Лабораторная работа 8

Модель конкуренции двух фирм

Саттарова Вита Викторовна

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	12
5	Сравнение Julia и OpenModelica	19
6	Выводы	20
Список литературы		21

List of Figures

2.1	Задание случай 1	5
2.2	Задание случай 2	6
2.3	Задание начальные значения	6
2.4	Задание обозначения	6
4.1	Задачи моделей Julia	12
4.2	Код график 1 Julia	13
4.3	График 1 Julia	14
4.4	Код график 2 Julia	15
4.5	График 2 Julia	16
4.6	Задача модель 1 OpenModelica	16
4.7	График модель 1 OpenModelica	17
4.8	Задача модель 2 OpenModelica	17
4.9	График модель 2 OpenModelica	18

1 Цель работы

Построить, используя Julia и OpenModelica, модель конкуренции двух фирм для двух случаев с заданными параметрами, начальными условиями, построить для каждого случая графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой.

2 Задание

Вариант 66 Задание:

• Случай 1 (рис. fig. 2.1)

Вариант 66

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ &\qquad \qquad \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{split},$$
 где
$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}, \ a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}, \ b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}, \ c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, \ c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}. \end{split}$$

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Figure 2.1: Задание случай 1

• Случай 2 (рис. fig. 2.2)

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы — формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,00066\right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{split}$$

Figure 2.2: Задание случай 2

• Начальные значения и замечание (рис. fig. 2.3)

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и

$$M_0^1=6.7,~M_0^2=5.9,$$
 параметрами: $p_{cr}=35, N=25, q=1$ $au_1=17, au_2=21,$ $ilde p_1=10.5, ilde p_2=8.6$

Замечание: Значения $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$ указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Figure 2.3: Задание начальные значения

• Обозначения и задание (рис. fig. 2.4)

Обозначения:

N – число потребителей производимого продукта.

т – длительность производственного цикла

р – рыночная цена товара

 \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$$\theta = \frac{t}{c_1}$$
 - безразмерное время

- 1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
- 2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

Figure 2.4: Задание обозначения

3 Теоретическое введение

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

- N число потребителей производимого продукта.
- S доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.
- М оборотные средства предприятия
- au длительность производственного цикла
- p рыночная цена товара
- \tilde{p} себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции
- δ доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек
- k постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции
- Q(S/p) функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

(1)
$$Q=q-k\frac{p}{S}=q(1-\frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p=p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr}=Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, Q(S/p)=0 при $p\geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

(2)
$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

(3)
$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ . При заданном М уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}}+Nq(1-\frac{p}{p_{cr}})=0$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$p=p_{cr}(1-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Уравнение (2) с учётом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt}=-\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}}-1)-M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq}-k$$

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt=0

(7)
$$\tilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

(8)
$$a=Nq(1-\frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}),b=kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При b << a стационарные значения M равны

(9)
$$\tilde{M_+}=Nq\frac{\tau}{\delta}(1-\frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \tilde{M_-}=k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr}-\tilde{p})}$$

Первое состояние \tilde{M}_+ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \tilde{M}_- неустойчиво, так, что при $M<\tilde{M}_-$ оборотные средства падают (dM/dt<0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу \tilde{M}_- соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta=1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Теперь рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

Случай 1. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Случай 1. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1\,M_2$ будет отличаться.

Уравнения для этих случаев приведены в задании к лабораторной работе, они выводятся из уравнений для модели одной фирмы, описанной выше.

Более подробно см. в справочнике на сайте ТУИС на странице курса "Математическое моделирование" [1] [@mm:lab8].

С заданием можно подробнее ознакомиться на сайте ТУИС на странице курса "Математическое моделирование" [2] [@mm:lab8_task].

4 Выполнение лабораторной работы

- 1. Написала код задач для модели для двух случаев:
- случай 1 конкурентная борьба ведётся только рыночными методами;
- случай 2 конкурентная борьба ведётся рыночными методами с учётом социально-психологических факторов.

Подготовила результаты для представления на Julia. (рис. fig. 4.1)

```
using Plots
using DifferentialEquations
M01 = 6.7
M02 = 5.9
p_cr = 35 #критическая стоимость продукта
tau1 = 17 #длительность производственного цикла фирмы 1
р1 = 10.5 #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 21 #длительность производственного цикла фирмы 2
р2 = 8.6 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 25 #число потребителей производимого продукта
q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N *q)
b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)
function F(du, u, p, t)
    M1, M2, M3, M4 = u
    du[3] = u[3] - (b / c1 + 0.00066)*u[3] * u[4] - a1 / c1*u[3] * u[3]
    du[4] = c2 / c1*u[4] - b / c1*u[3] * u[4] - a2 / c1*u[4] * u[4]
prob1 = ODEProblem(F, [M01, M02, M01, M02], (0.0, 30.0))
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)
M11 = [u[1] for u in soll.u]
M12 = [u[2] for u in sol1.u
M21 = [u[3]  for u  in soll.u]
M22 = [u[4] \text{ for } u \text{ in sol1.} u]
```

Figure 4.1: Задачи моделей Julia

2. Создала график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1. (рис. fig. 4.2)

```
plt1 = plot(
 dpi=300,
  legend=:bottomright)
plot!(
 plt1,
  sol1.t,
  M11,
  label="Оборотные средства фирмы 1",
  xlabel="t",
  ylabel="M",
  color=:green)
plot!(
  plt1,
  sol1.t,
  M12,
  label="Оборотные средства фирмы 2",
  color=:blue)
plt1
```

Figure 4.2: Код график 1 Julia

3. Сам график для случая, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. (рис. fig. 4.3)

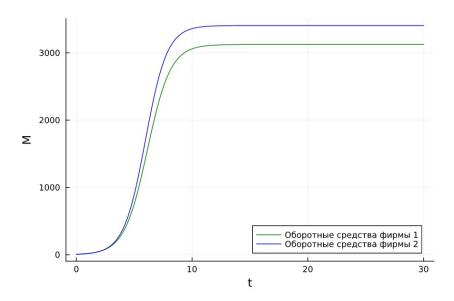


Figure 4.3: График 1 Julia

4. Создала график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2. (рис. fig. 4.4)

```
plt2 = plot(
  dpi=300,
  legend=:bottomright)
plot!(
  plt2,
  sol1.t,
  M21,
  label="Оборотные средства фирмы 1",
  xlabel="t",
  ylabel="M",
  color=:red)
plot!(
  plt2,
  sol1.t,
  M22,
  label="Оборотные средства фирмы 2",
  color=:black)
plt2
```

Figure 4.4: Код график 2 Julia

5. Сам график для случая, когда конкурентная борьба ведётся рыночными методами с учётом социально-психологических факторов. (рис. fig. 4.5)

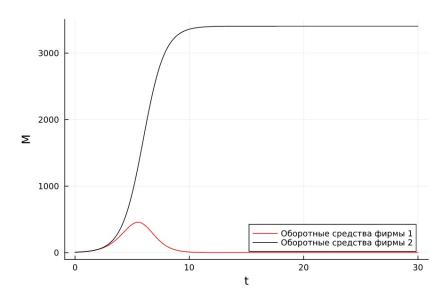


Figure 4.5: График 2 Julia

6. Написала код модели 1 для 1 случая на OpenModelica. (рис. fig. 4.6)

```
1  model lab81
2  Real M1;
3  Real M2;
4  Real p_cr = 35;
5  Real taul = 17;
6  Real p1 = 10.5;
7  Real tau2 = 21;
8  Real p2 = 8.6;
9  Real n = 25;
10  Real q = 1;
11  Real al = p_cr / (taul * taul * p1 * p1 * n * q);
12  Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * n * q);
13  Real a = p_cr / (taul * taul * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * n * q);
14  Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
15  Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
16  initial equation
17  M1 = 6.7;
18  M2 = 5.9;
19  equation
20  der(M1) = M1 - b / c1 * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
21  der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
22  end lab81;
```

Figure 4.6: Задача модель 1 OpenModelica

7. Создала график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1. (рис. fig. 4.7)

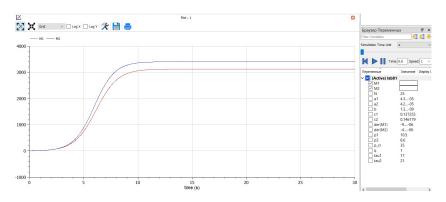


Figure 4.7: График модель 1 OpenModelica

8. Написала код модели 2 для 2 случая на OpenModelica. (рис. fig. 4.8)

Figure 4.8: Задача модель 2 OpenModelica

9. Создала график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2. (рис. fig. 4.9)

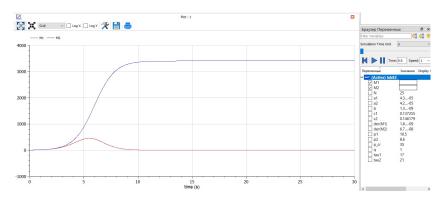


Figure 4.9: График модель 2 OpenModelica

5 Сравнение Julia и OpenModelica

Результаты получились одинаковые, однако на Julia можно было строить одновременно 2 случая, в то время как на OpenModelica модели для них необходимо было создавать в отдельных файлах. Также в Julia необходимо было в формате кода задать начальные параметры и создать графики, тогда как на OpenModelica для этого используется графический интерфейс. В связи с этим, код на OpenModelica намного короче, чем на Julia.

6 Выводы

В результате работы удалось создать модель конкуренции двух фирм для двух случаев: конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и конкурентная борьба ведётся рыночными методами с учётом социально-психологических факторов; удалось построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для обоих случаев на Julia и OpenModelica. Также в результате работы удалось улучшить навыки решения научных задач на Julia и OpenModelica.

Список литературы

[1] Справочная информация для лабораторной работы 8 в ТУИС на курсе "Математическое моделирование", дата обращения: 01.04.2023, [@mm:lab8](https://github.com/vvsattarc2023_mathmod/blob/master/labs/lab08/report/bib/cite.bib)

URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971672/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%

[2] Варианты заданий для лабораторной работы 8 в ТУИС на курсе "Математиче-

ское моделирование", дата обращения: 01.04.2023, [@mm:lab8_task] (https://github.com/vvsattarc 2023_mathmod/blob/master/labs/lab08/report/bib/cite.bib)