

# Презентация к лабораторной работе 8

## Модель конкуренции двух фирм

---

Саттарова В. В.

1 апреля 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# **Вводная часть**

---

Для моделирования конкуренции двух фирм можно построить упрощённую модель, которая дает модельное решение, используя минимальное количество необходимых факторов, влияющих на динамику изменения оборотных средств предприятий. Такая модель удобна тем, что является простой и базовой для изучения конкуренции фирм. Для построения этой модели необходимо решить систему дифференциальных уравнений, которые широко распространены при описании многих естественно научных объектов. Для визуализации результатов необходимо также построить графики. Построение таких моделей и графиков на Julia и OpenModelica - популярных для решения научных задач языках программирования, позволит получить навыки построения моделей на этих языках с использованием систем дифференциальных уравнений, а также навыки построения различных графиков.

Построение модели конкуренции двух фирм для двух случаев:

- **случай 1** - конкурентная борьба ведётся только рыночными методами;
- **случай 2** - конкурентная борьба ведётся рыночными методами с учётом социально-психологических факторов.

- Построить модель на Julia.
- Построить модель на OpenModelica.
- Проанализировать результаты.

- Julia (REPL)
- Jupiter Notebook (IJulia)
- OpenModelica Connection Editor
- Курс на ТУИС “Математическое моделирование”

## **Содержание исследования**

---

## Вариант 66

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,\end{aligned}$$

где  $a_1 = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$ ,  $a_2 = \frac{P_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $b = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $c_1 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$ ,  $c_2 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$ .

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$ .



**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0,00066 \right) M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и

$$M_0^1 = 6.7, M_0^2 = 5.9,$$

параметрами:  $p_{cr} = 35, N = 25, q = 1$

$$\tau_1 = 17, \tau_2 = 21,$$

$$\tilde{p}_1 = 10.5, \tilde{p}_2 = 8.6$$

**Замечание:** Значения  $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$  указаны в тысячах единиц, а значения  $M_{1,2}$  указаны в млн. единиц.

**Рис. 3:** Текст задания начальные условия

### Обозначения:

$N$  – число потребителей производимого продукта.

$\tau$  – длительность производственного цикла

$p$  – рыночная цена товара

$\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

$q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\theta = \frac{t}{c_1}$  - безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без

# Написание кода задачи Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

M01 = 6.7
M02 = 5.9

p_cr = 35 #критическая стоимость продукта
tau1 = 17 #длительность производственного цикла фирмы 1
p1 = 10.5 #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 21 #длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 8.6 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 25 #число потребителей производимого продукта
q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q)
b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)

function F(du, u, p, t)
    M1, M2, M3, M4 = u
    du[1] = u[1] - b / c1*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
    du[3] = u[3] - (b / c1 + 0.00066)*u[3] * u[4] - a1 / c1*u[3] * u[3]
    du[4] = c2 / c1*u[4] - b / c1*u[3] * u[4] - a2 / c1*u[4] * u[4]
end

prob1 = ODEProblem(F, [M01, M02, M01, M02], (0.0, 30.0))

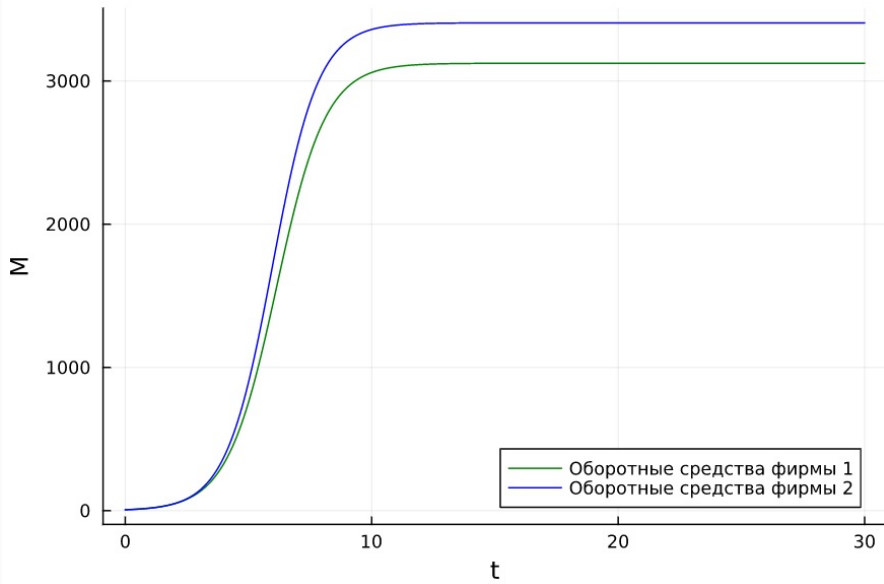
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)

M11 = [u[1] for u in sol1.u]
M12 = [u[2] for u in sol1.u]
M21 = [u[3] for u in sol1.u]
M22 = [u[4] for u in sol1.u]
```

# Написание кода для графика Julia

```
plt1 = plot(  
    dpi=300,  
    legend=:bottomright)  
  
plot!(  
    plt1,  
    sol1.t,  
    M11,  
    label="Оборотные средства фирмы 1",  
    xlabel="t",  
    ylabel="M",  
    color=:green)  
  
plot!(  
    plt1,  
    sol1.t,  
    M12,  
    label="Оборотные средства фирмы 2",  
    color=:blue)  
  
plt1
```

# График Julia



## Написание кода OpenModelica

```
1 model lab82
2 Real M1;
3 Real M2;
4 Real p_cr = 35;
5 Real tau1 = 17;
6 Real p1 = 10.5;
7 Real tau2 = 21;
8 Real p2 = 8.6;
9 Real N = 25;
10 Real q = 1;
11 Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
12 Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
13 Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
14 Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
15 Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
16 initial equation
17 M1 = 6.7;
18 M2 = 5.9;
19 equation
20 der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00066) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
21 der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
22 end lab82;
```

# График решения OpenModelica

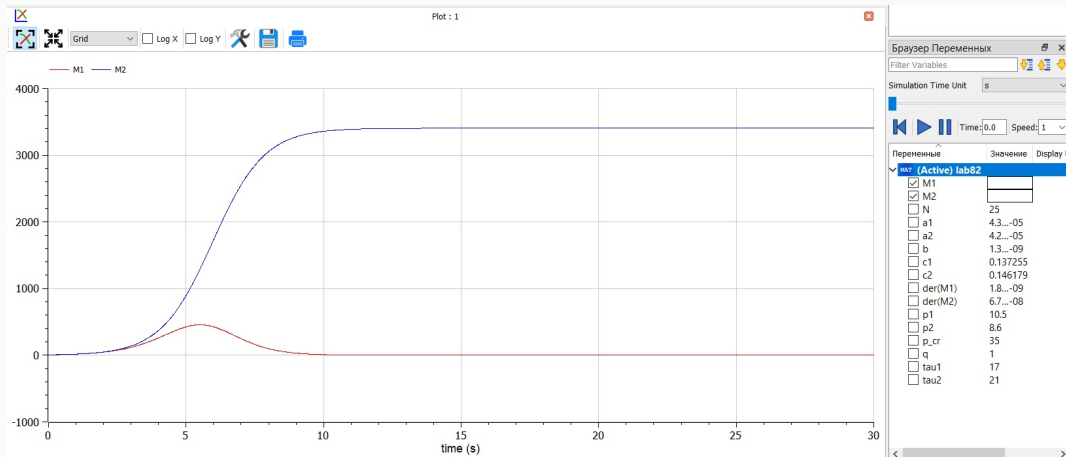


Рис. 9: Пример графика 2 OpenModelica



## Результаты работы

---

- Построена модель конкуренции двух фирм для двух случаев: конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и конкурентная борьба ведётся рыночными методами с учётом социально-психологических факторов;
- Были построены графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для обоих случаев на Julia и OpenModelica;
- Было проведено сравнение результатов: результаты идентичны, однако реализация раздичается в силу особенностей языков.