

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

## И.П. Егорова, Н.В. Кшнякина, О.В. Фадеева

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

*Сборник задач*

*Печатается по решению редакционно-издательского совета СГАСУ от 20.04.2012 г.*

Самара

2012

1

УДК 519.21 (076.2)

Т 33

ISBN 978-5-9585-0502-9

Т 33 **Теория вероятностей**: сборник задач / *Сост. И.П. Его- рова, Н.В. Кшнякина, О.В.Фадеева*. – Самара: СГАСУ, 2012. – 114 с.

Сборник задач является разработкой для практических занятий по теме «Теория вероятностей», предназначен для студентов 2 курса направлений «Строительство», «Технос- ферная безопасность», «Экономика и менеджмент».

УДК 519.21 (076.2)

ISBN 978-5-9585-0502-9

© И.П. Егорова, Н.В. Кшнякина, О.В.Фадеева, составление, 2012

© СГАСУ, 2012

2

# Содержание

[Введение 4](#_TOC_250009)

[Глава 1. Случайные события 5](#_TOC_250008)

* 1. Классическое и геометрическое определение вероятности. Элементы комбинаторики 5
  2. [Алгебра событий.](#_TOC_250007)

[Теоремы сложения и умножения вероятностей 9](#_TOC_250006)

* 1. Формула полной вероятности.

Формула Бейеса 14

* 1. [Повторение независимых испытаний 17](#_TOC_250005)

[Глава 2. Случайные величины 24](#_TOC_250004)

* 1. Дискретные случайные величины.

Закон распределения и числовые характеристики. 24

* 1. Непрерывные случайные величины.

Функция распределения и плотность вероятности, числовые характеристики 30

* 1. [Некоторые типичные законы распределения непрерывных случайных величин 36](#_TOC_250003)

[Индивидуальные задания 44](#_TOC_250002)

[Приложения 107](#_TOC_250001)

[Список литературы 113](#_TOC_250000)

# Введение

Данное учебное пособие представляет собой систематизи- рованную подборку задач и упражнений по теории вероятнос- тей и предназначено для проведения практических занятий по темам этого раздела и самостоятельной работы студентов. В начале каждого параграфа приведены основные теоре- тические сведения и формулы, необходимые для решения задач. Далее следует система упражнений по заявленной теме: задачи для аудиторного занятия и задачи для самостоятель- ной работы. Последние рекомендованы для домашнего задания и осуществления преподавателем текущего контроля. Во всех параграфах упражнения рассредоточены по отдель- ным подтемам, внутри которых выдерживается линия нарас- тания трудности. Среди них есть как задачи, предназначенные для приобретения навыков применения готовых формул и теорем, так и более сложные задачи, решение которых тре- бует некоторой изобретательности.

Во второй части задачника приведены варианты индиви- дуальных заданий по теории вероятностей по двум разде- лам – «Случайные события» и «Случайные величины». Они предназначены для активизации самостоятельной работы студентов и более глубокого изучения учебного материала. Индивидуальные задания рекомендованы либо для итогово- го контроля с последующей защитой, либо для подготовки к аудиторным контрольным работам по соответствующим темам (на усмотрение преподавателя).

Данный задачник включает более 500 задач, которые прош- ли тщательный отбор и были апробированы в ходе учебного процесса. Авторы надеются, что он будет полезен как препода- вателям, так и студентам, изучающим этот раздел математики.

# Глава 1. Случайные события

###### Классическое и геометрическое определения вероятности. Элементы комбинаторики

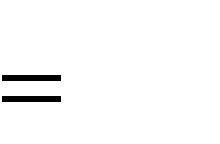
**Событием** назовем всякий возможный факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

Будем различать три вида событий:

1. **невозможное** – событие, которое в результате опыта произойти не может;
2. **достоверное** – событие, которое в результате опыта произойдет обязательно;
3. **случайное** – событие, которое в результате опыта может произойти, а может не произойти.

В классической модели **вероятность события** *А* равна:

*Р*( *А*)



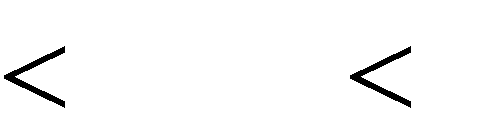
*m* ,

*n*

где *m* – число исходов опыта, благоприятствующих событию *A*, *n* – общее число всех равновозможных исходов опыта.

Из определения следует, что если:

событие *A* – невозможное, то его вероятность *P(A)* = 0, событие *A* – достоверное, то его вероятность *P(A)* = 1,

событие *A* – случайное, то его вероятность 0 *Р*(*А*) 1 .

При вычислении вероятности часто используют известные из комбинаторики понятия: перестановки, размещения, сочетания. **Перестановки из** *n* **элементов** – комбинации из *n* элемен-

тов, отличающиеся только порядком их расположения.

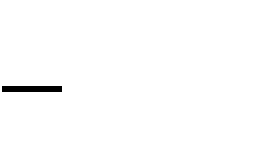
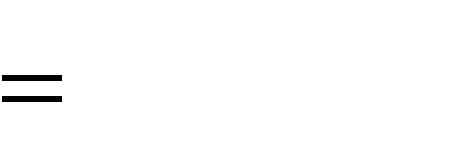
Число перестановок из *n* элементов можно вычислить по формуле:

*Pn = n*!. Заметим, что *n*! = 1 **.** 2 **.** 3 *n*.

**Размещения из** *n* **элементов по** *m* – комбинации по *m* элементов, отличающиеся не только составом элементов, но и их порядком.

Число размещений из *n* элементов по *m* можно вычислить по формуле:

*n* .



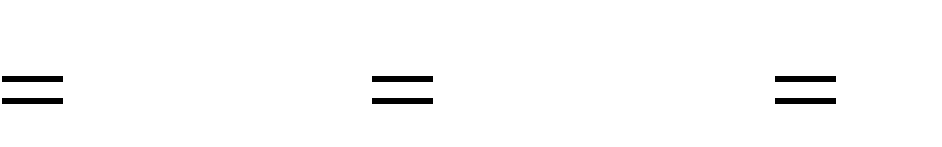
*n*!

(*n m*)!

*А*

*m*

Заметим, что 0



1,

*A*1

*n*

*n*,

*An*

*n*

1.

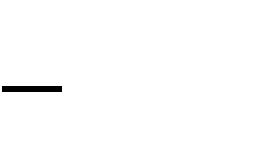
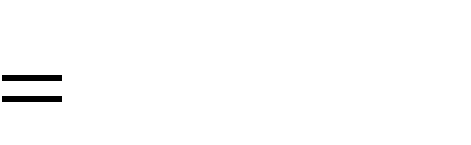
*А*

*n*

**Сочетания из** *n* **элементов по** *m* – комбинации по *m*

элементов, отличающиеся только составом элементов.

Число сочетаний из *n* элементов по *m* можно вычислить по формуле:



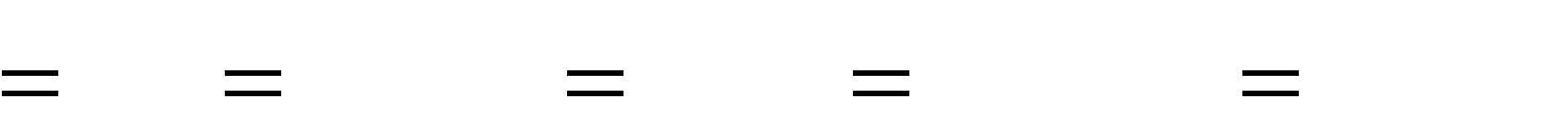
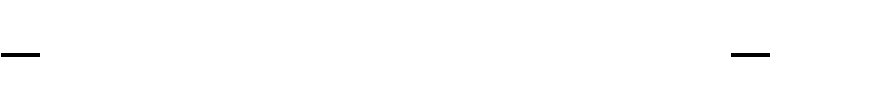
*Сm*

*n*

*m*!(*n m*)!

*n*! .

Заметим, что *С*0



*Сn*

*n*

1,

*C*1

*n*

*Cn* 1

*n*

*n*, *Cm*

*n*

*Cn m*.

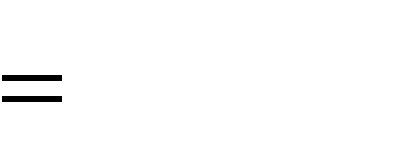
*n*

*n*

Классическое определение вероятности предполагает, что число исходов опыта конечно. Для случая бесконеч- ного числа исходов испытания введем понятие геомет- рической вероятности – вероятности попадания точки в заданную область.

В геометрической модели **вероятность события** *A* равна:

*Р*( *А*)



*m*(*d* ) ,

*m*(*D*)

где *m(d)* – мера множества, в которое должна попасть точка,

*m(D)* – мера множества, в которое может попасть точка.

Задачи для аудиторного занятия

1. Найдите вероятности следующих событий при броса- нии игральной кости:

*A* – выпало 2 очка;

*B* – выпало 5 очков;

*C* – выпало четное число очков;

*D* – число выпавших очков кратно трем;

*E* – число выпавших очков не превышает 6;

*F* – выпало 8 очков.

1. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что на выпавших гранях: а) сумма очков кратна 3; б) произведение очков равно 4?
2. Шестеро студентов дежурят 6 дней. Сколькими способами можно составить график дежурств, если каждый должен дежурить один день?
3. Хор состоит из 10 человек. Сколько дуэтов (квартетов) можно составить из участников этого хора?
4. Сколько дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11?
5. Из колоды в 36 карт наудачу выбирают 4 карты. Сколь- кими способами это можно сделать? В скольких случаях сре- ди выбранных карт: а) 2 туза; б) 1 дама и 1 король?
6. В партии, состоящей из 16 деталей, – 4 бракованных. Для контроля выбирают 5 деталей. Найдите вероятность того, что среди них: а) 2 бракованные; б) все бракованные.
7. В урне лежат 4 белых и 5 черных шаров. Наугад вынули 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары: а) оба черные; б) разноцветные?
8. Из 3 зеленых, 5 красных и 7 синих шаров наудачу выбирают 8 шаров. Какова вероятность того, что вынули 3 зеленых, 2 красных и 3 синих шара?
9. Найдите вероятность с первой попытки ввести верный пин-код, состоящий из четырех цифр, если абонент забыл три последние цифры.
10. Слово «КНИГА» разрезали на буквы и перемешали. Ребенок, не умеющий читать, выкладывает эти карточки в ряд. Какова вероятность того, что у него опять получится это же слово?
11. Слово «САМАРА» разрезали на буквы и, переме- шав, выложили в ряд. Найдите вероятность того, что полу- чится то же слово?
12. Слово «ЛЕСТНИЦА» разрезали на буквы, наугад выбрали 5 букв и выложили их в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «СТЕНА»? «ТЕННИС»?
13. Наудачу выбраны два положительных числа, каждое из которых не больше 2. Найдите вероятность того, что их сумма не превышает 1,5.
14. На плоскость с нанесенной квадратной сеткой со сто- роной 4 бросают монету диаметром 2. Какова вероятность того, что монета пересечет линию?
15. Два теплохода в течение суток должны подойти к одному причалу. Найдите вероятность того, что ни одно- му из судов не придется ждать освобождения причала, если стоянка первого длится 2 часа, а второго – 3 часа.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определите вероятности следующих событий при выни- мании одной карты из колоды в 52 карты:

*A* – появление карты червонной масти;

*B* – появление туза;

*C* – появление карты черной масти;

*D* – появление пиковой дамы.

1. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных костей: а) разность выпавших очков равна 3; б) сумма выпавших очков больше их произведения.
2. В ящике лежат 12 белых и 8 красных шаров. Наудачу выбирают 4 шара. Определите вероятность того, что среди вынутых шаров: а) три красных; б) два красных; в) нет красных.
3. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры, и, помня лишь, что они различны, набрал их нау- дачу. Найдите вероятность того, что он набрал верный номер.
4. Какова вероятность, что при выборе четырех букв из букв слова «РЕМОНТ» получится слово «МОРЕ»? «НОМЕР»?
5. В равносторонний треугольник вписан круг. Какова вероятность того, что наудачу вброшенная в треугольник точ- ка не попадет в круг?
6. Коэффициенты приведенного квадратного уравнения – положительные числа, каждое из которых не превышает 4. Какова вероятность того, что корни этого уравнения будут мнимыми числами?

###### Алгебра событий.

###### Теоремы сложения и умножения вероятностей

События называют **независимыми**, если вероятность наступления одного из них не зависит от появления или непоявления другого. В противном случае события называют **зависимыми**.

События называют **несовместными**, если наступление одного из них исключает появление других событий в данном опыте. В противном случае события называют **совместными**. Событие, состоящее в ненаступлении события *A*, называ-

ется **противоположным** событию *A* (обозначается *A* ).

**Суммой событий** называют событие, состоящее в появле- нии хотя бы одного из этих событий.

**Произведением событий** называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

###### Теорема (сложения вероятностей несовместных событий).

Вероятность наступления суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т. е.:

*P(A + B) = P(A) + P(B).*

###### Теорема (сложения вероятностей противополож- ных событий).

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице, т. е.:

*P*( *A*)  *P*( *A*) 1.

**Теорема (сложения вероятностей совместных событий).** Вероятность наступления суммы двух совместных собы- тий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности

их совместного появления, т. е.:

*P*( *A*  *B*)  *P*( *A*)  *P*(*B*)  *P*( *AB*).

**Теорема (умножения вероятностей независимых событий).** Вероятность наступления произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий, т. е.:

*P*( *AB*)  *P*( *A*)  *P*(*B*) .

**Теорема (умножения вероятностей зависимых событий).** Вероятность наступления произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из этих событий на условную вероятность другого, вычисленную

в предположении, что первое событие наступило, т. е.:

*P*( *AB*)  *P*( *A*)  *PA* (*B*) .

Задачи для аудиторного занятия

1. В цехе работают 3 станка. Рассматриваются события *Ai* –

*i*-тый станок работает (*i* = 1, 2, 3). Запишите следующие события:

*A* – работает хотя бы 1 станок;

*B* – работают все 3 станка;

*C* – все 3 станка сломаны;

*D* – работает только 1 станок;

*E* – работают не менее 2 станков;

*F* – сломано не более 1 станка.

1. Два стрелка попадают в мишень с вероятностями 0,7 и 0,8 соответственно. Они делают по 1 выстрелу. Какова веро- ятность того, что: а) мишень поражена; б) попал только один стрелок; в) ни один из стрелков не попал?
2. На предприятии установлены 3 независимо работаю- щие сигнализации. Вероятность срабатывания их при аварии – 0,9; 0,8 и 0,85 соответственно. Найдите вероятность того, что при аварии поступят сигналы: а) от всех 3 сигнализаций; б) только от 1 сигнализации; в) хотя бы от 1 сигнализации.
3. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса: 1 теоре- тический и 2 практических. Студент знает 90 % теоретиче- ских вопросов и умеет решать 80 % задач. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен: а) на «отлично» (ответит на все вопросы); б) на «хорошо» (ответит на 2 вопроса)?
4. Для 20 лучших студентов некоторого вуза предостав- лены путевки в международные студенческие лагеря: 8 мест – в Болгарии, 7 мест – в Хорватии, остальные – в Испании. Какова вероятность того, что 3 определенных студента ока- жутся в одном лагере?
5. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окра- шены. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найдите вероят- ность того, что среди них: а) не менее 2 деталей окрашены; б) хотя бы 1 окрашена.
6. В урне лежат 3 белых и 7 черных шаров. Наудачу выбирают один, а затем второй шар. Какова вероятность того, что: а) второй шар – белый; б) шары разноцветные? Как изме- нятся вероятности, если после первого вынимания шар воз- вращается в урну?
7. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли

4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Найдите веро- ятность того, что: а) все пассажиры выйдут одновременно; б) все пассажиры выйдут на восьмом этаже; в) пассажиры выйдут на разных этажах; г) только двое пассажиров выйдут одновременно.

1. На концерт осталось 5 билетов по 100 р., 3 билета по 300 р. и 2 билета по 500 р. Определите вероятность того, что человек, купивший 2 билета, заплатил 600 р.
2. В лотерее 7 билетов, из которых 2 выигрышных. Три человека по очереди вытягивают по 1 билету. Зависит ли вероятность выигрыша от места в очереди?
3. За некоторый промежуток времени амеба может погибнуть с вероятностью 0,25, выжить с вероятностью 0,25 или разделиться на две с вероятностью 0,5. В следующий период с каждой амебой происходит то же самое. Какова вероятность, что к концу второго промежутка времени будет существовать: а) ни одна амеба; б) 2 амебы?
4. Найдите вероятность скорейшего попадания из пункта А в пункт В, если на развилках дорога выбирается случайным образом с равновероятным выбором пути.

#### А В

1. Найдите вероятность безотказной работы электриче- ской цепи, изображенной на схеме, если вероятности отказа элементов 0,1; 0,15 и 0,2 соответственно.

2

3

1

Задачи для самостоятельного решения

1. В цехе работают 3 станка. Вероятность отказа в тече- ние суток для первого станка – 0,05; для второго – 0,1; для третьего – 0,15. Найдите вероятность того, что в течение суток безотказно проработает: а) только один станок; б) хотя бы один станок; в) не менее двух станков.
2. В партии 10 деталей I сорта, 8 деталей II сорта и 4 детали III сорта. Наудачу выбрали 2 детали. Какова вероят- ность, что они одного сорта?
3. Группа туристов состоит из 8 мужчин и 6 женщин. Какова вероятность того, что среди 3 человек, отправляющих- ся на экскурсию, не менее 2 женщин?
4. В урне 10 красных и 5 синих шаров. Наудачу, один за другим, извлекают 3 шара. Какова вероятность того, что третьим будет вынут красный шар?
5. Из колоды в 52 карты выбирают наудачу 3 карты. Найди- те вероятность извлечения комбинации «тройка, семерка, туз»?
6. Бросают 4 игральных кубика. Найдите вероятность того, что: а) на всех гранях выпало разное число очков; б) на всех гранях выпало одинаковое число очков; в) только на трех гранях выпало одинаковое число очков.
7. Найдите вероятность безотказной работы электриче- ской цепи, изображенной на схеме, если вероятности отказа элементов 0,2; 0,1; 0,1; 0,3 и 0,3 соответственно.

4

1

3

2

5

###### Формула полной вероятности. Формула Бейеса

События *H1, H2, ... , Hn* называют **полной группой собы- тий**, если в результате испытания обязательно появится одно из них. Очевидно, что сумма вероятностей событий, образу- ющих полную группу, равна единице, т. е.:

*P*(*H*1 )  *P*(*H*2 ) ... *P*(*Hn* ) 1.

Пусть событие *A* может наступить при условии появления одного из событий *H1, H2, ... , Hn*, которые образуют полную группу. Эти события назовем **гипотезами**.

**Теорема (формула полной вероятности).** Вероятность события *A*, которое может наступить только вместе с одним из попарно несовместных событий *H1, H2, ... , Hn*, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соот- ветствующую условную вероятность события *A*, т. е.:

*P*( *A*)  *P*(*H*1) *PH* ( *A*)  *P*(*H*2 ) *PH*

1 2

( *A*) ... *P*(*Hn* ) *PH*

( *A*) 

*n*

*n*

 *P*(*H* )  *P*

( *A*)

 *i H* **.**

*i*1 *i*

Если событие *A* уже произошло, то вероятности гипотез мо- гут быть переоценены по **формулам Бейеса**:

*P*(*Hi* )  *PH* ( *A*)

*PA* (*Hi* )  *n*

*i* , *i* 1, 2,..., *n* .

 *P*(*Hi* )  *PH* ( *A*)

*i*1 *i*

Задачи для аудиторного занятия

1. В сборочный цех поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 0,3 % брака, второй – 0,2 %, третий – 0,4 %. Определите вероятность попадания на сборку бра- кованной детали, если с этих автоматов поступило 100, 200 и 250 деталей соответственно.
2. Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый посылает сигналов в два раза больше, чем второй. Известно, что первый датчик искажает 6 % сигналов, а второй – 3 %. Какова вероятность получить искаженный сигнал в общем канале связи?
3. В магазин поступили телевизоры из Кореи и Китая. Корейская продукция содержит 3 % телевизоров со скрытым дефектом, а китайская – 5 %. Какова вероятность приобрести в этом магазине исправный телевизор, если доля китайской продукции в нем – 60 %?
4. В супермаркете «Все для народа» проходит дегус- тация. Известно, что попробовать товар соглашаются 50 % женщин и 30 % мужчин. Какова вероятность того, что наудачу выбранный покупатель не будет дегустиро- вать продукцию, если доля покупателей-мужчин в этом магазине – 40 %?
5. В ящик с тремя одинаковыми деталями положили стандартную деталь, а затем наудачу извлекли одну деталь.

Найдите вероятность того, что извлечена стандартная деталь, если равновероятны все возможные предположения о перво- начальном составе деталей в ящике.

1. По самолету производится три выстрела с вероятнос- тями 0,5, 0,7 и 0,8. При одном попадании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6, а при трех попаданиях будет сбит наверняка. Найдите ве- роятность того, что самолет будет сбит.
2. В первой урне лежат 2 белых и 5 черных шаров, во второй – 4 белых и 2 черных. Из первой урны во вто- рую переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали 1 шар. Какова вероятность того, что: а) взятый шар –

+белый; б) были переложены 2 белых шара, если из второй урны достали белый шар?

1. Изделия проверяют два контролера, причем первый проверяет 55 % всех изделий. Первый контролер признает бракованными 10 % изделий, а второй – 2 % изделий. Изде- лие при проверке было признано стандартным. Какова веро- ятность того, что его проверил второй контролер?
2. На предприятии установлено 3 сигнализации I типа и 5 сигнализаций II типа. Сигнализация I типа срабатывает при аварии с вероятностью 0,95, а сигнализация II типа – с вероятностью 0,8. Сигнализация сработала при аварии. К какому типу сигнализаций, скорее всего, принадлежит она?
3. Число грузовых машин, проезжающих мимо АЗС, в 1,5 раза больше, чем число легковых. Вероятность того, что проезжающая машина будет заправляться для грузовика – 0,3, для легковой машины – 0,2. К АЗС подъехала машина для заправки. Какова вероятность того, что это – грузовик?
4. По статистике 5 % мужчин и 0,25 % женщин – дальто- ники. Наудачу выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность того, что этот человек – мужчина?

Задачи для самостоятельного решения

1. В пирамиде 5 винтовок, из них 3 – с оптическим при- целом. Вероятность попадания из обычной винтовки – 0,7, а из винтовки с оптическим прицелом – 0,95. Какова веро- ятность того, что мишень будет поражена, если стреляют из наудачу взятой винтовки?
2. В первой коробке лежат 12 ламп, из них 2 бракованных; а во второй коробке – 9 ламп, из них 1 бракованная. Из первой коробки наудачу взята лампа и переложена во вторую, после чего из второй коробки вынимают 1 лампу. Найдите вероят- ность того, что вынутая лампа бракованная.
3. Два стрелка в тире делают по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,6 и 0,8. Вероятность падения мишени при одном попадании – 0,5, при двух попаданиях – 0,9. Какова вероятность падения мишени?
4. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер, причем производительность у первого автомата в 2 раза больше, чем у второго. Первый автомат про- изводит 60 % деталей I сорта, а второй – 84 %. Наудачу взя- тая деталь оказалась I сорта. Какова вероятность того, что она выполнена вторым автоматом?
5. В сборной школы по легкой атлетике 20 спортсменов, из них 7 занимаются бегом, 10 спортивной ходьбой, осталь- ные – прыжками в высоту. Вероятность выполнить квалифи- кационную норму для них – 0,9, 0,8 и 0,75 соответственно. Выбранный наудачу спортсмен выполнил норму. Каким видом спорта, скорее всего, занимается он?

###### Повторение независимых испытаний

Если производится несколько испытаний, причем вероят- ность события *A* в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называют **независи- мыми относительно события** *A***.**

Пусть производят *n* независимых испытаний, в каждом из которых событие *A* может наступить с вероятностью *p* (и не наступить с вероятностью *q = 1 – p*). Поставим своей задачей найти вероятность того, что **в** *n* **испытаниях собы- тие** *A* **наступит ровно** *k* **раз –** *Pn,k(A)***.**

**Формула Бернулли.** Вероятность того, что в *n* независи-

мых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события *A* равна *p*, событие наступит ровно *k* раз (безразлично в какой последовательности), равна:

*P* ( *A*)  *Ck pk qn**k* .

*n*,*k n*

Из формулы Бернулли, очевидно, следует, что вероятность того, что в серии из *n* независимых опытов **событие** *A* **насту- пит хотя бы один раз,** равна:

*Pn*,*k* 1( *A*) 1 *Pn*,0 1 *qn* .

Отметим, что формулу Бернулли удобно применять в случае, если число опытов *n*  20 . При большом числе испы- таний пользоваться ею затруднительно. Тогда подсчет вероят- ностей можно производить по одной из следующих теорем.

**Формула Пуассона**. Если вероятность *p* появления события *A* в каждом из *n* независимых испытаний постоянна и мала, а число испытаний *n* велико, то вероятность того, что в *n* испытаниях событие *A* наступит ровно *k* раз, приближенно равна:

*P* ( *A*)  *k e*  

*n*,*k*

*k* ! , где *np* .

Отметим, что формулу Пуассона целесообразно приме- нять в случае, если 0,1  10 .

**Локальная теорема Лапласа**. Если вероятность *p* появле- ния события *A* в каждом из *n* независимых испытаний посто– янна, а число испытаний *n* велико, то вероятность того, что в *n* испытаниях событие *A* наступит ровно *k* раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше *n*):

*P* ( *A*) 

1   *k*  *np*  ,

*n*,*k*  

*npq*

*npq*

 

где

(*x*) 

1 *e*

 *x*2 2

– дифференциальная функция Лапласа.

Эта функция четная (т. е. (*x*)  (*x*) ) и табулируемая (ее зна-



2

чения приведены в таблице, для значений тать (*x*)  0 ).

*x*  4

следует счи-

**Интегральная теорема Лапласа**. Если вероятность *p* по- явления события *A* в каждом из *n* независимых испытаний постоянна, то вероятность того, что в *n* испытаниях событие *A* наступит не менее *k1* и не более *k2* раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше *n*):

*P* (*k*

 *k*  *k* )   *k*2  *np*   *k*1  *np*  ,

*n* 1 2

*npq*

*npq*

   

   

где

(*x*)  (*t*)*dt*

– интегральная функция Лапласа.

Эта функция 0нечетная (т. е.

*x*

(*x*)   (*x*) ) и табулируе-

мая (ее значения приведены в таблице, для значений полагают (*x*)  0,5 ).

*x*  5

Можно убедиться, что вероятности *Pn,k (A)* изменяются с изменением *k*, а именно: с возрастанием *k* от 0 до *n* вероят-

ности вначале растут до некоторого момента, а затем начи- нают убывать. Число *k0* называют **наивероятнейшим,** если вероятность того, что событие *A* наступит в *n* испытаниях *k0* раз, превышает (или, по крайней мере, не меньше) вероят- ности остальных возможных исходов.

Наивероятнейшее число *k0* определяют из двойного неравенства:

*np*  *q*  *k*0  *np*  *p* ,

причем: 1) если число *np - q* – дробное, то *k0* единственное;

1. если число *np - q* – целое, то существует два наивероят- нейших числа: *k0* и *k0+1*;
2. если число *np* – целое, то *k0 = np*.

**Оценка отклонения относительной частоты от постоянной вероятности**. Если вероятность *p* появле- ния события *A* в каждом из *n* независимых испытаний постоянна, то вероятность того, что абсолютная величина отклонения частоты события *A* от вероятности его появле- ния в одном опыте не превышает положительного числа

 , приближенно равна:

*P*  *m*  *p*     2   .

*n pq*

   



*n*



 

Теперь рассмотрим серию из *n* независимых испытаний, в которых вероятности появления события *A* различны. Пусть вероятность наступления события *A* в первом ис-

пытании равна *p1*, во втором испытании – *p2*, …, в *n*-ном испытании – *pn* (тогда вероятности ненаступления события *A* равны *q1, q2, ..., qn* соответственно).

**Производящей функцией вероятностей** называют функ- цию, определяемую равенством:

*n* (*z*)  ( *p*1*z*  *q*1)( *p*2 *z*  *q*2 )...( *pn z*  *qn* ) .

Тогда вероятность того, что в *n* испытаниях событие *A*

наступит ровно *k* раз *P (A)* равна коэффициенту при *zk* в раз-

*n,k*

ложении производящей функции.

Задачи для аудиторного занятия

1. Игральную кость подбрасывают 4 раза. Какова вероят- ность того, что число очков, кратное трем, появится: а) трижды; б) не менее трех раз; в) хотя бы один раз?
2. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее для каждого из них: выиграть 2 партии из 4 или 3 партии из 6?
3. Тест содержит 10 вопросов, на каждый из которых предложено 5 вариантов ответов. Студент отвечает наугад. Какова вероятность получить «зачет», если для этого доста- точно ответить на 8 вопросов?
4. Произведено 6 выстрелов по объекту. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Найдите: а) наи- вероятнейшее число попаданий и соответствующую вероят- ность; б) вероятность того, что объект будет разрушен, если для этого достаточно двух попаданий.
5. Вероятность попадания снаряда в цель равна 0,3. Сколько должно быть произведено независимых выстре- лов, чтобы вероятность, по меньшей мере, одного попадания в цель была больше, чем 0,9?
6. Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероят- ность попадания при одном выстреле для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найдите наивероятнейшее число залпов, при которых не будет ни одного попадания в мишень, и соответ- ствующую вероятность, если стрелки произведут 25 залпов.
7. Из 1000 звонков рекламного агента в 10 случаях с ним не хотят говорить. В понедельник агент сделал 100 звонков. Како- ва вероятность того, что неудачных звонков было не более двух?
8. Сколько надо провести независимых испытаний с ве- роятностью появления события в каждом испытании равной 0,3, чтобы наивероятнейшее число появлений события в этих испытаниях было равно 20?
9. Вероятность того, что игрок школьной баскетбольной команды забросит мяч в корзину при одном броске, равна 0,2. В течение тренировки он сделал 100 бросков со штрафной линии. Какова вероятность того, что он набрал 15 очков?
10. Вероятность попадания в цель при одном выстреле – 0,1. Найдите вероятность попадания в цель хотя бы двух пуль, если сделано 100 выстрелов.
11. Вероятность выздоровления больного в результате применения нового лекарства равна 0,8. Сколько вылечив- шихся пациентов из 100 можно ожидать с вероятностью 0,06?
12. Вероятность появления события в каждом из 100 не- зависимых испытаний равна 0,8. Найдите вероятность того, что это событие появится: а) не менее 75 и не более 90 раз; б) не менее 75 раз; в) не более 74 раз.
13. В знаменитом голландском парке цветов Кекенхоф ежегодно высаживают около 7 млн. цветов, всхожесть кото-

рых в среднем составляет 90 %. Какова вероятность, что в се- зоне 2011 года, посвященного России, взойдет не менее 90 % посаженных растений?

1. Вероятность появления события в каждом из 400 неза- висимых испытаний равна 0,2. Какова вероятность того, что относительная частота этого события отклонится от его веро- ятности не более чем на 2 %?
2. Вероятность брака при производстве корпусной мебели равна 2 %. Определите максимально возможное с вероятностью 0,996 отклонение частоты дефектной мебели от вероятности в партии из 100 буфетов.
3. Известно, что на данном оборудовании 5 % продукции выходят с дефектом. Сколько изделий надо отобрать, чтобы с вероятностью 0,996 можно было утверждать, что доля брака в этой партии отличается от статистики не более чем на 2 %?
4. Производят 3 независимых выстрела по мишени с раз- личных расстояний, с вероятностями попадания 0,2, 0,3 и 0,5 соответственно. Найдите вероятности: а) двух попаданий; б) не менее двух попаданий.

Задачи для самостоятельного решения

1. Монету подбрасывают 5 раз. Какова вероятность того, что

«герб» выпадет: а) дважды; б) менее двух раз; в) хотя бы два раза?

1. В семье пятеро детей. Найдите наивероятнейшее чис- ло мальчиков в этой семье и соответствующую вероятность, если вероятность рождения мальчика – 0,51.
2. Найдите наивероятнейшее число ясных дней в пер- вой декаде сентября и соответствующую вероятность, если из многолетних наблюдений известно, что в сентябре в сред- нем бывает 12 ненастных дней.
3. Задачник издан тиражом 20 тысяч экземпляров. Веро- ятность того, что он сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Какова вероятность того, что в этом тираже 3 бракованные книги?
4. Чему равна вероятность наступления события в каждом из 29 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равно 20?
5. Найдите вероятность того, что среди 100 новорожденных будет 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика – 0,51.
6. Всхожесть семян кактуса вида Rebutia minuscula при температуре 20% равна 0,95. Найдите вероятность того, что из 200 посаженных семян не менее 160 дадут всходы.
7. Вероятность появления события в каждом независимом испытании равна 0,5. Найдите число испытаний, при котором с вероятностью 0,7698 можно ожидать, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.
8. Завод изготавливает изделия, каждое из которых под- вергается трем видам проверки. Первый вид проверки прохо- дит 90 % всех деталей, второй – 85 %, а третий – 80 % деталей. Найдите вероятность того, что изделие пройдет: а) все три ис- пытания; б) два испытания; в) не менее двух испытаний.

# Глава 2. Случайные величины

###### Дискретные случайные величины. Закон распределения и числовые характеристики.

**Случайная величина** – величина, которая в результате опы- та примет одно и только одно значение, неизвестное заранее.

Если случайная величина принимает отдельные, изоли- рованные значения, то ее называют **дискретной**; если же случайная величина принимает все значения из некоторого промежутка (конечного или бесконечного), то ее называют **непрерывной**.

**Закон распределения дискретной случайной величины** – соответствие между ее возможными значениями и соответ- ствующими вероятностями (его можно задать таблично – ряд распределения, аналитически или графически).

Если в прямоугольной системе координат *Oxp* отметить точ- ки *(xi, pi)*, где *xi* – возможные значения случайной величины *X,* а *pi* – соответствующие вероятности, и соединить эти точки от-

резками прямых, то получим **многоугольник распределения.**

**Математическое ожидание дискретной случайной величины –** сумма произведений всех ее возможных значе- ний на их вероятности, т. е.:

*M* ( *X* )  *mX*

 *x*1 *p*1  *x*2 *p*2 ... *xn pn*   *xi pi* .

*i*1

*n*

Свойства математического ожидания:

1. *M(C) = C*,
2. *M(CX) = CM(X),*
3. *M* ( *X*  *Y* )  *M* ( *X* )  *M* (*Y* ) ,
4. *M* ( *X* *Y* )  *M* ( *X* )  *M* (*Y* ) ,
5. для биномиального распределения *M(X) = np*.

**Дисперсия (рассеяние) дискретной случайной вели- чины –** математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, т. е.:

*D*( *X* )  *M*  *X*  *M* ( *X* )2 .

На практике часто используют следующую формулу:

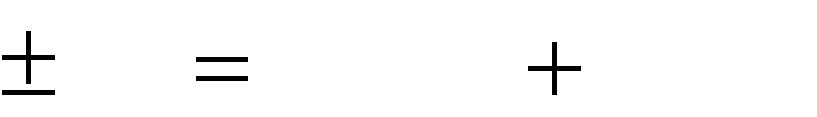
*D*( *X* )  *M* ( *X* 2)  *M* 2( *X* ) ,

где *M*  *X* 2  

*n x*2 *p* .

 *i i i*1

Свойства дисперсии:

* 1. *D(C) = 0*,
  2. *D(CX) = C2D(X)*,
  3. *D*( *X Y* )

*D*( *X* )

*D*(*Y* ),

* 1. *D*( *X* *Y* )  *M* ( *X* 2)  *M* (*Y* 2)  *M* 2( *X* )  *M* 2(*Y* ) ,
  2. для биномиального распределения *D(X) = npq*.

**Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины** – квадратный корень из дисперсии, т. е.:

 ( *X* )  *D*( *X* ) .

**Мода** *Mo (X)* **дискретной случайной величины** – значе- ние случайной величины, принимаемое с наибольшей вероят- ностью по сравнению с двумя соседними значениями.

**Функция распределения случайной величины** – функ- ция, определяющая для каждого значения аргумента вероят- ность того, что случайная величина примет значение меньше, чем значение этого аргумента, т. е.:

*F* (*x*)  *P*( *X*  *x*) .

Свойства функции распределения:

1. *x* :0  *F* (*x*) 1,
2. *F (x)* – неубывающая функция,
3. *P*(*a*  *X*  *b*)  *F* (*b*)  *F* (*a*) ,
4. lim *F* (*x*)  0 , lim *F* (*x*) 1,

*x* *x*

1. *F(x)* непрерывна слева.

Задачи для аудиторного занятия

1. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывают один выигрыш в 500 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Найдите закон распределения случайной величины *X* – размера возможного выигрыша для владельца одного билета и постройте многоугольник распределения.
2. В партии, состоящей из 6 деталей, 4 стандарт- ных. Для контроля выбирают 3 детали. Составьте закон распределения случайной величины *X* – числа стандарт- ных деталей среди отобранных. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.
3. Монета брошена три раза. Составьте закон распределе- ния случайной величины *X* – числа выпадений герба, постройте многоугольник распределения. Найдите числовые характерис- тики этой случайной величины (двумя способами).
4. В первой урне лежат 4 синих и 12 красных шаров, во второй – 6 синих и 8 красных. Из каждой урны наудачу взяли по одному шару. Найдите закон распределения и число- вые характеристики случайной величины *X* – числа красных шаров из двух вынутых.
5. Стрелок попадает в мишень при одном выстреле с вероятностью 0,3. Имея три патрона, он стреляет до первого попадания или пока не кончатся патроны. Составьте закон распределения случайной величины *X* – числа израсходован- ных патронов. Найдите функцию распределения этой случай- ной величины и постройте ее график. Вычислите числовые характеристики случайной величины *X*.
6. Дискретная случайная величина принимает значения

-1; 0; 1, а ее числовые характеристики *M(X) = 0,1*; D(X) = 0,89. Составьте закон распределения этой случайной величины, найдите ее функцию распределения и постройте график.

1. Дискретная случайная величина может принимать два значения – *x1* с вероятностью 0,3 и *x2* с вероятностью 0,7

(*x2*  *x* ). Составьте закон распределения этой случайной

*1*

величины, найдите ее функцию распределения и постройте график, если ее числовые характеристики *M(X)* = 2,7, а *D(X)* = 0,21.

1. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события *A* в каждом опыте. Дис- персия числа появлений события *A* в трех испытаниях равна 0,63. Найдите недостающие числовые характеристики этой случайной величины.
2. Дискретная случайная величина задана законом рас- пределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 2 | 4 | 7 |
| *p* | 0,5 | 0,2 | 0,3 |

Найдите функцию распределения этой случайной величи-

ны и вероятности:

*P*(3  *X* 10) .

*P*( *X*  3), *P*( *X*  3),

*P*(*X*  0), *P*(4  *X*  6),

1. Дискретные независимые случайные величины зада- ны законами распределения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |  | *Y* | 0 | 1 |
| *p* | 0,1 | 0,6 | 0,3 | *p* | 0,2 | 0,8 |

Найдите закон распределения и числовые характери- стики случайной величины Z = X+Y (двумя способами: исходя из закона распределения и пользуясь свойствами числовых характеристик). Найдите функцию распределения

этой случайной величины и вероятности:

*P*(0  *Z*  2,5), *P*(1 *Z*  7) .

*P*(*Z*  2), *P*(*Z*  4),

Задачи для самостоятельного решения

1. Игральная кость брошена трижды. Составьте закон распределения случайной величины *X* – числа появлений шестерки. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.
2. В урне лежат 3 синих и 5 белых шаров. Наудачу выбирают 4 шара. Составьте закон распределения случай- ной величины *X* – количества извлеченных синих шаров. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.
3. Производят три выстрела по мишени с вероятностями попадания – 0,3; 0,4; 0,7 соответственно. Найдите закон рас- пределения и числовые характеристики случайной величины *X* – числа попаданий в цель. Найдите функцию распределе- ния этой случайной величины и постройте ее график.
4. На пути движения машины 4 светофора, каждый из которых либо разрешает дальнейшее движение с вероятно- стью 0,3, либо запрещает с вероятностью 0,7. Найдите закон распределения и числовые характеристики случайной вели- чины *X* – числа пройденных светофоров до первой остановки. Найдите функцию распределения этой случайной величины и постройте ее график.
5. Дискретная случайная величина принимает значения 1; 2; 3, а ее числовые характеристики *M(X)* = 2,3; *D(X)* = 0,61. Составьте закон распределения этой случайной величины, найдите ее функцию распределения и постройте график.
6. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 2 | 6 | 10 |
| *p* | 0,4 | 0,5 | 0,1 |

Найдите функцию распределения этой случайной величины

и вероятности:

*P*(1 *X* 15).

*P*( *X*  5), *P*( *X*  5), *P*( *X*  0), *P*(6  *X*  9),

###### Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность вероятности,

**числовые характеристики**

Напомним, что случайная величина называется **непрерыв- ной**, если все ее значения непрерывно заполняют некоторый промежуток (конечный или бесконечный).

Непрерывная случайная величина может быть зада- на функцией распределения или дифференциальной функцией распределения. Отметим, что если случай- ная величина непрерывна, то ее функция распределения непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек.

**Дифференциальная функция распределения (плотность распределения вероятностей) непрерывной случайной ве- личины** – производная ее функции распределения, т. е.:

*f* (*x*)  *F*(*x*) .

График дифференциальной функции распределения назы- вают **кривой распределения**.

Свойства плотности распределения:

* 1. *x* : *f* (*x*)  0 ,

*b*

* 1. *P*(*a*  *X*  *b*)   *f* (*x*) *dx* ,

*a*



* 1. 



*f* (*x*) *dx* 1,

#### lim

*x*

*f* (*x*)  0 ,

*x*

* 1. *F* (*x*)  



*f* (*t*) *dt* .

**Математическое ожидание непрерывной случайной величины** – число, определяемое равенством:



*M* ( *X* )  



*x f* (*x*) *dx* .

**Дисперсия (рассеяние) непрерывной случайной ве- личины –** математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, т. е.:

*D*( *X* )    *x*  *M* ( *X* )2 *f* (*x*) *dx* .

  



На практике часто используют следующую формулу:

*D*( *X* ) 



 *x*2



*f* (*x*) *dx*  *M* 2( *X* ) .

Свойства математического ожидания и дисперсии, отме- ченные выше для дискретных случайных величин, остаются справедливыми и для непрерывных случайных величин.

**Среднее квадратическое отклонение непрерывной слу- чайной величины** – квадратный корень из дисперсии, т. е.:

 ( *X* ) 

*D*( *X* ) .

**Мода** *Mo(X)* **непрерывной случайной величины** – точка локального максимума плотности вероятности *f(x)*.

**Медиана** *Me(X)* **непрерывной случайной величины** – такое ее значение, для которого

*P*  *X*  *Me*(*X* )  *P*  *X*  *Me*(*X* )  1 .

2

Геометрически медиану можно истолковать как точку, в которой ордината *f(x)* делит пополам площадь под кривой распределения.

Задачи для аудиторного занятия

1. Непрерывная случайная величина задана функцией

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| распределения: |  | | |
| *F* (*x*) | 0,  0,5*x*  1, | *если x* 1, *если* 2 *если x* | 2;  *x* 4;  4. |

Найдите вероятность того, что в результате испытания случайная величина *X* примет значение: а) меньшее 0,2; б) меньшее 3; в) не меньшее 3; г) не меньшее 5; д) больше, чем 2, но меньше, чем 2,5.

1. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

 3 sin 3*x*, *если* 0  *x*   ;

*f* (*x*)   2 3



0,





*если x*  0, *x*  3 .

Найдите вероятность того, что в результате испыта- ния случайная величина *X* примет значение из интервала: а)   ;   ; б)   ;   .

6 4

4 2

 

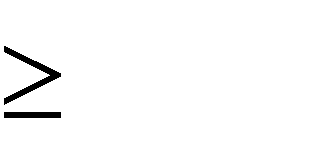
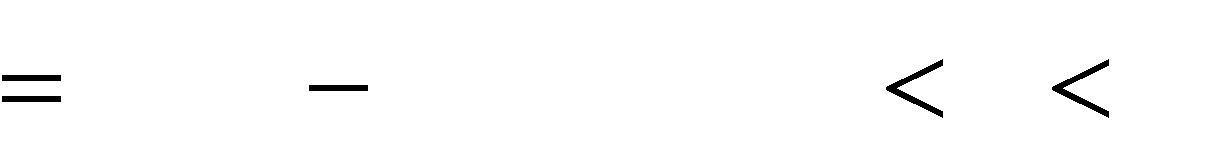
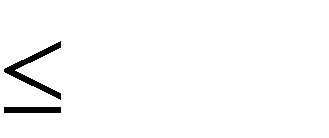
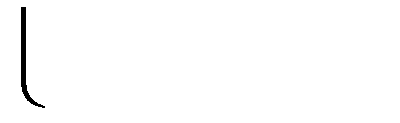
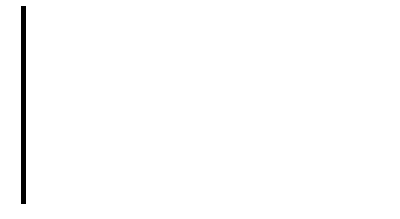
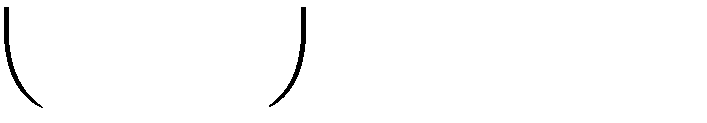
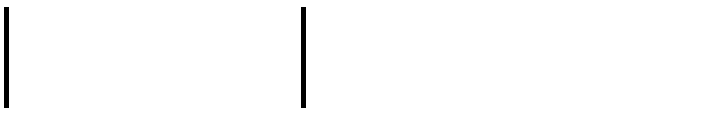
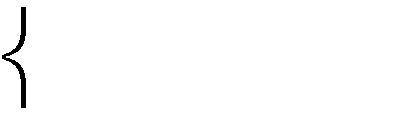
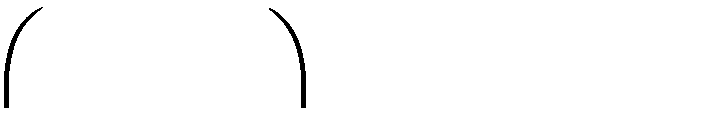
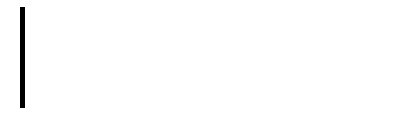
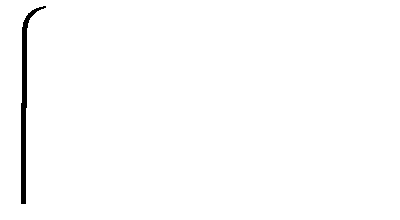
 

   

1. Непрерывная случайная величина задана функцией

плотности вероятностей:

*f* (*x*)



0,

*c* 1

0,

*если x*

3

*x* , *если* 1

*если x*

1;

*x* 3;

3.

Найдите параметр *с* и числовые характеристики этой слу- чайной величины. Вычислите вероятность попадания случай- ной величины в интервал (0; 2) и покажите ее на графике.

1. График дифференциальной функции распределения случайной величины имеет вид:

*f* (*x*)

0

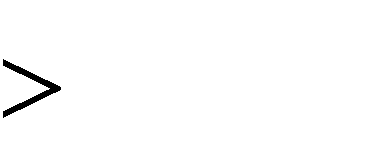
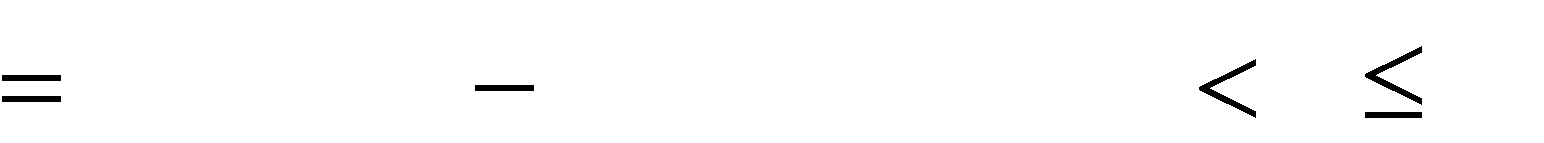
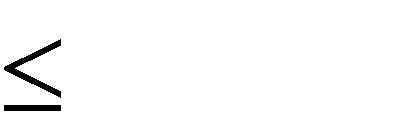
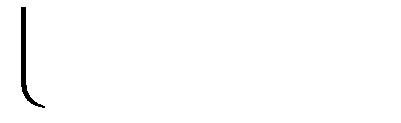
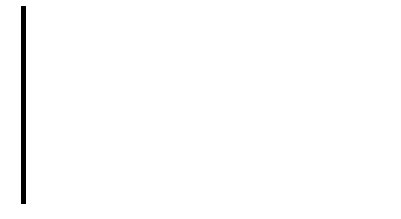
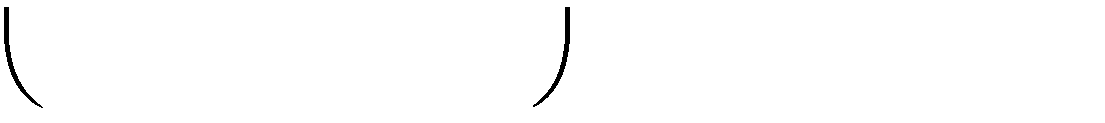
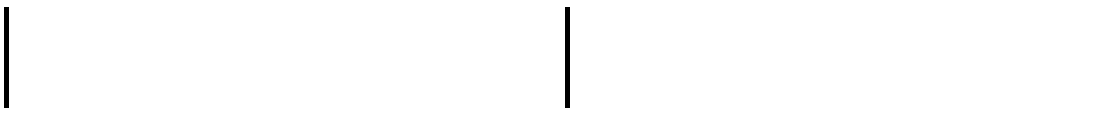
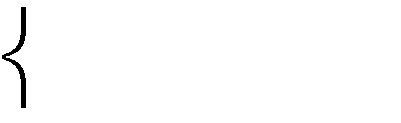
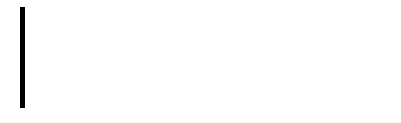
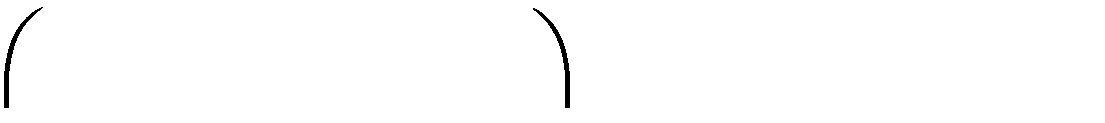
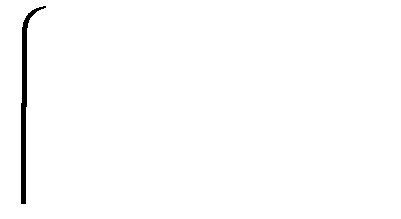
2

*x*

Найдите максимальное значение функции *f(x)* и числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите ве- роятность попадания случайной величины в интервал (0; 1) и покажите ее на графике.

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

*F* (*x*)



0,

*а* 3 *x*2

2

1 *x*3

3

1,

*если x* 0;

, *если* 0 *x* 3;

*если x* 1.

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой слу- чайной величины. Вычислите вероятность того, что в резуль- тате опыта значение случайной величины попадет в интервал (0,5; 1), и покажите ее на графике.

1. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

0,

*f* (*x*)  



*a* sin *x*,





*если x*  0,

*если* 0  *x* 

*x*   ;

#### 3

 .

#### 3

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Найдите функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*. Вычислите вероятность попа-

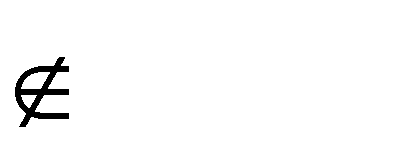
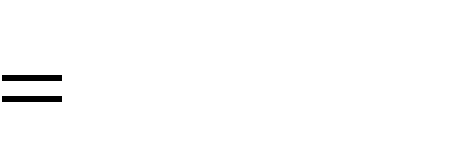
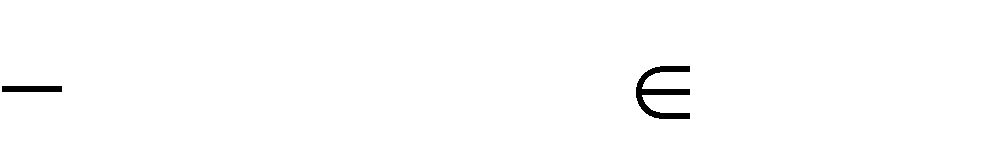
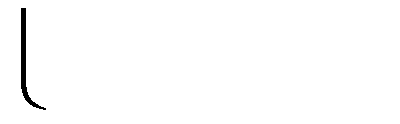
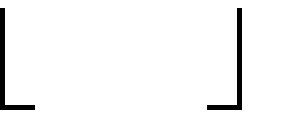
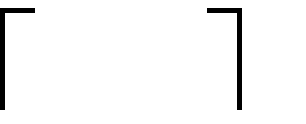
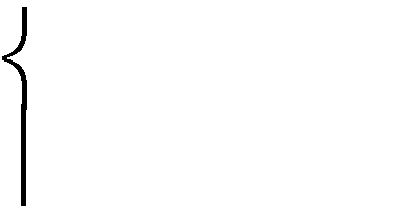
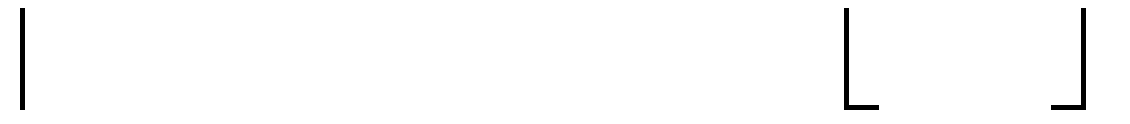
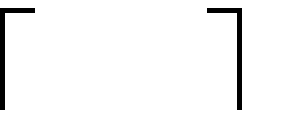
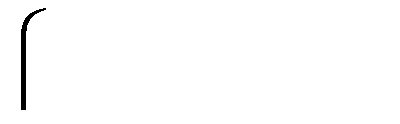
дания случайной величины в интервал   ; 3  .

 3 2 

 

1. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

*f* (*x*)



4 6*x*, *если x*

0, *если x*

0, *a* ;

0, *a* .

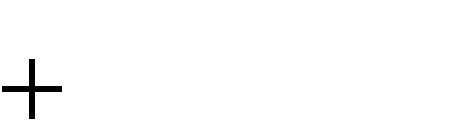
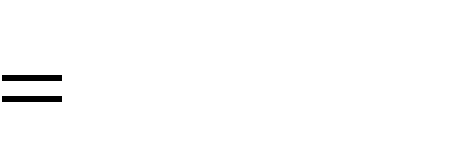
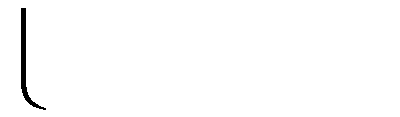
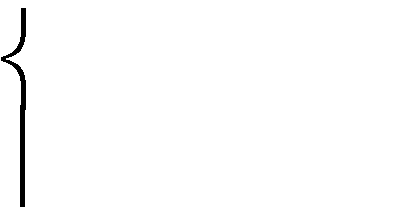
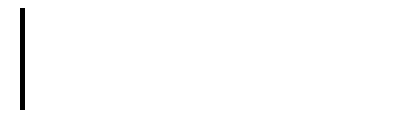
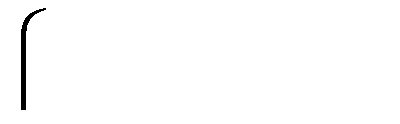
Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Найдите функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*.

1. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

*f* (*x*)

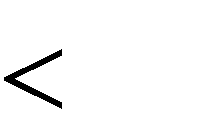
0,

*A*2 ,

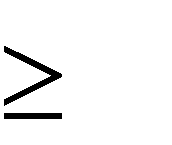


##### если x

*если x*



1;



1.

1 *x*2

Найдите параметр *A* и интегральную функцию распределе- ния. Вычислите вероятность того, что в результате испытания

значение случайной величины попадет в интервал  1 ; 3  .

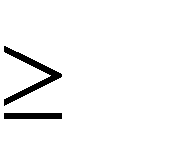
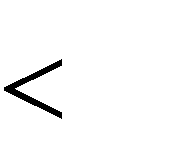
 



3

 

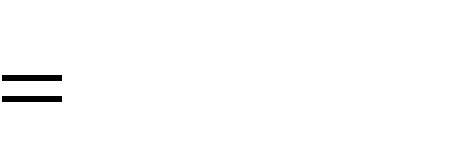
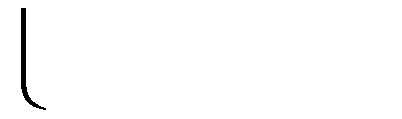
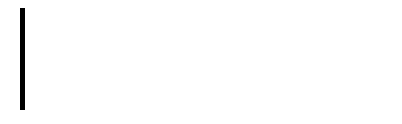
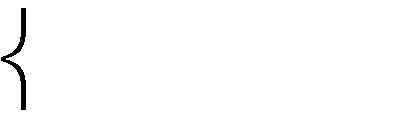
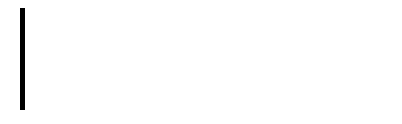
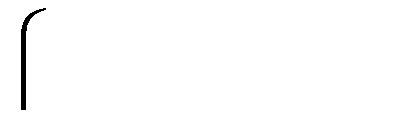
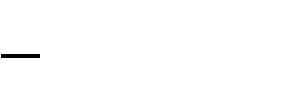
1. Случайная величина *X* имеет непрерывную плотность:



0

0.

*f* (*x*)



*aex*, *если x*

##### be x, если x

Найдите неизвестные параметры, функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*. Вычислите вероятность того, что в результате испытания значение случайной величины по- падет в интервал (-1; 2).

Задачи для самостоятельного решения

* 1. Непрерывная случайная величина задана функцией

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| распределения: |  | |
| 0, | *если x* | 0; |
| *F* (*x*) *а*(*x*2 | *x*), *если* 0 | *x* 1; |
| 1, | *если x* | 1. |

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой слу- чайной величины. Вычислите вероятность попадания случай- ной величины в интервал (0,5; 1) и покажите ее на графике.

* 1. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

*f* (*x*)  0,

*если x*  0, *x*   ;

*a*sin *x*,



*если* 0  *x*  .

Вычислите параметр *a*, вероятность попадания случайной

величины в интервал

  ; *M* ( *X* )  . Найдите функцию распре-

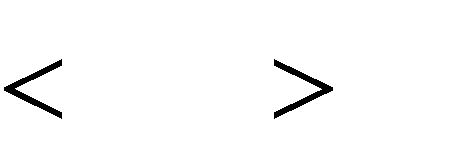
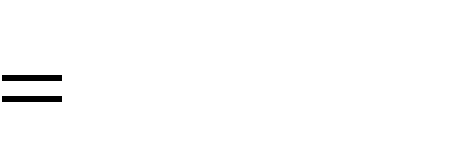
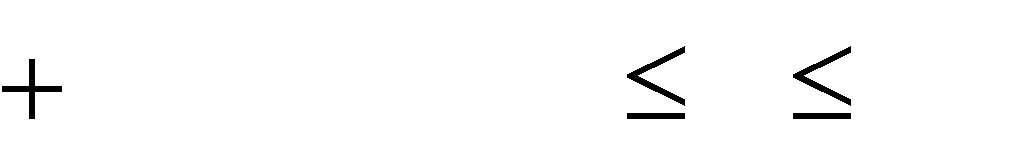
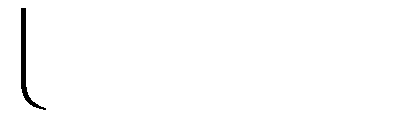
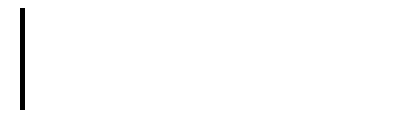
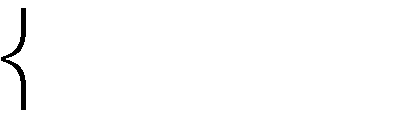
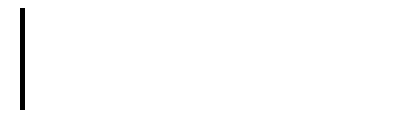
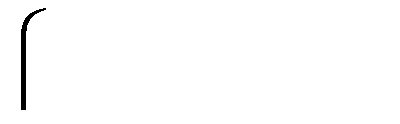
 3 

 

деления и постройте графики *f(x), F(x)* .

* 1. Случайная величина *X* имеет непрерывную плотность:

*f* (*x*)



*ax*2 *bx*, *если* 0 *x* 3;

0, *если x* 0, *x* 3.

* 1. Найдите неизвестные параметры, числовые характери- стики, функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*.

Непрерывная случайная величина задана плотностью рас-

*ex*  *e* *x*

пределения

*f* (*x*)  2*c* на всей числовой прямой. Найдите не-

известный параметр *c* и интегральную функцию распределения.

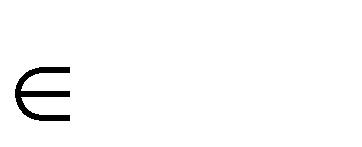
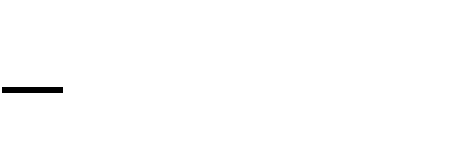
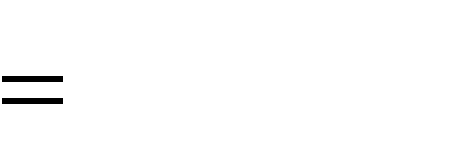
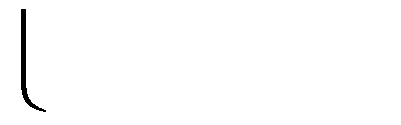
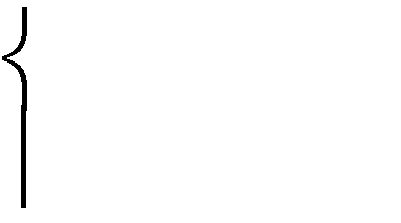
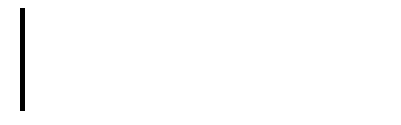
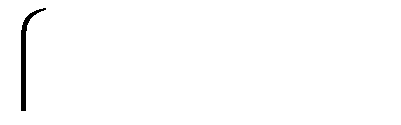
###### Некоторые типичные законы распределения непрерывных случайных величин

Непрерывная случайная величина называется **равномерно распределенной** на интервале *(a, b)*, если ее плотность вероят- ностей постоянна на этом интервале, а вне его равна нулю, т. е.:

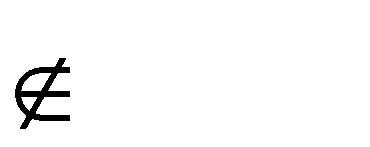
*f* (*x*)

1 , *если x*

*b a*



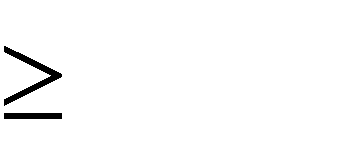
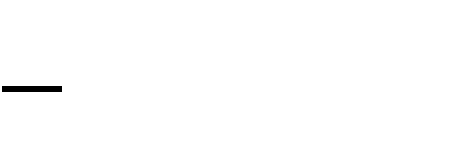
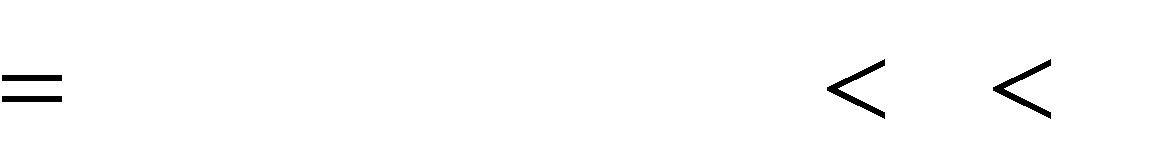
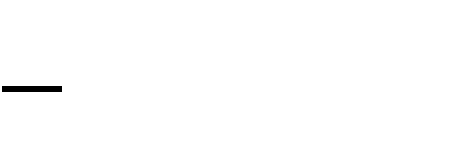
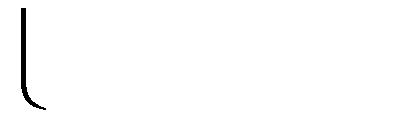
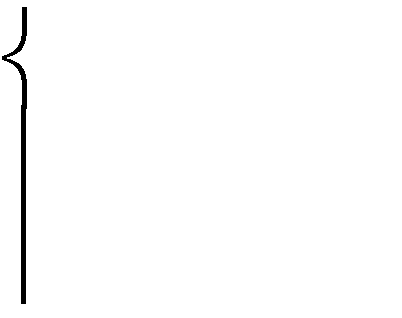
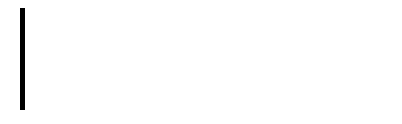
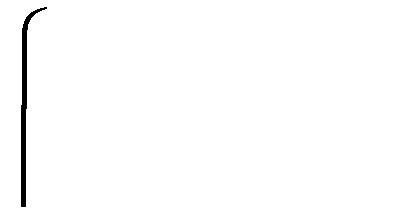
(*a*,*b*);



(*a*,*b*).

0, *если x*

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:



0,

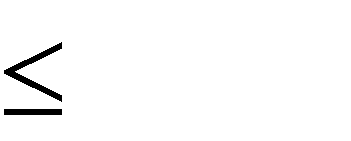
*b a*

1,

*x a* ,

*если x*

*если a x b*; *если x b*.



*a*;

*F* (*x*)

Числовые характеристики равномерного распределения можно вычислить по формулам:



3

*M* ( *X* )  *Me*( *X* )  *a*  *b* ,

2

*D*( *X* )  (*b*  *a*)2 ,

12

  *X*   (*b*  *a*) .

Вероятность попадания равномерной случайной величины в интервал  ,   , принадлежащий целиком интервалу *(a, b)*, можно вычислить по формуле:

6

*P*(  *X*   )    .

*b*  *a*

Непрерывная случайная величина называется распреде- ленной по **показательному (экспоненциальному) закону**, если ее плотность вероятностей имеет вид:

*f* (*x*)   *e**x* ,

0,



*если x*  0;

*если x*  0,

где положительное число  называется параметром распределения.

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:

*F*(*x*)  1 *e**x* ,



0,

*если x*  0;

*если x*  0.

Числовые характеристики показательного распределения можно вычислить по формулам:

*M* ( *X* )  1 ,



*D*( *X* )  1 ,

 2

 ( *X* )  1 .



Вероятность попадания показательной случайной величи- ны в интервал  ,   можно вычислить по формуле:

*P*(  *X*   )  *e*  *e* .

Непрерывная случайная величина называется распреде- ленной по **нормальному закону**, если ее плотность вероят- ностей имеет вид:

*f* (*x*) 

1 *e*



2

( *x**a*)2

2 2 ,

*x*  *R*.

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:

*F* (*x*)  0,5   *x*  *a*  .

  

 

Числовые характеристики нормального распределения можно вычислить по формулам:

*M* ( *X* )  *Mo*( *X* )  *Me*( *X* )  *a*,

*D*(*X* )   2,

 (*X* )   .

Вероятность попадания нормально распределенной

случайной величины в интервал  ,  

по формуле:

можно вычислить

*P*(  *X*   )     *a*     *a*  .

     

   

Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания можно вычислить по формуле:

*P*  *X*  *a*     2  .

  

 

Последняя формула позволяет сделать важный вывод – **правило трех сигм**: практически достоверно, что абсолютное отклонение нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания не превосходит утроенного

среднего квадратического отклонения, т. е. все ее значения ле- жат в промежутке *a*  3 , *a*  3  .

Задачи для аудиторного занятия

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна в интервале (0, 4) и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на промежутке (-5, 3). Найдите дифференциаль- ную и интегральную функции распределения и числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите ве- роятность попадания случайной величины в интервал (-2,1) и покажите ее на графике.
3. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляют до ближайшего целого де- ления. Найдите вероятность того, что при измерении будет сделана ошибка: а) меньшая 0,04; б) большая 0,05.
4. Автобусы маршрута «Самара – Тольятти» идут по рас- писанию с интервалом движения 30 минут. Время, в течение которого пассажиру приходиться ждать автобус, представля- ет собой случайную величину, распределенную равномерно. Найдите вероятность того, что пассажир, наудачу приехавший на автовокзал, будет ожидать очередной автобус менее 10 минут.
5. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром   0,5 . Найдите дифференци- альную и интегральную функции распределения, постройте их

графики. Вычислите числовые характеристики этой случай- ной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (1, 2) и покажите ее на графике.

1. Время работы прибора до поломки подчинено пока- зательному закону распределения. Какова вероятность того, что прибор проработает безотказно а) 200 часов; б) 800 часов, если среднее время работы прибора 400 часов?
2. Время безотказной работы прибора имеет показательное

распределение

*F* (*xt* ) 1 *e*0,01*t* (*t*  0) . Найдите время гарантий-

ной работы прибора. Какова вероятность того, что прибор прора- ботает безотказно: а) менее 200 часов? б) не менее 200 часов?

1. Время безотказной работы прибора имеет показатель- ное распределение. Найдите вероятность того, что прибор проработает не менее 600 часов, если среднее время работы прибора 300 часов.
2. Выберите из перечисленных ниже законов распределе- ния те, которые являются нормальными. Постройте их графики и определите числовые характеристики этих случайных величин.

( *x*3)2

а) *f* (*x*)  1 *e*

6

6 ; в)





2



*f* (*x*)  10 *e* 400( *x*20)2 ;

б) *f* (*x*)  1 *e*

2

4

( *x*2)2

8

; г)

*f* (*x*) 

*e* 2( *x*5)2 .

1. Случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами *а*  5,  2 . Запишите дифференциаль-

ную и интегральную функции распределения этой случайной величины. Найдите вероятность того, что значение случай- ной величины попадет в интервал (1, 10).

1. Диаметр подшипников представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с матема- тическим ожиданием 20 мм и дисперсией 0,16 мм2. Найдите вероятность поступления на конвейер бракованной детали, если разрешено отклонение размера диаметра от его среднего значения не более чем на 1 мм.
2. Размер детали, изготавливаемой станком-автоматом, задан полем допуска 40 – 42 мм. Средний размер детали

равен 40,6 мм, а среднее отклонение – 0,5 мм. Вычислите процент брака при производстве таких деталей, при усло- вии, что их размер – случайная величина, распределенная по нормальному закону.

1. Диаметр деталей представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону. Ее математическое ожидание равно 3,5 см, а дисперсия – 0,01 см2. В каких грани- цах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,98?
2. Продолжительность горения электрической лампы в некоторой партии – нормально распределенная величи- на с математическим ожиданием 1200 ч и средним квадра- тическим отклонением 50 ч. Найдите вероятность того, что продолжительность горения наугад взятой лампы составила 1200  80 часов.
3. Известно, что рост человека подчиняется нормально- му закону распределения. Для некоторой группы лиц средний рост оказался равным 170 см со средним отклонением 5 см. Какова вероятность того, что случайно выбранное лицо выше 165, но ниже 168 см? Каков процент таких лиц в этой группе?

Задачи для самостоятельного решения

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна на отрезке [-0,1; 0,1] и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите веро- ятность попадания случайной величины в интервал (0; 0,05) и покажите ее на графике.
2. Минутная стрелка электрических часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найдите вероятность того, что в данное мгновение часы показывают время, отличающе- еся от истинного не более чем на 20 секунд.
3. Непрерывная случайная величина имеет показа-

тельное распределение с параметром   2 . Найдите диф-

ференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характери- стики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (0,5; 1) и покажите ее на графике.

1. Время безотказной работы прибора имеет показатель- ное распределение с интенсивностью   0,3. Найдите время гарантийной работы прибора. Какова вероятность того, что

прибор проработает безотказно: а) два года? б) не менее 4 лет?

1. Случайная величина распределена по нормальному

закону с параметрами *а*  6,   2 . Запишите дифференци-

альную и интегральную функции распределения этой слу- чайной величины. Какова вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 7)?

1. Диаметр некоторой партии гаек представляет слу- чайную величину, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием 16 мм и дисперсией 0,09 мм2. Найдите вероятность поступления на конвейер бракованной детали, если разрешено отклонение размера диаметра от его среднего значения не более чем на 0,5 мм. В каких границах можно гарантировать диаметр гайки с вероятностью 0,9?

# Индивидуальные задания

###### Вариант 1

Случайные события

* 1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события *А*1 – появление двух гербов, *А*2 – появление герба и надписи?
  2. В классе 30 учеников: 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из трех вопросов, заданных учителем, отвечает один ученик. Какова вероятность того, что среди ответивших было два мальчика и одна девочка?
  3. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один, а затем другой валик. Найдите вероятность того, что второй валик конусный.
  4. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изде- лий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, рав- на 0,0002. Найдите вероятность того, что на базу придут 4 поврежденные изделия.
  5. Вероятность поражения движущейся мишени при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что при 2000 выстрелах отклонение частоты попада- ния от его вероятности не будет превышать по абсолютной величине 0,03?
  6. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетная, а на грани одной из костей появится пятерка.
  7. В жюри из трех человек два человека независимо друг от друга принимают правильное решение с вероятностью *p,* а третий для вынесения решения бросает монету (оконча- тельное решение выносится большинством голосов). Жюри

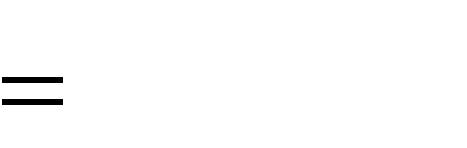
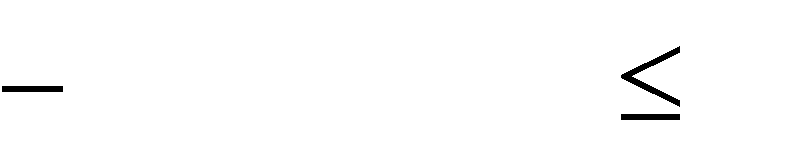
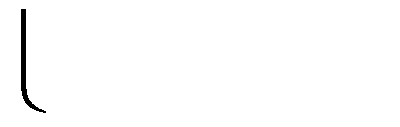
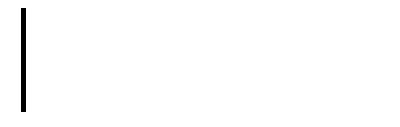
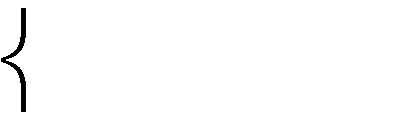
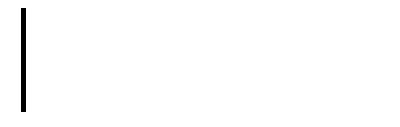
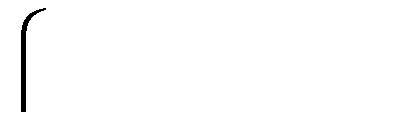
из одного человека выносит справедливое решение с вероят- ностью *p*. Какое из этих жюри выносит справедливое реше- ние с большей вероятностью?

* 1. На стройку поступает 50 % деталей с первого завода, 20 % – со второго, 30 % – с третьего завода. Первый завод дает 2 % брака, второй – 3 %, третий – 1 %. В результате поступления бракованной детали возникла авария. Какова вероятность того, что бракованная деталь была изготовлена на втором заводе?
  2. Определите вероятность того, что при пяти броса- ниях монеты число выпадений герба будет равно: а) трем; б) не менее трех.

Случайные величины

1. В одной урне 3 белых и 9 черных шаров, а в другой – 8 белых и 4 черных. Из каждой урны взяли по шару. Най- дите закон распределения белых шаров среди этих двух и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распределения. Найдите функцию распре- деления *F*(*x*) и постройте ее график.
2. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятности:

*f* (*x*)



*A*(1 *x*), *если x* 1; 0, *если x* 1.

Определите постоянный коэффициент *А*, *М*(*X*), *D*(*X*), *P*(0,5 < *X* <1), постройте график *f*(*x*).

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна в интервале (1, 6) и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равны соответственно 3 и 3 . Запишите дифференциальную функцию распределения, постройте ее график. Какова веро- ятность того, что в результате испытания эта случайная вели- чина примет значение из интервала (1, 3)?

# Вариант 2

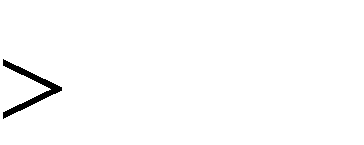
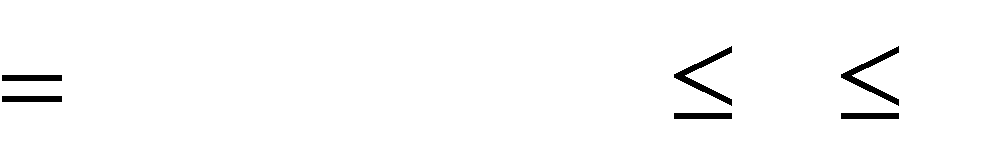
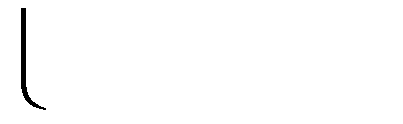
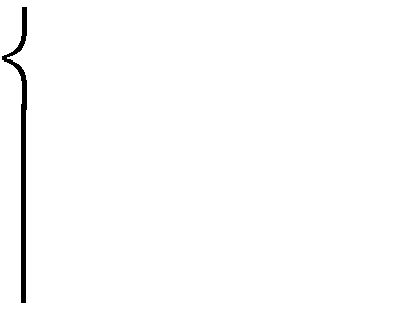
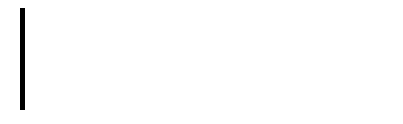
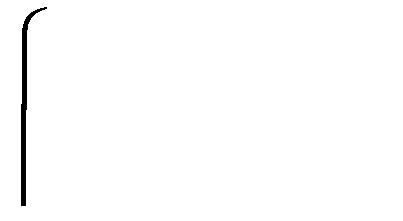
Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – два выстрела по мишени; события *А*1 – хотя бы одно попадание, *А*2 – хотя бы один промах?
2. Вероятность выпуска изделия, отвечающего утверж- денным техническим нормам, равна 0,9. Какова вероятность в партии из 300 изделий получить 265 стандартных?
3. На сборку поступило 35 конусных и 30 эллиптиче- ских валиков. Сборщик наудачу взял один валик, а затем, не возвращая его, второй. Какова вероятность того, что пер- вый валик был конусным, а второй – эллиптическим?
4. В ящике находится 54 одинаковых по виду и весу дета- лей, помеченных номерами от 1 до 54. Какова вероятность того, что наудачу вынутая деталь окажется с номером, кратным 3?
5. Вероятность всхожести семян ржи составляет 90 %. Чему равна вероятность того, что из 6 семян взойдут 4?
6. Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый посылает в 2 раза больше сигналов, чем вто- рой. Вероятность получить искаженный сигнал от первого датчика равна 0,06; от второго – 0,03. Какова вероятность того, что наугад выбранный из общего канала связи сигнал будет искаженным?
7. Студент знает 45 из 60 вопросов программы. Каж- дый экзаменационный билет содержит пять вопросов. Найдите вероятность того, что студент знает ответ только на три вопроса билета.
8. Первый рабочий производит 55 % всех деталей, второй рабочий – 45 %. В продукции первого – 2 % брака, у второго – 3 %. Случайно взятая деталь оказалась бракован- ной. Какова вероятность того, что она сделана вторым рабочим?
9. Две монеты подбрасываются 1000 раз. Найдите приб- лиженное значение вероятности того, что число выпадений комбинации «герб – герб» будет заключено между 236 и 264.

Случайные величины

1. Функция распределения случайной величины имеет вид:

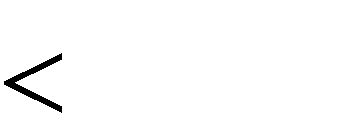
2



0, *если x*

*x*2 , *если* 0 *x* 1;

1, *если x* 1.



0;

*F* (*x*)

Найдите функцию плотности вероятности и вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0,5; *M(X)*). Постройте графики функций *F*(*x*) и *f*(*x*).

1. Из ящика с десятью шарами (среди которых 7 белых и 3 черных) одновременно извлекаются 4 шара. Запишите закон распределения вероятностей числа белых шаров в выборке. Постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения *F*(*x*). Найдите числовые характери- стики этой случайной величины.
2. Непрерывная случайная величина имеет показатель-

ное распределение с параметром

  0, 4 . Запишите диффе-

ренциальную и интегральную функции распределения этой случайной величины, постройте их графики. Вычислите чис- ловые характеристики этой случайной величины и определи- те вероятность попадания ее в интервал (2, 5). Покажите эту вероятность на графике.

1. Диаметр подшипников, выпускаемых заводом, есть величина, распределенная по нормальному закону с мате- матическим ожиданием 8 мм и дисперсией 0,16 мм2. Какова вероятность брака по размеру диаметра, если разрешенный допуск  0,6 мм?

###### Вариант 3

Случайные события

1. Являются ли равновозможными события: опыт – выстрел по мишени; события *А*1 – попадание, *А*2 – промах?
2. В ящике имеется 5 деталей, изготовленных заводом

№1, и 10 деталей, изготовленных заводом №2. Сборщик последовательно вынимает из ящика детали одну за другой. Найдите вероятность того, что во второй раз будет извлечена деталь, изготовленная заводом №2.

1. Вероятность попадания в самолет при одном выстреле равна 0,008. Производятся 100 выстрелов. Определите веро- ятность двух попаданий.
2. В одном институте установили, что вероятность наличия иногородних студентов составляет 36 %. Определите с вероятностью 0,9545, в каких границах может заключаться относительная частота иногородних студентов во всем обследуе- мом коллективе, если численность выборки равна 900 человек.
3. Определите вероятность того, что серия наудачу выбран- ной облигации не содержит одинаковых цифр, причем номер серии может быть любым пятизначным числом, начиная с 00001.
4. Во время тренировок установлено, что спортсмен может улучшить прежний результат с вероятностью *p* при каждой попытке. Какова вероятность того, что на очередных соревнованиях, где разрешается три попытки, спортсмен улучшит свой результат?
5. В партии из 10 деталей 7 окрашены. Наудачу отобраны 3 детали. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей 2 окрашены.
6. Пять стрелков попадают в мишень с вероятностью 0,6, три стрелка – с вероятностью 0,7, два – с вероятно- стью 0,9. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой группе стрелков вероятнее всего принадлежал он?
7. Производится пять независимых выстрелов по цели. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 1 . Чему

3

равна вероятность того, что число попаданий будет заключено

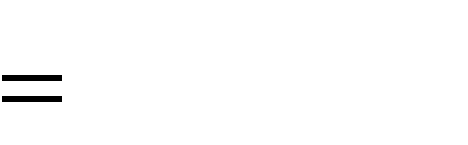
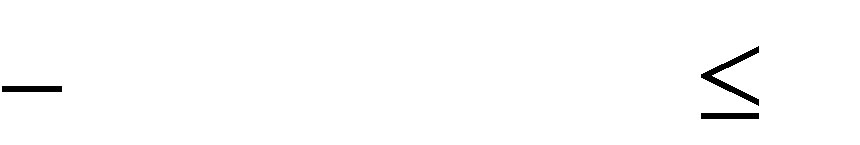
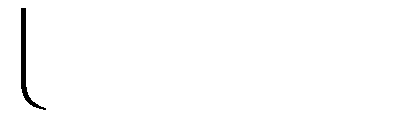
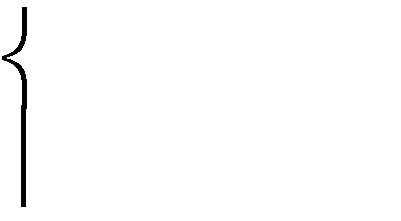
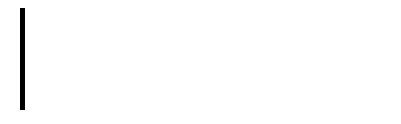
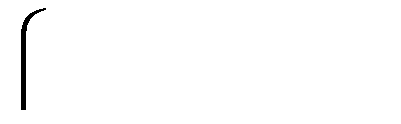
в пределах от 1 до 3?

Случайные величины

1. Устройство состоит из двух независимо работаю- щих элементов. Вероятность отказа каждого из них в одном опыте 0,2. Составьте ряд распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найдите функцию распределе- ния *F*(*x*) и *M*(*X*). Постройте многоугольник распределения и график *F*(*x*).
2. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

*f* (*x*)

2



*A*(1 *x*2 ) , *если x* 1;

0, *если x* 1.

Определите постоянный коэффициент *A*, числовые харак- теристики этой случайной величины и вероятность ее попа- дания в интервал (0, 1). Постройте график *f*(*x*).

1. Непрерывная случайная величина распределена равно- мерно в интервале (1,5; 4). Найдите дифференциальную и ин- тегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равны соответственно 6 и 2. Запишите дифференциальную функцию распределения, постройте ее график. Какова веро- ятность того, что в результате испытания эта случайная вели- чина примет значение из интервала (2, 6)?

###### Вариант 4

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события *А*1 – хотя бы одно попада- ние, *А*2 – хотя бы один промах?
2. В цехе имеется 3 резервных мотора. Для каждого мотора вероятность быть включенным в данный момент рав- на 0,2. Найдите вероятность того, что в данный момент вклю- чен хотя бы один резервный мотор.
3. Найдите вероятность одновременной остановки 30 машин из 100 работающих, если вероятность остановки одной машины равна 0,2.
4. Брошены две игральные кости (кубики). Какова веро- ятность того, что сумма выпавших очков равна 5?
5. Имеются две партии изделий по 10 и 15 штук. В каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую.

После этого выбирается изделие из второй партии. Опре- делите вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

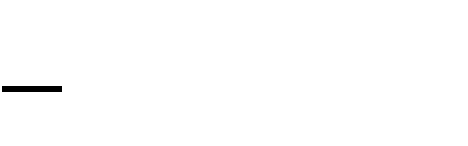
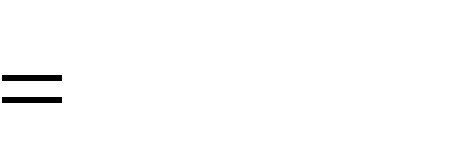
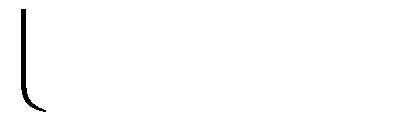
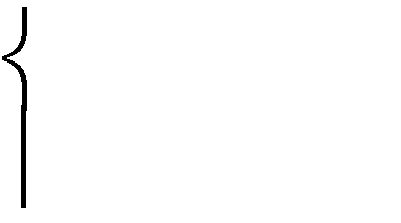
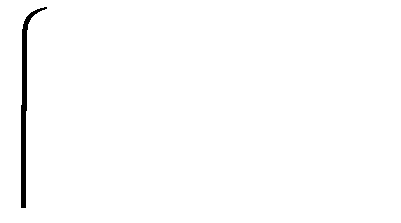
1. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них белый.
2. На сборку поступают детали с двух станков – автома- тов. С первого станка поступает 70 деталей в час (при этом он допускает 2 % брака), а со второго станка – 30 деталей в час (при этом он допускает 1 % брака). Случайно взятая сборщи- ком деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом станке?
3. Левши в среднем составляют 1 %. Какова вероятность, что среди наудачу выбранных 200 человек будет не менее четырех левшей?
4. Монету подбрасывают 5 раз. Какова вероятность того, что 3 раза она упадет гербом вверх?

Случайные величины

1. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Найдите закон распределения числа промахов при четы- рех выстрелах и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распределения и график интеграль- ной функции распределения *F*(*x*).
2. Случайная величина *X* подчинена закону распределе- ния с плотностью *f*(*x*), причем:

2

2



*a*

*a*2

0,

, *если x*

*x*

*если x*

2



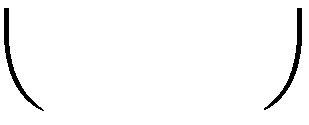
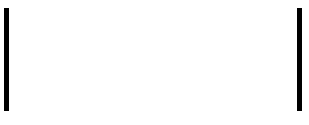
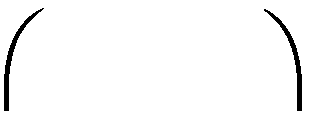
*a*;

*f* (*x*)



*a*.

Найдите коэффициент *а*, математическое ожидание и веро- ятность того, что эта случайная величина попадет в интервал



*а* ; *а*

2

. Постройте график функции плотности вероятности.

1. Средний срок свечения энергосберегающих ламп Iskra Львовского электролампового завода составляет 8000 часов. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа прорабо- тает не менее 10000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.
2. Цех изготовляет детали, длины которых представляют собой случайную величину *X*, распределенную по нормаль- ному закону. Математическое ожидание и среднее квадра- тическое отклонение величины *X* соответственно равны 10 и 0,1 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали в ту или другую сторону от математического ожида- ния не превзойдет 0,05 см, и покажите ее на графике.

###### Вариант 5

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – извлечение двух карт из колоды; события *А*1 – появле- ние дамы, *А*2 – появление туза?
2. Вероятность выиграть по одному билету денежно – вещевой лотереи равна 0,08. Какова вероятность того, что че- ловек, купивший 5 билетов, выиграет хотя бы по одному?
3. Вероятность выпуска дефектной лампы равна 0,03. Найдите максимально возможное с вероятностью 0,999 отклонение частоты дефектных ламп от 0,03 среди 2000.
4. В камере хранения ручного багажа 80 % всей клади составляют чемоданы, которые вместе с другими вещами хра-

нятся на стеллажах. Через окно выдачи были получены все вещи с одного стеллажа. Какова вероятность того, что среди выданных 50 вещей было 38 чемоданов?

1. Четыре станка – автомата производят детали на общий конвейер. Вероятность получения брака на первом автомате равна 0,009, на трех остальных – 0,006. Производительность у первого автомата вдвое больше, чем у каждого из осталь- ных. Какова вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь будет бракованной?
2. В ящике лежат 6 красных и 2 черных носка. Из ящика наудачу вытягивают два носка. Какова вероятность того, что они оба красные?
3. Бросают две игральные кости. Определите вероятность того, что произведение числа выпавших очков делится на 2.
4. Болты изготовляют на трех станках, каждый из кото- рых производит соответственно 25, 30, 45 % всего количе- ства болтов. В продукции каждого станка брак составляет соответственно 3, 2, 1 %. Взятый наудачу болт оказался бракованным. Какова вероятность того, что он сделан на третьем станке?
5. В партии из 12 деталей – 8 стандартных. Наудачу отобраны 9 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей будет 5 стандартных.

Случайные величины

1. Случайная величина *X* имеет функцию плотности

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| вероятности: |  | |
| *f* (*x*) | 0, *если x*  2*x*, *если* 0  0, *если x* | 0;  *x* 1; |

Вычислите числовые характеристики данной случайной величины и *P*  *X*  *M* ( *X* ) .

1. На пустую шахматную доску случайно ставится слон. Вероятности поставить слона на каждую клетку будем счи- тать одинаковыми. Найдите закон распределения *X* – числа битых полей, постройте многоугольник распределения. Най- дите интегральную функцию распределения и постройте ее график. Вычислите математическое ожидание.
2. Интервал движения электропоездов «Самара – Похвистнево» в среднем составляет 1 час 10 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представляет собой случайную величину, распределенную по равномерному закону. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд менее 35 минут и покажите эту вероятность на графике.
3. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нормаль- ному закону, равны соответственно 5 и 2. Запишите дифферен- циальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0, 8) и покажите ее на графике.

###### Вариант 6

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – извлечение одной карты из колоды; события *А*1 – появле- ние карты червовой масти, *А*2 – появление карты бубновой масти?
2. В урне 5 белых и 6 красных шаров. Из урны наудачу вынимают 5 шаров. Найдите вероятность того, что среди них будут два белых шара.
3. На склад поступили одинаковые электрические утюги. Первый завод поставляет 80 %, а второй – 20 % всего коли- чества. Известно, что первый завод выпускает 90 % продукции, способной прослужить положенный срок, а второй – 95 %. Какова вероятность того, что наугад взятый утюг про- служит положенный срок?
4. Если в среднем левши составляют 1 %, каковы шансы на то, что среди 200 человек двое левшей?
5. В лотерее вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3. Какова вероятность того, что из пяти приобретен- ных билетов два выигрывают?
6. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность поражения мишени при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела – 0,8. Стрелок поразил мишень из винтовки, взятой наудачу. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?
7. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что суммарное число очков на обеих костях делится на три.
8. Три стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу по мишени с вероятностями попада- ния 0,4, 0,7, 0,9 соответственно. Определите вероятность хотя бы одного попадания.
9. Проверкой установлено, что цех в среднем выпуска- ет 99,95 % изделий высшего сорта. Чему равна вероятность того, что из 10000 наудачу взятых изделий не высшего сорта окажется: а) ровно 40 изделий; б) не более 70 изделий?

Случайные величины

1. Стрелок имеет три патрона и стреляет в цель до пер- вого попадания или пока не кончатся патроны. Вероятность

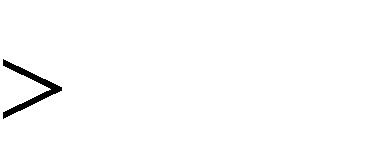
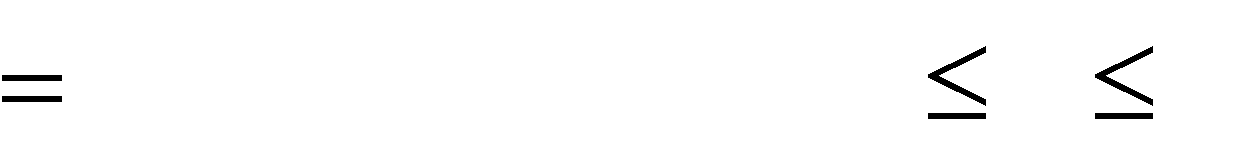
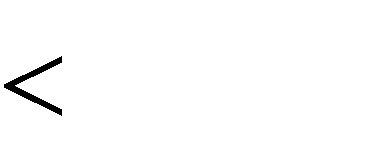
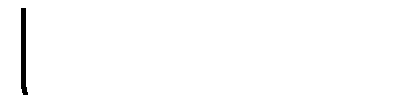
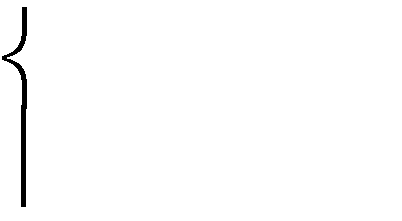
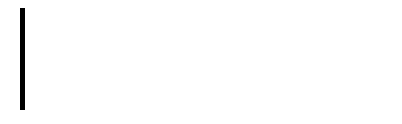
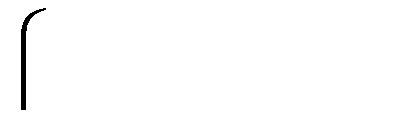
попадания в цель при каждом выстреле равна 2 . Постройте

#### 3

закон распределения числа израсходованных патронов и най- дите *M*(*X*), постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения *F*(*x*).

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины:

*f* (*x*)



0,

*если x*

*c arctgx*, *если* 0

0, *если x*

0;

*x* 1;

1.

Найдите постоянный параметр *с*.

1. Непрерывная случайная величина имеет показатель-

ное распределение с параметром   0,1. Найдите число-

вые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания слу- чайной величины в интервал (-1, 4) и покажите ее на графике.

1. Диаметр деталей представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону. Ее математическое ожидание равно 40 мм, а среднее квадратичное отклонение – 2 мм. В каких границах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,98?

###### Вариант 7

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события *А*1 – ни одного попадания, *А*2 – одно попадание, *А*3 – два попадания?
2. Всхожесть семян данного растения равна 0,8. Какова

вероятность того, что при посеве 10000 семян доля взошед- ших семян отклонится от 0,8 не более чем на 0,01?

1. Сборная команда по боксу, состоящая из пяти русских, четырех чеченцев и трех дагестанцев, проводит тренировку. Проводится спарринг. Какова вероятность того, что в нем уча- ствуют двое спортсменов одной национальности?
2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8, а разность – 4.
3. На складе имеется 15 изделий, из которых 10 со знаком качества. Найдите вероятность того, что среди наудачу взятых 5 изделий 3 окажутся со знаком качества.
4. Болты изготовляют на трех станках, каждый из кото- рых производит соответственно 20, 30, 50 % всего количества. В продукции каждого станка брак составляет соответственно 3, 2 и 1 %. Какова вероятность того, что случайно взятый болт окажется дефектным?
5. Команда составлена из двух отличных, трех хороших и пяти средних стрелков. Вероятность попадания в мишень для каждой группы соответственно равны 0,99, 0,9, 0,75. Наугад выбранный из команды стрелок попадает в цель. Какова вероятность того, что это отличный стрелок?
6. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,01. Сверла укладываются в коробку по 200 штук. Определите вероятность того, что число бракованных сверл в коробке не превосходит двух.
7. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,01. В предположении независимости искажения знаков найдите вероятность того, что сообщение из пяти знаков содержит одно искажение.

Случайные величины

1. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны 3 детали. Составьте закон распределения дискретной случайной величины *X* – числа стандартных

деталей среди отобранных. Запишите интегральную функ- цию распределения *F*(*x*), постройте ее график и многоуголь- ник распределения.

1. Дана функция плотности вероятности случайной величины *X:*

0,

*f* (*x*)  *a* sin *x*,



0,



*если x*  0; *если* 0  *x*   ; *если x*  .

Определите коэффициент *a*. Запишите интегральную функцию распределения *F*(*x*), постройте графики функ- ций *f*(*x*) и *F*(*x*).

1. Непрерывная случайная величина распределена равномерно в интервале (-2,5; 3). Найдите дифференциаль- ную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 5) и покажите эту вероятность на графике.
2. Заряд пороха для ружья 32 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и является нор- мально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 2,5 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 6,2 г.

###### Вариант 8

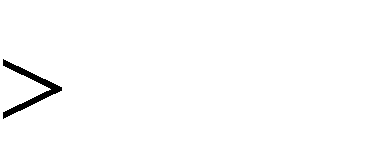
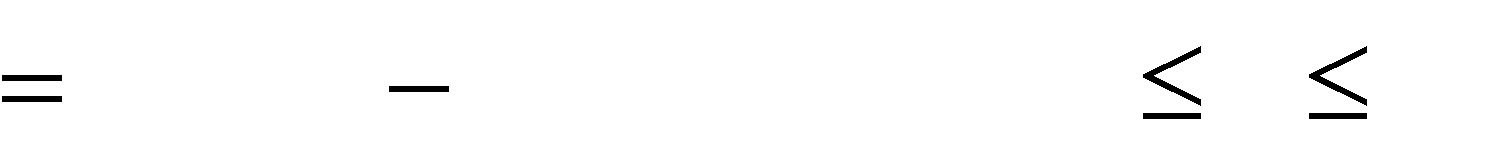
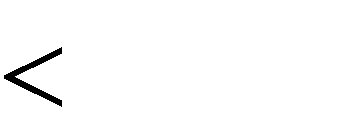
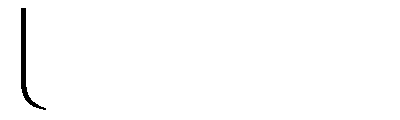
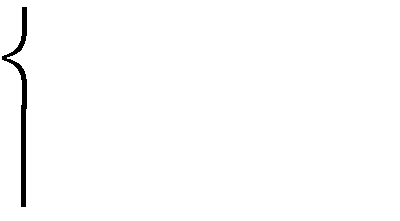
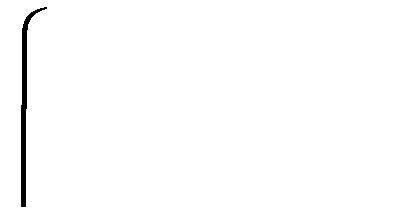
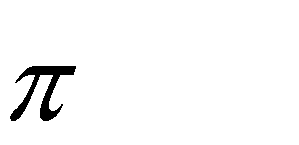
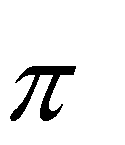
Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – бросание монеты; события *А*1 – появление герба, *А*2 – появление цифры?
2. По данным технического контроля в среднем 2 % изготовляемых на заводе часов нуждаются в дополни- тельной регулировке. Чему равна вероятность того, что из 300 изготовленных часов 290 не нуждаются в допол- нительной регулировке?
3. В конверте находятся 4 одинаковые карточки, на каж- дой из которых напечатана одна из букв: А, Е, Р, К. Эти кар- точки вынимаются по одной и укладываются рядом. Найдите вероятность того, что получится слово «РЕКА».
4. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый автомат дает 70 % необходимых для сборки деталей, второй – 30 %. Вероятность появления бракованной детали с перво- го автомата равна 0,02, со второго – 0,01. Какова вероятность поступления на сборку бракованной детали?
5. Аппаратура содержит 2000 одинаковых элементов, каждый из которых может выйти из строя с вероятностью 0,005. Найдите вероятность отказа аппаратуры, если он наступит при поломке хотя бы одного элемента.
6. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найдите ве- роятность того, что из трех проверенных изделий только два высшего сорта.
7. Найдите вероятность того, что при бросании двух играль- ных кубиков суммарное число выпавших очков больше 9.
8. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 под- готовлены отлично, 4 – хорошо, 2 – посредственно, 1 – плохо. В экзаменационных билетах 12 вопросов. Отлично под- готовленный студент может ответить на все вопросы, хорошо подготовленный – на 9 вопросов, посредственно – на 6, плохо – на 3. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найдите вероят- ность того, что этот студент подготовлен плохо.
9. В урне 8 красных и 6 черных шаров. Наудачу, один за другим, извлекают 3 шара. Какова вероятность того, что третьим будет вынут черный шар?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

*F*(*x*)



0, *если x*

0,5(1 cos *x*), *если* 0

1, *если x*

0;

*x*

.

;

Найдите плотность вероятности *f*(*x*), числовые характери- стики этой случайной величины. Какова вероятность ее по- падания в интервал 0,   ?

1. На пустую шахматную доску случайно ставится конь. Ве-

роятности поставить его на каждую клетку будем считать одина- ковыми. Найдите закон распределения *X* – числа битых полей.

1. Непрерывная случайная величина имеет показатель-

ное распределение с параметром   0,04 . Найдите числовые

характеристики этой случайной величины. Запишите диф- ференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания слу- чайной величины в интервал (-2, 5) и покажите ее на графике.

1. Цех изготовляет детали, длины которых представляют собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратиче- ское отклонение этой величины соответственно равны 15 и 1 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали в ту или другую сторону от математического ожида- ния не превзойдет 0,5 см, и покажите ее на графике.

###### Вариант 9

Случайные события

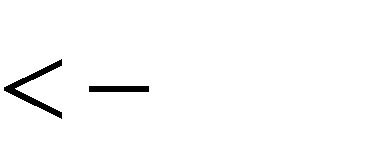
1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание двух монет; события *А*1 – появление двух гербов, *А*2 – появление двух цифр?
2. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,4. Найдите вероятность хотя бы одного попадания в цель при шести выстрелах.
3. При вытачивании болтов наблюдается 1 % брака. Ка- кова вероятность того, что из 400 болтов не менее 390 будут стандартными?
4. Вероятность изготовления детали высшего сорта на данном станке равна 0,4. Найдите вероятность того, что среди наудачу взятых 26 деталей половина окажется высшего сорта.
5. Имеются три одинаковых по виду коробки. В первой коробке – 10 белых шаров, во второй – 5 белых и 5 черных шаров, в третьей – 10 черных шаров. Выбирают наудачу одну из коробок и вынимают из нее шар. Найдите вероятность того, что этот шар белый.
6. В группе из 18 студентов, пришедших на экзамен,

6 подготовлены отлично, 8 – хорошо, 3 – посредственно и 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 12 вопро- сов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 12 вопросов, хорошо – на 9, посредственно – на 6, плохо – на 3. Вызванный наугад студент ответил на 3 произвольно заданных вопроса. Найдите вероятность того, что этот студент подготовлен отлично.

1. На складе имеется 10 ящиков со стеклом, причем 6 из них содержат стекло высокого качества. Какова вероят- ность того, что среди наудачу взятых трех ящиков хотя бы два окажутся со стеклом высокого качества?
2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не менее 13?
3. В урне содержатся белые и черные шары в отношении 4:1. После извлечения шара регистрируется его цвет, и шар возвращается в урну. Чему равно число извлечений *n*, при котором с вероятностью 0,9722 можно ожидать, что абсолют- ная величина отклонения относительной частоты появления белого шара от его вероятности будет не более чем 0,01?

Случайные величины

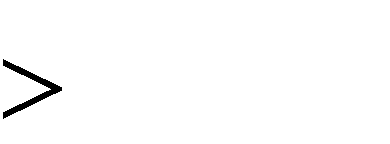
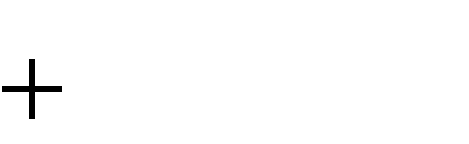
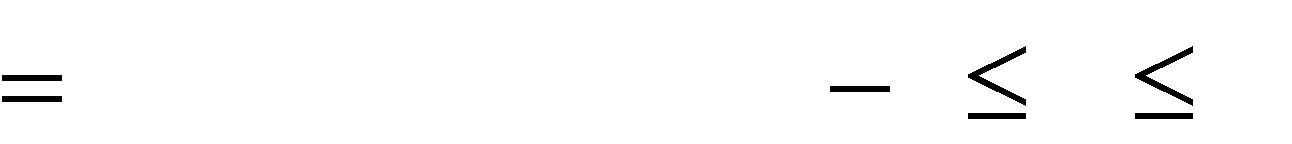
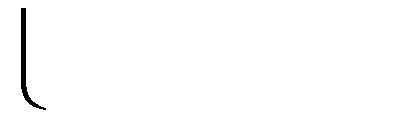
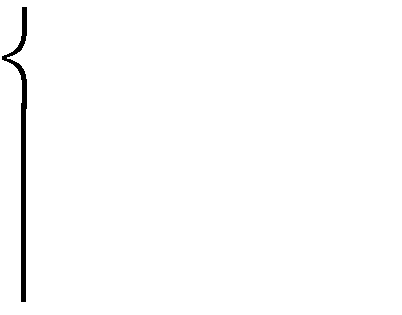
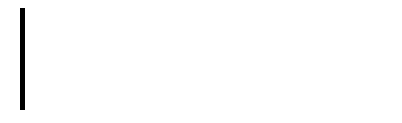
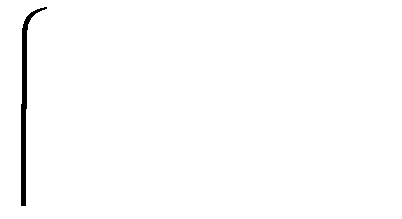
1. Непрерывная случайная величина имеет вероятност- ную плотность:



1;

*f* (*x*)

Вычислите постоянную *А* и математическое ожидание этой случайной величины. Постройте график *f*(*x*).



0,

1

0,

*A* ,

*x*2

2

*если x*

*если* 1 *x* 1;

*если x* 1.

1. Две игральные кости одновременно бросаются два раза. Напишите закон распределения дискретной случайной величины *X* – количества выпадений нечетного числа очков на двух игральных костях, постройте многоугольник распреде- ления и график интегральной функции распределения *F*(*x*). Вы- числите математическое ожидание этой случайной величины.
2. Интервал движения электропоездов направления

«Самара – Сызрань» в среднем – 40 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представ-

ляет собой равномерно распределенную случайную величину. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд более 15 минут и покажите эту вероятность на графике.

1. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нормаль- ному закону, равны соответственно 1 и 3. Запишите дифферен- циальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 4) и покажите ее на графике.

###### Вариант 10

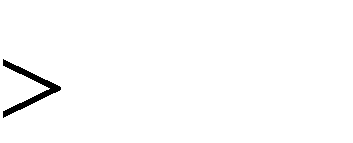
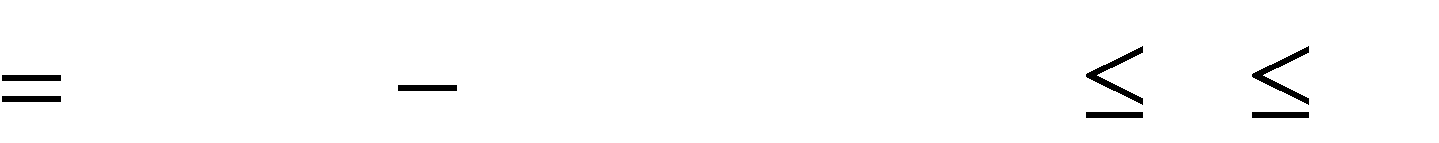
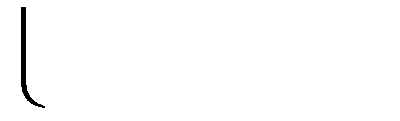
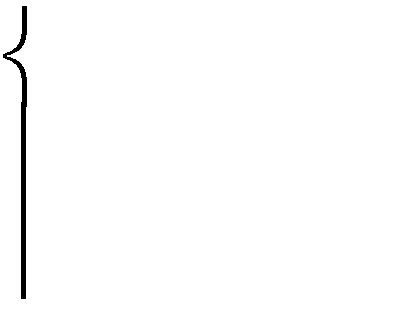
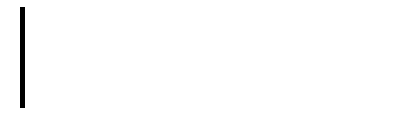
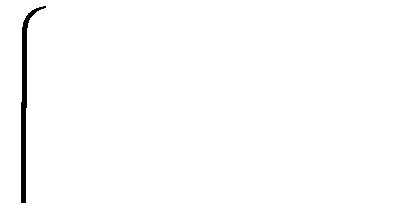
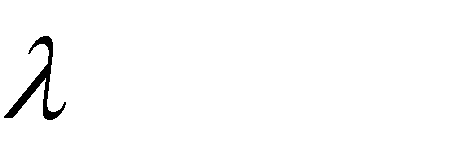
Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание игральной кости (кубика); события *А*1 – появле- ние не менее трех очков, *А*2 – появление не более четырех очков?
2. Средний процент нарушения работы прибора в тече- ние гарантийного срока равен 12. Какова вероятность того, что из 46 приборов 36 выдержат гарантийный срок?
3. Из колоды в 36 карт вынимают 3 карты. Найдите веро- ятность того, что среди них два туза?
4. В железнодорожном составе 50 вагонов, груженных углем двух сортов: 25 вагонов содержат 70 % угля первого сорта и 30 % – второго; 15 вагонов содержат 60 % и 40 %; остальные 10 вагонов – 85 % и 15 % угля соответственно. Слу- чайно взятый для анализа кусок угля оказался второго сорта. Какова вероятность, что он взят из вагона первой группы?
5. Игральная кость бросается 5 раз. Найдите вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем.
6. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что на выпавших гранях число очков различно.
7. В первой урне содержится 5 шаров, из них 2 белых и 3 черных; во второй урне 12 шаров, из них 4 белых и 8 чер- ных. Из каждой урны наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?
8. Проверкой установлено, что вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,01. Сверла укладыва- ются в коробки по 100 штук. Определите вероятность того, что в наудачу выбранной коробке не окажется бракованных сверл.
9. В команде из 10 стрелков двое имеют третий разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,6; трое имеют вто- рой разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,7; пятеро имеют первый разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,9. Наудачу выбран стрелок. Какова вероятность того, что он попадет в мишень?

Случайные величины

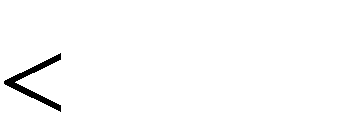
1. В ящике №1 имеется 9 белых и 3 черных шаров, в ящи- ках №2 – 4 белых и 8 черных шара. Из каждого ящика вынули по одному шару. Найдите закон распределения белых шаров среди этих двух и дисперсию этой величины, постройте мно- гоугольник распределения и график интегральной функции распределения.
2. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

3



0, *если x*

(4*x x*3 ) , *если* 0 *x* 2; 0, *если x* 2.



0;

*f* (*x*)

Найдите значение параметра *λ* и вычислите математичес- кое ожидание этой случайной величины.

1. Гарантийный срок службы энергосберегающих ламп OSRAM составляет 12000 часов. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 15000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показа- тельное распределение.
2. Диаметр деталей, выпускаемых заводом, есть ве- личина, распределенная по нормальному закону с мате- матическим ожиданием 25 мм и дисперсией 0,25 мм2.

Найдите вероятность брака, если допустимый размер де- тали 25  0,15 мм?

###### Вариант 11

Случайные события

1. Являются ли полными следующие группы событий: а) опыт – бросание монеты; события *А*1 – появление герба, *А*2 – появление цифры; б) опыт – бросание двух монет; со- бытия *А*1 – появление двух гербов, *А*2 – появление двух цифр?
2. Вероятность выпуска дефектной лампы равна 0,1. В магазин поступила партия из 200 ламп. Найдите вероятность того, что среди них окажется от 17 до 23 бракованных ламп.
3. В первой урне содержится 5 шаров, из них 2 белых и 3 красных; во второй урне – 12 шаров, из них 4 белых и 8 красных. Из каждой урны наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара белые?
4. Автоматическая штамповка клемм для предохраните- лей дает 10 % отклонений от принятого стандарта. Сколько стандартных деталей должно быть в партии из 400 клемм, чтобы вероятность появления такого числа равнялась 0,0587?
5. В партии из 10 деталей имеется 7 стандартных. Най- дите вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей 4 будут стандартными.
6. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гра- нях будет не меньше 8, а произведение их – четное число.
7. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25 %, вторая – 35 %, третья – 40 % всех изде- лий. Брак в их продукции составляет соответственно 4 %, 3 % и 2 %. Найдите вероятность того, что случайно выбранный болт произведен второй машиной, если он оказался дефектным.
8. В цехе имеется четыре резервных мотора. Для каждого мотора вероятность включения на данный момент равна 0,1. Какова вероятность того, что в данный момент включен хотя бы один резервный мотор?
9. Из урны, содержащей 4 белых и 12 черных шаров, один шар утерян. Найдите вероятность того, что шар, извле- ченный из урны после потери, окажется белым.

Случайные величины

1. Игральный кубик бросают три раза. Найдите закон распределения числа выпадений 6 очков и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распре- деления и график интегральной функции распределения.
2. Непрерывная случайная величина X задана функцией

плотности вероятности

*f* (*x*)   *a* ,

#### 4  *x*2

*x*  *R* . Найдите пара-

метр а и интегральную функцию распределения. Постройте график интегральной функции распределения.

1. Непрерывная случайная величина распределена равно- мерно в интервале (-3, 7). Найдите дифференциальную и ин- тегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 2) и покажите эту вероятность на графике.
2. Размер деталей, изготавливаемых автоматом, есть нор- мально распределенная случайная величина с математическим ожиданием 20 см и дисперсией 0,04 см2. В каких границах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,996?

###### Вариант 12

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание монеты; события *А*1 – появление герба, *А*2 – появле- ние цифры?
2. В ящике лежат 20 теннисных мячей, из них 12 новых и 8 игранных. Для игры берут наугад 2 мяча и после игры возвращают в ящик. Затем из ящика вынимают 2 мяча для следующей игры. Найдите вероятность того, что оба мяча будут новыми.
3. Вероятность попадания в цель равна 0,3. Сбрасыва- ются одиночно 6 бомб. Найдите вероятность того, что в цель попадет 4 бомбы.
4. При штамповке 70 % деталей выходит первым сортом, 20 % – вторым, 10 % – третьим. Определите, сколько надо взять отштампованных деталей, чтобы с вероятностью 0,9973 можно было утверждать, что доля первосортных из них будет отличаться от вероятности изготовления первосортной дета- ли по модулю не более чем на 0,05.
5. Из шести букв разрезной азбуки составлено слово

«ананас». Карточки перемешаны. Какова вероятность полу- чить это слово в порядке появления карточек при их произ- вольном выборе?

1. Преподаватель вызвал через старосту на обяза- тельную консультацию трех студентов из 6 отстающих. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал на-

удачу трех отстающих студентов. Какова вероятность того, что староста послал именно тех трех студентов, которых назвал преподаватель?

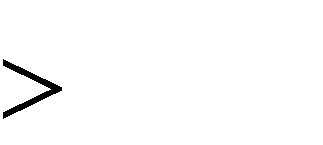
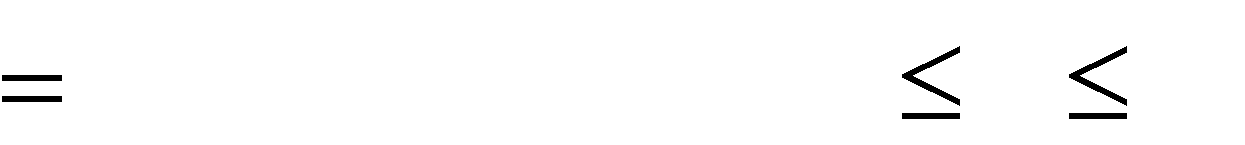
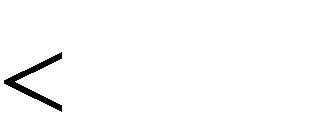
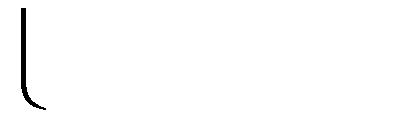
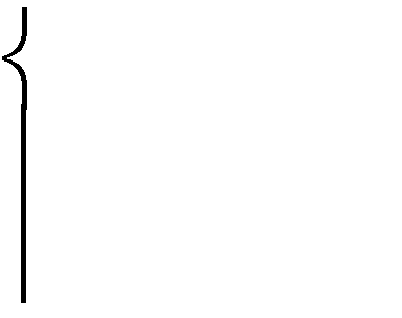
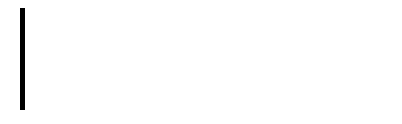
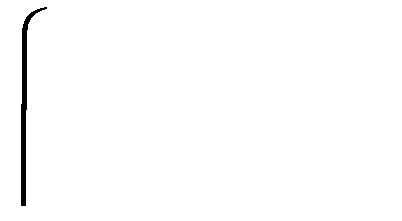
1. Первый рабочий производит 55 % всех деталей, второй – 45 %. В продукции первого рабочего брак состав- ляет 2 %, у второго – 1 %. Случайно взятая деталь оказалась бракованной. Найдите вероятность того, что она изготовлена вторым рабочим.
2. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гра- нях будет не больше 6, а произведение числа очков при этом – нечетное число?
3. На прядильной фабрике работница обслуживает 800 веретен, вероятность обрыва нити на каждом из них в течение некоторого промежутка времени равна 0,005. Найдите веро- ятность того, что в течение этого времени обрыв произойдет в десяти веретенах.

Случайные величины

1. Функция распределения вероятностей случайной вели- чины имеет вид:

*F* (*x*)

2



0,

*если x*

0,04*x*2 , *если* 0 *x* 5;

1, *если x* 5.

0;

Найдите вероятность того, что случайная величина ока- жется в интервале (3, 6), *M*(*X*), постройте графики *f*(*x*) и *F*(*x*).

1. Монета подбрасывается 5 раз. Рассматривается слу- чайная величина *X* – количество выпавших гербов. Постройте

ряд распределения этой случайной величины, найдите *M*(*X*), *D*(*X*), *σ*(*X*). Постройте многоугольник распределения и гра- фик интегральной функции распределения.

1. Длительность времени безотказной работы прибора

имеет показательное распределение *F* (*t*) 1 *e*0,03*t* . Най-

дите вероятность безотказной работы прибора в течение 100 часов. Каков гарантийный срок прибора?

1. Длины деталей, выпускаемые автоматом, пред- ставляют собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее ква- дратическое отклонение соответственно равны 7 см и 0,01 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 0,05 см, и покажите эту вероятность на графике.

###### Вариант 13

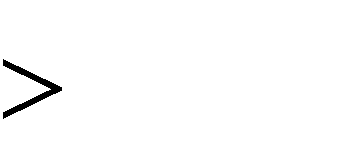
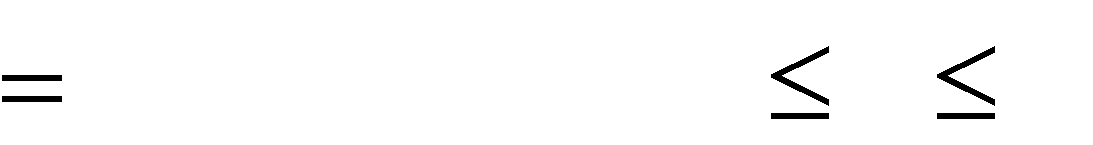
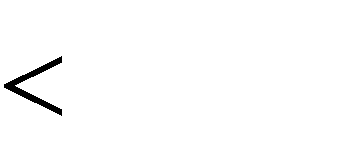
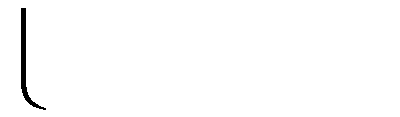
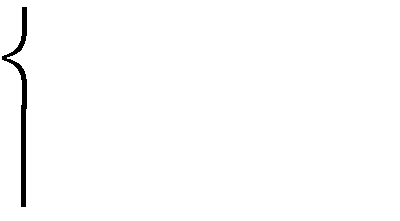
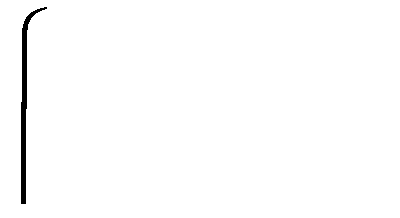
Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события *А*1 – появление двух гербов, *А*2 – появление герба и цифры?
2. Энергосберегающие лампы изготовляются на двух заводах. Первый завод производит 60 % общего количества ламп, второй – 40 %. Продукция первого завода содержит 80 % стандартных ламп, второго – 90 %. В магазин поступает продукция обоих заводов. Купленная в магазине лампа оказа- лась стандартной. Найдите вероятность того, что она изготов- лена на первом заводе.
3. Сколько раз надо бросить монету, чтобы с вероятно- стью не менее 0,9 герб появился хотя бы один раз?
4. Какова вероятность того, что в сентябре наудачу взятого года будет пять воскресений?
5. В мешочке содержатся 10 одинаковых кубиков с но- мерами от 1 до 10. Наудачу извлекаются по одному три кубика. Найдите вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если они извлекаются без возвращения.
6. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Какова вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков?
7. Студент знает 25 из 30 вопросов программы. Каж- дый экзаменационный билет содержит три вопроса. Най- дите вероятность того, что студент знает ответ на два вопроса билета.
8. На складе цеха имеются электродвигатели, 19 из них изготовлены на первом заводе, 6 – на втором и 11 – на третьем. Двигатели могут безотказно работать до конца гарантийного срока соответственно с вероятностями 0,85, 0,76, 0,71. Рабо- чий берет один двигатель и монтирует его к устройству. Най- дите вероятность того, что двигатель проработает безотказно до конца гарантийного срока.
9. Определите вероятность того, что при четырех броса- ниях монеты число выпадений цифры будет равно: а) трем; б) не более трех.

Случайные величины

1. Каждая из 4 ламп с вероятностью 0,9 имеет де- фект. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток, при этом дефектная лампочка сразу перегорает, после чего заменяется другой. Постройте ряд распределения случай- ной величины *X* – числа лампочек, которое будет испробо- вано. Найдите *M*(*X*), интегральную функцию распределения *F*(*x*) и постройте ее график.
2. Случайная величина *X* задана интегральной функцией:

*F* (*x*)



0, *если x* 0;

*x*, *если* 0 *x* 1;

1, *если x* 1.

Найдите числовые характеристики этой случайной вели- чины и дифференциальную функцию *f*(*x*). Постройте графики функций *F*(*x*) и *f*(*x*).

1. Непрерывная случайная величина имеет показатель- ное распределение с параметром   5 . Запишите дифферен- циальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите числовые характеристики этой случай- ной величины. Определите вероятность попадания случайной

величины в интервал (3, 7) и покажите ее на графике.

1. Размер деталей задан полем допуска 10 – 12 см. На заводе средний размер таких деталей 11,4 см, а среднее отклонение – 0,8 см. Какова вероятность получения бракованной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

###### Вариант 14

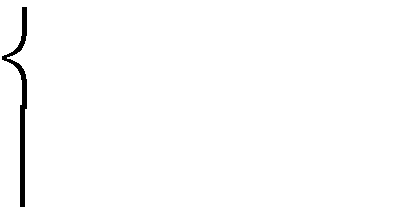
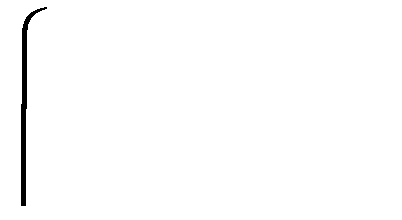
Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание игральной кости; события *А*1 – появление не более двух очков, *А*2 – появление трех или четырех очков, *А*3 – появление не менее пяти очков?
2. Вероятность появления события в каждом из 900 неза- висимых испытаний равна 0,2. Найдите вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более чем на 0,02.
3. Предприятие изготавливает 95 % стандартных изде- лий, причем 86 % из них 1 сорта. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие этого предприятия окажется 1 сорта?
4. Какова вероятность того, что в наудачу взятом висо- косном году будет 53 воскресенья?
5. Два охотника одновременно стреляют по цели. Известно, что первый охотник попадает с вероятностью 0,2, второй – 0,6. В результате первого залпа оказалось одно попадание. Найдите вероятность того, что промахнулся первый охотник.
6. На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 14. Наугад берутся две карточки. Какова вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима?
7. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70 % из первого цеха и 30 % – из второго. При этом материал первого цеха имеет 10 % брака, а второго – 20 %. Найдите вероятность того, что одна взятая наугад болванка не имеет дефектов.
8. При массовом производстве полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке равна 0,1. Какова вероятность того, что из 400 наугад взятых диодов 50 будут бракованными?
9. Среди деталей, вырабатываемых рабочим, бывает в сред- нем 3 % нестандартных. Найдите вероятность того, что среди взятых на испытание 6 деталей две будут нестандартными.

Случайные величины

1. Опыт состоит из трех независимых бросаний моне- ты, при каждом из которых герб выпадает с вероятностью 0,5. Для случайного числа появлений герба постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график интегральной функции распределения *F*(*x*). Найдите число- вые характеристики.
2. Функция распределения случайной величины *X* имеет вид:

*F* (*x*)



0,

*a*

1,

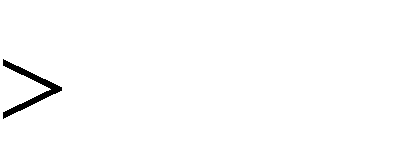
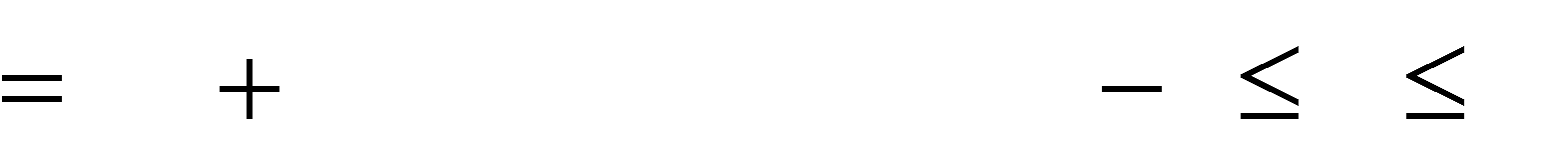
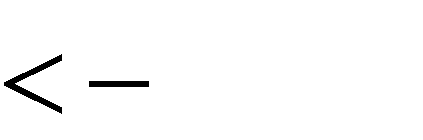
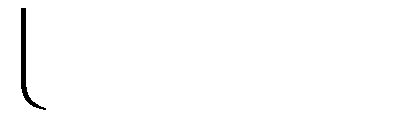
*если x*

*b* arcsin *x*, *если*

1;

1 *x* 1;

*если x* 1.



Найдите коэффициенты *a*, *b* и математическое ожидание этой случайной величины.

1. Автобусы некоторого маршрута идут по расписанию с интервалом движения 10 минут. Время, в течение которо- го пассажиру приходится ждать автобус, представляет собой величину, распределенную равномерно. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Найдите вероят- ность того, что пассажир будет ожидать очередной автобус менее 4 минут.

5. Заряд пороха для ружья 20 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и являет- ся нормально распределенной случайной величиной. Номи- нальный вес заряда составляет 4,2 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 4,6 г.

###### Вариант 15

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события *А*1 – ни одного попадания, *А*2 – одно попадание, *А*3 – два попадания?
2. Что вероятнее выиграть в волейбол у равносильного

противника: а) 2 партии из 3 или 4 из 5; б) не менее 2 из 3 или

не менее 4 из 5?

1. Среди выпускаемых на данном предприятии трикотаж- ных изделий в среднем 90 % приходится на изделия 1 сорта. Вычислите вероятность того, что в партии из 400 штук число изделий низших сортов будет от 35 до 40 включительно.
2. В ящике 35 одинаковых деталей, помеченных номерами от 1 до 35. Какова вероятность того, что наудачу вынутая деталь окажется с номером, сумма цифр которого либо 4, либо 9?
3. В тире 5 ружей. Три из них выбивают цель с веро- ятностью 0,8 и два – с вероятностью 0,9. Стрелок попал в мишень. Какова вероятность того, что он стрелял из ружья первой группы?
4. Найдите вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет 130, если всхожесть семян оценивается ве- роятностью 0,75.
5. Из последовательности целых чисел от 1 до 10 науда- чу выбираются два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше 6?
6. Радиолампа, поставленная в телевизор, может при- надлежать к одной из трех партий с вероятностями *p*1 = 0,25, *p*2 = 0,5, *p*3 = 0,25. Вероятности того, что лампа проработа- ет определенное количество часов, для этих партий равны соответственно 0,1, 0,2, 0,4. Определите вероятность того, что лампа проработает заданное число часов.
7. При увеличении напряжения в два раза может прои- зойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя одного из трех последовательно соединенных элементов соответственно с вероятностями 0,3, 0,4, 0,5. Определите вероятность того, что не будет разрыва цепи.

Случайные величины

1. Интегральная функция распределения вероят- ностей непрерывной случайной величины имеет вид

*F* (*x*)  *A*  *B arctgx*, *x*  *R*. Найдите параметры *А* и *В* и вероят-

ность попадания этой случайной величины в интервал (–1, 1).

1. Бросаются два игральных кубика. *X* – сумма очков, выпавших на их верхних гранях. Постройте: а) ряд распре- деления; б) многоугольник распределения; в) график интег- ральной функции распределения случайной величины *X*. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Гарантийный срок эксплуатации адресной системы пожарной сигнализации составляет в среднем 18 месяцев. Какова вероятность того, что наудачу взятая сигнализация проработает не менее 2 лет, если время ее безотказной работы имеет показательное распределение.
3. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нор- мальному закону, равны соответственно 0 и 2. Запишите диф- ференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-6, 6) и покажите ее на гра- фике. Объясните полученный результат.

###### Вариант 16

Случайные события

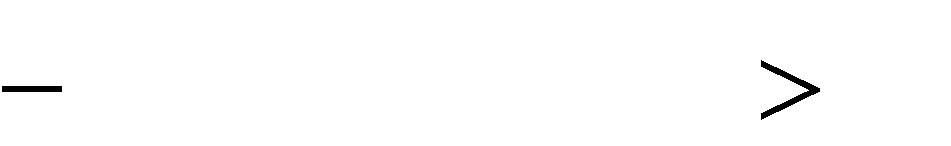
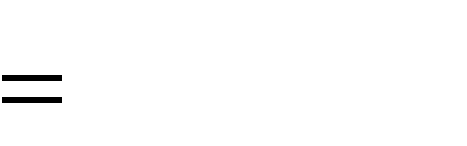
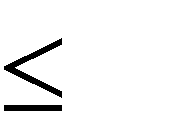
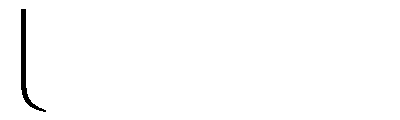
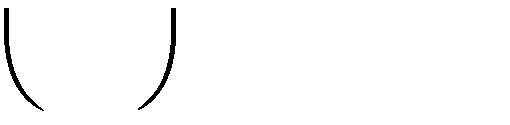
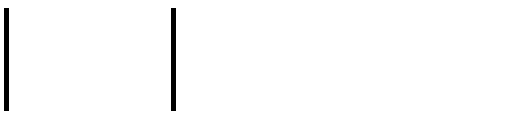
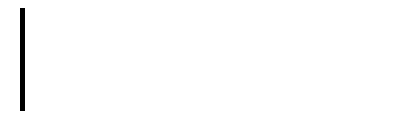
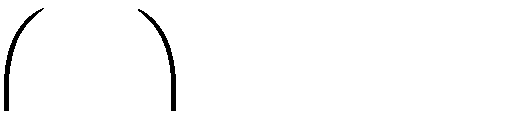
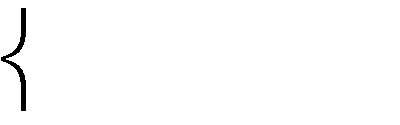
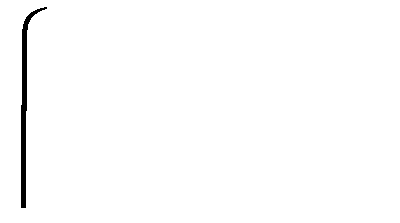
1. Являются ли зависимыми следующие события: опыт – выстрел по мишени; события *А*1 – попадание, *А*2 – промах?
2. В коробке 10 револьверов одной системы и одинако- вых по виду, из них 6 пристреленных и 4 новых. Вероятность попасть в цель из пристреленного револьвера – 0,8, из нового – 0,4. Из взятого наудачу револьвера сделан выстрел. Какова вероятность того, что выстрел сделан из нового револьвера, если мишень не была поражена?
3. 90 % изделий, изготовленных на станке-автомате, пер- вого сорта. Какова вероятность того, что среди пяти наудачу взятых изделий будет хотя бы четыре первого сорта?
4. Семена гороха имеют всхожесть 75 %. Определите вероятность того, что из 1000 семян взойдут от 720 до 780.
5. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найдите вероятность того, что среди двух извлеченных изделий ока- жется хотя бы одно окрашенное.
6. Пассажир ждет автобуса №3 или №7 возле остановки, у которой останавливаются автобусы шести маршрутов: №2, 3, 7, 8, 11, 23. Считая, что автобусы всех маршрутов появляются в сред- нем одинаково часто, найдите вероятность того, что первый подо- шедший к остановке автобус будет нужного пассажиру маршрута.
7. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый дает 25 %, второй – 30 %, третий – 45 % деталей данного типа. Первый автомат допускает 0,1 % нестандартных деталей, вто- рой – 0,2 %, третий – 0,3 %. Найдите вероятность поступле- ния на сборку нестандартной детали.
8. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найдите вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в пяти веретенах.
9. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на один из двух вопросов, предлагаемых преподавате- лем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 40, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум?

Случайные величины

1. Два равносильных противника играют три партии в шах- маты. Случайная величина *X* – число набранных очков для каж- дого. Для нее постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график интегральной функции распределения. Найдите числовые характеристики данной случайной величины.
2. Функция распределения вероятностей имеет вид:

*F*(*x*)

2



0,

*если x*

1 3 2 , *если x* 3.

*x*

3;

Найдите функцию плотности вероятности и вероятность нахождения случайной величины в интервале (5, 10).

1. Длительность времени безотказной работы прибора имеет показательное распределение *F(t) =* 1 *- e-0,04t*. Найдите вероятность того, что за 100 часов работы этот прибор не от- кажет. Каков гарантийный срок прибора?
2. Длины деталей, выпускаемые автоматом, пред- ставляют собой случайную величину *X*, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно равны 5 и 0,02 мм. Найдите вероятность того, что отклонение длины дета- ли от ее математического ожидания не превзойдет 0,03 мм, и покажите эту вероятность на графике.

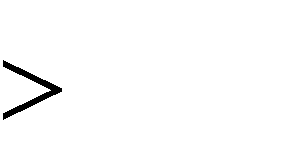
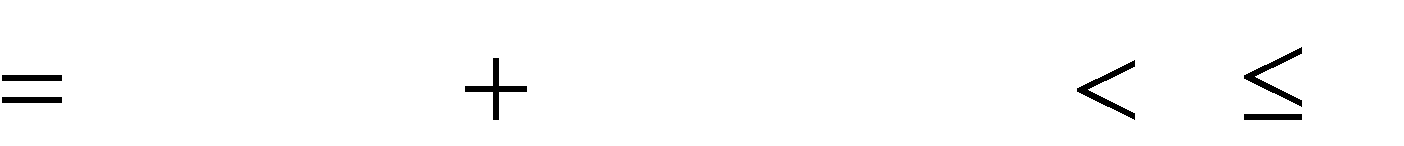
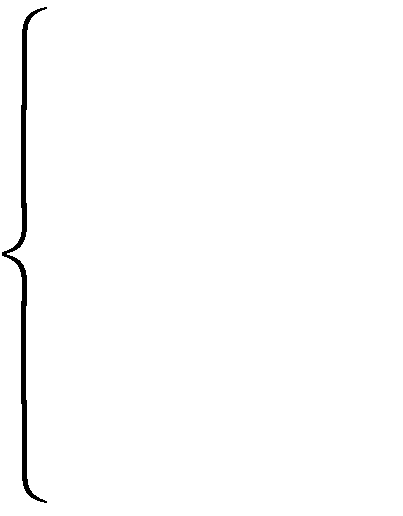
###### Вариант 17

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание игральной кости; события *А*1 – появление не менее трех очков, *А*2 – появление не более четырех очков?
2. Из 25 вопросов программы студент знает 20. Найдите вероятность того, что студент ответит на три предложенных ему вопроса.
3. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что на обеих костях выпадет одинаковое число очков.
4. Команда составлена из двух отличных стрелков, трех хороших и пяти средних. Вероятность попадания в мишень каждого отличного стрелка – 0,99, хорошего – 0,9 и среднего – 0,75. Наугад выбранный из команды стрелок попадает в цель. Какова вероятность того, что это был отличный стрелок?
5. Производят 4 независимых выстрела с вероятностью попадания 0,3 при каждом выстреле. Найдите вероятность хотя бы двух попаданий.
6. Три станка подают детали в общий бункер. Вероят- ность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго – 0,02 и для третьего – 0,01. Производитель- ность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Какова вероятность того, что взятая наугад из бункера деталь будет бракованной?
7. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу шести билетов будет два выигрышных?
8. Фабрика выпускает 75 % продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что из 300 изделий число пер- восортных заключено между 219 и 234?
9. Игральную кость бросают 800 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, выпадет 267 раз?

Случайные величины

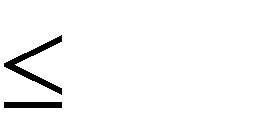
1. Два баскетболиста забрасывают в корзину мяч с вероятностью соответственно 0,8 и 0,9. Найдите закон рас- пределения числа заброшенных мячей при трех бросаниях, если начинает более слабый игрок. Постройте многоугольник распределения. Вычислите математическое ожидание этой случайной величины.
2. Непрерывная случайная величина *X* задана интеграль- ной функцией распределения:



0, *если x*

0,5( *x*2 *x*), *если* 0 *x* 1;

1, *если x* 1.



0;

*F*(*x*)

Найдите дифференциальную функцию распределения и числовые характеристики этой случайной величины.

1. Найдите числовые характеристики равномерно распре- деленной в интервале (-6, 4) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 6) и покажите эту вероятность на графике.
2. Длина изготовляемой детали представляет собой слу- чайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина детали составляет 80 мм, а дисперсия – 0,64 мм2. Какое поле допуска длины таких деталей можно гарантиро- вать с вероятностью 0,997?

###### Вариант 18

Случайные события

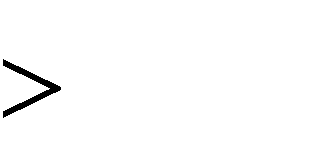
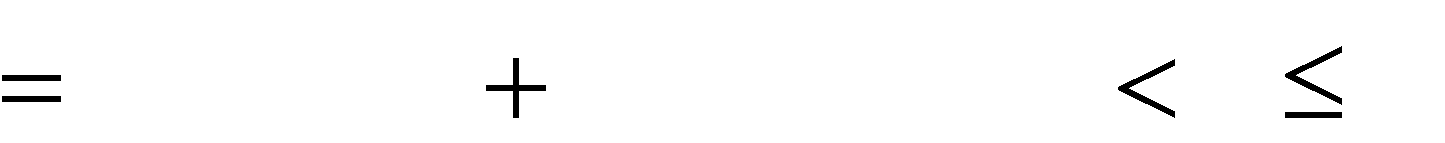
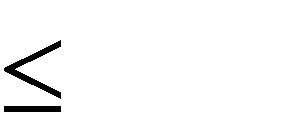
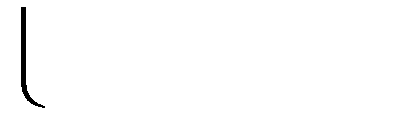
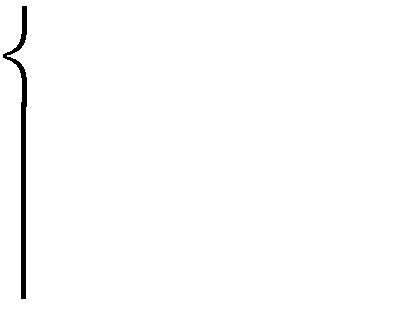
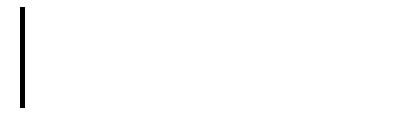
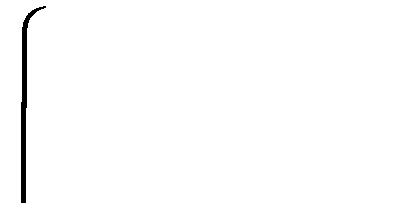
1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – извлечение двух карт из колоды; события *А*1 – появление двух красных карт, *А*2 – появление двух черных карт?
2. Вероятность получения бракованной детали при мас- совом изготовлении равна 0,08. Сколько надо проверить деталей, чтобы с вероятностью 0,9973 утверждать, что часто- та появления бракованной детали отличается по модулю от вероятности детали быть бракованной не более чем на 0,01?
3. Из 20 деталей 5 бракованных. Сборщик берет детали наудачу. Найдите вероятность того, что для выбора стандарт- ной детали ему понадобится не более двух попыток.
4. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что на выпавших гранях число очков одинаково.
5. Последовательно посланы четыре радиосигнала. Вероятность приема каждого из них не зависит от того, приня- ты ли остальные сигналы, и равна 0,3. Определите вероятность приема двух и четырех сигналов, а также ни одного из них.
6. Для сигнализации о том, что режим работы автома- тической линии отклоняется от нормального, использует- ся индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабаты- вания при нарушении нормальной работы линии равны со- ответственно 1, 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?
7. Заготовки на сборку поступают из двух цехов: 70 % – из первого и 30 % – из второго. При этом заготовки первого цеха имеют плюсовые допуски в 10 % случаев, а второго – в 20 %. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь имеет плюсовой допуск?
8. Вероятность выхода из строя за некоторое время одно- го конденсатора равна 0,2. Определите вероятность того, что из 100 конденсаторов выйдет из строя за это время: а) не ме- нее 30 конденсаторов; б) не более 20 конденсаторов.
9. Из ящика, в котором находится 31 стандартная де- таль и 6 бракованных, берут 3 детали. Чему равны вероят- ности следующих событий: а) все три детали без дефекта; б) по крайней мере, одна деталь без дефекта?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина задана интеграль- ной функцией распределения:

*F* (*x*)

2



0,

0,5( *x*2

1,

*если x*

*x*), *если* 0

*x* 1;

*если x* 1.

0;

Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

1. Из каждых четырех пенальти вратарь парирует в сред- нем один удар. Найдите ряд распределения и математическое ожидание числа забитых мячей при пяти одиннадцатиметро- вых ударах.
2. Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром   3 . Найдите чис- ловые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания слу-

чайной величины в интервал (-2, 8) и покажите ее на графике.

1. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по нормальному закону, рав- ны соответственно 5 и 9. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Покажите, что практически достоверно попада- ние случайной величины в интервал (-4, 14), и объясните полученный результат.

###### Вариант 19

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – бросание двух монет; события *А*1 – появление герба на первой монете, *А*2 – появление надписи на второй монете?
2. В лотерее 100 билетов. Из них: 1 выигрыш – в 100 р.,

3 – по 50 р., 6 – по 30 р. и 15 – по 10 р. Найдите вероятность выиграть хотя бы по одному билету, если куплено 3 билета.

1. В тире имеются три ружья, вероятности попадания из которых 0,6, 0,8, 0,9. Определите вероятность попадания при одном выстреле, если стрелок берет одно из ружей наудачу.
2. В партии смешаны детали двух сортов: 80 % первого и 20 % второго. Сколько деталей первого сорта с вероятностью 0,0967 можно ожидать среди 100 наудачу взятых деталей?
3. Мимо бензоколонки проезжают легковые и грузовые машины. Среди них грузовых машин – 60 %. Вероятность того, что проезжающая машина подъедет на заправку для гру- зовых машин, равна 0,1, а для легковых – 0,2. К бензоколон- ке подъехала на заправку машина. Найдите вероятность того, что она грузовая.
4. Прибор состоит из трех узлов, каждый из которых, независимо от других, может отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. Вероятность безотказ- ной работы первого узла равна 0,7, второго – 0,8 и третьего – 0,9. Найдите вероятность безотказной работы прибора в целом.
5. На стол бросается кубик, две грани которого окрашены. Какова вероятность того, что кубик упадет на стол окра- шенной гранью.
6. В мастерской работают 6 моторов. Для каждого мо- тора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найдите вероятность того, что к обеденному перерыву: а) перегреются 4 мотора; б) перегреются все моторы; в) ни один мотор не перегреется.
7. Какова вероятность того, что в 1000 независимых испытаниях частота наступления события будет иметь откло- нение от его вероятности *p* = 0,36 не более чем на 0,01?

Случайные величины

1. На пути движения автомашин 4 светофора. Каж- дый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автомашине движение. Случайная величина

*X* – число светофоров, пройденных автомашиной до первой остановки. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения случайной величины *X*; в) график функции *F*(*x*). Найдите числовые характерис- тики этой случайной величины.

1. Случайная величина *X* задана функцией распределения:

0,





*если x*  3 ;

#### 4

3

*F* (*x*)  cos 2*x*,





*если* 4  *x*   ;

1,



*если x*   .

Найдите плотность распределения вероятностей и число- вые характеристики этой случайной величины. Постройте графики функций *F*(*x*) и *f*(*x*).

1. Найдите числовые характеристики равномерно распре- деленной в интервале (8, 14) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 12) и покажите эту вероятность на графике.
2. Диаметр деталей, выпускаемых заводом, есть величи- на, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 20 см и дисперсией 6,25 см2. Найдите вероятность брака, если допустимый размер детали 20  2 см?

###### Вариант 20

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие собы- тия: опыт – бросание монеты; события *А*1 – появление герба, *А*2 – появление цифры? Зависимы ли они?
2. Вероятность того, что станок-автомат выпускает стан-

5

дартное изделие, равна 6 . Случайным образом отобрали 180

деталей. Найдите наивероятнейшее число стандартных дета- лей среди этих 180 и соответствующую вероятность.

1. Из колоды карт (36) наугад извлекаются три карты. Найдите вероятность того, что это дама и два туза.
2. Три охотника стреляют по зайцу с вероятностями попадания 0,3, 0,5, 0,7. Какова вероятность того, что заяц будет убит двумя пулями?
3. В семье пять детей. Найдите вероятность того, что сре- ди этих детей не менее двух и не более трех мальчиков. Веро- ятность рождения мальчика принять равной 0,51.
4. Три стрелка выстрелили одновременно, после чего в мишени обнаружена одна пуля. Найдите вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятность попа- дания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, а для третьего – 0,4.
5. В партии электрических лампочек 20 % изготовлены заводом №1, 30 % – заводом №2 и 50 % – заводом №3. Для завода №1 вероятность выпуска бракованной лампочки равна 0,01, для завода №2 – 0,005 и для завода №3 – 0,006. Какова вероятность того, что взятая из партии наудачу лампочка ока- жется бракованной?
6. Определить вероятность того, что случайно взятое целое число из интервала (0, 50) будет делиться на 8.
7. Вероятность появления события *А* в опыте равна 0,2. Опыт повторили независимым образом 400 раз. Какова веро- ятность того, что при этом событие *А* произойдет не менее 70, но не более 90 раз.

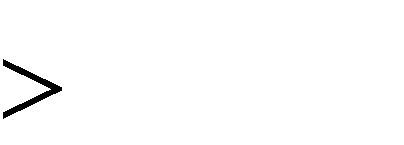
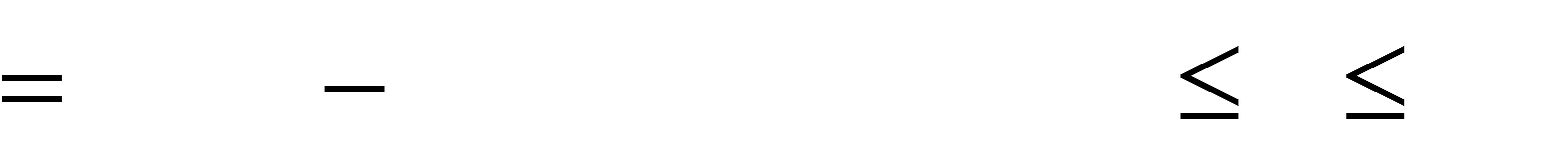
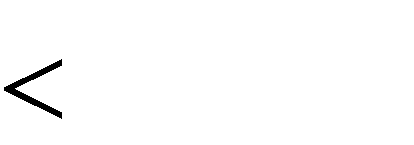
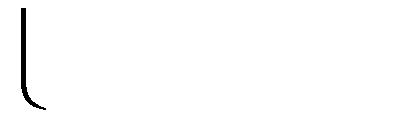
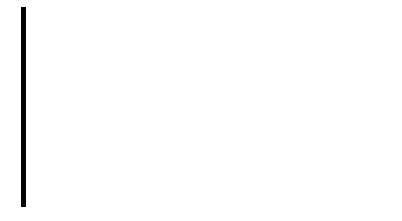
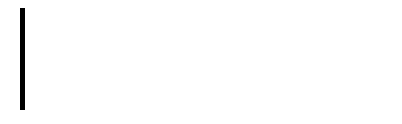
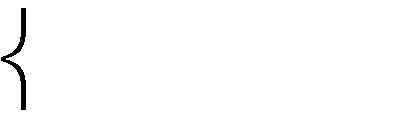
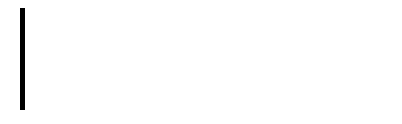
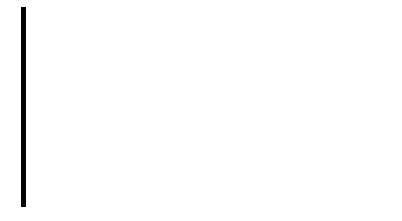
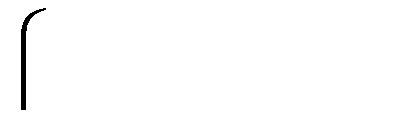
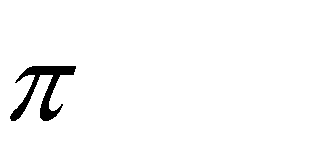
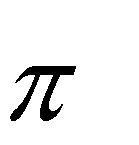
Случайные величины

1. В двух урнах по 5 пронумерованных шаров. В пер- вой урне 2 шара имеют №1, 2 шара – №2 и 1 шар – №3. Во второй урне 3 шара имеют №1 и 2 шара имеют №2. Из этих урн наугад берут по одному шару и находят произведение их номеров. Получившееся число есть случайная величина *X*.

Постройте ее ряд распределения, многоугольник распреде- ления и график функции распределения. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

1. Найдите параметр *А* и математическое ожидание слу- чайной величины *X*, если ее функция раcпределения имеет вид:

*F* (*x*)



0, *если x*

*A*(1 cos 2*x*), *если* 0

1,

0;

*x* 2 ;

*если x* 2 .

1. Лампы накаливания фирмы OSRAM рассчитаны на «средний срок службы» 1000 часов (по стандарту). Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не ме- нее 1200 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.
2. Длины деталей, выпускаемые автоматом, есть слу- чайная величина, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно равны 15 и 0,4 мм. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 1 см, и покажите эту вероятность на графике.

###### Вариант 21

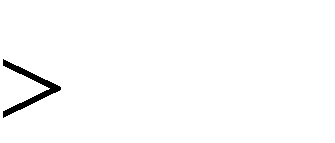
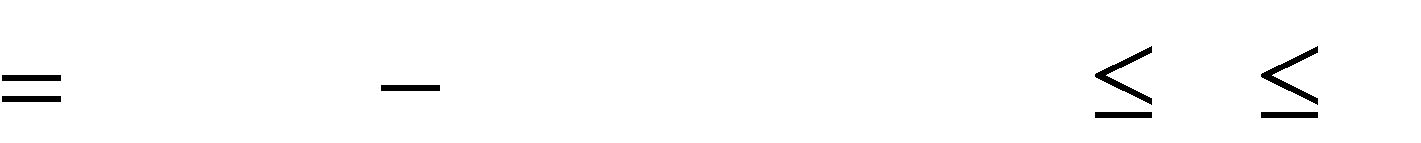
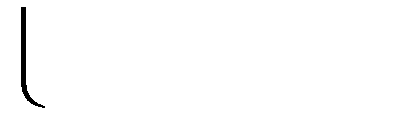
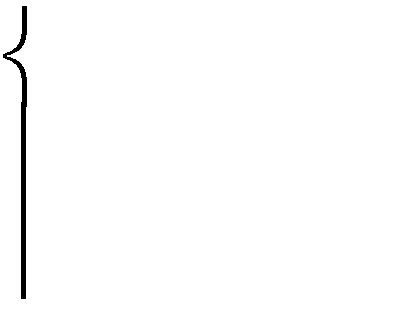
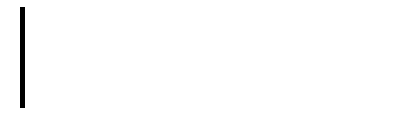
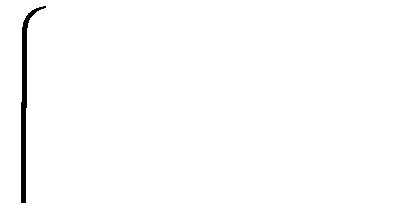
Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание согнутой пополам монеты; события *А*1 – появление герба, *А*2 – появление цифры? Образуют ли они полную группу?
2. Чтобы провести контроль продукции, из трех партий поступивших деталей взяли одну. Какова вероятность обна- ружения брака, если в одной партии 25 % бракованных дета- лей, в другой – 20 %, а в третьей нет брака.
3. Подлежат исследованию 400 проб руды. Вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе одина- кова и равна 0,8. Найдите вероятность того, что число проб с промышленным содержанием металла будет заключено между 290 и 340.
4. В лотерее 100 билетов, среди них один выигрыш в 50 р., 3 выигрыша по 25 р., 6 выигрышей по 10 р. Некто купил 1 билет. Найдите вероятность выиграть не менее 25 р.
5. Вероятность хотя бы одного появления события *А* при четырех независимых опытах равна 0,59. Какова вероятность появления события *А* в одном опыте?
6. В мешочке содержатся 10 кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекаются по одному три кубика с последующим возвращением. Найдите вероятность того, что последователь- но появятся кубики с номерами 5, 6, 7.
7. Завод отправил на базу 5000 изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0002. Найдите вероят- ность того, что на базу прибудет три поврежденных изделия.
8. Клапаны, изготовляемые в цехе, проверяются двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 60 % всей продукции. Вероятность того, что годная деталь будет забракована, для первого контролера равна 0,06, а для вто- рого – 0,02. При проверке забракованных клапанов обна- ружен годный. Найдите вероятность того, что этот клапан проверял первый контролер.
9. В ящике лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых ша- ров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 6 шаров. Какова вероятность того, что вынуты 1 зеленый, 2 синих, 3 красных шара?

Случайные величины

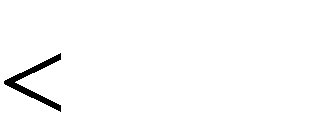
1. Случайная величина *X* задана плотностью вероятности:

2



0, *если x*

*a* (3*x x*2 ) , *если* 0 *x* 3; 0, *если x* 3.



0;

*f* (*x*)

Найдите параметр *а* и вероятность попадания этой случай- ной величины в промежуток (1, 2).

1. Известно, что в партии из 20 телефонных аппаратов имеется 5 недействующих. Наудачу из этой партии взяли 4 аппарата. Найдите закон распределения случайной ве- личины числа недействующих аппаратов из выбранных. Постройте многоугольник распределения и график функ- ции *F*(*x*). Вычислите числовые характеристики этой слу- чайной величины.
2. Интервал движения электропоездов направления

«Самара – Тольятти» в среднем – 1 час 30 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представляет собой случайную величину, распределен- ную равномерно. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд более 35 минут и покажите эту веро- ятность на графике.

1. Заряд пороха для ружья 12 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,2 г и явля- ется нормально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 2,5 г. Найдите веро- ятность повреждения ружья, если максимально допусти- мый вес заряда равен 2,8 г.

###### Вариант 22

Случайные события

* 1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – извлечение карты из колоды; события *А*1 – появление карты червонной масти, *А*2 – появление карты черной масти?
  2. Из колоды карт (36 штук) случайным образом выни- мают три карты. Определите вероятность того, что среди них появится хотя бы один туз.
  3. На опытной станции посеяно 150 семян кукурузы. Наблюдения показывают, что всхожесть таких семян 95 %. Найдите вероятность того, что из 150 семян взой- дут не менее 90 %.
  4. В коробке 10 одинаковых изделий, 6 из которых окра- шены. Наудачу извлечены три изделия. Найдите вероятность того, что среди трех извлеченных изделий два окрашены.
  5. С какой вероятностью две наугад выбранные кости из полного набора домино можно приставить одну к другой?
  6. Что вероятнее: выиграть в шахматы у равносильного противника не менее 3 партий из 4 или не менее 5 из 8?
  7. В спартакиаде участвуют 4 студента I курса, 6 сту- дентов II курса и 5 студентов III курса. Студент первого курса попадает в сборную института с вероятностью 0,9, студент второго курса – с вероятностью 0,7, а третьекурс- ник – с вероятностью 0,8. Наудачу выбранный студент ока- зался членом сборной института. На каком курсе вероятнее всего учится этот студент?
  8. Вероятность появления события при одном опыте рав- на 0,4. С какой вероятностью можно утверждать, что частота этого события при 100 опытах будет отклоняться от ее вероят- ности не более чем на 0,1?
  9. Из последовательности целых чисел от 1 до 10 наудачу выбираются два числа. Какова вероятность того, что произ- ведение этих чисел равно 6?

Случайные величины

1. В одной урне 4 шара, в другой – 3. На каждом шаре от- мечено число очков от 1 до 4 для первой урны и от 1 до 3 – для другой. Из каждой урны наугад извлекаются по одному шару. Пусть *X* – сумма очков, отмеченных на вынутых шарах. По- стройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график функции распределения этой случайной величины. Найдите числовые характеристики случайной величины *X.*
2. Найдите параметр *А*, интегральную функцию распре- деления и математическое ожидание случайной величины *X*, если ее плотность вероятности имеет вид:

0,

*если x*  0;

*f* (*x*)   *A*sin *x* ,

### если

0  *x*   ;





0,

2

*если x*  .

Постройте графики функций *f*(*x*) и *F*(*x*).

1. Найдите числовые характеристики случайной ве- личины, равномерно распределенной в интервале (7, 12). Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите веро- ятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 12) и покажите эту вероятность на графике.
2. Размер детали, изготовляемой автоматом, являет- ся случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 100 мм и дисперсией 0,64 см2. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,997 попадает размер наудачу взятой детали.

###### Вариант 23

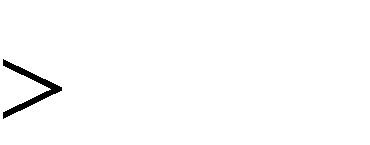
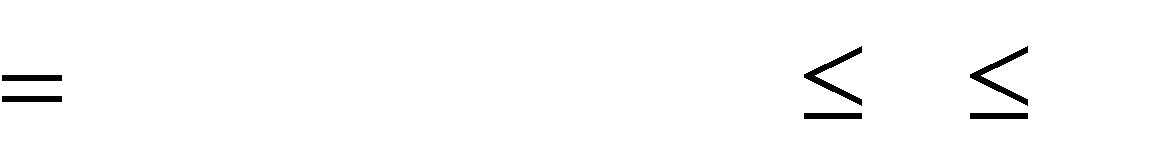
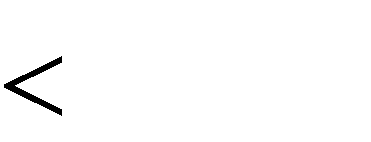
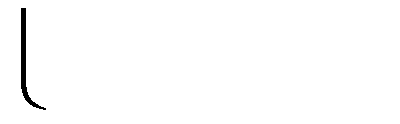
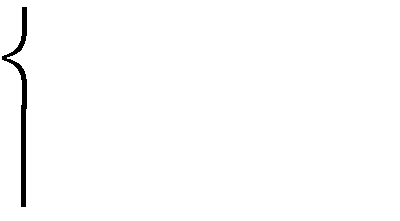
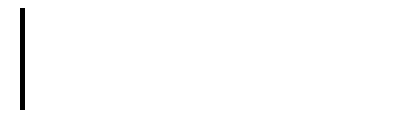
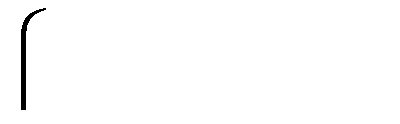
Случайные события

* 1. Образует ли полную группу следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события *А*1 – появ- ление двух гербов, *А*2 – появление герба и цифры? Если нет, то дополните указанную совокупность до полной группы.
  2. Из полного набора костей домино (28 костей) выби- рается наудачу одна кость. Какова вероятность того, что это будет кость 3–5? Найдите вероятность того, что следующую вынутую кость можно будет приставить к первой.
  3. В урне два белых и три черных шара. Два игрока по- очередно вынимают из урны по шару, не возвращая их обрат- но. Выигрывает тот, кто раньше получит белый шар. Найдите вероятность того, что выиграет первый игрок.
  4. Два равносильных противника играют три партии в шахма- ты. Найдите вероятность для каждого выиграть две партии из трех.
  5. Три охотника стреляют по кабану, который после этого оказался убитым одной пулей. Найдите вероятность того, что кабан убит третьим охотником, если вероятности попадания в кабана для них равны соответственно 0,2, 0,4, 0,6.
  6. По данным длительной проверки качества выпуска- емых запчастей определенного типа, брак составляет 13 %. Определите вероятность того, что в непроверенной партии из 150 запчастей пригодных будет 128 штук.
  7. Имеются три урны с шарами. В первой урне 4 белых и 3 черных, во второй – 5 белых и 2 черных, в третьей – 2 белых и 5 черных шаров. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найдите вероятность того, что этот шар окажется белым.
  8. В партии из 50 деталей 5 нестандартных. Определите вероятность того, что среди выбранных наудачу шести дета- лей две окажутся нестандартными.
  9. Проведено 1000 независимых испытаний, в каждом из которых событие *А* может произойти с вероятностью *p* = 0,002. Какова вероятность того, что при этом событие *А* наступило 10 раз?

Случайные величины

1. Найдите функцию распределения *F*(*x*) и вероятность попадания случайной величины *X* в интервал (1, 2), если плотность вероятности случайной величины *X* равна:

*f* (*x*)



0,

*если x*

0,5*x*, *если* 0

0, *если x*

0;

*x* 2;

2.

1. Производят 4 независимых выстрела, причем вероят- ность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) гра- фик функции *F*(*x*) случайной величины *X* – числа попаданий. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром   0,01. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределе- ния, постройте их графики. Найдите числовые характерис-

тики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (1, 2) и покажите ее на графике.

1. Размер деталей задан полем допуска 75 – 80 мм. На заводе средний размер таких деталей 7,7 см, а среднее отклонение – 0,5 см. Какова вероятность получения брако- ванной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

###### Вариант 24

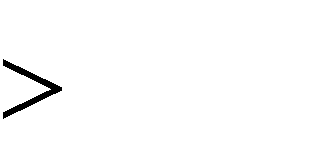
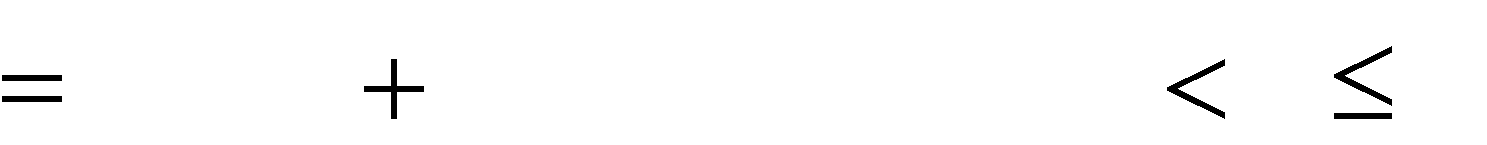
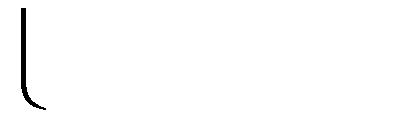
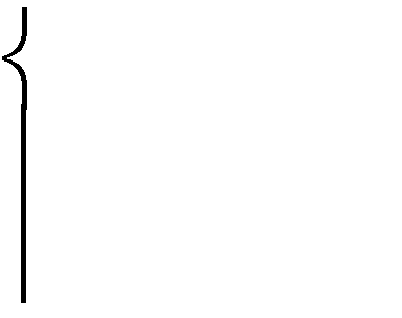
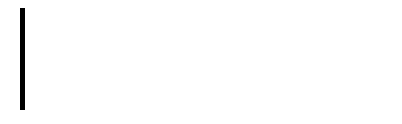
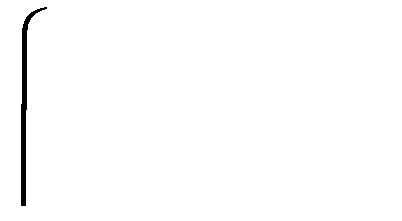
Случайные события

* 1. Являются ли зависимыми следующие события: опыт – бросание игральной кости; события *А*1 – появление четного числа очков, *А*2 – появление нечетного числа очков?
  2. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что произведение выпавших очков окажется равным 6?
  3. Производится залп из двух орудий по мишени. Найди- те вероятность поражения цели, если первое попадает с веро- ятностью 0,5, второе – с вероятностью 0,7.
  4. Стрелок трижды стреляет по мишени с вероятностью попадания 0,6. Найдите для него вероятность набрать не ме- нее 10 очков, если за каждое попадание начисляется 5 очков.
  5. Помехи искажают 2/5 «точек» и 1/3 «тире» (при ис- кажении каждый сигнал переходит в противоположный). В сообщении «точки» и «тире» встречаются в отношении 5:3. Определите вероятность того, что принят передаваемый сиг- нал, если принята «точка».
  6. При массовом производстве продукции и устано- вившемся процессе производства 4 % изделий выходят бракованными. Сколько изделий следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,99 можно было утверждать, что среди изделий доля бракованных по абсолютной величине отлича- ется от 4 % не более чем на 2 %?
  7. Автомашина используется для подвозки товара в три магазина. В первом магазине разгрузка выполняется в течение 30 минут с вероятностью 0,77, во втором – 0,67 и в третьем – 0,62. На базу сообщили, что машина разгружена за 30 минут. Определите вероятность, что это произошло в первом магазине.
  8. Вероятность появления события в каждом из незави- симых испытаний равна 0,2. Найдите вероятность того, что событие наступит 20 раз в 100 испытаниях.
  9. Из 12 имеющихся приборов 3 неисправных. Какова вероятность того, что среди 4, взятых наугад приборов, на- ходятся 2 неисправных?

Случайные величины

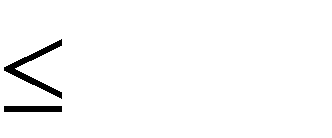
1. Вычислите математическое ожидание и вероятность попадания случайной величины *X* в интервал (0; 0,5), если функция распределения этой случайной величины имеет вид:

2



0, *если x*

0,3*x* 0,7*x*2 , *если* 0 *x* 1; 1, *если x* 1.



0;

*F* (*x*)

1. Бросается три раза кубик, у которого две грани окра- шены в белый цвет, а четыре – в черный. Случайная величина *X* – число появления белой грани. Постройте ряд распреде- ления, многоугольник распределения и график функции рас- пределения для случайной величины *X*. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.
2. Гарантийный срок службы энергосберегающих ламп КОСМОС составляет 8000 часов. Какова вероят- ность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 12000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.
3. Длины деталей, выпускаемые автоматом, – нормаль- но распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным 10 мм, и дисперсией, равной и 0,25 мм2. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 0,2 мм, и по- кажите эту вероятность на графике.

###### Вариант 25

Случайные события

* 1. По мишени производится три выстрела. Рассматрива- ют события *Ak* – попадание при *k*-том выстреле, *k* = 1, 2, 3.

Пользуясь действиями над событиями *Ak* и бытие: *B* – только одно попадание.

*Ak* , записать со-

* 1. Согласно наблюдениям, всхожесть семян ржи состав- ляет 90 %. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут 5?
  2. В первой урне лежат 3 черных и 2 красных шара, во второй – 5 черных и 5 красных и в третьей – 6 чер- ных и 4 красных. Из каждой урны берут по одному шару. Найдите вероятность того, что все три вынутых шара одного цвета.
  3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипеди- стов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна: для лыжника – 0,9, для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,75. Найдите вероятность того, что спортсмен, вызванный наудачу, выполнил норму.
  4. Ребенок играет с пятью буквами разрезной азбуки: А, А, К, Н, У. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд, он получит слово «НАУКА»?
  5. При вытачивании болтов наблюдается 1 % брака. Какова вероятность того, что из 400 болтов 390 будут стандартными?
  6. В собранной электрической цепи может быть постав- лен предохранитель первого типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,8, или предохранитель второго типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,9. Предохранитель первого типа может быть поставлен

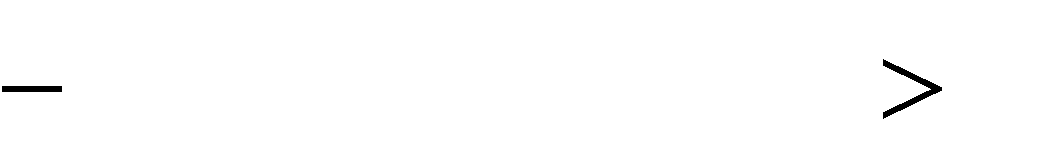
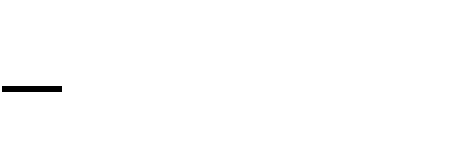
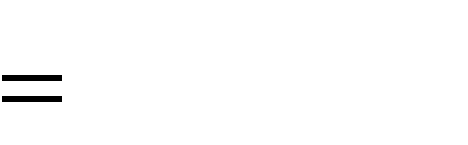
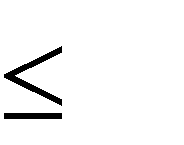
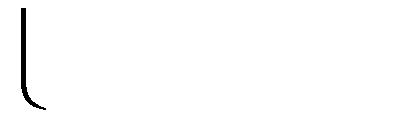
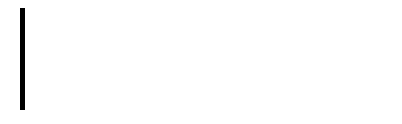
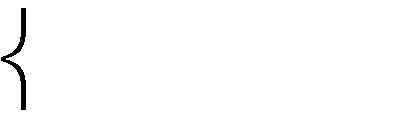
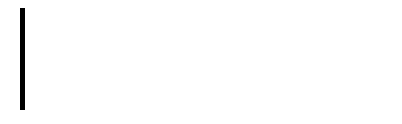
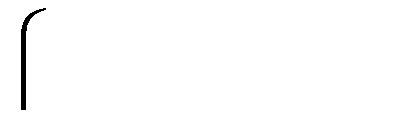
в цепь с вероятностью 0,6, а второго типа – с вероятностью 0,4. Предохранитель в цепи сработал. Что вероятнее: постав- лен предохранитель первого или второго типа?

* 1. Вероятность наступления события в каждом из неза- висимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не более чем на 0,02?
  2. На десяти одинаковых карточках написаны числа от 1 до 10. Наугад берутся две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел на этих карточках делится на три?

Случайные величины

1. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины *X* имеет вид:

*F* (*x*)



0,5*ex*,

1 0,5*e x*, *если x* 0.

*если x*

0;

Найдите функцию плотности вероятности и числовые характеристики этой случайной величины.

1. Случайная величина *X* – число попаданий мячом в корзину при двух бросках. Вероятность попадания мячом в корзину при одном броске равна 0,4. Напишите закон рас- пределения и функцию распределения случайной величины *X*, найдите ее числовые характеристики.
2. Случайная величина распределена равномерно в ин- тервале (-4; 8,5). Составьте дифференциальную и интеграль- ную функции распределения, постройте их графики. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.
3. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределенной случайной величины равны соответственно 8 и 4. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Покажите, что практи- чески достоверно попадание случайной величины в интервал (-2, 14), и объясните полученный результат.

###### Вариант 26

Случайные события

1. По мишени производится три выстрела. Рассматрива- ются события *Ak* – попадание при *k*-том выстреле, *k* = 1, 2, 3.

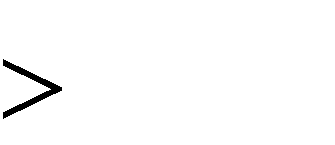
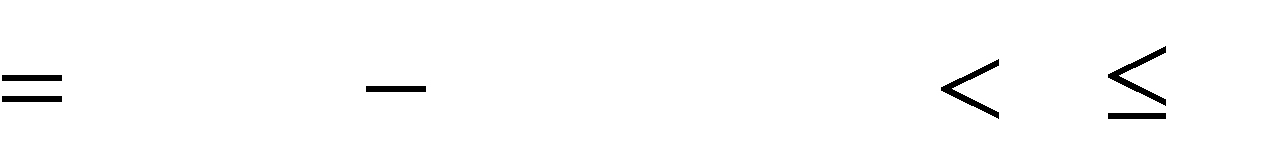
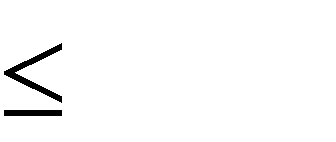
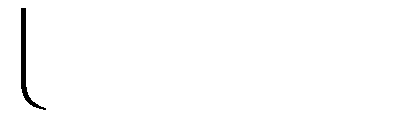
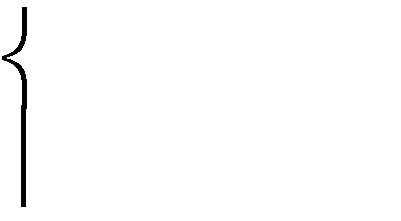
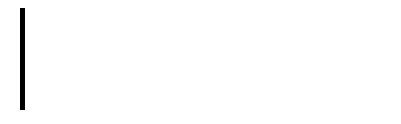
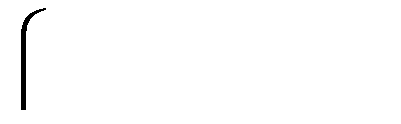
Пользуясь действиями над событиями *Ak* и *Ak* , записать событие *C* – только два попадания.

1. Электростанция обслуживает сеть с 10000 лампами, вероятность включения каждой из них вечером равна 0,6. Определите вероятность того, что число одновременно вклю- ченных ламп будет лежать между 5900 и 6100.
2. Рабочий, обслуживающий два станка, вынужден был отлучиться на некоторое время. Вероятности того, что в течение этого времени станки потребуют внимания рабо- чего, равны 0,7 и 0,8 соответственно. Найдите вероятность того, что за время отсутствия рабочего ни один станок не потребует его внимания.
3. В ящике 10 деталей, среди них 4 детали изготовле- ны заводом №1, остальные – заводом №2. Взяты три детали. Какова вероятность того, что вынуты две детали завода №1 и одна – завода №2.
4. Из 10 деталей 4 окрашены. Вероятность того, что окра- шенная деталь тяжелее нормы, равна 0,3, а для неокрашенной де- тали эта вероятность равна 0,1. Взятая наудачу деталь оказалась тяжелее нормы. Найдите вероятность того, что она окрашена.
5. В приборе стоят 6 одинаковых предохранителей. Для каждого из них вероятность перегореть после 1000 часов работы равна 0,4. Если перегорело хотя бы два предохрани- теля, то прибор требует ремонта. Найдите вероятность того, что прибор потребует ремонта после 1000 часов работы, если предохранители перегорают независимо друг от друга.
6. Вероятность наступления события в каждом из неза- висимых испытаний равна 0,7. Найдите вероятность того, что в 1600 испытаниях событие наступит 900 раз.
7. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что разность выпавших очков равна 1?
8. Производят 3 выстрела. Вероятность попадания при этом равны 0,5; 0,6 и 0,8 соответственно. При одном попа- дании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух – с вероятностью 0,6, при трех – самолет будет сбит наверняка. Какова вероятность того, что самолет будет сбит?

Случайные величины

1. Случайная величина *X* задана функцией распределения *F*(*x*):

*F* (*x*)



0, *если x* 2;

0,5*x* 1, *если* 2 *x* 4;

1, *если x* 4.

Найдите числовые характеристики этой случайной вели- чины. Постройте графики интегральной и дифференциаль- ной функций.

1. Из партии из 25 изделий, среди которых имеется 6 нестандартных, выбраны случайным образом 3 изделия для проверки их качества. Постройте (с точностью до 0,01) за-

кон распределения случайного числа *X* нестандартных изде- лий, содержащихся в выборке, многоугольник распределения и график функции распределения. Найдите числовые харак- теристики этой случайной величины.

1. Поезда метрополитена идут с интервалом 3 минуты. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать поезд, представляет собой случайную величину, распределенную рав- номерно. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд менее 1 минуты и покажите эту вероятность на графике.
2. Заряд пороха для ружья 16 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и является нор- мально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 5,1 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 5,6 г.

###### Вариант 27

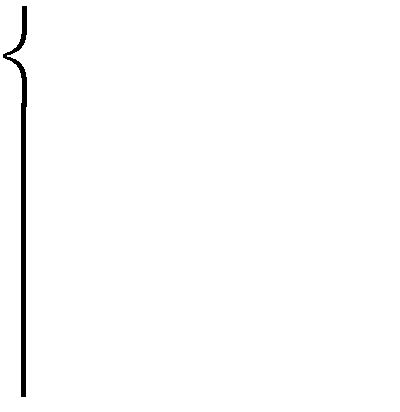
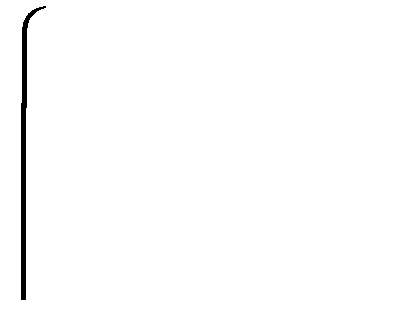
Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий: *А* – не более двух попаданий при пяти выстрелах, В – хотя бы одно попадание при пяти выстрелах.
2. Имеется 100 станков одинаковой мощности, работающих независимо друг от друга в одинаковом режиме, при котором их привод оказывается включенным в течение 0,8 всего рабочего времени. Какова вероятность того, что в произвольно взятый момент времени окажутся включенными от 70 до 86 станков?
3. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по од- ной и той же цели. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8, второго – 0,9. Найдите вероятность поражения цели.
4. Бросаются две правильные треугольные пирамиды, сделанные из однородного материала. На их гранях помечены точками очки: 1, 2, 3 и 4. Какова вероятность того, что произ- ведение очков, выпавших на обеих пирамидах, равно четырем.
5. В пирамиде установлено 20 винтовок, 14 из которых имеют оптический прицел. Вероятность поражения мишени из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтов- ки без оптического прицела – 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Какова вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом?
6. 40 % шестерен, лежащих в ящике, изготовлены на за- воде №1, остальные – на заводе №2. Из ящика взяли наудачу 7 шестерен. Какова вероятность того, что среди них окажутся изготовленными заводом №1: а) две; б) менее трех.
7. Вероятность наступления события в одном испытании равна 0,07. Какова вероятность того, что в 1400 испытаниях это событие наступит 28 раз?
8. В ящике лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 6 шаров. Какова веро- ятность того, что вынули 1 зеленый, 2 синих и 3 красных шара?
9. Часы изготовляются на трех заводах и поступают в ма- газин. Первый завод производит 40 % продукции, второй – 45 % и третий – 15 %. В продукции первого завода спешат 20 % часов, у второго – 30 % и у третьего – 10 %. Какова веро- ятность того, что купленные часы не спешат?

Случайные величины

1. Случайная величина *X* задана интегральной функцией распределения:

*F* (*x*)



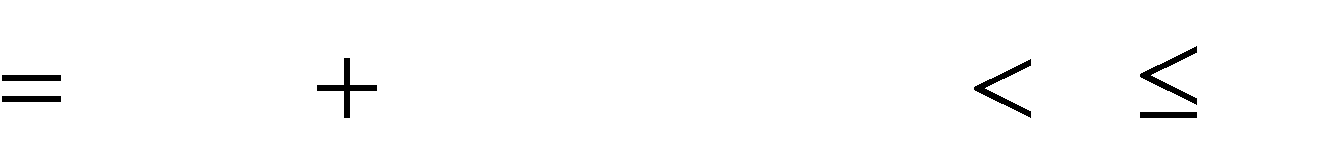
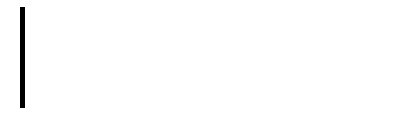
0,

1,

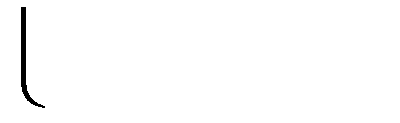
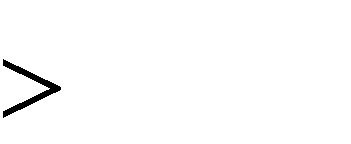
3*x*2 2*x*, *если* 0 *x*

3

1 ;



### если x

*если x *

0;

1.

3

Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Постройте графики интегральной и дифференци- альной функций.

1. Производят выстрелы из орудий с вероятностью попа- дания 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется до первого попадания, но не свыше четырех выстрелов. Напишите закон распределения случайной величины *X*– числа произведенных выстрелов. Постройте многоугольник распределения и гра- фик функции распределения. Найдите числовые характерис- тики этой случайной величины.
2. Длительность времени безотказной работы прибора имеет показательное распределение *F(t)* = 1 – *e-0,07t*. Каков его гарантийный срок? Какова вероятность того, что прибор прослужит вдвое дольше гарантийного срока?
3. Размер деталей задан полем допуска 20 – 22 см. Средний размер таких деталей – 20,6 см, а среднее откло- нение – 0,8 см. Какова вероятность получения бракованной детали, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

###### Вариант 28

Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий *А* – выпадение двух гербов при бросании двух монет, *В* – три попадания при трех выстрелах.
2. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Найди- те вероятность того, что из 200 родившихся детей мальчиков и девочек будет поровну.
3. Вероятности того, что каждый из трех друзей придет в условленное место, соответственно равны *p*1 = 0,8, *p*2 = 0,4, *p*3 = 0,7. Определите вероятность того, что встреча состоится, если для этого достаточно явиться двум из трех друзей.
4. В ящике лежат 20 одинаковых на ощупь шаров. Из них 12 белых и 8 черных. Наудачу вынимают два шара. Какова ве- роятность того, что оба они белые? Какова вероятность того, что они разного цвета?
5. Изделие может поступить для обработки на первый станок с вероятностью 0,2, на второй – с вероятностью 0,3 и на третий станок – с вероятностью 0,5. При обработке на первом станке вероятность брака равна 0,02, на втором – 0,03, на третьем – 0,05. Выбранное наудачу изделие оказалось бра- кованным. Чему равна вероятность того, что изделие было об- работано на третьем станке?
6. В ящике лежат несколько тысяч предохранителей. Половина их изготовлена заводом №1, остальные – заводом

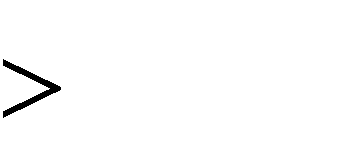
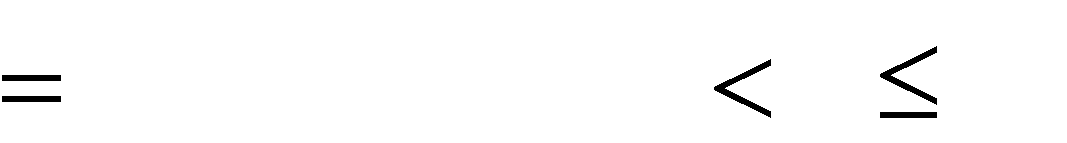
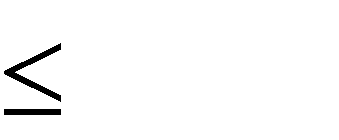
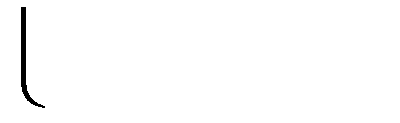
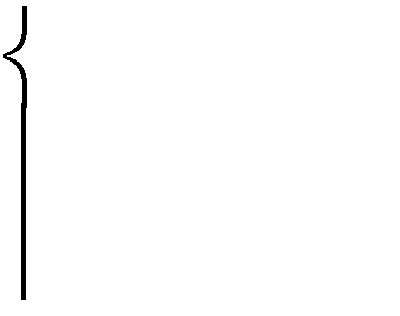
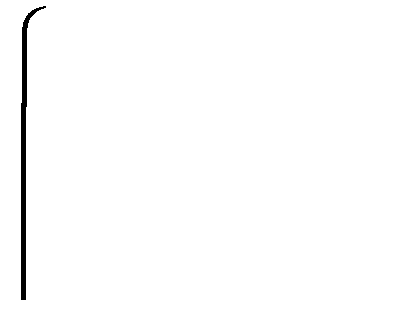
№2. Наудачу вынули пять предохранителей. Чему равна ве- роятность того, что заводом №1 из них изготовлены: а) два; б) менее двух; в) более двух?

1. Игральную кость бросают 4200 раз. Какова вероят- ность того, что при этом три очка выпало 700 раз?
2. Бросили две игральные кости и подсчитали сумму выпавших очков. Что вероятнее: получить в сумме 7 или 8?
3. На сборку поступают детали, изготовленные тремя автоматами. Известно, что первый автомат дает 0,3 % брака, второй – 0,2 % и третий – 0,4 %. Найдите вероятность попа- дания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 1000, со второго – 2000 и с третьего – 2500 деталей.

Случайные величины

1. Случайная величина задана функцией распределения *F*(*x*):

*F* (*x*)



0, *если x*

16

1,

*x*22 , *если* 0 *x* 4;

*если x* 4.

0;

Найдите числовые характеристики этой случайной вели- чины. Постройте графики интегральной и дифференциаль- ной функций.

1. Билет на право разового участия в азартной игре стоит ***x*** долларов. Игрок выбрасывает две игральные кости и получа- ет выигрыш 100 долларов, если выпали две шестерки, 10 дол- ларов – при выпадении одной шестерки и проигрывает, если ни одной шестерки не появилось. Какова должна быть стоимость билета, чтобы игра приносила доход ее устроителям?
2. Непрерывная случайная величина имеет показа-

тельное распределение с параметром   0,7 . Найди-

те числовые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите веро- ятность попадания случайной величины в интервал (5, 9) и покажите ее на графике.

1. Длины деталей, выпускаемые автоматом, – нормаль- но распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным 30 мм, и дисперсией, равной 0,64 мм2. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 3 мм, и пока- жите эту вероятность на графике.

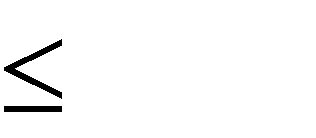
###### Вариант 29

Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий *A* – выпадение одного герба при бросании двух монет, *B* – ни одного попадания при трех выстрелах.
2. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гра- нях будет не меньше 9.
3. В ящике имеется 12 деталей, среди которых 10 стан- дартных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найдите ве- роятность того, что среди них две стандартные.
4. В урне лежат 2 красных и 3 черных шара. Два игрока поочередно вынимают из урны по одному шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше получит красный шар. Найдите вероятность того, что выиграет первый игрок.
5. Имеются две партии однородных изделий: первая пар- тия состоит из 10 изделий, среди которых 2 дефектных, вто- рая партия – из 12 изделий, причем 3 дефектных. Из первой партии берутся случайным образом 3 изделия, а из второй – 4, которые смешиваются и образуют новую партию. Из новой партии берется наугад одно изделие. Найдите вероятность того, что оно будет дефектным.
6. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем первый завод поставляет 50 %, второй – 30 %, третий – 20 % изделий. Среди изделий первого завода 70 % первосортных, второго – 80 %, третьего – 90 %. Куплен- ное изделие оказалось первосортным. Определите вероят- ность того, что оно выпущено третьим заводом.
7. Игральная кость подброшена 5 раз. Найдите вероят- ность того, что «шестерка» выпала три раза.
8. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 80 раз.
9. Среди семян пшеницы имеется 0,2 % семян сорняков. Определите вероятность того, что при случайном отборе 1000 семян будет обнаружено 5 семян сорняков?

Случайные величины

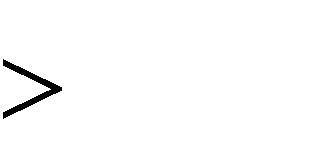
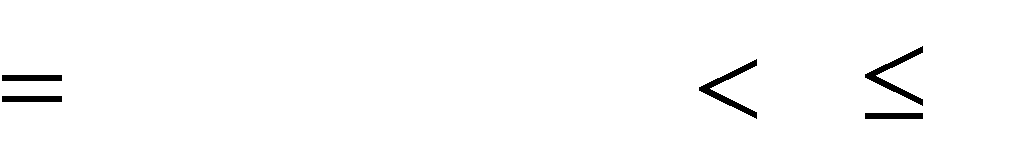
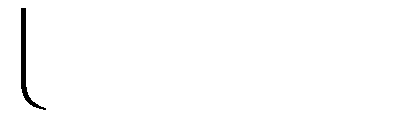
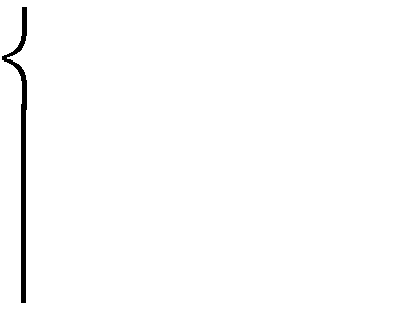
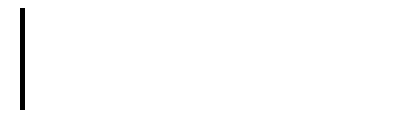
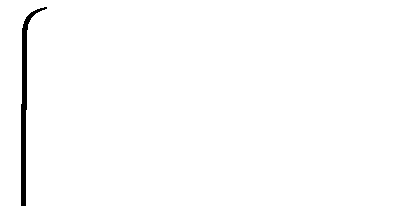
1. Непрерывная случайная величина *X* задана интеграль- ной функцией распределения:



0;

*F* (*x*)

3,



0,

*x*3

1,

*если x*

*если* 0 *x* 1;

*если x* 1.

Найдите плотность распределения вероятностей и число- вые характеристики этой случайной величины.

1. В партии 5 % нестандартных деталей. Наудачу отоб- раны 3 детали. Напишите закон распределения дискрет- ной случайной величины *X* – числа нестандартных деталей среди трех отобранных. Найдите числовые характеристики этой случайной величины и функцию распределения *F*(*x*). Постройте многоугольник распределения и график *F*(*x*).
2. Время безотказной работы прибора имеет показатель- ное распределение. Найдите вероятность того, что прибор проработает не менее 100 часов, если среднее время работы прибора 80 часов.
3. Диаметр детали, изготовляемой станком-автоматом, является случайной величиной, распределенной по нормаль- ному закону с математическим ожиданием 5 см и дисперсией 0,16 см2. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,996 попадает размер наудачу взятой детали.

###### Вариант 30

Случайные события

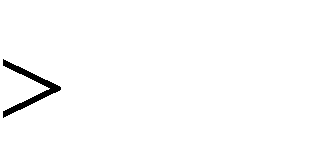
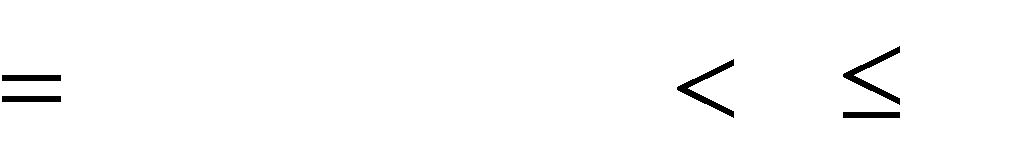
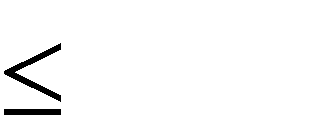
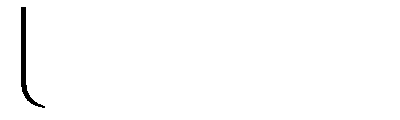
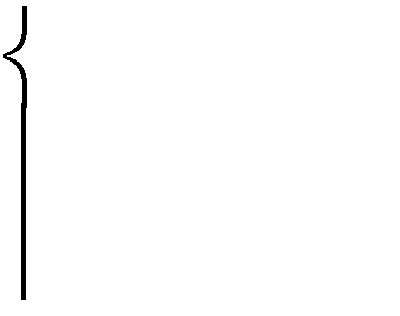
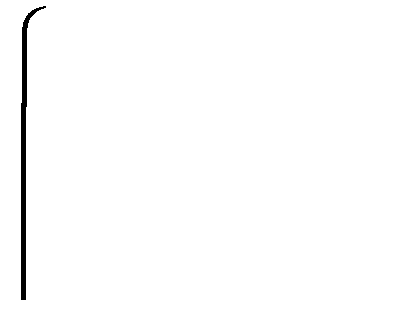
1. Может ли при каком-либо значении аргумента функ- ция распределения быть отрицательной?
2. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков произведение числа очков на выпавших гранях будет не меньше 20.
3. Завод изготовляет определенного вида изделия. Каж- дое изделие имеет дефект с вероятностью 0,09. Изделие осматривается одним контролером. Он обнаруживает име- ющийся дефект с вероятностью 0,95, а если дефект не об- наружен, пропускает изделие в готовую продукцию. Кроме того, контролер может по ошибке забраковать изделие, не имеющее дефект с вероятностью 0,08. Найдите вероят- ность того, что: 1) изделие будет забраковано; 2) изделие бу- дет забраковано, но ошибочно; 3) изделие будет пропущено в готовую продукцию с дефектом.
4. В коробке 8 одинаковых деталей, среди них 3 окраше- ны. Наудачу извлечены 2 детали. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей хотя бы одна окрашена.
5. Из 100 ламп 30 принадлежат первой партии, 70 ламп – второй партии. В первой партии 6 % бракованных ламп, во второй – 4 %. Наудачу выбирается одна лампа. Определите вероятность того, что выбранная лампа бракованная.
6. На сборку поступают детали с двух станков – автоматов. Первый допускает 2 % брака, второй – 1 %. С первого автомата в час поступает 60 деталей, со вто- рого – 40. Случайно взятая деталь оказалась бракован- ной. Что вероятнее: деталь изготовлена на первом или на втором станке?
7. Игральная кость брошена 6 раз. Найдите вероятность того, что «шестерка» выпала ровно четыре раза.
8. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 75 и не более 90 раз.
9. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,002. Поступило 1000 вызовов. Опре- делите вероятность 7 сбоев.

Случайные величины

* 1. Случайная величина *X* задана функцией распределения:

*F* (*x*)

2



0, *если x*

*x* 2

4 , *если* 0 *x* 2;

1, *если x* 2.

0;

Найдите плотность распределения вероятностей и число- вые характеристики этой случайной величины.

* 1. Две игральные кости бросают два раза. Напишите закон распределения дискретной случайной величины *X* – числа выпадений четного числа очков на двух игральных костях. Найдите математическое ожидание и функцию распределения

*F*(*x*). Постройте многоугольник распределения и график *F*(*x*).

* 1. Найдите числовые характеристики равномерно рас- пределенной в интервале (-3; 1,5) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероят- ность попадания этой случайной величины в интервал (0, 2) и покажите эту вероятность на графике.
  2. Размер деталей задан полем допуска 50-60 мм. На заводе средний размер таких деталей 5,6 см, а среднее отклонение – 0,6 см. Какова вероятность получения брако- ванной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

# Приложения



1  *x*2 2

*Таблица 1*

2

###### Таблица значений функции

1.  *e*

107

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3652 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1786 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |

*Таблица 1 (окончание)*

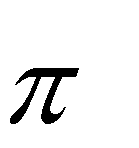
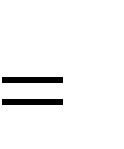
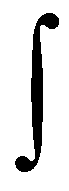
108

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

*Таблица 2*

109

* 1. *x z*2



**Таблица значений функции** *Ф*(*x*)  *e* 2 *dz*

* 1. 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** |
| 0,00 | 0,0000 | 0,32 | 0,1255 | 0,64 | 0,2389 | 0,96 | 0,3315 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,33 | 0,1293 | 0,65 | 0,2422 | 0,97 | 0,3340 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,34 | 0,1331 | 0,66 | 0,2454 | 0,98 | 0,3365 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,35 | 0,1368 | 0,67 | 0,2486 | 0,99 | 0,3389 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,36 | 0,1406 | 0,68 | 0,2517 | 1,00 | 0,3413 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,37 | 0,1443 | 0,69 | 0,2549 | 1,01 | 0,3438 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,38 | 0,1480 | 0,70 | 0,2580 | 1,02 | 0,3461 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,39 | 0,1517 | 0,71 | 0,2611 | 1,03 | 0,3485 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,40 | 0,1554 | 0,72 | 0,2642 | 1,04 | 0,3508 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,41 | 0,1591 | 0,73 | 0,2673 | 1,05 | 0,3531 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,42 | 0,1628 | 0,74 | 0,2703 | 1,06 | 0,3554 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,43 | 0,1664 | 0,75 | 0,2734 | 1,07 | 0,3577 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,44 | 0,1700 | 0,76 | 0,2764 | 1,08 | 0,3599 |

*Таблица 2 (продолжение)*

110

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** |
| 0,13 | 0,0517 | 0,45 | 0,1736 | 0,77 | 0,2794 | 1,09 | 0,3621 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,46 | 0,1772 | 0,78 | 0,2823 | 1,10 | 0,3643 |
| 0,15 | 0,0596 | 0,47 | 0,1808 | 0,79 | 0,2852 | 1,11 | 0,3665 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,48 | 0,1844 | 0,80 | 0,2881 | 1,12 | 0,3686 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,49 | 0,1879 | 0,81 | 0,2910 | 1,13 | 0,3708 |
| 0,18 | 0,0714 | 0,50 | 0,1915 | 0,82 | 0,2939 | 1,14 | 0,3729 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,51 | 0,1950 | 0,83 | 0,2967 | 1,15 | 0,3749 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,52 | 0,1985 | 0,84 | 0,2995 | 1,16 | 0,3770 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,53 | 0,2019 | 0,85 | 0,3023 | 1,17 | 0,3790 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,54 | 0,2054 | 0,86 | 0,3051 | 1,18 | 0,3810 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,55 | 0,2088 | 0,87 | 0,3078 | 1,19 | 0,3830 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,56 | 0,2123 | 0,88 | 0,3106 | 1,20 | 0,3849 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,57 | 0,2157 | 0,89 | 0,3133 | 1,21 | 0,3869 |
| 0,26 | 0,1026 | 0,58 | 0,2190 | 0,90 | 0,3159 | 1,22 | 0,3883 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,59 | 0,2224 | 0,91 | 0,3186 | 1,23 | 0,3907 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,60 | 0,2257 | 0,92 | 0,3212 | 1,24 | 0,3925 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,61 | 0,2291 | 0,93 | 0,3238 | 1,25 | 0,3944 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,62 | 0,2324 | 0,94 | 0,3264 |  |  |

*Таблица 2 (продолжение)*

111

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** |
| 0,31 | 0,1217 | 0,63 | 0,2357 | 0,95 | 0,3289 |  |  |
| 1,26 | 0,3962 | 1,59 | 0,4441 | 1,92 | 0,4726 | 2,50 | 0,4938 |
| 1,27 | 0,3980 | 1,60 | 0,4452 | 1,93 | 0,4732 | 2,52 | 0,4941 |
| 1,28 | 0,3997 | 1,61 | 0,4463 | 1,94 | 0,4738 | 2,54 | 0,4945 |
| 1,29 | 0,4015 | 1,62 | 0,4474 | 1,95 | 0,4744 | 2,56 | 0,4948 |
| 1,30 | 0,4032 | 1,63 | 0,4484 | 1,96 | 0,4750 | 2,58 | 0,4951 |
| 1,31 | 0,4049 | 1,64 | 0,4495 | 1,97 | 0,4756 | 2,60 | 0,4953 |
| 1,32 | 0,4066 | 1,65 | 0,4505 | 1,98 | 0,4761 | 2,62 | 0,4956 |
| 1,33 | 0,4082 | 1,66 | 0,4515 | 1,99 | 0,4767 | 2,64 | 0,4959 |
| 1,34 | 0,4099 | 1,67 | 0,4525 | 2,00 | 0,4772 | 2,66 | 0,4961 |
| 1,35 | 0,4115 | 1,68 | 0,4535 | 2,02 | 0,4783 | 2,68 | 0,4963 |
| 1,36 | 0,4131 | 1,69 | 0,4545 | 2,04 | 0,4793 | 2,70 | 0,4965 |
| 1,37 | 0,4147 | 1,70 | 0,4554 | 2,06 | 0,4803 | 2,72 | 0,4967 |
| 1,38 | 0,4162 | 1,71 | 0,4564 | 2,08 | 0,4812 | 2,74 | 0,4969 |
| 1,39 | 0,4177 | 1,72 | 0,4573 | 2,10 | 0,4821 | 2,76 | 0,4971 |
| 1,40 | 0,4192 | 1,73 | 0,4582 | 2,12 | 0,4830 | 2,78 | 0,4973 |
| 1,41 | 0,4207 | 1,74 | 0,4591 | 2,14 | 0,4838 | 2,80 | 0,4974 |
| 1,42 | 0,4222 | 1,75 | 0,4599 | 2,16 | 0,4846 | 2,82 | 0,4976 |
| 1,43 | 0,4236 | 1,76 | 0,4608 | 2,18 | 0,4854 | 2,84 | 0,4977 |
| 1,44 | 0.4251 | 1,77 | 0,4616 | 2,20 | 0,4861 | 2,86 | 0,4979 |

*Таблица 2 (окончание)*

112

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** | **x** | **Ф(x)** |
| 1,45 | 0,4265 | 1,78 | 0,4625 | 2,22 | 0,4868 | 2,88 | 0,4980 |
| 1,46 | 0,4279 | 1,79 | 0,4633 | 2,24 | 0,4875 | 2,90 | 0,4981 |
| 1,47 | 0,4292 | 1,80 | 0,4641 | 2,26 | 0,4881 | 2,92 | 0,4982 |
| 1,48 | 0,4306 | 1,81 | 0,4649 | 2,28 | 0,4887 | 2,94 | 0,4984 |
| 1,49 | 0,4319 | 1,82 | 0,4656 | 2,30 | 0,4893 | 2,96 | 0,4985 |
| 1,50 | 0,4332 | 1,83 | 0,4664 | 2,32 | 0,4898 | 2,98 | 0,4986 |
| 1,51 | 0,4345 | 1,84 | 0,4671 | 2,34 | 0,4904 | 3,00 | 0,49865 |
| 1,52 | 0,4357 | 1,85 | 0,4678 | 2,36 | 0,4909 | 3,20 | 0,49931 |
| 1,53 | 0,4370 | 1,86 | 0,4686 | 2,38 | 0,4913 | 3,40 | 0,49966 |
| 1,54 | 0,4382 | 1,87 | 0,4693 | 2,40 | 0,4918 | 3,60 | 0,499841 |
| 1,55 | 0,4394 | 1,88 | 0,4699 | 2,42 | 0,4922 | 3,80 | 0,499928 |
| 1,56 | 0,4406 | 1,89 | 0,4706 | 2,44 | 0,4927 | 4,00 | 0,499968 |
| 1,57 | 0,4418 | 1,90 | 0,4713 | 2,46 | 0,4931 | 4,50 | 0,499997 |
| 1,58 | 0,4429 | 1,91 | 0,4719 | 2,48 | 0,4934 | 5,00 | 0,499997 |

# Список литературы

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2006.
2. Вентцель, Е.С., Овчаров, Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшее образование, 2006.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшее образование, 2006.
5. Гнеденко, Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. – М.: Едиториал УРСС, 2003.
6. Данко, П. Е., Попов, А. Г., Кожевникова, Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. Часть 2. – М.: Оникс, 2003.
7. Свешников, А.А. и др. Сборник задач по теории ве- роятностей, математической статистике и теории случай- ных функций / А.А. Свешников, Б.Г. Володин, М.П. Ганин, И.Я. Динер, Л.Б. Комаров, К.Б. Старобин. – СПб.: Лань, 2008.

113

*Учебное издание*

*ЕГОРОВА Ирина Петровна КШНЯКИНА Нина Васильевна ФАДЕЕВА Оксана Владиславовна*

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

*Сборник задач*

Редактор *А.А. Сыромятников* Технический редактор *А.С. Васина* Корректор *С.С. Ерышева*

Подписано в печать 19.07.2012 г. Формат 60х84/16 Бумага офсетная. Печать оперативная.

Уч.-изд. л. 3,43. Усл. печ. л. 6,63 Тираж 60 экз. Рег. № 199 (52)

ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет» 443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194

114