Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Тихоокеанский государственный университет»

# Н. Д. Берман, В. В. Стригунов, Н. И. Шадрина

Основы информатики

Утверждено

издательско-библиотечным советом университета в качестве учебного пособия

Хабаровск Издательство ТОГУ 2014

УДК 681.518(076.5) ББК З973.2-018я7

Б50

*Рецензенты*: кафедра «Информационные технологии и системы» (ФГБОУ ВПО «Дальне- восточный государственный университет путей сообщения», г. Хабаровск); кандидат тех- нических наук, доцент А. Н. Вишневский (ФГБОУ ВПО «Хабаровская государственная академия экономики и права»)

*Научный редактор* кандидат физико-математических наук, доцент Э. М. Вихтенко

**Берман, Н. Д.**

Б50 Основы информатики : учеб. пособие / Н. Д. Берман, В. В. Стригунов, Н. И. Шадрина ; [науч. ред. Э. М. Вихтенко]. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2014. – 76 с.

ISBN 978-5-7389-1563-5

Учебное пособие содержит описание основных тем теоретической информатики. Для студентов всех направлений и форм обучения, изучающих дисциплину

«Информатика».

УДК 681.518(076.5) ББК З973.2-018я7

© Тихоокеанский государственный университет, 2014

**ISBN 978-5-7389-1563-5** © Берман Н. Д, Стригунов В. В., Шадрина Н. И., 2014

**ВВЕДЕНИЕ**

Учебная дисциплина информатика, появившись в конце второй поло- вины ХХ в., прочно закрепилась в учебных планах университетов. Сам тер- мин «информатика» возник в 60-х гг. ХХ в. во Франции для выделения об- ласти знаний, связанной с автоматизированной обработкой информации с помощью электронно-вычислительных машин. Informatique (информатика) происходит от слияния французских слов information (информация) и automatique (автоматика) и означает «информационная автоматика или ав- томатизированная переработка информации». Слово «информатика» вошло в употребление в разных языках: немецком – «informatik», итальянском –

«informatica», польском – «informatyka», испанском – «informatica» и др. В английском языке информатике соответствует термин computer science (до- словно «компьютерная наука», «вычислительная наука»).

Несмотря на то, что появление дисциплины произошло благодаря раз- витию компьютерной техники и немыслимо без нее, информатика является широкой областью научных знаний и связана со многими фундаментальны- ми и прикладными дисциплинами, такими как математика, кибернетика, фи- зика, электроника, радиотехника, философия, лингвистика.

Важное место в курсе информатики занимает теоретическая информа- тика, отвечающая за изучение структуры и общих свойств информации и информационных процессов, разработку общих принципов построения ин- формационной техники и технологии. Данное пособие посвящено основным темам теоретической информатики: понятию информации и измерению ее количества, системам счисления, логическим основам построения цифровых устройств, представлению информации в цифровых устройствах. В пособии рассмотрены примеры решения задач по изложенным темам, даны задачи для самостоятельного решения.

1. **ИНФОРМАЦИЯ**

Термин информация происходит от латинского information, что означа- ет разъяснение, осведомление, изложение.

Первоначальное значение этого термина – «сведения, передаваемые людьми устным, письменным или иным способом».

В философском смысле информация есть отражение реального мира с помощью сведений (сообщений). В широком смысле информация – это об- щенаучное понятие, включающее в себя обмен сведениями между людьми, обмен сигналами между живой и неживой природой, людьми и устройства- ми.

В информатике *информация* – сведения об объектах, и явлениях окру- жающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают имеющуюся о них степень неопределенности, неполноты знаний.

Информация, предназначенная для передачи, называется сообщением. Сообщение может быть представлено в виде знаков и символов, преобразо- вано и закодировано с помощью электрических сигналов.

Информация, представленная в виде, пригодном для обработки (чело- веком, компьютером) называется *данными*. Данные могут быть, например, числовыми, текстовыми, графическими.

Чтобы происходил обмен информацией, должны присутствовать ис- точник информации, передатчик, канал связи, приемник и получатель (рис. 1).

Канал связи



Приемник

Получатель

Источник

Передатчик

Рис. 1. Передача информации по каналу связи

Обычно в качестве получателя выступает человек, который оценивает информацию с точки зрения ее применимости для решения поставленной задачи. Процедура оценки информации проходит в три этапа, определяю- щие ее синтаксический, семантический и прагматический аспекты.

Определенный набор данных вне зависимости от смысловых и потре- бительских качеств характеризует синтаксический аспект информации.

Сопоставление данных с тезаурусом1 формирует знание о наблюдаемом факте. Это является семантическим аспектом информации (отражает смыс- ловое содержание информации).

Оценка практической полезности информации отражает ее прагматиче- ский аспект.

## Свойства информации

Информация характеризуется определенными свойствами, зависящими как от данных (содержательной части информации), так и от методов рабо- ты с ними. Свойства информации делятся на две группы: потребительские и атрибутивные.

Атрибутивные свойства – это те свойства, которые отображают внут- реннюю природу информации и особенности использования. Наиболее важ- ными из этих свойств являются:

* информация предоставляет новые сведения об окружающем мире, от- сутствовавшие до ее получения;
* информация не материальна, несмотря на то, что она проявляется в форме знаков и сигналов на материальных носителях;
* знаки и сигналы могут предоставить информацию только для получа- теля, способного их воспринять и распознать;
* информация неотрывна от физического носителя, но в то же время не связана ни с конкретным носителем, ни с конкретным языком;
* информация дискретна – она состоит из отдельных фактических дан- ных, передающихся в виде отдельных сообщений;
* информация непрерывна – она накапливается и развивается поступа- тельно.

1 Тезаурус – это совокупность сведений, которыми располагает пользователь или си- стема.

Качество информации определяется ее свойствами, отвечающими по- требностям пользователя.

Рассмотрим наиболее важные потребительские свойства информации:

* + полнота (достаточность);
  + достоверность;
  + адекватность;
  + доступность;
  + актуальность.

*Полнота информации.* Под полнотой информации понимают ее доста- точность для принятия решений.

*Достоверность информации.* Под достоверностью информации пони- мают ее соответствие объективной реальности окружающего мира. Свойство достоверности информации имеет важное значение в тех случаях, когда ее используют для принятия решений.

*Адекватность информации –* это степень соответствия информации, по- лученной потребителем, тому, что автор вложил в ее содержание. Адекват- ность информации иногда путают с ее достоверностью. Это разные свойства. Можно привести пример адекватной, но не достоверной информации. Так, например, если 1 апреля в газете появится заведомо ложное сообщение, то его можно считать адекватным. Адекватно толковать его не как информаци- онное, а как развлекательное. Тоже сообщение, опубликованное 2 апреля, будет и недостоверным, и неадекватным.

*Доступность информации –* мера возможности получить ту или иную информацию.

*Актуальность информации –* это степень соответствия информации те- кущему моменту времени. Нередко с актуальностью, как и с полнотой, свя- зывают коммерческую ценность информации. Поскольку информационные процессы растянуты во времени, то достоверная и адекватная, но устарев- шая информация может приводить к ошибочным решениям.

## Единицы измерения количества информации

За единицу измерения информации принимается такое количество ин- формации, которое содержит сообщение, уменьшающее неопределенность (неполноту знаний) в два раза.

Единица измерения информации называется *бит* (bit) – сокращение от английских слов binary digit («двоичная цифра»).

Рассмотрим на примере, что означает 1 бит информации.

Если положить в мешок два шарика разного цвета, то, загадывая какой шар будет вынут, будем иметь два варианта. Причем, ни один из этих вари- антов не имеет преимущества перед другим. Таким образом, неопределен- ность знаний о цвете вынутого шара перед тем, как шар будет вынут, равна двум. После того как шар вынули, произошло одно из двух возможных собы- тий. Неопределённость знаний уменьшилась в два раза: было два варианта, остался один. Значит, узнав цвет вынутого шара, получили 1 бит информа- ции.

В компьютерной технике отдают предпочтение двоичной системе счис- ления. Это связано с тем, что в техническом устройстве наиболее просто реа- лизовать два противоположных физических состояния: намагничено – не намагничено, есть сигнал – нет сигнала, заряжен конденсатор – не заряжен и т.п. При этом одно состояние принято обозначать цифрой 0, а другое – цифрой 1.

В качестве единицы измерения информации в технике принят бит, соот- ветствующий одному двоичному разряду со значением 0 или 1. Бит является наименьшей возможной единицей измерения информации. Объем информа- ции, записанной двоичными знаками в памяти компьютера или на внешнем носителе, подсчитывается просто по количеству требуемых для такой записи двоичных разрядов. При этом невозможно нецелое число битов.

Для удобства использования введены и более крупные, чем бит, едини- цы измерения. Восемь бит (двоичных разрядов) называются *байтом*. Также

используются приставки «кило», «мега», «гига» и т.д. для обозначения круп- ных объемов информации:

1 Килобайт = 1024 байт = 210 байт =213 бит.

1 Мегабайт = 1024 Килобайт = 210 Килобайт = 220 байт = 223 бит.

1 Гигабайт =1024 Мегабайт = 210 Мегабайт = 230 байт = 233 бит.

1 Терабайт = 1024 Гигабайт = 210 Гигабайт= 240 байт = 243 бит.

1 Петабайт = 1024 Терабайт = 210 Терабайт = 250 байт = 253 бит.

1 Эксабайт = 1024 Петабайт = 210 Петабайт = 260 байт = 263 бит.

## Измерение количества информации

Рассмотрим два подхода к измерению информации – вероятностный и объемный. Вероятностный или энтропийный подход принят в теории ин- формации и кодирования. Данную теорию обобщил и развил в 1940-х го- дах К. Шеннон1. Объемный подход возник в результате появления ЭВМ и часто используется в технике.

## Вероятностный подход

Данный подход измерения информации исходит из следующей моде- ли: получатель сообщения имеет определенное представление о возмож- ных наступлениях некоторых событий. Эти представления в общем случае выражаются вероятностями, с которыми ожидается то или иное событие.

Энтропия (мера неопределенности) характеризуется некоторой мате- матической зависимостью от совокупности вероятностей наступления этих событий. Количество информации в сообщении определяется тем, насколько уменьшилась энтропия после получения сообщения.

Рассмотрим вычисление количества информации сообщения о наступлении одного из N равновероятных событий. Обозначим величину, измеряющую неопределенность (энтропию) через Н.

1 Клод Элвуд Шеннон – американский инженер и математик, занимался исследова- ниями в области общей теории связи, теории автоматов, электротехники, теории инфор- мации.

Величины N и Н связаны между собой некоторой функциональной зависимостью:

H = f(N).

Обозначим через Н1 энтропию до совершения события, Н2 – энтро- пию после наступления события. Тогда количество информации I об ис- ходе опыта определяется как разность энтропий до и после опыта:

I = H1 − H2.

В случае, когда получен конкретный результат, имевшаяся неопреде- ленность будет снята Н2 = 0 и количество полученной информации совпа- дает с первоначальной энтропией:

I = H1.

Формулу для вычисления количество полученной информации I для равновероятных событий предложил Р. Хартли**1**:

I = log2N. (1)

Формулу для вычисления количества информации, учитывающую неодина- ковую вероятность событий, предложил К. Шеннон в 1948 г. Количественная зависимость между вероятностью события р и количеством информации I в сообщении о нем выражается формулой:

I = −log2p. (2)

Связь между вероятностью события и количеством информации в сооб- щении об этом событии можно выразить следующим образом – чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сооб- щение об этом событии.

Количество информации для событий с различными вероятностя- ми р1, p2, …pn определяется по формуле (эту формулу также называют фор- мулой Шеннона):

|  |  |
| --- | --- |
| n  I = − ∑ pi log2pi.  i=1 | (3) |

Заметим, что формула, предложенная Р. Хартли, представляет собой частный случай более общей формулы Шеннона:

1 Ральф Винтон Лайон Хартли – американский учёный, заложивший основы теории информации.

n N

1 1 1

I = − ∑ pi log2pi = − ∑ N log2 N = −log2 N = log2N.

i=1 i=1

Используя формулу (1) можно записать и формулу, которая связывает количество возможных событий N и количество информации I:

N = 2I. (4)

## Объемный подход

При объемном подходе к измерению количества информации отвлека- ются от содержания информации и рассматривают информационное сообще- ние как ряд знаков, который можно закодировать с помощью конечной по- следовательности символов некоторого алфавита.

Если допустить, что все символы алфавита встречаются в тексте с оди- наковой частотой (равновероятно), то количество информации, которое несет каждый символ i (информационный вес одного символа), вычисляется по формуле:

i = log2N, (5)

где N – мощность алфавита (полное количество символов, составляющих ал- фавит выбранного кодирования). Тогда мощность алфавита:

N = 2i. (6)

В алфавите, который состоит из двух символов (двоичное кодирование), каждый символ несет 1 бит (log22 = 1) информации; из четырех символов – каждый символ несет 2 бита информации(log24 = 2); из восьми символов – 3 бита (log28 = 3) и т. д. Один символ из алфавита мощностью 256 несет в тексте 8 битов (log2256 = 8) информации.

Если весь текст состоит из k символов, то при объемном подходе размер содержащейся в нем информации I определяется по формуле:

I = k ∙ i, (7)

где i – информационный вес одного символа в используемом алфавите.

Максимальное количество слов L из m букв, которое можно составить из алфавита мощностью N:

L = Nm. (8)

1. **СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ**

Любые данные для обработки компьютером представляются последова- тельностями двух чисел – единицы и нуля. Такая форма представления полу- чила название двоичной. Важным понятием при представлении данных в компьютере является система счисления.

*Система счисления* – это совокупность приемов и правил представления чисел с помощью символов, имеющих определенное количественное значе- ние.

Различают позиционные системы счисления и непозиционные.

*Непозиционная системы счисления* – система, в которой символы, обо- значающие то или иное количество, не меняют своего значения в зависимо- сти от местоположения (позиции) в изображении числа.

Запись числа А в непозиционной системе счисления может быть пред- ставлена выражением:

n

A = D1 + D2 + … + Dn = ∑ Di

i=1

где D1, D2, …, Dn – символы системы

Непозиционной системой счисления является самая простая система с одним символом (палочкой). Для изображения какого-либо числа в этой си- стеме надо записать количество палочек, равное данному числу. Это система самая неэффективная, так как форма записи очень громоздка.

К непозиционной системе относится и римская, табл. 1.

*Таблица 1*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Римские цифры | Значение (обозначаемое  количество) | Римские цифры | Значение (обозначаемое  количество) |
| I | 1 | C | 100 |
| V | 5 | D | 500 |
| X | 10 | M | 1000 |
| L | 50 |  |  |

Так, например, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) значение цифры X в любой позиции равно десяти.

Запись чисел в данной системе счисления осуществляется по правилам:

1. если цифра слева меньше, чем цифра справа, то левая цифра вычита- ется из правой (IX: 1<10, следовательно, 10 – 1 = 9; XС: 10<100, следователь-

но, 100 – 10 = 90);

1. если цифра справа меньше или равна цифре слева, то эти цифры складываются (VII: 5+1+1=7; XXXV: 10+10+10+5=35).

Так, число 1984 в римской системе счисления имеет вид MCMLXXXIV (M – 1000, CM – 900, LXXX – 80, IV – 4).

В римской системе нельзя записывать подряд 4 одинаковых цифр.

В общем случае непозиционные системы счисления характеризуются сложными способами записи чисел и правилами выполнения арифметиче- ских операций.

*Позиционная система счисления* – это система счисления, в которой значение цифры определяется ее местоположением (позицией) в изображе- нии числа.

*Алфавит позиционной системы счисления* – упорядоченный набор сим- волов (цифр) {а0, a1, …, an}, используемый для представления чисел в данной системе счисления.

*Основание позиционной системы счисления* – количество символов (цифр) алфавита q = n + 1, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

Примером позиционной системы счисления является десятичная систе- ма счисления. Ее алфавит {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Основание q = 10.

Например, в десятичной системе счисления число 333 записывается с помощью одной цифры 3, но значение каждой цифры определяется ее место- положением в числе: первая тройка – число сотен в числе, вторая тройка – число десятков, последняя – число единиц.

За основание системы счисления можно принять любое натуральное число – два, три, четыре и т. д.

Обычно в качестве алфавита берутся последовательные целые числа от 0 до (q – 1) включительно. В тех случаях, когда общепринятых (арабских) цифр не хватает для обозначения всех символов алфавита системы счисления с основанием q > 10, используются буквенные обозначения цифр. В табл. 2 приведены алфавиты некоторых систем счисления.

*Таблица 2*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Система счисления | Основание | Алфавит системы счисления |
| Двоичная | 2 | 0, 1 |
| Троичная | 3 | 0, 1, 2 |
| Четверичная | 4 | 0, 1, 2, 3 |
| Пятеричная | 5 | 0, 1, 2, 3, 4 |
| Восьмеричная | 8 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 |
| Десятичная | 10 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 |
| Двенадцатеричная | 12 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B |
| Шестнадцатеричная | 16 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F |

Для позиционной системы счисления справедливо равенство:

A q = anqn + an−1qn−1 + ⋯ + a1q1 + a0q0 + a−1q−1 + a−2q−2 +

⋯ a−mq−m ,

где Aq(Aq = anan−1 … a1a0a−1a−2 … a−m) – любое число, записанное в систе-

ме счисления с основанием q;

𝑎𝑖 – цифры числа (i = n, n – 1, …, 1, 0, –1, –2, –m); n +1 – число целых разрядов;

m – число дробных разрядов.

Равенство (9) называют развернутой формой записи числа. П р и м е р

Записать числа 386,15410 101,112, 561,428, 6ВF,A16 в развернутой форме.

Согласно равенству (9) имеем:

386,1510 = 3102 + 8101 + 6100 + 110-1 + 510-2

101,112 = 122 + 021 + 120 + 12-1 + 12-2

561,4238 = 582 + 681 + 180 + 48-1 + 28-2 + 38-3

6ВF,A16 = 6162 + В16 1+ F160 + A16 –1

(9)

В вычислительной технике наибольшее распространение получили дво- ичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы счисления.

## Перевод чисел в позиционных системах счисления

Приведем таблицу для перевода первых 16 чисел в различные системы счисления (табл. 3).

*Таблица 3*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Десятичные числа  q = 10 | Двоичные числа  q = 2 | Восьмеричные числа  q = 8 | Шестнадцатеричные числа  q = 16 |
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

## Перевод чисел из системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления

### Правило

Перевод в десятичную систему числа А, записанного в системе счисле- ния с основание q в виде Aq = anan−1 … a1a0a−1a−2 … a−m сводится к вычис- лению значения многочлена (9) средствами десятичной арифметики.

П р и м е р ы

* 1. Перевести число 7A5F16 в десятичную систему. q = 16, n = 3.

7A5F16 = 7·163 + A·162 + 5·161 + F ·160= 7·163 + 10·162 + 5·16 + 15= 28672 +

+ 2560 + 80 + 15 = 3132710

* 1. Перевести число 1001,11012 в десятичную систему. q = 2, n = 3, m = 4.

1001,11012 = 123 + 022 + 021 + 120 + 12-1 + 12-2 + 02-3 + 12-4 =

= 8 + 0 + 0 +1 + 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 9,812510.

* 1. Перевести число 125,038 в десятичную систему. q = 8, n = 2, m = 2.

1·82 + 2·81 + 5·80 + 0·8-1 + 3·8-2 = 64 + 16 + 5 + 0 + 0,046875 = 85,04687510.

## Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисле- ния с основанием q

Перевод вещественного числа из десятичной системы счисления в си- стему счисления с основанием q осуществляется в два этапа. Переводится раздельно целая и дробная часть числа, а затем при записи числа в новой си- стеме счисления целая часть запятой (точкой) отделяется от дробной.

*Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q*

### Правило

Для перевода целого числа А из десятичной системы счисления в систе- му с основанием q необходимо А разделить с остатком (нацело) на число q, записанное в десятичной системе. Затем неполное частное, полученное от деления, нужно снова разделить с остатком на q и т. д., пока последнее полу- ченное неполное частное не станет равным нулю. Представлением числа А в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изоб- раженных q-ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их по- лучения.

П р и м е р ы

1. Перевести число 2095910 в шестнадцатеричную систему счисления.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число | Частное | Остаток |
| 20959:16 | =1309 | 15 |
| 1309:16 | = 81 | 13 |
| 81:16 | = 5 | 1 |
| 5:16 | = 0 | 5 |

Ответ: 2095910 = 51DF16.

1. Перевести число 40510 в двоичную систему счисления.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число | Частное | Остаток |
| 405:2 | = 202 | 1 |
| 202:2 | = 101 | 0 |
| 101:2 | = 50 | 1 |
| 50:2 | = 25 | 0 |
| 25:2 | = 12 | 1 |
| 12:2 | = 6 | 0 |
| 6:2 | = 3 | 0 |
| 3:2 | = 1 | 1 |
| 1:2 | = 0 | 1 |

Ответ: 40510 = 1100101012.

*Перевод правильных дробей из десятичной системы счисления в систе- му счисления с основанием q*

### Правило

Для перевода дроби из десятичной системы счисления в систему с осно- ванием q необходимо последовательно выполнять умножение исходной дро- би и получаемых дробных произведений на основание системы счисления q до тех пор, пока не получится нулевая дробная часть или не будет достигнута требуемая точность вычислений. Представлением дроби в новой системе счисления будет последовательность полученных целых частей произведе- ния, записанных в порядке их получения.

П р и м е р ы

* 1. Перевести число A=0,12510 в двоичную систему счисления. 0,125 × 2 = 0,25 = 0 + 0,25



0,25 × 2 = 0,5 = 0 + 0,5

0,5 × 2 =



1

Ответ: 0,12510 = 0,0012.

Останавливаемся, т. к. получили нулевую дробную часть

* 1. Перевести число 74,6710 в восьмеричную систему счисления с точно- стью до пятого знака.

Переведем сначала в восьмеричную систему счисления целую часть числа, затем дробную часть.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число | Частное | Остаток |
| 74:8 | = 9 | 2 |
| 9:8 | = 1 | 1 |
| 1:8 | = 0 | 1 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7410 = 1128 |  | | |
| 0,67 × 8 = 5,36 = | 5 | + 0,36 |  |
| 0,36 × 8 = 2,88 = | 2 | + 0,88 |  |
| 0,88 × 8 = 7,04 = | 7 | + 0,04 |  |
| 0,04 × 8 = 0,32 = | 0 | + 0,32 |  |
| 0,32 × 8 = 2,56 = | 2 | + 0,56 | Останавливаемся, т.к. получили 5-й знак |
|  |  |  | после запятой |

0,6710 = 0,527028

Ответ: 72,6710 = 112,527028.

## Перевод чисел из двоичной системы счисления в системы с основанием q = 2n

Перевод чисел из двоичной системы в системы с основанием, равным сте- пени двойки, выполняется по более простым правилам, чем с другим основани- ем.

### Правило

Для перевода двоичного числа в систему с основанием q = 2n нужно число разбить влево и вправо от запятой на группы по n цифр в каждой. Если в первой левой или последней правой группах окажется менее n цифр, то их необходимо дополнить слева и справа нулями. Затем для каждой группы, со- стоящей из n двоичных цифр, записать соответствующее число в системе счисления q = 2n.

Пр и м е р ы

1. Число 101111111000000112 перевести в восьмеричную систему счисления.

q = 8 = 23 n = 3.

Заданное число разобьем справа налево на группы по 3 цифры (триады) и запишем соответствующие им числа в восьмеричной системе:

101111111000000112 = 010 111 111 100 000 011 = 2774038

2 7 7 4 0 3

1. Число 11011011100011,110112 перевести в шестнадцатеричную си- стему счисления.

q = 16 = 24, n = 4.

Целую часть числа разобьем справа налево, а дробную – слева направо группы по 4 цифры (тетрады), недостающие группы дополним нулями и за- пишем соответствующие им числа в шестнадцатеричной системе:

11011011100011,110112 = 0011 0110 1110 0011,1101 1000 = 36Е3,D816

3 6 Е 3 D 8

## Перевод чисел из систем счисления с основанием q = 2n в двоичную систему

### Правило

Для перевода числа из системы счисления с основанием q = 2n в двоич- ную систему нужно каждую цифру числа заменить эквивалентным двоичным числом длиной n разрядов.

П р и м е р ы

* 1. Число 537,458 перевести в двоичную систему счисления. q = 8 = 23 n = 3.

Заменим каждую цифру числа 537,458 двоичным числом длиной три разряда (n = 3)

536,458 = 101011110,1001012

(5→101, 3→011, 6→110, 4→100, 5→101)

* 1. Число 5F7,A2316 перевести в двоичную систему счисления. q = 16 = 24 n = 4.

Заменим каждую цифру числа 5F7,A2316 двоичным числом длиной че- тыре разряда (n = 4)

5F7,A2316 = 010111110111,1010001000112

(5→0101, F→1111, 7→0111, A→1010, 2→0010, 3→0011)

## Арифметические операции в позиционных системах счисления

Правила выполнения арифметических действий для всех позиционных систем счисления одинаковы и совпадают с правилами для десятичной си- стемы счисления. При этом можно пользоваться таблицами сложения и умножения для системы счисления с основанием q.

Для q = 2, 8 и 16 таблицы сложения и умножения представлены ниже.

## q = 2

a+b a ∙ b

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b  a | 0 | 1 |  | b  a | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 1 | 0 | 1 |

## q = 8

a+b a ∙ b

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b  a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  | b  a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 3 | 0 | 3 | 6 | 11 | 14 | 17 | 22 | 25 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 4 | 0 | 4 | 10 | 14 | 20 | 24 | 30 | 34 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 5 | 0 | 5 | 12 | 17 | 24 | 31 | 36 | 43 |
| 6 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 6 | 0 | 6 | 14 | 22 | 30 | 36 | 44 | 52 |
| 7 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 7 | 0 | 7 | 16 | 25 | 34 | 43 | 52 | 61 |

## q = 16

a+b

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b  a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 6 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 8 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 9 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| A | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| B | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A |
| C | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B |
| D | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C |
| E | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C | 1D |
| F | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C | 1D | 1E |

a ∙ b

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b  a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | A | C | E | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 1A | 1C | 1E |
| 3 | 0 | 3 | 6 | 9 | C | F | 12 | 15 | 18 | 1B | 1E | 21 | 24 | 27 | 2A | 2D |
| 4 | 0 | 4 | 8 | C | 10 | 14 | 18 | 1C | 20 | 24 | 28 | 2C | 30 | 34 | 38 | 3C |
| 5 | 0 | 5 | A | F | 14 | 19 | 1E | 23 | 28 | 2D | 32 | 37 | 3C | 41 | 46 | 4B |
| 6 | 0 | 6 | C | 12 | 18 | 1E | 24 | 2A | 30 | 36 | 3C | 42 | 48 | 4E | 54 | 5A |
| 7 | 0 | 7 | E | 15 | 1C | 23 | 2A | 31 | 38 | 3F | 46 | 4D | 54 | 5B | 62 | 69 |
| 8 | 0 | 8 | 10 | 18 | 20 | 28 | 30 | 38 | 40 | 48 | 50 | 58 | 60 | 68 | 70 | 78 |
| 9 | 0 | 9 | 12 | 1B | 24 | 2D | 36 | 3F | 48 | 51 | 5A | 63 | 6C | 75 | 7E | 87 |
| A | 0 | A | 14 | 1E | 28 | 32 | 3C | 46 | 50 | 5A | 64 | 6E | 78 | 82 | 8C | 96 |
| B | 0 | B | 16 | 21 | 2C | 37 | 42 | 4D | 58 | 63 | 6E | 79 | 84 | 8F | 9A | A5 |
| C | 0 | C | 18 | 24 | 30 | 3C | 48 | 54 | 60 | 6C | 78 | 84 | 90 | 9C | A8 | B4 |
| D | 0 | D | 1A | 27 | 34 | 41 | 4E | 5B | 68 | 75 | 82 | 8F | 9C | A9 | B6 | C3 |
| E | 0 | E | 1C | 2A | 38 | 46 | 54 | 62 | 70 | 7E | 8C | 9A | A8 | B6 | C4 | D2 |
| F | 0 | F | 1E | 2D | 3C | 4B | 5A | 69 | 78 | 87 | 96 | A5 | B4 | C3 | D2 | E1 |

## Сложение

Если результат сложения двух цифр в системе счисления с основанием q больше q (т. е. полученное число двузначное), то старшая цифра результата равна 1. Таким образом, при сложении в следующий разряд может перехо- дить только единица, а результат сложения в любом разряде будет меньше, чем q. Результат сложения двух положительных чисел имеет столько же значащих цифр, что и максимальное из двух слагаемых, либо на одну цифру больше, но этой цифрой может быть только единица.

П р и м е р ы Сложить числа:

1. 1001100112+ 11010012 = 1100111002

2. 723,38 + 467,538 = 1413,038

* 1. 3B9,616 + 78С,816 = В45,Е16

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 7 | 2 | 3, | 3 |  | 3 | B | 9, | 6 |
|  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 4 | 6 | 7, | 5 | 3 | 7 | 8 | С, | 8 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | 1 | 3, | 0 | 3 | В | 4 | 5, | E |

## Вычитание

Если необходимо вычесть из цифры a цифру b и а ≥ b, то в столбце b таблицы сложения ищем значение числа а. Самая левая цифра в строке, в ко- торой найдено значение числа а, и будет результатом вычитания. Если же a < b, то нужно заимствовать единицу из левого разряда, поэтому в столбце ищем число 1а, и левая цифра в соответствующей строке будет результатом вычитания.

П р и м е р ы

Выполнить вычитание чисел:

1. 1100000,0012 – 101101,12 = 110010,1012

2. 1510,28 – 1430,738 = 57,258

3. 25Е,D816 – 171,616 = ED,7816

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0, | 0 | 0 | 1 | 1 | 5 | 1 | 0, | 2 |  | 2 | 5 | Е, | D | 8 |
|  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1, | 1 |  |  | 1 | 4 | 3 | 0, | 7 | 3 | 1 | 7 | 1, | 6 |  |
|  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0, | 1 | 0 | 1 | |  | 5 | 7, | 2 | 5 |  | Е | D, | 7 | 8 |

## Умножение

Умножение выполняется столбиком с использованием соответствующих таблиц умножения и сложения.

Отметим, что во всех позиционных системах счисления с любым осно- ванием q умножение на числа вида qm, где m – целое число, сводится просто к перенесению запятой умножаемого на m разрядов вправо или влево (в за- висимости от знака m), так же, как и в десятичной системе счисления.

П р и м е р ы

Выполнить умножение чисел:

1. 100112 ∙ 1001012 = 10101111112
2. 1176,48 ∙ 45,38 = 56467,748
3. 62,B16 ∙ 70,D16 = 2B7D,2F16

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 7 | 6, | 4 |  |  | 6 | 2, | B |
|  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  | 4 | 5, | 3 |  |  | 7 | 0, | D |
|  |  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |  | 3 | 5 | 7 | 3 | 4 |  | 5 | 0 | 2 | F |
|  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |  |  | 6 | 1 | 7 | 0 | 4 | 2 | B | 2 | D |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |  |  |  |  | 4 | 7 | 7 | 2 | 0 |  | 2 | B | 7 | D, | 2 | F |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 | 6 | 4 | 6 | 7, | 7 | 4 |  |  |  |  |  |

## Деление

Как для умножения, так и для деления нужны обе таблицы – умножения и сложения в соответствующей системе счисления. Само деление выполняет- ся уголком с последующим вычитание сомножителей.

Выполнить деление:

1. 110101112 : 1010112=1012

2. 462308 : 538 = 7108;

3. 4C9816 : 2B16 =1C816.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 101011 | 4 | 6 | 2 | 3 | 0 | 5 | 3 |  | 4 | C | 9 | 8 | 2 | B |  |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |  |  | 101 | 4 | 5 | 5 |  |  | 7 | 1 | 0 | 2 | B |  |  | 1 | C | 8 |
|  |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |  |  | 5 | 3 |  |  |  |  | 2 | 1 | 9 |  | |  |  |
|  |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |  |  | 5 | 3 |  |  |  |  | 2 | 0 | 4 |  | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 0 | |  |  |  | 0 |  |  |  |  |  | 1 | 5 | 8 | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 5 | 8 | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | |  |  |

## Двоично-десятичная система счисления

Двоично-десятичная система счисления широко используется в цифро- вых устройствах, когда основная часть операций связана не с обработкой и хранением вводимой информации, а с ее вводом и выводом на какие-либо индикаторы с десятичным представлением полученных результатов (микро- калькуляторы, кассовые аппараты и т. п.).

В двоично-десятичной системе счисления цифры от 0 до 9 представляют четырехразрядными двоичными комбинациями от 0001 до 1001, т.е. двоич- ными эквивалентами десяти первых шестнадцатеричных чисел (см. табл. 2).

Преобразования из двоично-десятичной системы в десятичную систему и обратные преобразования выполняются путем прямой замены четырех двоичных цифр одной десятичной цифрой или обратной замены.

П р и м е р

Преобразовать число 001101112-10 из двоично-десятичной системы в де- сятичную систему.

0011 01112-10

3 7

Ответ: 001101112-10 = 3710.

Две двоично-десятичные цифры составляют 1 байт. Таким образом, с помощью 1 байта можно представить значения от 0 до 99, а не от 0 до 255, как при использовании 8-разрядного двоичного кода. Используя 1 байт для представления каждых двух десятичных цифр, можно формировать двоично- десятичные числа с любым требуемым числом десятичных разрядов.

Так, если число 1000 0011 0010 0111 рассматривать как двоичное, то его

десятичный эквивалент 1000 0011 0010 01112 = 3357510 в несколько раз больше десятичного эквивалента двоично-десятичного числа 1000 0011 0010 0111 2-10 = 832710.

1. **ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ЭВМ**

Основу ЭВМ и других цифровых устройств составляют элементарные логические схемы, которые работают в строгом соответствии с законами и правилами алгебры логики. Знание и понимание этих законов и правил помо- гает лучше разобраться с принципами работы ЭВМ.

*Алгебра логики* (булева алгебра – по фамилии ученого Д. Буля1) является частью раздела математики под названием математическая логика, посвя- щенного изучению математических доказательств и вопросов оснований ма- тематики. Построенная Д. Булем алгебра служила для описания логических действий над высказываниями. В честь ученого переменные логического ти- па в языках программирования назвали булевскими переменными (тип Boolean в языках Basic и Pascal, bool в C, C++).

## Понятие высказывания

Основными объектами алгебры логики являются высказывания.

*Высказывание* – это утверждение, которое либо истинно, либо ложно и не может быть тем и другим одновременно. Приведем примеры высказыва- ний:

* Число 14 делится на 2 и 7.
* Париж – столица Испании.
* Хабаровск стоит на Амуре.
* 3 > 1.

Высказывания «Число 14 делится на 2 и 7» и «Хабаровск стоит на Аму- ре» истинны, а высказывания «Париж – столица Испании» и «3 > 1» ложны.

В алгебре логики все высказывания рассматриваются только с точки зрения их логического значения, а от содержания отвлекаются. Истинное значение высказывания обозначают цифрой 1, а ложное – цифрой 0. Таким образом, высказывания фактически являются двоичными объектами.

1 Джордж Буль – английский математик и логик, основоположник математической логики.

Высказывание, представляющее собой одно утверждение, принято назы- вать *простым* или элементарным. Будем обозначать простые высказывания буквами латинского алфавита. Запись X = 1 означает, что высказывание X истинно, а запись X = 0, что оно ложно.

Высказывания, которые получаются из простых с помощью логических операций, принято называть *сложными* или составными. Из вышеприведен- ных высказываний второе, третье и четвертое являются простыми, а первое высказывание, образованное из простых высказываний «Число 14 делится на 2» и «Число 14 делится на 7», является сложным.

Простые высказывания соответствуют логическим переменным, а слож- ные – логическим функциям или выражениям. Любая логическая функция может быть задана с помощью таблицы истинности, в левой части которой записываются возможные наборы переменных (аргументов), а в правой – со- ответствующие им значения функции. Это возможно по той причине, что все сочетания логических аргументов легко перечислить.

## Логические операции

Основными операциями алгебры логики являются отрицание, конъюнк- ция, дизъюнкция, импликация и эквиваленция. В вычислительной технике также часто используется операция исключающее ИЛИ.

## Отрицание

Операция отрицания является унарной, т.к. имеет один аргумент. Иначе ее называют *инверсией*, *дополнением*, *НЕ* и обозначают X или **¬**X, NOT *X*.

Отрицанием ̅X некоторого высказывания X называется такое высказыва-

ние, которое истинно, когда X ложно, и ложно, когда X истинно.

Определение отрицания может быть записано с помощью таблицы истин- ности:

|  |  |
| --- | --- |
| X | ̅X |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

## Конъюнкция

Операцию конъюнкции еще называют *логическим умножением, логическим И.* Для обозначения данной операции используют символы ∧, &, точку, которую можно опускать, AND.

Конъюнкцией двух высказываний X и Y называется такое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания X и Y.

Определение конъюнкции может быть записано в виде таблицы истинности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | Y | X&Y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Определение конъюнкции двух высказываний естественным образом распространяется на любое конечное число составляющих: конъюнкция X1 & X2 & X 3&. . . & Xn истинна тогда и только тогда, когда истинны все вы- сказывания X1, X2, X3, . . . Xn , следовательно, принимает значение «ложь», когда ложно хотя бы одно из этих высказываний.

## Дизъюнкция

Операцию дизъюнкции иначе называют *логическим сложением, логическим ИЛИ*. Для обозначения логического сложения используют символы V, +, OR.

Дизъюнкцией двух высказываний X и Y называется такое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из этих высказываний.

Определение дизъюнкции может быть записано в виде таблицы истинности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | Y | X V Y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Определение дизъюнкции двух высказываний естественным образом распространяется на любое конечное число составляющих: дизъюнкция X 1 V X2 V X3 V. . .V Xn истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из этих высказываний, а, следовательно, принимает значение «ложь», когда все высказывания ложны.

## Импликация

Операцию импликации иначе называют логическим следованием и для обозначения используют символ →.

Импликацией двух высказываний X и Y называется высказывание, кото- рое ложно тогда и только тогда, когда X истинно и Y ложно.

Определение импликации может быть записано в виде таблицы истинности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | Y | X → Y |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

## Эквиваленция

Операцию эквиваленции иначе называют *логическим тождеством*, *эк- вивалентностью* и для обозначения используют символы =, ⫘, ~.

Эквиваленцией двух высказываний X и Y называется такое высказыва- ние, которое истинно тогда и только тогда, когда оба эти высказывания ис- тинны или оба ложны.

Определение эквиваленции может быть записано в виде таблицы истинности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | Y | X ⫘ Y |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

## Операция исключающее ИЛИ

Операция исключающее ИЛИ (*неравнозначность, сложение по модулю два*) обозначается символом  и отличается от логического ИЛИ только при X = 1 и Y = 1. Таким образом, неравнозначностью двух высказываний X и Y называют такое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда одно их этих высказываний истинно, а другое ложно.

Определение данной операции может быть записано в виде таблицы ис- тинности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | Y | X  Y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Операция исключающее ИЛИ фактически сравнивает на совпадение два двоичных разряда.

Логические операции инверсии, дизъюнкции, конъюнкции образуют полную систему логических операций, из которых можно построить сколь угодно сложное логическое выражение.

Формулы для выражения логических операций импликации, эквивален- ции, исключающее ИЛИ через операции инверсии, дизъюнкции, конъюнкции имеют вид:

X → Y =

̅X V Y,

X ⫘ Y =

̅X & ̅Y V X & Y,

X  Y = (X V Y) & (̅X V ̅Y).

При вычислении значения логического выражения принято следующее старшинство (приоритет) логических операций:

* инверсия;
* конъюнкция;
* дизъюнкция;
* импликация;
* эквиваленция.

Для изменения указанного порядка используют скобки.

## Законы алгебры логики

Законы логики записываются в виде формул, которые позволяют произ- водить эквивалентные преобразования логических выражений.

## Закон тождества

Всякое высказывание тождественно самому себе:

X = X.

## Закон идемпотентности

Закон означает отсутствие показателей степени:

X V X = X, X & X = X.

## Закон исключения констант

Для логического сложения:

X V 1 = 1, X V 0 = X.

Для логического умножения:

X & 1 = X, X & 0 = 0.

## Закон поглощения

Для логического сложения:

X V X & Y = X.

Для логического умножения:

X & (X V Y) = X.

## Закон противоречия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание X истинно, то его отрицание X должно быть ложным. Следова- тельно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

X & X = 0.

## Закон исключенного третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. Это означает, что результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение «истина»:

X V

## Закон двойного отрицания

̅X = 1.

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы по- лучим исходное высказывание:

"X = X.

## Законы общей инверсии (законы де Моргана)

X̅̅̅̅V̅̅̅Y̅ =

̅X & ̅Y,

̅X̅̅&̅̅̅Y̅ =

̅X V

̅Y.

Важное значение для выполнения преобразований логических выраже- ний имеют законы алгебраических преобразований. Многие из них имеют аналоги в обычной алгебре.

## Закон переместительный (коммутативности)

В обычной алгебре слагаемые и множители можно менять местами. В алгебре высказываний можно менять местами логические переменные при операциях логического умножения и логического сложения:

X & Y = Y & X, X V Y = Y V X.

## Закон сочетательный (ассоциативности)

Если в логическом выражении используются только операция логиче- ского умножения или только операция логического сложения, то можно пре- небрегать скобками или произвольно их расставлять:

(X & Y) & Z = X & (Y & Z),

(X V Y) V Z = X V (Y V Z).

## Закон распределительный (дистрибутивности)

В отличие от обычной алгебры, где за скобки можно выносить только общие множители, в алгебре высказываний можно выносить за скобки как общие множители, так и общие слагаемые.

Дистрибутивность умножения относительно сложения:

(X & Y) V (X & Z) = X & (Y V Z).

Дистрибутивность сложения относительно умножения:

(X V Y) & (X V Z) = X V (Y & Z).

## Законы склеивания

X & Y V X & ̅Y = X,

(X V Y) & (X V

̅Y) = X.

## Логические элементы

При всей сложности устройства электронных блоков современных ком- пьютеров выполняемые ими действия осуществляются комбинацией относи- тельно небольшого числа типовых электронных узлов. Перечислим основные из них:

* регистры для хранения данных (от лат. regestum – внесенное, запи- санное);
* комбинационные преобразователи кодов (шифратор, дешифратор, мультиплексор и др.);
* счетчики (кольцевой, синхронный, асинхронный);
* арифметико-логические узлы (сумматор, узел сравнения) и др.

Из этих узлов строятся интегральные микросхемы очень высокого уров- ня интеграции: микропроцессоры, модули ОЗУ, контроллеры внешних устройств и т. д.

Сами указанные узлы собираются из основных логических элементов.

*Логический элемент* – часть электронной логической схемы, которая реали-

зует элементарную логическую операцию или функцию. Условные обозна- чения основных логических элементов приведены в табл. 4.

*Таблица 4*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Логическая функция | Условное обозначение  логического элемента | | | | |
| Инверсия (НЕ)  Z = ̅X | 1  X Z | | | | |
| Конъюнкция (И)  Z = X&Y |  | | | | |
| X | | & | Z | |
|  |  |
| Y | |  |  |
|  |  |  | |
|  | | | | |
| Дизъюнкция (ИЛИ)  Z = X V Y |  | | | | |
| X | | 1 | Z | |
|  |  |
| Y | |  |  |
|  |  |  | |
|  | | | | |
| Исключающее ИЛИ  Z = X  Y |  | | | | |
| X | | =1 | Z | |
|  |  |
| Y | |  |  |
|  |  |  | |
|  | | | | |
| Инверсия конъюнкции (И – НЕ)  Z =̅X̅̅&̅̅̅Y̅ |  | | | | |
| X | | & | Z | |
| Y |  |
|  |
|  | | | | |
| Инверсия дизъюнкции (ИЛИ – НЕ)  Z =̅X̅̅V̅̅̅Y̅ |  | | | | |
| X | | 1 | Z | |
| Y |  |
|  |
|  | |  |  | |

В качестве примера применения логических элементов в вычислитель- ной технике рассмотрим устройство полусумматора и сумматора. Эти узлы лежат в основе арифметического устройства ЭВМ и иллюстрируют некото- рые принципы выполнения вычислительных операций в компьютере.

В основе каждой из элементарных операций лежит некоторая последо- вательность логических действий. Рассмотрим, например, операцию сложе-

ния двух чисел: 310 + 610. Имеем:

0112

+ 1102

10112

На каждом простейшем шаге операции сложения двум двоичным циф- рам сопоставляется одно- или двузначное двоичное число по правилам: (0, 0)

 0, (0, 1)  1, (1, 0)  1, (1, 1)  10. Таким образом, сложение цифр можно описать логической функцией. Если дополнить это логическим правилом пе- реноса единицы в старший разряд для (1, 1)  10, то сложение полностью сведется к цепочке логических операций.

*Полусумматор* реализует сложение двух одноразрядных двоичных чи- сел. Рассмотрим таблицу истинности сложения одноразрядных двоичных чи- сел A и B. Младшую цифру результата сложения обозначим S, а старшую, которая при сложении многоразрядных чисел будет перенесена в старший разряд, Со (от английских слов Carry out – выходной перенос). Таблица ис- тинности для полусумматора имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | В | S | Сo |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

Рассмотрим три первые столбца A, B, S и сравним их с рассмотренными таблицами истинности логических элементов. Видно, что данные столбцы соответствуют логическому элементу исключающее ИЛИ:

S = A B = (A̅ & B) V (A & B̅).

Аналогично рассмотрим столбцы A, B и Co . Полученная таблица соот- ветствует базовому логическому элементу И:

Co = A & B.

Таким образом, полусумматор реализуется с помощью базовых логиче- ских элементов (рис. 2).

A



&

1

1

&

1

&

S

B

Co

Рис. 2. Логическая схема полусумматора

Полусумматор является звеном *сумматора*, который при сложении двух чисел учитывает возможное наличие единицы, переносимой из старшего раз- ряда. Полный одноразрядный сумматор удобно представить в виде двух по- лусумматоров (рис. 3): первый суммирует разряды А и В, а второй к полу- ченному результату прибавляет бит переноса Ci (от английского Carry in – входной перенос).

Ci A B

S

Co

S

Co

1

Полу- сумматор

Полу- сумматор

Co

Рис. 3. Одноразрядный сумматор

Приведем таблицу истинности для сумматора:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Входы | | | Выходы | |
| А | В | Ci | S | Со |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Перейти к сложению многоразрядных чисел можно путем последова- тельного соединения соответствующего количества сумматоров. Схема сум- мирования двух четырехразрядных двоичных чисел A = a3a2a1a0 и B = b3b2b1b0 представлена на рис. 4. Как видно из рисунка, для суммирования младших разрядов a0 и b0 достаточно полусумматора, так как отсутствует сигнал входного переноса.

a0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Полу- сумматор | s0 |
|  | Co |
|  |  |

b0

a1 b1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Однораз- рядный сумматор | s1 |
|  | Co |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Однораз- рядный сумматор | s2 |
|  | Co |
|  |  |

a2 b2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Однораз- рядный сумматор | s3 |
|  | Co |
|  |  |

a3 b3

Рис. 4. Схема суммирования двух четырехразрядных чисел

1. **ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ**

Любой компьютер предназначен для обработки, хранения, преобразова- ния данных. Для выполнения перечисленных функций компьютер должен обладать некоторыми свойствами представления этих данных. Представле- ние данных заключается в их преобразовании к виду, удобному для после- дующей обработки либо пользователем, либо компьютером. В зависимости от этого данные имеют внешнее и внутреннее представление.

*Внешнее представление данных* – это естественный и понятный для пользователя формат, в котором он вводит данные в компьютер и получает результат их обработки. Благодаря такому представлению пользователю лег- ко и удобно работать с компьютером. Основными форматами данных, с ко- торыми работает пользователь, являются:

* числовые данные (целые и вещественные);
* текст (последовательность символов);
* изображение (графика, фотографии, рисунки, схемы);
* звук.

*Внутреннее представление данных* – это формат, в котором данные хра- нятся и обрабатываются внутри ЭВМ. Внутреннее представление данных определяется логикой работы компьютера, принципами организации его па- мяти, физическими принципами, по которым происходит обмен сигналами между аппаратными компонентами компьютера.

Для автоматизации работы с данными, относящимися к различным ти- пам важно унифицировать их форму представления – для этого обычно ис- пользуется прием кодирования, то есть выражение данных одного типа через данные другого типа.

## Кодирование целых чисел

Целые числа хранятся и обрабатываются в компьютере в двоичном формате. При вводе число записывается в привычной для нас десятичной си- стеме счисления, а компьютер переводит его в двоичный код.

В математике, как известно, целыми числами называют множество из натуральных чисел, противоположных им по знаку чисел и числа нуль. В вы- числительной технике и программировании в связи с разным внутренним представлением различают целые числа без знака – unsigned integer и целые числа со знаком – signed integer. От представления зависит внутренний фор- мат и диапазон значений чисел. Для хранения целого числа в оперативной памяти выделяется фиксированное число байтов: один, два, четыре или во- семь.

Целые числа без знака представляются в двоичной системе счисления, при этом диапазон значений изменяется от 0 до 2n – 1, где n – количество двоичных разрядов. Так, если под число отводится 1 байт (8 бит), то оно мо- жет изменяться в диапазоне от 0 до 255, а если 2 байта (16 бит), то от 0 до 65535. Представление числа 58 при однобайтном размещении показано на рис. 5: 5810 = 1110102 и старшие 6-й и 7-й разряды обнуляются.

Разряды:

старшие

младшие

7 6 5 4 3 2 1 0



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Двоичная запись числа

Рис. 5. Представление числа 58 в формате без знака

Целые числа со знаком представляются в компьютере иначе. Один, старший, двоичный разряд обозначает знак числа: 0 – неотрицательное чис- ло, 1 – отрицательное. Для кодирования отрицательных значений существует

прямой, обратный и дополнительный код. Положительные значения изобра- жаются одинаково в прямом, обратном и дополнительном кодах – двоичны- ми кодами с цифрой 0 в знаковом разряде.

## Прямой код

### Правило

Для представления числа в прямом коде n-разрядного формата нужно перевести число в двоичную систему счисления и дополнить слева нулями до n знаков. Так как старший разряд числа отводится для знака, а оставшиеся n – 1 разрядов – для значащих цифр, то в знаковый разряд записать 1, если число отрицательное, и оставить 0, если число положительное.

Структура представления числа в прямом коде изображена на рис. 6.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n-1 | n-2 1 0 | | | | |
|  |  |  | ... |  |  |
|  |  | | | | |

Знак числа

Двоичная запись числа

Рис. 6. Формат представления целого числа в прямом коде

Для примера, на рис. 7 и 8 показаны коды чисел 310 и –310 в однобайтном формате.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 5 4 3 2 1 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
|  |  | | | | | | |

Знак

«+»

Двоичная запись числа

Рис. 7. Представление числа 3 в прямом коде

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 5 4 3 2 1 0 | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
|  |  | | | | | | |

Знак

«–»

Двоичная запись числа

Рис. 8. Представление числа –3 в прямом коде

Прямой код имеет следующие недостатки. Во-первых, допускается су- ществование как значения «плюс нуль» так и «минус нуль»: 00000000 и 10000000. Во-вторых, усложняется структура ЭВМ, так как операция сложе- ния двух чисел с разными знаками, должна быть заменена на операцию вы- читания меньшей величины из большей и присвоения результату знака большей величины.

## Обратный код

Обратный код при суммировании двух чисел с разными знаками позво- ляет заменить вычитание на обычное сложение, но не решает проблему с

«плюс нулем» и «минус нулем».

### Правило

Для представления отрицательного числа в обратном коде n-разрядного формата нужно модуль отрицательного числа записать в прямом коде n дво- ичных разрядах (перевести число в двоичную систему счисления и допол- нить слева нулями до n знаков). Значения всех знаков инвертировать (нули заменить единицами, единицы нулями).

## Дополнительный код

В современных компьютерах, как правило, отрицательные числа пред- ставляют в виде дополнительного кода. В дополнительном коде, как и в об- ратном, при суммировании двух чисел с разными знаками не требуется ме- нять операцию сложения на вычитание, но в отличие от прямого и обратного кода нуль не кодируется двумя разными значениями. Диапазон значений це- лых чисел в дополнительном коде изменяется от –2n–1 до 2n–1 – 1. Например,

если под число отводится 1 байт, то оно может изменяться от –128 до +127, а если 2 байта, то от – 32768 до +32767.

### Правило

Для представления отрицательного числа в дополнительном коде n-разрядного формата нужно представить его в обратном коде и прибавить 1 к последнему разряду числа.

## Кодирование вещественных чисел

Вещественные числа в компьютере хранятся и обрабатываются в форме с плавающей запятой. При этом предполагается запись вещественного числа в виде:

X = ±m · q±p,

где m – мантисса числа (|m| < 1); q – основание системы счисления; р – поря- док числа (р – целое число).

Изобразим структуру представления вещественного числа (рис. 9). Здесь порядок p числа задается в смещенной форме, позволяющей производить операции над порядками как над беззнаковыми числами. Это упрощает опе- рации сравнения, сложения и вычитания порядков.

n-1 n-2 1 0

...

...

Знак

мантиссы Смещенный

порядок

Абсолютная

величина мантиссы

Рис. 9. Формат представления вещественного числа

Смещенный порядок получают следующим образом: если для задания порядка выделено k разрядов, то к исходному значению порядка p прибав- ляют смещение, равное 2k–1. Например, однобайтный порядок, принимающий значения в диапазоне от –128 до +127, после прибавления смещения будет представляться значениями от 0 до 255.

Для хранения вещественного числа выделяется 4 байта (формат одинар- ной точности), 8 байт (формат двойной точности) или 10 байт (расширенный формат). В формате одинарной точности под смещенный порядок отводится 8 бит, а под мантиссу 23 бита; в формате двойной точности под смещенный порядок – 11 бит, под мантиссу – 52 бита; в расширенном формате – 15 бит и 64 бита соответственно.

## Кодирование логических данных

Логические данные принимают два значения: «Истина» («True», 1) или

«Ложь» («False», 0). В компьютере для логического значения отводится ми- нимальная область памяти: 1 или 2 байта. Внутри этой области значения

«Истина» и «Ложь» представляются одним из двух способов:

* какой-то определенный бит (например, знаковый) используется для представления логического значения («Ложь» = 0, «Истина» = 1), а осталь- ные биты игнорируются;
* нули во всех битах отводимой области памяти соответствуют значе- нию «Ложь», любое другое содержимое этой области памяти (все единицы, комбинации единиц и нулей) интерпретируются как значение «Истина».

## Кодирование текстовых (символьных) данных

Правило кодирования символьных данных (букв алфавита и других символов) заключается в том, что каждому символу ставится в соответствие двоичный код.

Технически это выглядит просто, но существуют организационные сложности. В первые годы развития вычислительной техники эти сложности были связаны с отсутствием необходимых стандартов, а настоящее время вызваны, наоборот, изобилием одновременно действующих и противоречи- вых стандартов. Для того чтобы весь мир одинаково кодировал текстовые данные, нужны единые таблицы кодирования.

Наиболее распространенный стандарт кодировки символов ASСII-код (American Standard Code for Information Interchange – американский стан- дартный код для обмена информацией) был введен институтом стандартиза- ции США в 1963 г. и после модификации в 1977 г. был принят в качестве всемирного стандарта. Каждому символу в этой таблице поставлено в соот- ветствие двоичное число от 0 до 255 (8-битовый двоичный код), например, A – 01000001, B – 01000010, C – 01000011, В – 01000100 и т. д.

В системе ASCII закреплены две таблицы кодирования – базовая и рас- ширенная. Базовая таблица закрепляет значения кодов от 0 до 127 (рис. 10), а расширенная относится к символам с номерами от 128 до 255.

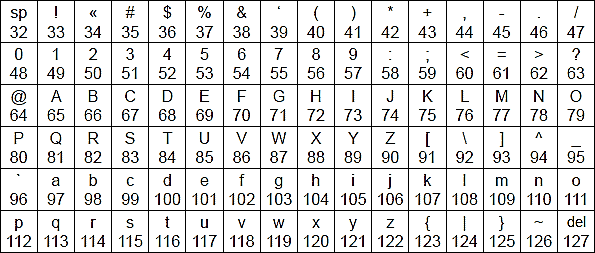


Рис. 10. Базовая таблица ASCII

Первые 32 кода отданы производителям аппаратных средств. В этой об- ласти размещаются так называемые управляющие коды, которым не соответ- ствуют никакие символы языков, и, соответственно, эти коды не выводятся ни на экран, ни на устройства печати, но ими можно управлять, например, тем, как производится вывод прочих данных.

Начиная с 32 кода по 127 размещены коды символов английского алфа- вита, знаков препинания, цифр, знаков арифметических действий, некоторые вспомогательные символы (код 32 – пробел, код 127 – delete).

Национальные системы кодирования занимают расширенную часть, определяющую значения кодов с 128 до 255.

В России наиболее широкое применение нашли кодировки Windows 1251 (была введена компанией Microsoft), КОИ-8 (код обмена ин- формации, восьмизначный), ISO (International Standard Organization – Меж- дународный институт стандартизации) – международная кодировка, в кото- рой предусмотрена кодирование символов русского алфавита. Расширенная кодировка символов КОИ-8 приведена на рис. 11.

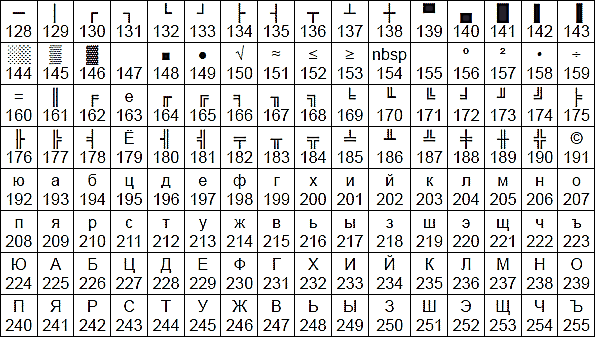


Рис. 11. Расширенная таблица кодировки КОИ-8

Организационные трудности, связанные с созданием единой системы кодирования текстовых данных, вызваны ограниченным набором кодов

(256). Если, например, кодировать символы не восьмиразрядными двоичны- ми числами, а числами с большим количеством разрядов, то и диапазон воз- можных значений кодов станет намного больше. Такая система, основанная на 16-разрядном кодировании символов, получила название универсальной UNICODE . Шестнадцать разрядов позволяют обеспечить уникальные коды

для 65536 (216) различных символов – этого поля достаточно для размещения в одной таблице символов большинства языков планеты.

Несмотря на тривиальную очевидность такого подхода, простой меха- нический переход на данную систему долгое время сдерживался из-за недо- статочных ресурсов средств вычислительной техники (в системе кодирова- ния UNICODE все тестовые документы автоматически становятся вдвое длиннее). Во второй половине 90-х г. Прошлого столетия технические сред- ства достигли необходимого уровня обеспеченности ресурсами, и сегодня,в основном, осуществлен переход документов и программных средств на уни- версальную систему кодирования.

## Кодирование графических данных

Графические данные хранится и обрабатывается в двоичном коде. Существуют два принципиально разных подхода к кодированию (пред-

ставлению) графических данных: растровый и векторный.

При растровом представлении вся область данных разбивается на мно- жество точечных элементов – пикселей, каждый из которых имеет свой цвет. Число пикселей по горизонтали и вертикали определяет *разрешение* изобра- жения.

При растровом способе представления графических данных под каждый пиксель отводится определенное число битов, называемого *битовой глуби- ной* или *информационной емкостью одного пикселя*, и используемое для ко- дирования цвета пикселя. Каждому цвету соответствует двоичный код. Например, если битовая глубина равна 1, то под каждый пиксель отводится 1 бит. В этом случае 0 соответствует черному цвету, 1 – белому, а изображение может быть только черно-белым. Если битовая глубина равна 2, то каждый пиксель может быть закодирован цветовой гаммой из 4 цветов (22) и т. д. Для качественного представления графических данных в современных компью- терах используются цветовые схемы с битовой глубиной 8, 24, 32, 40, т.е.

каждый пиксель может иметь 28, 224, 232, 240 оттенков. Количество цветов N, отображаемых на экране монитора, может быть вычислено по формуле:

N = 2i, (10)

где i – битовая глубина.

Если известны размеры (в пикселях) рисунка по высоте X и ширине Y, а также битовая глубина i, то занимаемый объем V будет равен:

V = X ∙ Y ∙ i. (11)

Основным недостатком растровой графики является большой объем па- мяти, необходимый для хранения изображения. Это объясняется тем, что за- поминается цвет каждого пикселя, общее число которых задается разрешени- ем.

При векторном представлении графических данных задается и впослед- ствии сохраняется математическое описание графического примитива – гео- метрического объекта (отрезка, окружности, прямоугольника и т.п.), из кото- рых формируется изображение. Например, для воспроизведения окружности достаточно запомнить положение ее центра, радиус, толщину и цвет линии. Благодаря этому для хранения векторных графических данных требуется значительно меньше памяти.

Программы для работы с графическими данными делятся на растровые графические редакторы (Paint, Photoshop) и векторные графические редакто- ры (CorelDraw, Adobe Illustrator, Visio).

Приведем краткие характеристики наиболее популярных графических форматов.

BMP (Bitmap picture) – растровый формат, разработанный компанией Microsoft. Поддерживается большинством графических редакторов (в част- ности, Paint и Photoshop). Применяется для хранения отсканированных изоб- ражений и обмена данными между различными приложениями.

TIFF (Tagged Image File Format) – растровый формат. Поддерживается различными операционными системами. Включает алгоритм сжатия без по-

тери качества изображения. Используется в сканерах, а также для хранения и обмена данными.

GIF (Graphics Interchange Format) – растровый формат. Включает в себя алгоритм сжатия, значительно уменьшающий объем файла без потери ин- формации. Поддерживается приложениями для различных операционных си- стем. Применяется в изображениях, содержащих до 256 цветов, а также для создания анимации. Используется для размещения графики в интернете.

JPEG (JointPhotographicExpertGroup) – растровый формат, содержащий алгоритм сжатия, который уменьшает объем файла в десятки раз, но приво- дит к необратимой потере части информации. Поддерживается большин- ством операционных систем. Используется для размещения графических изображений на Web-страницах в Интернете.

PNG (PortableNetworkGraphic) – растровый формат, аналогичный GIF. Используется для размещения графики в Интернете.

WMF (WindowsMetaFile) – векторный формат для Windows- приложений.

EPS (EncapsulatedPostScript) – векторный формат, поддерживаемый большинством операционных систем.

CDR – векторный формат, поддерживаемый графической системой CorelDraw.

Для представления цвета используются цветовые модели.

*Цветовая модель* – это правило, по которому может быть вычислен цвет. Самая простая цветовая модель – битовая. В ней для описания цвета каждого пикселя (черного или белого) используется всего один бит. Для представления полноцветных изображений используются более сложные мо- дели, среди которых самые известные – модели RGB и CMYK.

Цветовая модель RGB используется в таких устройствах, как телевизи- онные кинескопы, компьютерные мониторы.

Цветовая модель RGB (Red-Green-Blue, красный-зеленый-синий) осно- вана на том, что любой цвет может быть представлен как сумма трех основ- ных цветов: красного, зеленого и синего.

В основе цветовой модели лежит декартова система координат. Цвето- вое пространство представляет собой куб сочетаний трех базовых цветов (рис. 12).

**Синий (Blue)**



Синий (0,0,255)

Голубой (0,255,255)

Пурпурный (255,0,255)

Зеленый(0,255,0)

Белый (255,255,255)

Черный (0,0,0)

**Зеленый (Green)**

Красный (255,0,0) Желтый (255,255,0)

**Красный (Red)**

Рис. 12. Цветовая модель RGB

Любой оттенок цвета при этом выражается набором из трех чисел. На каждое число отводится один байт, поэтому интенсивность одного цвета имеет 256 значений (0-255), общее количество оттенков цвета – 16777216

(224). Белый цвет в RGB представляется как (255,255,255), черный – (0,0,0,0),

красный – (255,0,0), зеленый – (0,255,0), синий – (0,0,255).

Цветовая модель CMYK используется в полиграфии.

Цветовая модель CMY является производной модели RGB и также по- строена на базе трех цветов: C – Cyan (голубого), M – Magenta (пурпурного), Y – Yellow (желтого), которые образуются следующим образом.

Голубой цвет C (0, 255, 255) является комбинацией синего и зеленого, желтый цвет Y (255, 255, 0) – зеленого и красного, а пурпурный цвет M (255, 0, 255) – красного и синего, иначе каждому из основных цветов ставит- ся в соответствие дополнительный цвет (дополняющий основной до белого).

Дополнительными цветами для красного является голубой, для зеленого – пурпурный, для синего – желтый.

Смешение голубого, пурпурного и желтого цветов должно давать чер- ный цвет, который, однако, выглядит осветленным по сравнению с оригина- лом. Поэтому для получения чистого черного цвета при печати цветовая мо- дель CMY расширяется до модели CMYK, содержащей четвертый основной цвет – черный (K – black).

## Кодирование звуковой информации

Звук представляет собой звуковую волну с непрерывно меняющейся ам- плитудой и частотой. В процессе кодирования непрерывного сигнала произ- водится его временная дискретизация и квантование.

Дискретизация заключается в замерах величины аналогового сигнала огромное множество раз в секунду (рис. 13). Полученной величине аналого- вого сигнала сопоставляется определенное значение из заранее выделенного диапазона: 256 (8 бит) или 65536 (16 бит). Привидение в соответствие уровня сигнала определенной величине диапазона называется квантованием.

Как бы часто не проводились измерения, все равно часть информации будет теряться. Но чем чаще проводятся замеры, тем точнее будет соответ- ствовать цифровой звук своему аналоговому оригиналу. Также, чем больше

бит отведено под кодирование уровня сигнала (квантование), тем точнее со- ответствие.

С другой стороны, звук хорошего качества будет содержать больше данных и, следовательно, больше занимать места на цифровом носителе ин- формации.

Амплитуда



Звуковая волна

Время

0110

1010

1100

1101

1101

1100

1010

0110

6

10

12

13

13

12

10

6

14

12

10

8

6

4

2

Двоичный код

Рис. 13. Дискретизация звуковой волны

Определить информационный объем V цифрового аудио файла, дли- тельность звучания которого составляет t секунда при частоте дискретизации H и разрешении i битов (квантуют i битами) можно по формуле:

V = H ∙ i ∙ t (12)

Если требуется определить информационный объем стерео аудио файл, то полученные вычисления умножаются на 2:

V = H ∙ i ∙ t ∙ 2 (13)

**ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

*Задача 1.* Имеется колода карт, содержащая 32 различные карты. Вы- числить количество информации I, получаемое в результате выбора карты из колоды (например, выбора карты *дама пик*).

Решение. Выбор любой карты из колоды события равновероятные. Ко- личество информации, получаемое в результате выбора карты из колоды, равно (формула Хартли (1), N = 32):

I = log2N = log232 = log225 = 5 log22 = 5 (бит)

Количество информации, получаемое в результате выбора карты из ко- лоды характеризуется минимальным числом двоичных вопросов, ответы на которые имеют значения да (1) или нет (0). Так для выбора карты *дама пик* такими вопросами могут быть:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер вопроса | Вопрос | Ответ |
| 1 | Карта красной масти? | Нет (0) |
| 2 | Трефы? | Нет (0) |
| 3 | Одна из 4-х старших? | Да (1) |
| 4 | Одна из 2-х старших? | Нет (0) |
| 5 | Дама пик? | Да (1) |

Таким образом, выбор карты *дама пик* можно описать последовательно- стью из пяти двоичных символов. После пяти вопросов неопределенность устранена. Количество информации, получаемое в результате выбора карты *дама пик* из колоды равно 5 бит.

Ответ: I = 5 бит.

*Задача 2.* Два игрока играют в «крестики нолики» на поле размером 4х4. Определить, какое количество информации I получит второй игрок после первого хода первого игрока.

Решение. Первый игрок может для первого хода выбрать любое поле из 16 возможных (N = 4·4 = 16). Тогда по формуле Хартли (1):

I = log2N = log216 = log224 = 4 (бита).

Количество информации I можно также найти из соотношения, которое связывает количество возможных событий N и количество информации I N = 2I:

16 = 2I 24 = 2I I = 4 (бита)

Ответ: I = 4 бита.

*Задача 3.* В группе 24 студента. За экзамен были получены следующие оценки: 3 пятерки, 12 четверок, 6 троек, 3 двойки.

1. Определить, какое количество информации I содержит сообщение, что студент Романов получил оценку «четыре».
2. Определить, какое количество информации I содержит сообщение об оценке любого студента группы.

Решение. 1) Вероятность события, что случайным образом выбранный

студент получил оценку «четыре» равна p = 12 = 1 . Используя формулу

Шеннона (2) I = −log2p, получим:

24 2

I = −log

2p = −log

1 = −log

2

2

22−1 = log

22 = 1(биt)

2) Для решения задачи воспользуемся формулой Шеннона (3)

n

I = − ∑ pi log2pi

i=1

Вероятности событий, что случайным образом выбранный студентполу- чил оценку «пять», «четыре», «три», «два» соответственно равны:

3 1 12 1 6 1 3 1

p1 = 24 = 8 , p2 = 24 = 2 , p3 = 24 = 4 , p4 = 24 = 8.

I = −(p1 log2 p1 + p2 log2 p2 +p3 log2 p3 +p4 log4 p4) =

1 1 1

1 1 1 1

1 3 1 2 3

= − (8 log2 8 + 2 log2 2 + 4 log2 4 + 8 log2 8) = 8 + 2 + 4 + 8 = 1,75 (биt)

Ответ: 1) I=1 бит. 2) I = 1,75 бит.

*Задача 4*. В коробке лежат красные и синие карандаши, всего в коробке 24 карандаша. Информация о том, что из коробки случайным образом доста-

ли синий карандаш, равна 2 битам. Определить, сколько в коробке красных и синих карандашей.

Решение. Обозначим за х число синих карандашей в коробке. Для реше- ния задачи воспользуемся формулой Шеннона (2): 2 = −log2p.

Из этого соотношения найдем вероятность того, что случайным образом

вынутый шар является синим: p = 1. Теперь определим х из соотношения:

4

x = 1

24 4

х = 6.

Ответ: В коробке 6 синих и 18 красных карандашей.

*Задача 5*. Растровое графическое изображение 2020 точек содержит не более 256 цветов. Сколько памяти потребуется для хранения изображения?

Решение. Для решения воспользуемся формулой (10) для вычисления количества цветов N, отображаемых на экране монитора при известной бито- вой глубине i: N = 2i.

Одна точка может иметь один из 256 цветов (N = 256). Найдем сколько бит i, требуется для ее хранения (битовая глубина) из соотношения:

256 = 2i i = 8 (бит).

Для хранения изображения 2020 точек требуется 20·20·8 = 3200 бит или 400 байт (3200/8 = 400).

Ответ: Для хранения изображения потребуется 400 байт.

*Задача 6*. Сообщение из 30 символов было записано в 8-битной коди- ровке Windows-1251. После вставки в текстовый редактор сообщение было перекодировано в 16-битный код Unicode. На сколько байт увеличилось при этом количество памяти?

Решение. При перекодировке из Windows-1251 в Unicode объем памяти увеличивается в два раза, т.е. если в кодировке Windows-1251 сообщение за- нимало 30·8 = 240 бит, то в кодировке Unicode сообщение займет 30·16 = 480 бит, т.е. количество памяти увеличилось на 480 – 240 = 240 бит или 240/8 = 30 байт.

Ответ: сообщение увеличилось на 30 байт.

*Задача 7*. Отправлено SМS-сообщение:

*Чтоб мудро жизнь прожить, знать надобно немало, Два важных правила запомни для начала:*

*Ты лучше голодай, чем что попало есть,*

*И лучше будь один, чем вместе с кем попало.*

В мобильном телефоне адресата установлено ограничение размера вхо- дящего SМS-сообщения 64 байтами (при превышении этого размера сообще- ние автоматически делится на части). Каждый символ кодируется 16 битами. На сколько частей будет разбито сообщение?

Решение. Всего символов в сообщении 166. Т. к. каждый символ коди- руется 16 битами (2 байтами), то сообщение занимает 166·2 = 332 байта. Те- перь вычислим, на сколько частей будет разбито сообщение: 336/64 = 5,1875.

Ответ. Сообщение будет разбито на 6 частей.

*Задача 8.* Определить количество информации, связанное с появлением каждого символа в сообщениях, записанных на русском языке.

Решение. Русский алфавит состоит из 33 букв и знака «пробел» для раз- деления слов. Если принять, что любой символ в сообщении появляется с одинаковой вероятностью, то по формуле Хартли (1) при N = 34 получим количество информации, связанное с появлением каждого символа в сооб- щениях, записанных на русском языке:

I = log234 ≈ 5,09 (биt).

Однако, в словах русского языка (также как и в словах других языков) различные буквы встречаются неодинаково часто. Ниже приведена табл. 5 вероятностей частоты употребления различных знаков русского алфавита, полученная на основе анализа очень больших по объему текстов.

Воспользуемся для подсчета I формулой Шеннона (3):

n

I = − ∑ pi log2pi.

i=1

I ≈ 4,72 (биt).

Полученное значение I, как и можно было предположить, меньше вы- численного ранее. Величина I, вычисляемая по формуле Хартли, является максимальным количеством информации, которое могло бы приходиться на один знак.

*Таблица 5*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Символ | pi | i | Символ | pi | i | Символ | pi |
| 1 | Пробел | 0,175 | 13 | К | 0,028 | 24 | Г | 0.012 |
| 2 | 0 | 0,090 | 14 | М | 0,026 | 25 | Ч | 0,012 |
| 3 | Е | 0,072 | 15 | Д | 0,025 | 26 | И | 0,010 |
| 4 | Ё | 0,072 | 16 | П | 0,023 | 27 | X | 0,009 |
| 5 | А | 0,062 | 17 | У | 0,021 | 28 | Ж | 0,007 |
| 6 | И | 0,062 | 18 | Я | 0,018 | 29 | Ю | 0,006 |
| 7 | Т | 0,053 | 19 | Ы | 0,016 | 30 | Ш | 0.006 |
| 8 | Н | 0,053 | 20 | З | 0.016 | 31 | Ц | 0,004 |
| 9 | С | 0,045 | 21 | Ь | 0,014 | 32 | Щ | 0,003 |
| 10 | Р | 0,040 | 22 | Ъ | 0,014 | 33 | Э | 0,003 |
| 11 | В | 0,038 | 23 | Б | 0,014 | 34 | Ф | 0,002 |
| 12 | Л | 0,035 |  |  |  |  |  |  |

Ответ. I ≈ 5,09 биt при условии, что все буквы русского алфавита

встречаются в словах с одинаковой вероятностью.

I ≈ 4,72 биt при условии, что все буквы русского алфавита встречаются в словах с разной вероятностью (табл. 5).

*Задача 9*. Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании равномерного кода составил 1/512 Мбайт. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано сообщение?

Решение. Определим, какой объем памяти (в битах) занимает один сим- вол. Для этого переведем 1/512 Мбайт в биты и полученный результат разде- лим на число символов, содержащееся в сообщении:

1024 · 1024 · 8

210 · 210 · 23 223

=

512 · 4096

29 · 212 = 221 = 4 биta.

Для определения мощности алфавита используем формулу N = 2i (10). N = 24= 16 (символов).

Ответ. Мощность алфавита 16 символов.

*Задача 10*. Скорость передачи данных через ADSL соединение равна 256000 бит/с. Передача файла заняла 4 мин. Определить размер файла в Кб.

Решение. Определим размер файла как произведение скорости передачи на время:

256000·4·60 (бит) = 256000·4·60/8/1024 (Кбайт) = 7500 (Кбайт) Ответ. Размер файла составляет 7500 Кбайт.

*Задача 11*. Определить информационный объем цифрового стерео аудио файла, длительность звучания которого составляет 10 секунда при частоте дискретизации 22,05 кГц и разрешении 8 битов (квантуется 8 битами).

Решение. Для определения информационного объема цифрового стерео аудио файла воспользуемся формулой (13) V = H ∙ i ∙ t ∙ 2:

V = 22050·8·10·2 = 3528000(бит) = 3528000/8/1024/1024 (Мбайт) =

= 0,42 (Мбайт).

Ответ. Информационный объем цифрового стерео аудио файласоставля- ет 0,42 Мбайт.

*Задача 12.* Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено», «мига- ет»). Какое наименьшее количество лампочек должно быть на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов.

Решение. Воспользуемся формулой (8) определения максимального ко- личество слов L из m букв, которое можно составить из алфавита мощностью N: L = Nm. Мощность алфавита N = 3. Требуется найти m (наименьшее ко- личество лампочек). Т.к. В формуле (8) определяется максимальное количе- ство слов, а необходимо передать только 18 сигналов (слов), то m будем находить из соотношения 18 ≤ 3m. Следовательно, m = 3, 4, 5, … Поскольку нужно найти наименьшее количество лампочек, то m= 3.

Ответ: На табло должно быть 3 лампочки.

*Задача 13*. В велокроссе участвуют 810 спортсменов. Устройство реги- стрирует прохождение промежуточного финиша каждым из участников, за-

писывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для всех номеров. Каков информационный объем сообще- ния, записанного устройством после того, как промежуточный финиш про- шли 200 велосипедистов.

Решение. Для регистрации одного любого номера необходимо 10 бит, поскольку с помощью 10 бит можно закодировать 210=1024 различных номе- ров (9 бит будет недостаточно). Для регистрации 200 номеров потребуется 200·10 = 2000 (бит) = 2000/8 (байт) = 250 (байт)

Ответ: Информационный объем сообщения равен 250 байт.

*Задача 14*. Упорядочить по убыванию числа: 435, 4316, 438.

Решение. Переведем все числа в одну систему счисления, например, в десятичную: 435 = 23, 4316 = 67, 438 = 35. Теперь упорядочим их по убыва-

нию: 67 (4316), 35 (438), 23 (435).

Ответ: 4316, 438, 435.

*Задача 15*. В какой системе счисления выполнены действия: 123 + 4 = 132?

Решение. Обозначим за х основание системы счисления, в которой вы- полнены указанные действия. Складывая последние разряды чисел, имеем:

3х + 4х = 12х. Используя представление чисел в развернутой форме, по- лучим:

3 + 4 = х + 2. Решив данное уравнение, получим х = 5.

Ответ: действия выполнены в пятеричной системе счисления.

*Задача 16*. Число 35х из системы счисления с основанием x перевели в десятичную систему счисления и получили 2910. Найти основание системы счисления х.

Решение. Используя представление чисел в развернутой форме, запи- шем: 3·х + 5 = 29. Решив данное уравнение, получим х = 8.

Ответ: Основание системы х = 8.

*Задача 17*. Задано число в шестнадцатеричной системе счисления F023A9,12С4. Как изменится число, если в его представлении запятую пере- нести на два знака влево? На три знака вправо?

Решение. Если задано число в системе счисления с основанием х, то пе- ренос запятой в представлении числа на n знаков влево уменьшает его в хn раз, а перенос запятой в представлении числа на n знаков вправо увеличивает его в хn раз.

Ответ: Число F023A9,12С4 уменьшится в 162 (256) раз, если запятую пе- ренести на два знака влево. Число F023A9,12С4 увеличится в 163 (4096) раз, если запятую перенести на три знака вправо.

*Задача 18*. Найти обратный код в однобайтном формате числа х = –3510 Решение. Представим модуль числа х в двоичной системе и дополним

нулями слева до 8 знаков: 00100011. Инвертируем значения всех знаков: 11011100.

Ответ: Обратный код в однобайтном формате числа х равен 11011100.

*Задача 19*. Найти дополнительный код в двухбайтном формате числа х = –56210

Решение. Представим модуль числа х в двоичной системе и дополним нулями слева до 16 знаков: 0000001000110010. Инвертируем значения всех знаков: 1111110111001101, прибавим к полученному обратному коду 1, по- лучим: 1111110111001110.

Ответ: Дополнительный код в однобайтном формате числа х равен 1111110111001110.

*Задача 20*. Дополнительный код числа х имеет значение 111001112.

Найти его значение в десятичной системе счисления.

Решение. Т.к. в первой позиции числа стоит 1, то искомое число будет отрицательным. Вычтем из заданного значения 1 (11100111 – 1 = 11100110). Инвертируем значения всех знаков: 00011001. Переведем полученное число в десятичную систему 000110012 = 2510 и не забудем, что число является отри- цательным.

Ответ: Х = –25.

*Задача 21*. Найти значение логического выражения

A V B & C̅ при A = 0(False), B = 1 (True), C = 0(False).

Решение: подставим значения переменных в выражение и вычислим его согласно приоритету выполнения операций:

A V B & C̅ = 0 V 1 & 0̅ = 0 V 1 & 1 = 0 V 1 = 1 (True).

Ответ: заданное логическое выражение принимает значение True.

*Задача 22*. Найти значение логического выражения

(a < z) V (z > 2) V (a ≠ 5) при a = 5, z = - 4.

Решение: подставим значения переменных в выражение и вычислим его согласно приоритету выполнения операций:

(5 < - 4) V (- 4 > 2) V (5 ≠ 5) = 0 V 0 V 0 = 0.

Ответ: заданное логическое выражение принимает значение False.

*Задача 23.* Упростить логическое выражение: (A & B) V (A & B̅). Пра- вильность упрощения проверить с помощью таблиц истинности.

Решение: воспользуемся законом дистрибутивности и вынесем за скобки A: (A & B) V (A & B̅) = A & (B V B̅).

По закону исключенного третьего B V B̅ = 1 , следовательно,

A & (B V B̅) = A & 1 = A.

Таким образом, в результате упрощения получили (A & B) V (A & 𝐵̅) = A.

Составим таблицу истинности для выражения (A & B) V (A & B̅)∶

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | B̅ | A & B | 𝐴 & 𝐵̅ | (A & B) V (A & 𝐵̅) |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Из таблицы истинности видно, что справедливо (A & B) V (A & 𝐵̅) = A.

Ответ: (A & B) V (A & 𝐵̅) = A.

*Задача 24.* По заданной логической схеме составить логическое выраже- ние и заполнить для него таблицу истинности.

Х

&

1

Y F

Z

Решение: используя обозначения логических элементов (табл. 4), соста- вим логическое выражение:

F = ̅X̅̅̅&̅̅̅̅Y̅̅̅V̅̅̅Z̅.

Заполним для F таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z | X & Y | ̅X̅̅&̅̅Y̅ | ̅X̅̅&̅̅Y̅ V Z | X̅̅̅&̅̅̅̅̅Y̅̅̅V̅̅̅Z̅ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Ответ: F =

̅X̅̅̅&̅̅̅̅Y̅̅̅V̅̅̅Z̅. Таблица истинности представлена выше.

*Задача 25.* Задано логическое выражение F = X̅̅̅̅V̅̅̅Y̅̅& Z̅. Cоставить ло- гическую схему для данного выражения и заполнить таблицу истинности.

Решение: используя обозначения логических элементов (табл. 4), соста- вим логическую схему:

Х

&

1

1

Y F

Z

Заполним для F таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z | X V Y | ̅X̅̅̅V̅̅̅Y̅ | Z̅ | ̅X̅̅̅V̅̅̅Y̅&Z̅ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Ответ: Логическая схема и таблица истинности представлены выше.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ1**

## Измерение информации

**Вариант 0**

1. В корзине лежат 16 шаров. Все шары разного цвета. Сколько инфор- мации несет сообщение о том, что из корзины выкатился красный шар?
2. Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может нахо- диться в двух состояниях («включено» или «выключено»). Какое наимень- шее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 50 различных сигналов?
3. В коробке находятся кубики трех цветов: красного, желтого и зелено- го. Причем желтых в два раза больше красных, а зеленых на 6 больше, чем желтых. Сообщение о том, что из коробки случайно вытащили желтый ку- бик, содержало 2 бита информации. Сколько было зеленых кубиков?

## Вариант 1

1. Сколько бит информации несет сообщение о том, что из колоды в 32 карты достали даму?
2. Метеорологическая станция ведет наблюдение за влажностью возду- ха. Результатом одного измерения является целое число от 0 до 100 процен- тов, которое записывается при помощи минимально возможного количества бит. Станция сделала 80 измерений. Определите информационный объем ре- зультатов наблюдений.
3. В коробке 5 синих и 15 красных шариков. Какое количество инфор- мации несет сообщение, что из коробки достали синий шарик?

## Вариант 2

1. Какое сообщение содержит большее количество информации? а) Монета упала «решкой» вверх.

б) В библиотеке книга нашлась в 5-м шкафу из восьми.

1 Вариант определяется по последней цифре номера зачетной книжки.

в) Роман получил за экзамен 3 балла (единицы не ставятся) по 5- балльной системе.

г) Из колоды карт (32 шт.) выпала семерка пик

1. Для передачи секретного сообщения используется код, состоящий из десятичных цифр. При этом все цифры кодируются одним и тем же (мини- мально возможным) количеством бит. Определите информационный объем сообщения длиной в 150 символов.
2. В корзине лежат шары. Все разного цвета. Сообщение о том, что до- стали синий шар, несет 5 битов информации. Сколько всего шаров в кор- зине?

## Вариант 3

1. В соревновании участвуют 4 команды. Сколько информации в сооб- щении, что выиграла 3-я команда?
2. Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 16 символов. Второй текст в алфавите мощностью 256 символов. Во сколько раз количество информации во втором тексте больше, чем в первом?
3. Студенты группы изучают один из трех языков: английский, немец- кий или французский. Причем 12 студентов не учат английский. Сообщение, что случайно выбранный студент Петров изучает английский, несет log23 бит информации, а что Иванов изучает французский – 1 бит. Сколько студен- тов изучают немецкий язык?

## Вариант 4

1. Сколько информации несет сообщение о том, что было угадано число в диапазоне целых чисел от 684 до 811?
2. Два шифровальщика обменялись сообщениями по 200 закодирован- ных символов. Кодовая таблица первого содержит N символов, второго – в 4 раза больше. На сколько больше бит информации передал второй шифро- вальщик?
3. В составе 16 вагонов, среди которых К – купейные, П – плацкартные и СВ – спальные. Сообщение о том, что ваш друг приезжает в СВ, несет 3 бита информации. Определите, сколько в поезде вагонов СВ.

## Вариант 5

1. При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 8 бит информации. Сколько чисел содержал этот диапазон?
2. В некоторой кодировке слово из 15 букв занимает информационный объем на 39 байт больше, чем слово из двух букв. Каким количеством бит кодируется одна буква, если учесть, что под все символы этой кодировки вы- деляется равный объем памяти?
3. Студенческая группа, состоящая из 21 человека, изучают немецкий или французский языки. Сообщение о том, что студент A изучает немецкий язык, несет log23 бит информации. Сколько человек изучают французский язык?

## Вариант 6

1. Сообщение о том, что ваш друг живет на 10 этаже, несет 4 бита ин- формации. Сколько этажей в доме?
2. Одна ячейка памяти «троичной ЭВМ» может принимать одно из трех возможных состояний. Для хранения некоторой величины отвели 5 ячеек па- мяти. Сколько значений может принимать эта величина?
3. В студенческой группе 8 девушек и 24 юноши. Сколько бит инфор- мации несет сообщение о том, что старостой выбрали девушку?

## Вариант 7

1. На железнодорожном вокзале 8 путей отправления поездов. Вам со- общили, что ваш поезд прибывает на четвертый путь. Сколько информации вы получили?
2. Какое наименьшее количество символов должно быть в алфавите, чтобы при помощи всевозможных слов из четырех символов данного алфа- вита, можно было передать не менее 100 различных сообщений?
3. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что доста- ли красный карандаш, несет 3 бита информации. Сколько красных каранда- шей было в коробке?

## Вариант 8

1. Какое количество информации содержит сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в 8 раз?
2. Азбука Морзе позволяет кодировать символы для радиосвязи, задавая комбинацию из точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, зна- ков пунктуации и т.д.) можно закодировать, используя код Морзе длиной не менее пяти и не более шести сигналов (точек и тире)?
3. В корзине лежат черные и белые шары. Среди них 21 черный шар. Сообщение о том, что достали белый шар, несет 3 бита информации. Сколько всего шаров в корзине?

## Вариант 9

1. Книга состоит из 64 страниц. На каждой странице 256 символов. Ка- кой объем информации содержится в книге, если используемый алфавит со- стоит из 32 символов?
2. Для передачи сигналов на флоте используется «флажковая азбука». Какое количество различных сигналов можно передать при помощи двух сигнальных флажков, если всего имеются флаги шести различных видов?
3. В ящике лежат перчатки (белые и черные). Среди них – 2 пары чер- ных. Сообщение о том, что достали пару черных перчаток, несет 4 бита ин- формации. Сколько всего перчаток было в ящике

## Системы счисления

**Вариант 0**

1. Переведите числа 860 и 78,15 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 10110,112; 17408 и А2C,816 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 11001,112 и 1010,0112 в двоичной си- стеме счисления.

## Вариант 1

1. Переведите числа 250 и 57,17 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 1011,1012; 26718 и 48E,416 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 505С,1216 и 5А6,F616 в шестнадцате- ричной системе счисления.

## Вариант 2

1. Переведите числа 759 и 82,21 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 11100,0112; 12168 и 14F,A 16 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 706,158 и 632,018 в восьмеричной си- стеме счисления.

## Вариант 3

1. Переведите числа 216 и 33,38 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 10101,012; 25348 и 3FD,916 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 10111,112 и 101,0112 в двоичной си- стеме счисления.

## Вариант 4

1. Переведите числа 530 и 25,27 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 11110,1112; 16278 и 553,E 16 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 514,038 и 126,48 в восьмеричной си- стеме счисления.

## Вариант 5

1. Переведите числа 945 и 85,14 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 10001,012; 51428 и 19F,C16 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел F0A,E216 и А96,716 в шестнадцатерич- ной системе счисления.

## Вариант 6

1. Переведите числа 287 и 20,18 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 11000,112; 14168 и 16D,816 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 10101,112 и 10010,012 в двоичной си- стеме счисления.

## Вариант 7

1. Переведите числа 485 и 90,42 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 11010,0112; 20378 и 196,B16 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 278,D316 и FE,9916 в шестнадцатерич- ной системе счисления.

## Вариант 8

1. Переведите числа 639 и 48,28 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 10011,112; 17208 и 14F,116 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел 726,148 и 77,68 в восьмеричной систе- ме счисления.

## Вариант 9

1. Переведите числа 618 и 55,49 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Веще- ственные числа перевести с точностью до четвертого знака.
2. Переведите числа 11101,0112; 13618 и 19A,616 из заданной системы счисления в десятичную.
3. Найти сумму и разность чисел D50,EC16 и 12,5616 в шестнадцатерич- ной системе счисления.

## Основы логики

**Вариант 0**

1. Найти значение логического выражения:

A & B V C при A = False, B = True, C = False

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

A̅̅̅V̅̅̅B̅ V ̅A̅̅̅V̅̅̅B̅

1. По заданному логическому выражению составить логическую схему и заполнить таблицу истинности.

𝑋̅̅̅𝗏̅̅Y̅𝗏Z = F

## Вариант 1

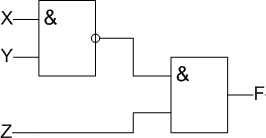
1. Найти значение логического выражения:

̅A̅̅̅V̅̅̅B̅ & C при A = False, B = False, C = True

1. Доказать данное равенство с помощью таблицы истинности.

X ⫘ Y = (̅X & ̅Y) V (X & Y).

1. По заданной логической схеме составить логическое выражение и за- полнить для него таблицу истинности.



## Вариант 2

1. Найти значение логического выражения:

A V B̅ & A̅ при A = False, B = False

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

((X V Y) & ̅X) V ((̅X̅̅V̅̅̅Y̅) & X)

1. По заданному логическому выражению составить логическую схему и заполнить таблицу истинности.

̅𝑋̅̅𝗏̅̅Y̅&Z̅ = F

## Вариант 3

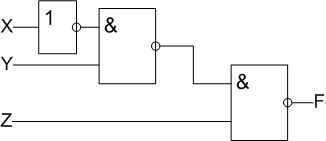
1. Найти значение логического выражения:

A̅̅̅V̅̅̅B̅̅& B̅ при A = False, B = True

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

(̅̅X̅̅&̅̅̅Y̅̅)̅̅V̅̅(̅̅̅X̅̅&̅̅̅̅Y̅̅) & (X V ̅Y)

1. По заданной логической схеме составить логическое выражение и за- полнить для него таблицу истинности.



## Вариант 4

* 1. Найти значение логического выражения:

A V B̅ & C̅ при A = False, B = False, C = True

* 1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

(𝑋 V 𝑌) & (𝑋̅ V 𝑌)&(𝑋̅ V 𝑌̅)

* 1. По заданному логическому выражению составить логическую схему и за-полнить таблицу истинности.

𝑋̅𝗏Y̅̅̅&̅̅Z̅ = F

## Вариант 5

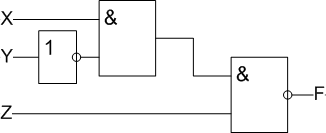
1. Найти значение логического выражения:

(x = y) V (z < 4) при x = 5, y = 7, z = 0.

1. Доказать данное равенство с помощью таблицы истинности.

X ⟶ Y = ̅X V 𝑌

1. По заданной логической схеме составить логическое выражение и за- полнить для него таблицу истинности.



## Вариант 6

1. Найти значение логического выражения:

(a < z) V (z > −10) & (a ≠ 5) при a = 8, z = - 6.

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

(̅̅X̅̅V̅̅̅Y̅)̅̅→̅̅̅̅(̅̅Y̅̅̅̅V̅̅̅Z̅̅)

1. По заданному логическому выражению составить логическую схему и за-полнить таблицу истинности.

𝑋̅&𝑌𝗏Z̅ = F

## Вариант 7

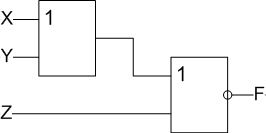
1. Найти значение логического выражения:

(x ≠ 𝑧) V (𝑧 < 4) & (𝑦 < 7) при x = - 5, y = 7, 𝑧 = - 5.

1. Доказать данное равенство с помощью таблицы истинности.

A B = (A̅ & 𝐵) V (𝐴 & ̅𝐵)

1. По заданной логической схеме составить логическое выражение и за- полнить для него таблицу истинности.



## Вариант 8

1. Найти значение логического выражения:

(𝑎 < 𝑏) & (𝑐 < 2) V (𝑎 > 𝑐) при 𝑎 = 8, 𝑏 = - 6, 𝑐 = 2.

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

X & 𝑌 V ̅X & Y V X̅& Z V X & Z

1. По заданному логическому выражению составить логическую схему и за-полнить таблицу истинности.

(̅̅𝑋̅̅𝗏̅̅Y̅)̅̅&̅̅𝑍̅ = F

## Вариант 9

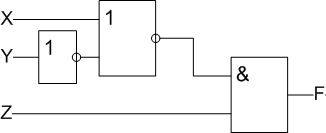
1. Найти значение логического выражения:

B̅ V C & ̅A̅̅V̅̅̅B̅ при A = False, B = False, C = True

1. Упростить логическое выражение. Правильность упрощения прове- рить с помощью таблицы истинности.

(A & C) V (A & C̅) V (̅A̅̅̅→̅̅̅̅B̅̅)

1. По заданной логической схеме составить логическое выражение и за- полнить для него таблицу истинности.



## Кодирование информации

**Вариант 0**

1. Запишите дополнительный код числа –34 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00101010 и 10011000. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. За 45 секунд был распечатан текст. Подсчитать количество страниц в тексте, если известно, что в среднем на странице 50 строк по 75 символов в каждой, скорость печати лазерного принтера 8 Кбит/с., 1 символ – 1 байт. Ответ округлить до целой части.

## Вариант 1

1. Запишите дополнительный код числа –42 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00101001 и 10101010. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Лазерный принтер печатает со скоростью в среднем 7 Кбит в секунду. Сколько времени понадобится для распечатки 12-страничного документа, ес- ли известно, что на одной странице в среднем по 45 строк, в строке 60 сим- волов (1 символ – 1 байт). Результат округлить до целой части.

## Вариант 2

1. Запишите дополнительный код числа –11 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00010010 и 10000001. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За-

пишите значения целых чисел в десятичной системе.

1. Автоматическое устройство осуществило перекодировку информаци- онного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 16- битном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информаци- онное сообщение уменьшилось на 480 бит. Какова длина сообщения в сим- волах?

## Вариант 3

1. Запишите дополнительный код числа –60 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 01011000 и 10001001. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Скорость передачи данных через модемное соединение 28 Кбит/с. Передача текстового файла заняла 10 с. Определите, сколько символов со- держал переданный текст, если известно, что он был представлен в кодиров- ке Unicode.

## Вариант 4

1. Запишите дополнительный код числа –49 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00000100 и 10011000. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Для хранения растрового изображения размером 128128 пикселей отвели 4 Килобайта памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

## Вариант 5

1. Запишите дополнительный код числа –26 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00010110 и 10010001. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 128000 бит/с. Через данное соединение передают файл размером 625 Килобайт. Определите время передачи файла в секундах.

## Вариант 6

* 1. Запишите дополнительный код числа –48 в однобайтном формате.
  2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 01001001 и 10000110. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
  3. Системный администратор ограничил длительность непрерывного подключения компьютеров сотрудников организации к сети Интернет 10 мин. Сотруднику требуется переслать файл размером 100 Мбайт. Ско- рость передачи информации с рабочего места (компьютера) сотрудника в среднем составляет 512 Килобит/с. На сколько частей необходимо разделить файл для пересылки?

## Вариант 7

1. Запишите дополнительный код числа –22 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00110010 и 10010110. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Определить объем памяти для хранения цифрового аудиофайла, вре- мя звучания которого составляет две минуты при частоте дискретизации 44,1 кГц и разрешении 16 битов.

## Вариант 8

1. Запишите дополнительный код числа –41 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00010001 и 10001111. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. Укажите минимальный объем памяти (в килобайтах), достаточный для хранения любого растрового изображения размером 6464 пикселя, если известно, что в изображении используется палитра из 256 цветов. Саму па- литру хранить не нужно.

## Вариант 9

1. Запишите дополнительный код числа –44 в однобайтном формате.
2. Даны однобайтные коды двух целых чисел: 00000101 и 10000100. Из- вестно, что отрицательное число представлено в дополнительном коде. За- пишите значения целых чисел в десятичной системе.
3. На магнитном диске объемом 30 Мбайт записана книга. В книге 1552 страницы. Из них страниц с текстом на 752 больше, чем страниц с рисунка- ми. Страница с текстом содержит 640 символов. Все рисунки восьми цветные и имеют единый формат. Определите размер рисунков.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В учебном пособии дано описание основных тем теоретической ин- форматики: понятие информации, ее свойства, измерение и кодирование ин- формации, представление информации в компьютере, арифметические и ло- гические основы работы компьютера.

По всем рассмотренным темам приведены примеры решения задач. Для самостоятельного решения в учебное пособие включены 10 вариантов заданий.

Пособие можно использовать как для подготовки к лекциям, так и для проведения практических занятий, а также для самостоятельного изучения студентами изложенных в пособии тем.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Акулов, О. А.* Информатика: базовый курс : учеб. пособие для студ. вузов / О. А. Акулов, Н. В. Медведев. – М. : Омега-Л, 2005.– 552 с.
2. *Могилев, А. В*. Информатика : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведе- ний / А. В. Могилев, Н. И. Пак, Е. К. Хеннер. – М. : Академия, 2008. – 848 с.
3. *Могилев, А. В.* Практикум по информатике : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А. В. Могилев, Н. И. Пак, Е. К. Хеннер. – М. : Академия, 2008. – 608 с.
4. *Информатика* : учеб. для бакалавров / под. ред. В. В. Трофимова. – М. : Юрайт, 2012. – 911 с.
5. *Макарова, Н. В.* Информатика : учеб. для вузов / Н. В. Макарова, В. Б. Волков. – СПб. : Питер, 2011. – 576 с.
6. *Дергачева, Л. М*. Решение типовых экзаменационных задач по информа- тике : учеб. пособие / Л. М Дергачева. – М. : БИНОМ. Лаборатория зна- ний, 2013. – 360 с.
7. *Степанов, А. Н.* Информатика : учеб. для вузов. СПб. : Питер, 2008. – 684 с.
8. *Лихтарников*, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник- практикум и решения : учеб. пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. – СПб. : Лань, 2008. – 288 с.
9. *Алексеев*, П. А. Информатика / П. А. Алексеев. – М. : СОЛОН-Р, 2002. – 368 с.

## Оглавление

[Введение 3](#_bookmark0)

1. [Информация 4](#_bookmark1)
2. [Системы счисления 11](#_bookmark2)
3. [Логические основы работы ЭВМ 24](#_bookmark3)
4. [Представление информации в компьютере 36](#_bookmark4)

[Примеры решения задач 50](#_bookmark5)

[Задачи для самостоятельного решения 61](#_bookmark6)

[Заключение 74](#_bookmark7)

[Библиографический список 75](#_bookmark8)

*Учебное издание*

**Берман Нина Демидовна Стригунов Валерий Витальевич Шадрина Нина Ивановна**

# Основы информатики

Учебное пособие

*Дизайнер обложки Е. Саморядова*

С авторского оригинала-макета

Подписано в печать 18.11.14. Формат 60 x 84 1/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman.

Печать цифровая. Усл. печ. л.4,47. Тираж 100 экз. Заказ 343.

Издательство Тихоокеанского государственного университета.

680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства Тихоокеанского государственного университета.

680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.