

# **Лабораторная работа 2**

**Задача о погоне**

Саттарова Вита Викторовна

# **Содержание**

<b>1 Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2 Задание</b>	<b>5</b>
<b>3 Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4 Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
<b>5 Выводы</b>	<b>12</b>
<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

# List of Figures

4.1	Вывод уравнения . . . . .	8
4.2	Решение уравнения . . . . .	9
4.3	Лодка и пересечение . . . . .	9
4.4	Код графика 1 . . . . .	9
4.5	График 1 . . . . .	10
4.6	Код графика 2 . . . . .	10
4.7	График 2 . . . . .	11

# **1 Цель работы**

Решить задачу о погоне, вывести уравнения и нарисовать траектории с использованием научных языков программирования

## 2 Задание

**Вариант 66** На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 18,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

### 3 Теоретическое введение

Пример рассуждений и выводения уравнения для похожей задачи. 1. Пункты 1-2 (рис. fig. ??) 1. Пункты 3-4(рис. fig. ??) 1. Пункты 4-5(рис. fig. ??)

1. Пункты 5 (рис. fig. ??) 1. Пункты 5-6 (рис. fig. ??) 1. Пункты 6 (рис. fig. ??)

Постановка задачи

1. Принимает за  $t_0 = 0$ ,  $x_{\text{л}0} = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{\text{к}0} = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{\text{л}0}$  ( $\theta = x_{\text{л}0} = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 5.1)

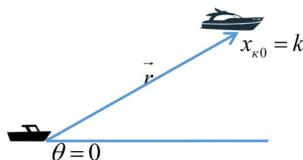


Рис.51.1. Положение катера и лодки в начальный момент времени (случае  $x + k / 2v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{2v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x + k}{2v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{k}{3}$  и  $x_2 = k$ , задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  -

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны движется прямолинейно, пока не окажется на том же и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны движется вокруг полюса удаляясь от него с той же браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после катера движаться вокруг полюса), необходимо составить уравнение для времени  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии. Это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $k - x$  (или начального положения катера относительно полюса). Для этого расстояние, вычисляется как  $x/v$ .

Для этого скорость катера раскладываем на радиальную скорость и  $v_\tau$  - тангенциальную скорость. Тангенциальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Нужно, чтобы эта скорость была равна скорости катера  $v$ .

Тангенциальная скорость - это линейная скорость катера относительно полюса. Она равна произведению угла

$$\text{радиус } r, v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$$

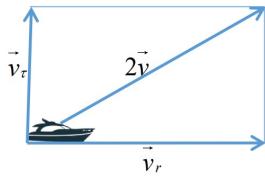


Рис. 5.2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно:  $v_t = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух

| Более подробно об Unix см. в справочнике на сайте ТУИС на странице курса “Математическое моделирование” [1].

6. Решение исходной задачи сводится к решению дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases}$$

с начальными условиями  $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$  или

Исключая из полученной системы производную из следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, получим траекторию движения катера в полярных координатах

## 4 Выполнение лабораторной работы

- Объяснила задачу и вывела дифференциальное уравнение для её решения.  
(рис. fig. 4.1)

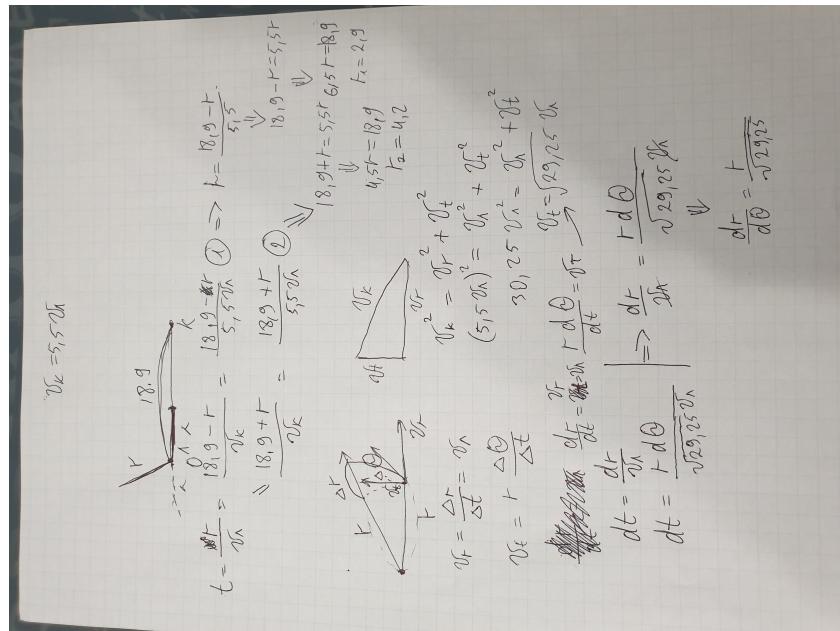


Figure 4.1: Вывод уравнения

- Подключила библиотеки, написала основную функцию, создала задачи для решения уравнения и решила его. (рис. fig. 4.2)

```

Ввод [8]: # Решение ОДУ
using DifferentialEquations
using Plots

# "u" - переменная, для
# "t" - переменные (вектор или массив)
# ... - параметры (кортеж, tuple).
# t ... - аргумент (вектор, время)

function f(u, p, t)
    # p и t не используются в нашем примере
    # но нужен в любом случае для библиотеки
    return u / t^(2.25)
end

#Начальное значение
const u_0 = 2.9
const u_1 = 4.2

#Интервал (кортеж, tuple)
const T0 = (0, 2π)
const T1 = (π, 3π)

# Задаем
prob0 = ODEProblem(f, u_0, T0)
prob1 = ODEProblem(f, u_1, T1)

# Решение задачи
sol0 = solve(
    prob0,
    dtmax=0.1
)
sol1 = solve(
    prob1,
    dtmax=0.1
)

```

Figure 4.2: Решение уравнения

1. Задала данные лодки, написала функцию для нахождения точки пересечения и высчитала её. (рис. fig. 4.3)

```

Ввод [13]: boatr = Float64[0.0, 10.0]
boatang = Float64[3π/2]

point0 = 0
point1 = 0
for (i,ang) in enumerate(sol0.t)
    if (round(ang, digits=1) == round(3π/2, digits=1))
        global point0 = sol0.u[i]
    end
end

for (i,ang) in enumerate(sol1.t)
    if (round(ang, digits=1) == round(3π/2, digits=1))
        global point1 = sol1.u[i]
    end
end

```

Figure 4.3: Лодка и пересечение

1. Создала график для случая 1. (рис. fig. 4.4)

```

Ввод [11]: plt0 = plot(
    proj = :polar,
    aspect_ratio=:equal,
    dpi=300,
    title="Лодка 1",
    legend=true)

# Воскл. знак в назывании обязательен
# в данном случае!
plot(
    plt0,
    sol0.t,
    sol0.u,
    xlabel="θ",
    ylabel="r(t)",
    label="Траектория катера",
    color=:red)
plot!(
    plt0,
    pite,
    boatang,
    boatr,
    xlabel="θ",
    ylabel="r(t)",
    label="Траектория лодки",
    color=:blue)
plot!(
    plt0,
    pite,
    boatang,
    [point0],
    seriestype = :scatter,
    label="Пересечение",
    color=:black)

plt0

```

Figure 4.4: Код графика 1

## 1. Вид графика 1. (рис. fig. 4.5)

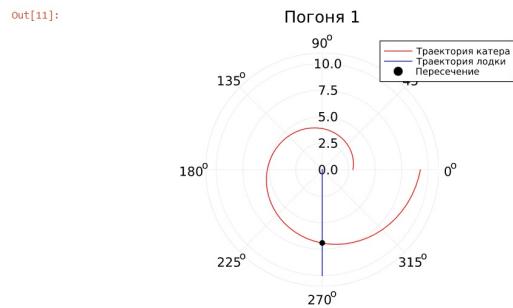


Figure 4.5: График 1

## 1. Создала график для случая 2. (рис. fig. 4.6)

```
Ввод [15]: plt1 = plot(
    proj = :polar,
    aspect_ratio=:equal,
    dpi=300,
    title="Погоня 2",
    legend=true)

# Воскл. знак в назывании обязательен
# в данном случае!
plot!(
    plt1,
    sol1_t,
    sol1_u,
    xlabel="θ",
    ylabel="r(t)",
    labels="Траектория катара",
    color=:red)
plot!(
    plt1,
    boatang,
    boatr,
    xlabel="θ",
    ylabel="r(t)",
    labels="Траектория лодки",
    color=:blue)
plot!(
    plt1,
    boatang,
    [point1],
    seriestype = :scatter,
    labels="Пересечение",
    color=:black)

plt1
```

Figure 4.6: Код графика 2

## 1. Вид графика 2. (рис. fig. 4.7)

Out[15]:



Figure 4.7: График 2

На OpenModelica решить задачу не получилось так как там сложно строить график в полярных координатах, который замечательно иллюстрирует эту задачу.

## **5 Выводы**

В результате работы удалось решить решить задачу о погоне, изобразить траектории движения объектов и их пересечение с использованием языка научного программирования Julia.

# **Список литературы**

[1] Справочная информация для лабораторной работы 2 в ТУИС на курсе “Математическое моделирование”.