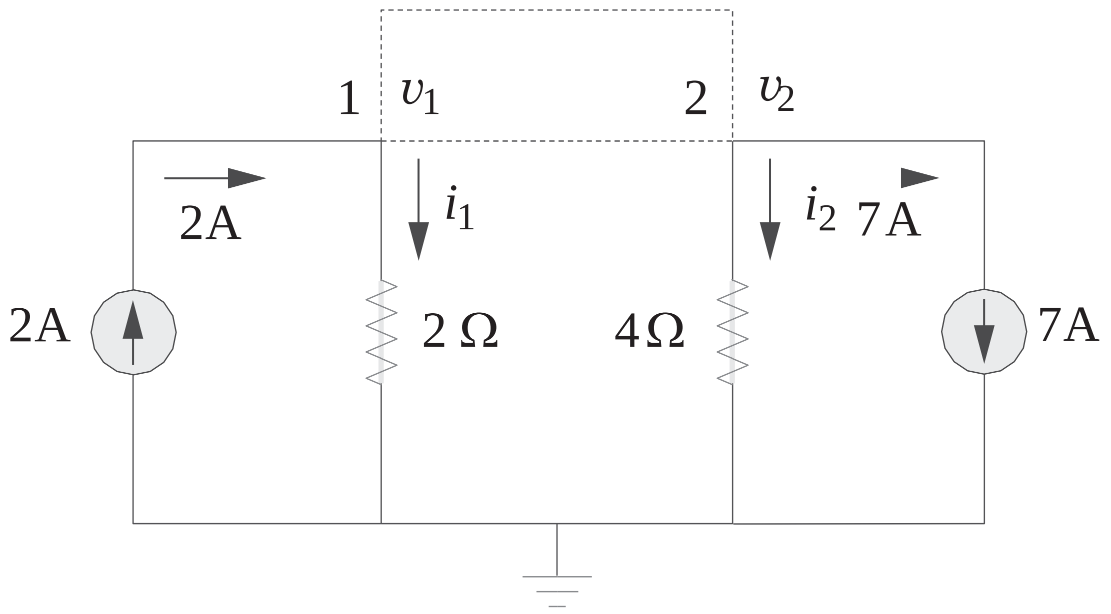
Reescrevemos

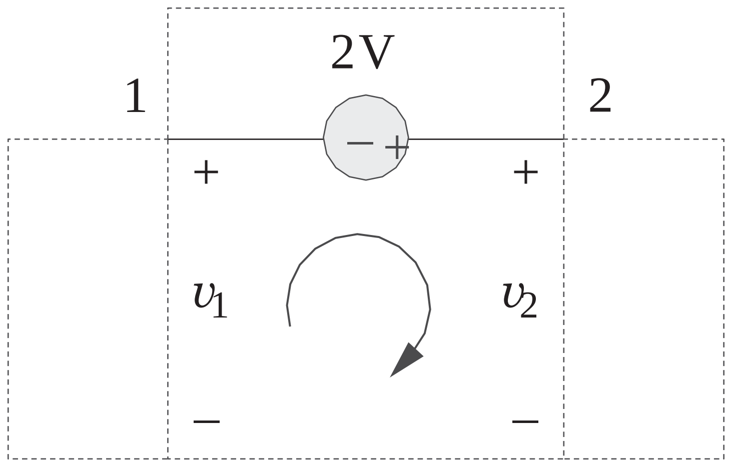
$$v_2 = v_1 + 2 = -20 - 2v_1$$

ou

$$3v_1 = -22 \quad 1 \quad v_1 = -7{,}333\,\text{V}$$

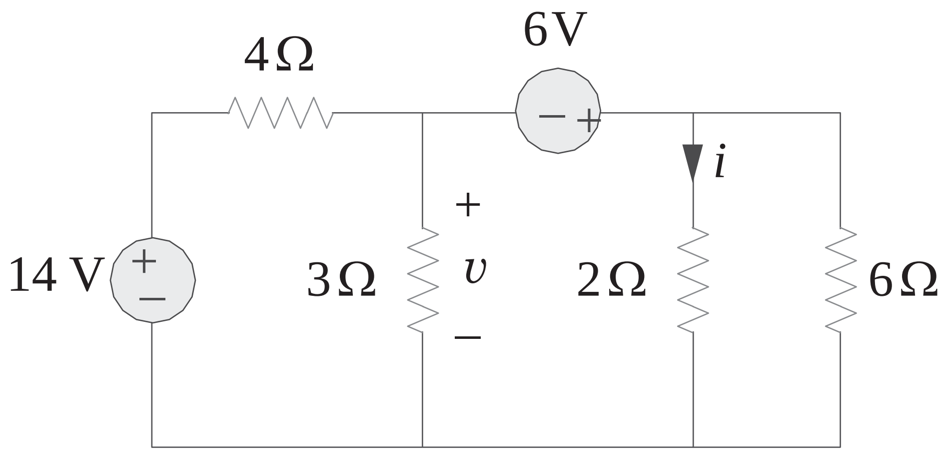
e $v_2 = v_1 + 2 = -5{,}333$ V. Note que o resistor de 10 K não faz qualquer diferença, pois está conectado através do supernó.





PROBLEMA PRÁTICO

Calcule v e i no circuito abaixo

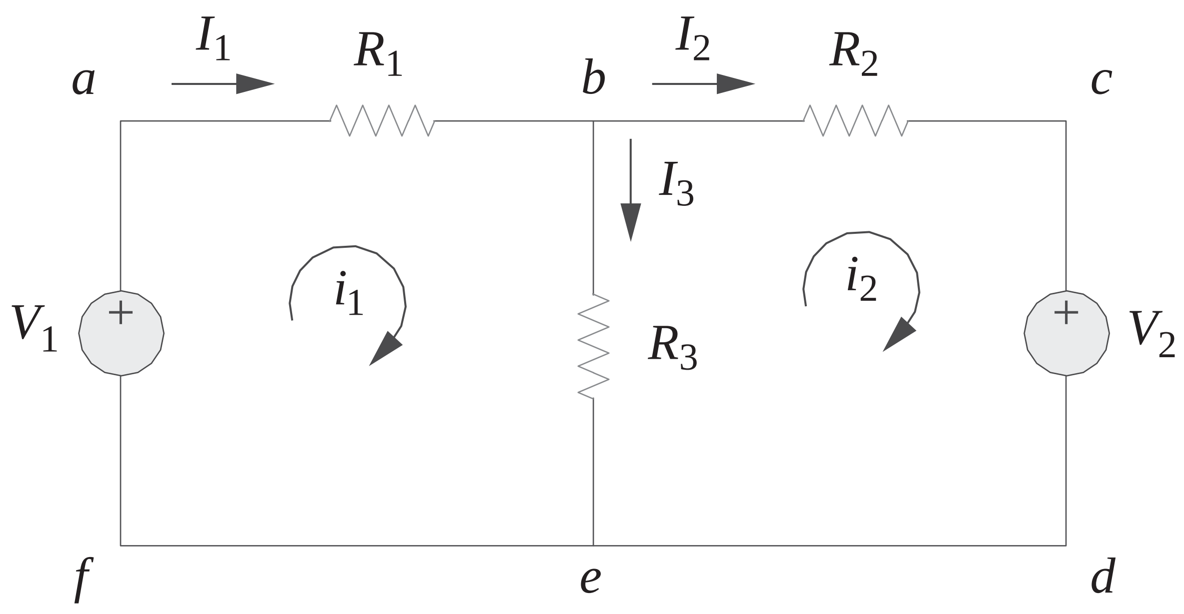


Resposta: – 400 mV, 2,8 A.

Análise de Malhas

A análise de malhas fornece outra maneira para se verificarem circuitos usando as correntes de malha como variáveis de circuito, e usar essas correntes em vez de correntes de elementos como variáveis é conveniente e reduz o número de equações que devem ser resolvidas matematicamente. Lembre-se de que um laço é um caminho fechado que não passa mais de uma vez pelo mesmo nó. Uma malha é um laço que não contém qualquer outro laço dentro de si.

Malha é um laço que não contém nenhum outro laço em seu interior.



Um circuito com duas malhas.

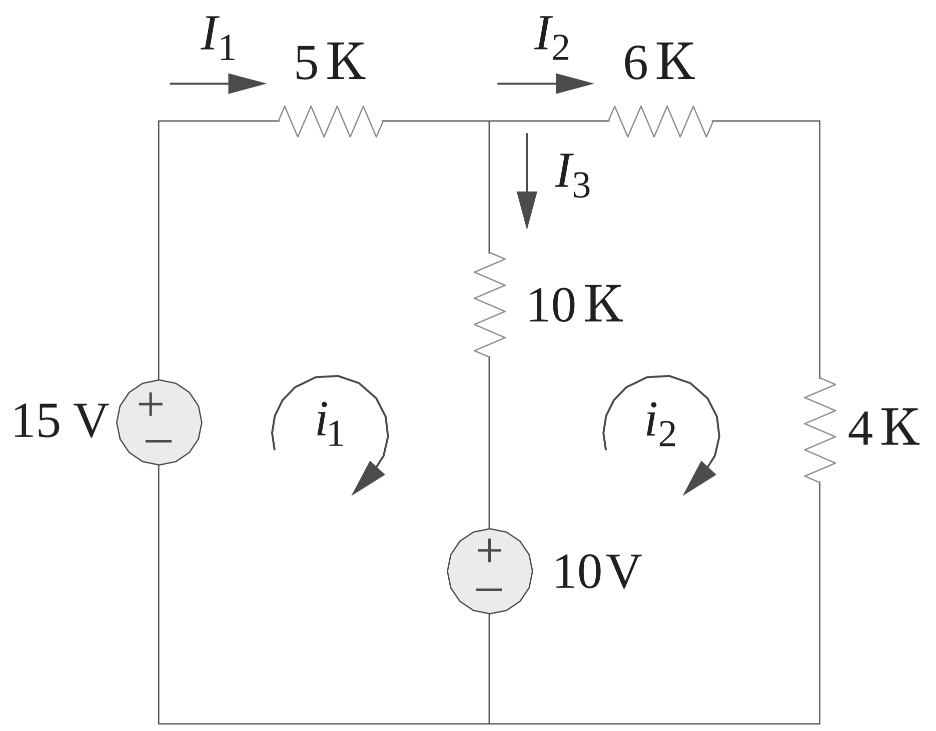
Os caminhos *abefa* e *bcdeb* são malhas, porém o trecho *abcdefa* não é uma malha.

Etapas na determinação de correntes de malha:

1. Atribua correntes de malha i_1, i_2, ..., i_n a n malhas.
2. Aplique a LKT a cada uma das n malhas. Use a lei de Ohm para expressar as tensões em termos de correntes de malha.
3. Resolva as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

EXEMPLO 5

Para o circuito a seguir, determine as correntes de ramo I_1, I_2 e I_3 usando a análise de malhas.



Solução: Primeiro, obtemos as correntes de malha aplicando a LKT. Para a malha 1,

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

ou

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

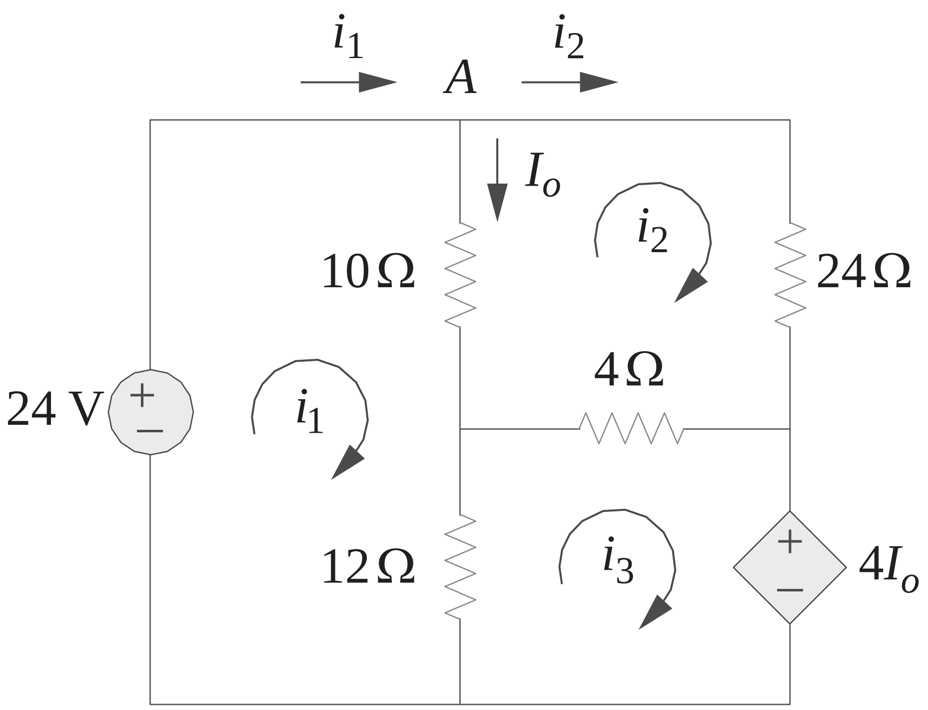
Para a malha 2,

$$6i_2 + 4i_2 + 10(i_2 - i_1) - 10 = 0$$

ou

$$i_1 = 2i_2 - 1$$

EXEMPLO 6



Use a análise de malhas para encontrar a corrente I_o no circuito a seguir.

Solução: Aplicamos a LKT às três malhas, uma de cada vez. Para a malha 1,

$$-24 + 10(i_1 - i_2) + 12(i_1 - i_3) = 0$$

ou

$$11i_1 - 5i_2 - 6i_3 = 12$$

Para a malha 2,

$$24i_2 + 4(i_2 - i_3) + 10(i_2 - i_1) = 0$$

ou

$$-5i_1 + 19i_2 - 2i_3 = 0$$

Para a malha 3,

$$4I_o + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0$$

Porém, no nó A, $I_o = i_1 - i_2$, de modo que

$$4(i_1 - i_2) + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0$$

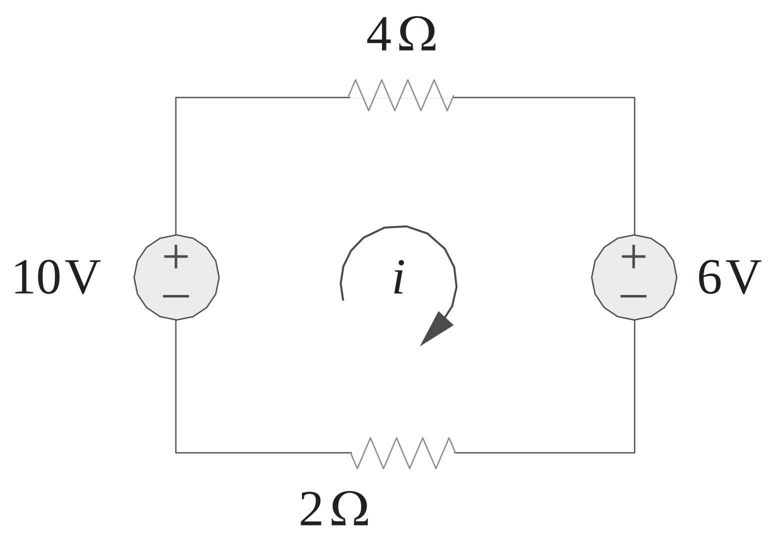


Figura 1

1. A equação dos laços para o circuito da Figura 1 é:

(a) $-10 + 4i + 6 + 2i = 0$

(b) $10 + 4i + 6 + 2i = 0$

(c) $10 + 4i - 6 + 2i = 0$

(d) $-10 + 4i - 6 + 2i = 0$

2. No circuito da Figura 2, a corrente i_1 é:

(a) 4A (b) 3A

(c) 2A (d) 1A

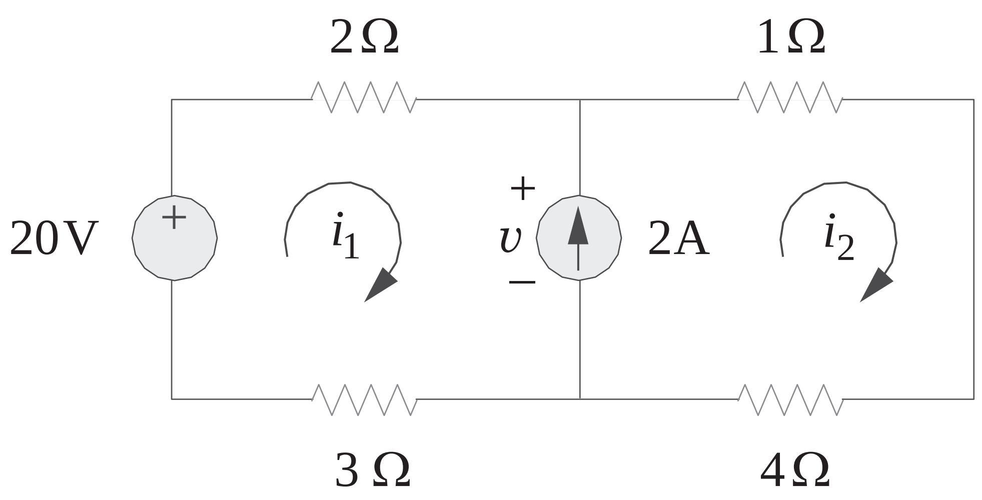


Figura 2.

3. A tensão v na fonte de corrente no circuito da Figura 2 é:

(a) 20V

(b) 15V

(c) 10V

(d) 5V

Respostas:1a, 2d, 3.b,

Problemas

3.3 Determine as correntes I_1 a I_4 e a tensão v_o no circuito da Figura 3.52.

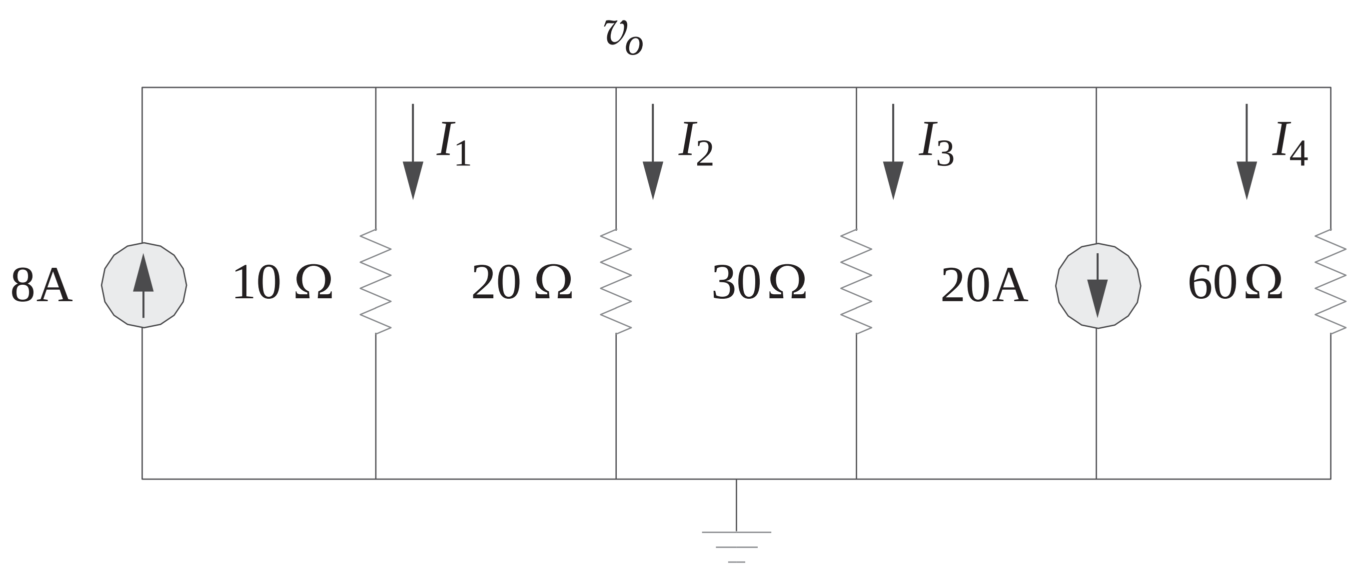
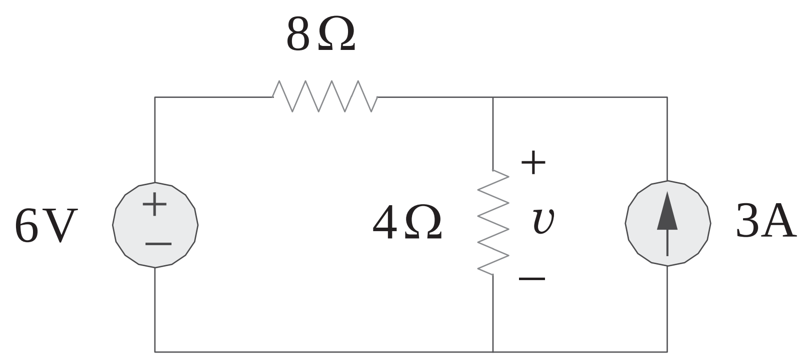


Figura 3.52 Esquema para o Problema 3.3.

EXEMPLO 6

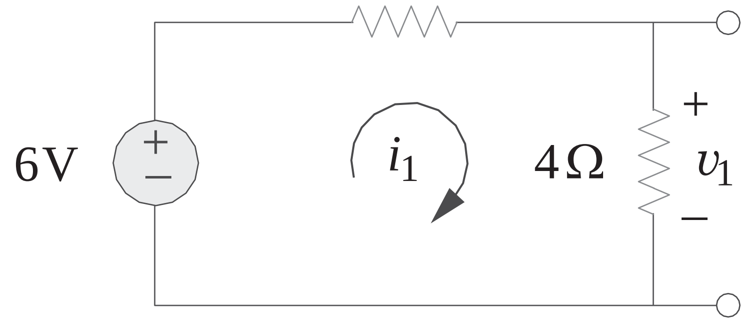


Use o **teorema da superposição** para encontrar v no circuito ao lado.

Solução: Já que existem duas fontes, façamos que

$$v = v_1 + v_2$$

onde v_1 e v_2 são as contribuições devidas, respectivamente, à fonte de tensão de 6 V e à fonte de corrente de 3 A.

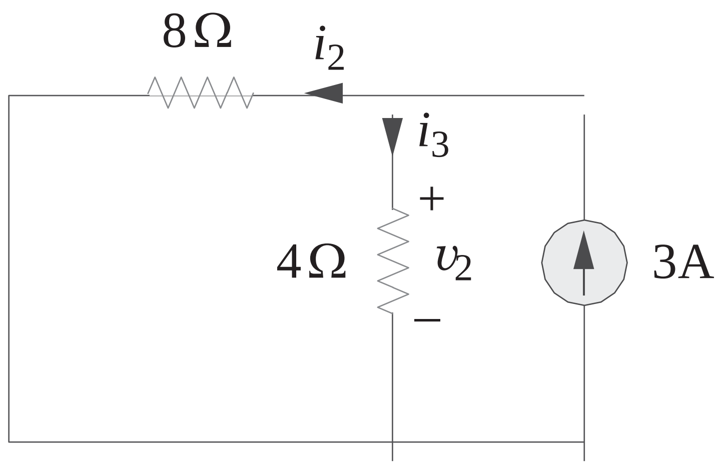


(*a*)

Poderíamos usar a divisão de tensão para obter v_1, escrevendo

$$v_1 = \frac{4}{4+8}(6) = 2\,\text{V}$$

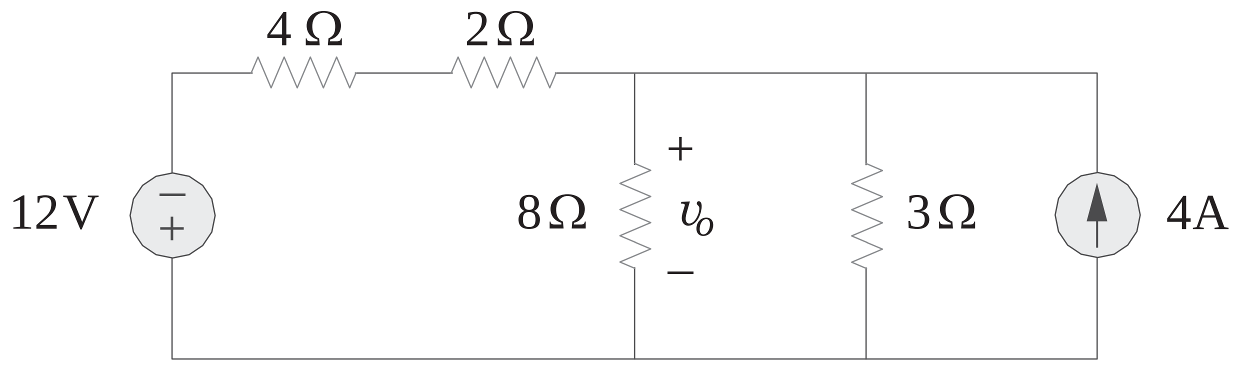
Para obtermos v_2, fazemos que a fonte de tensão seja zero. Usando divisão de corrente



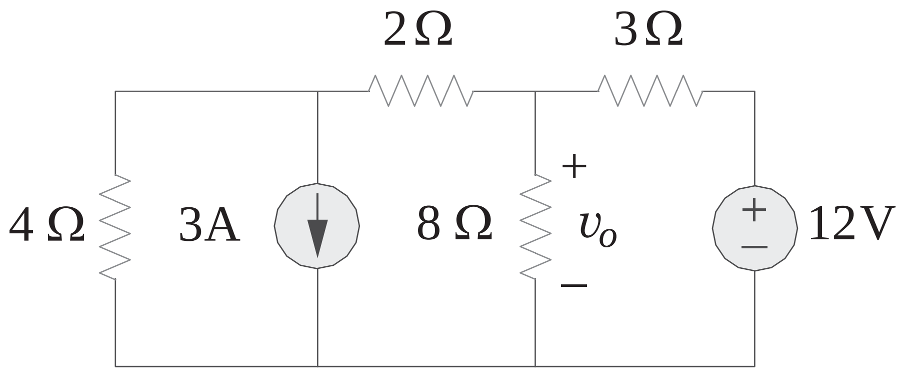
$$i_3 = \frac{8}{4+8}(3) = 2\,\text{A}$$

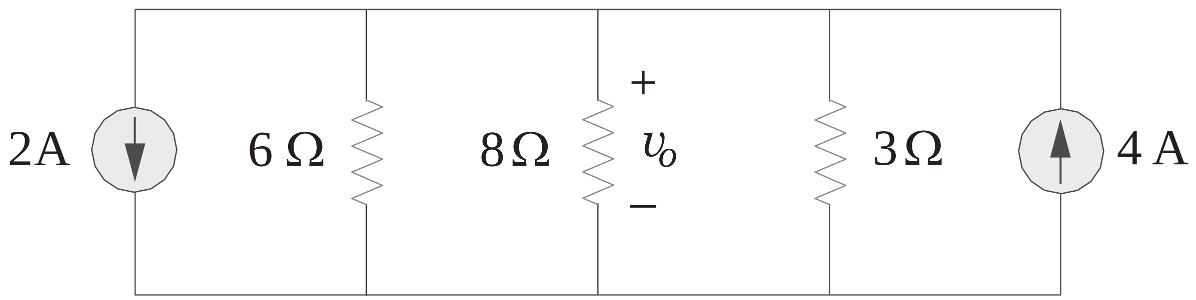
EXEMPLO 6

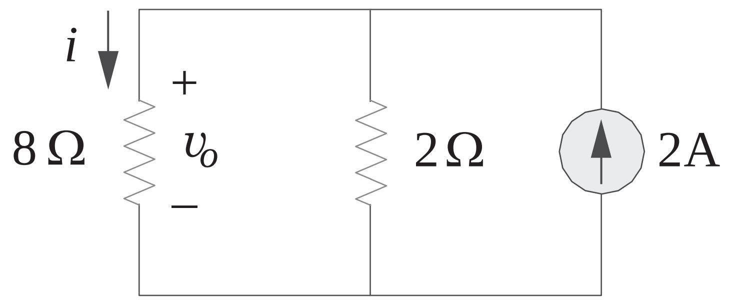
Use transformação de fontes para determinar v_o no circuito a seguir.



(*a*)







(*c*)

(*b*)

Usamos divisão de corrente na Figura *c* para obter

$$i = \frac{2}{2 + 8}(2) = 0{,}4\text{A}$$

e

$$v_o = 8i = 8(0{,}4) = 3{,}2\,\text{V}$$

Capacitor

Um **capacitor** é formado por duas placas condutoras separadas por um isolante (ou dielétrico).

Um **capacitor** é um circuito aberto em CC.

A **tensão** em um capacitor não pode mudar abruptamente.

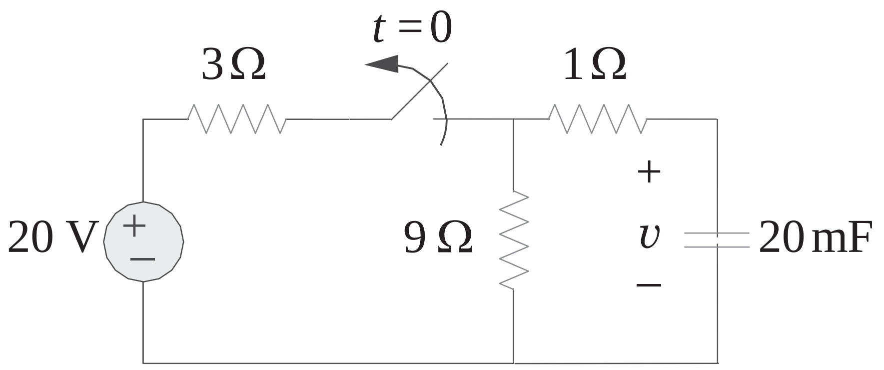
Indutor

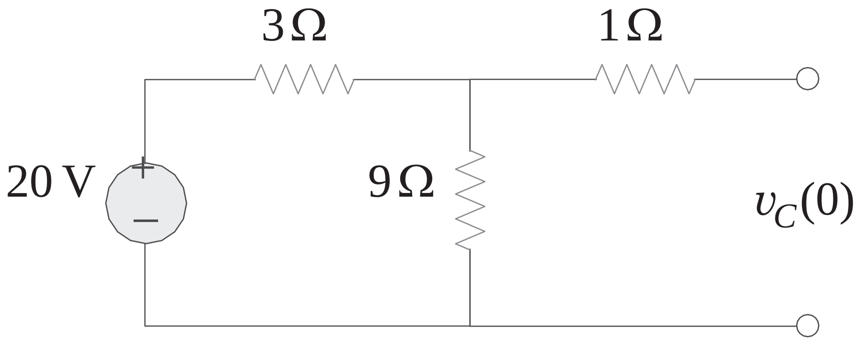
Um **indutor** consiste em uma bobina de fio condutor.

Um indutor atua como um curto-circuito em CC.

A corrente através de um indutor não pode mudar instantaneamente.

EXEMPLO





A chave no circuito foi fechada por um longo período e é aberta em $t = 0$. Calcule a energia inicial armazenada no capacitor.

Solução: Para $t < 0$, a chave está fechada; o capacitor é um circuito aberto em CC, Usando a divisão de tensão

$$v_C(t) = \frac{9}{9+3}(20) = 15 \text{ V}, \qquad t < 0$$

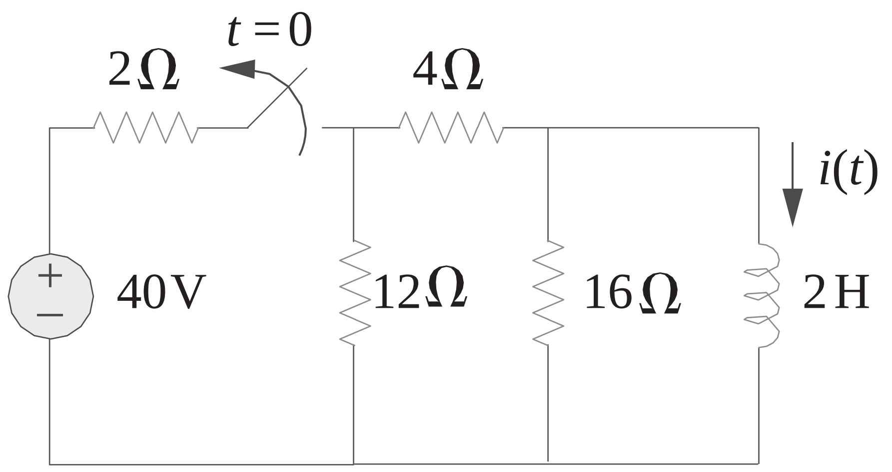
Uma vez que a tensão em um capacitor não pode mudar instantaneamente, a tensão no capacitor em $t = 0^-$ é a mesma que em $t = 0$, ou

$$v_C(0) = V_0 = 15 \text{ V}$$

A energia inicial armazenada no capacitor é

$$w_C(0) = \frac{1}{2} C v_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 15^2 = 2{,}25 \text{ J}$$

EXEMPLO



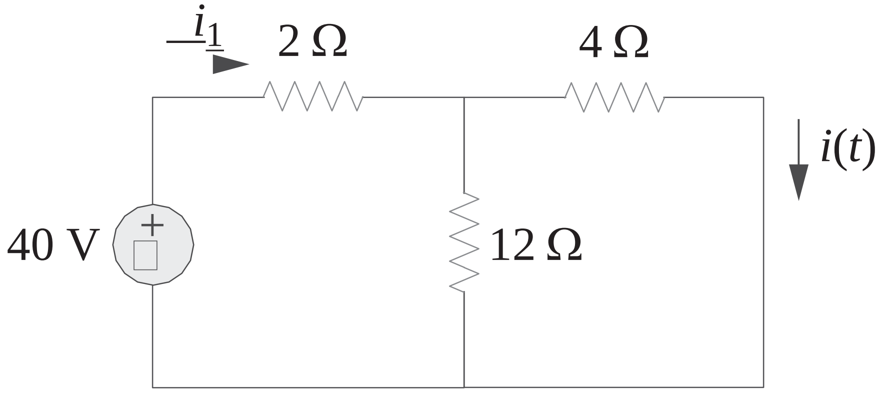
A chave do circuito da Figura ao lado foi fechada por um longo período. Em $t = 0$, a chave é aberta. Calcule $i(t)$ para $t > 0$.

Solução: Quando $t < 0$, a chave está fechada e o indutor atua como um curto-circuito em CC. O resistor de 16 K é curto-circuitado; o circuito resultante é mostrado na Figura *a*. Para obter i_1 nessa figura, associamos os resistores de 4 K e 12 K em paralelo para chegar a

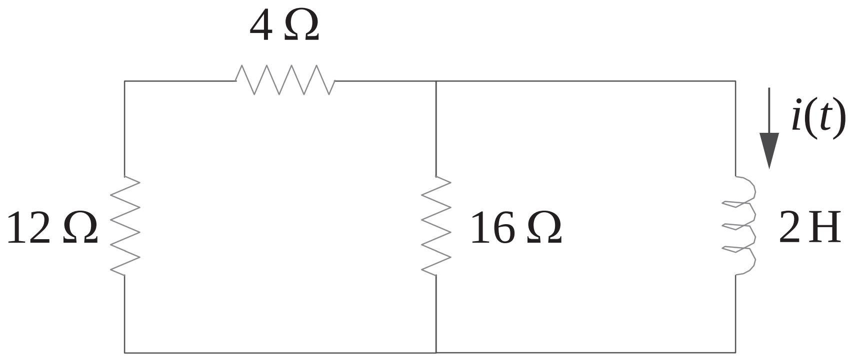
$$\frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\,\Omega$$

Logo,

$$i_1 = \frac{40}{2 + 3} = 8\,\text{A}$$



(*a*)



(*b*)

Obtemos $i(t)$ a partir de i_1 na Figura *a* usando o princípio da divisão de corrente, escrevendo o seguinte

$$i(t) = \frac{12}{12 + 4} i_1 = 6\,\text{A}, \qquad t < 0$$

Uma vez que a corrente através de um indutor não pode mudar instantaneamente,

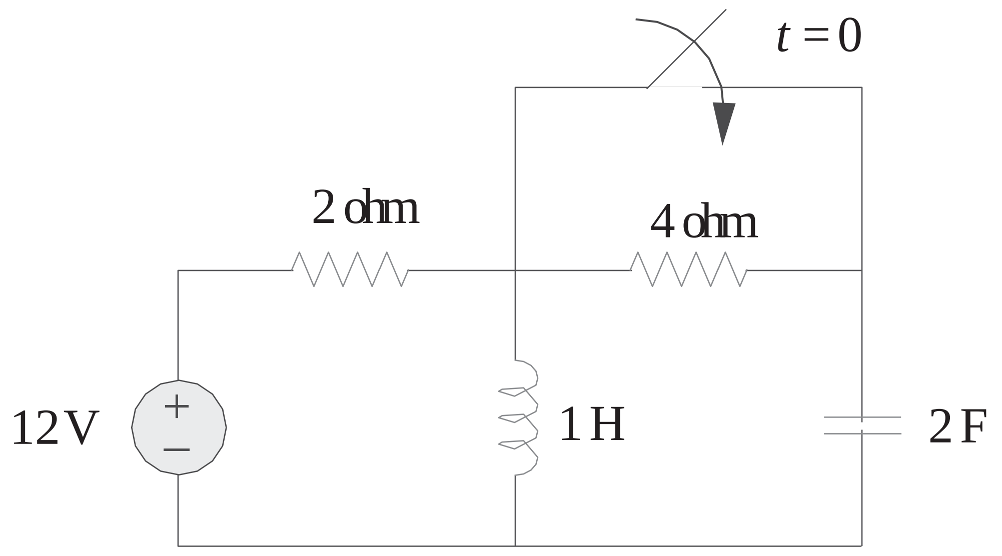
$$i(0) = i(0^-) = 6\,\text{A}$$

Exercícios

1 Para o circuito da Figura ao lado, a tensão no capacitor em $t = 0^-$ (logo antes da chave ser fechada) é:

(a) 0 V (b) 4 V

(c) 8 V (d) 12 V



2. Para o circuito da Figura ao lado, a corrente inicial no indutor (em $t = 0$) é:

(a) 0 A (b) 2 A (c) 6 A (d) 12A