Лабораторная работа 7

Эффективность рекламы

Саттарова Вита Викторовна

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Построить, используя Julia и OpenModelica, 3 модели эффективности распространения рекламы с различными заданными параметрами, начальными условиями, построить для каждой модели графики распространения рекламы, для одного из случаев найти момент времени, в который скорость распространения рекламы максимальна.

2 Задание

Вариант 66 Задание. (рис. fig. 2.1)

Вариант № 66

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = \left(0.812 + 0.000012n(t)\right)\left(N - n(t)\right)$
2. $\frac{dn}{dt} = \left(0.0000581 + 0.21n(t)\right)\left(N - n(t)\right)$
3. $\frac{dn}{dt} = \left(0.51t + 0.32t^2 n(t)\right)\left(N - n(t)\right)$

При этом объем аудитории $N = 1682$, в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Figure 2.1: Задание

3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным. Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $a_1\left(t\right)\left(N-n\left(t\right)\right)$, где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $a_1\left(t\right)>0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем. Этот вклад в рекламу описывается величиной $a_2(t)\,n(t)\,(N-n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

(1) $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = (a_1(t) + a_2(t)\,n(t))\,(N - n(t))$

При $a_1(t) \gg a_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса. В обратном случае, при $a_1(t) \ll a_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой.

Более подробно см. в справочнике на сайте ТУИС на странице курса “Математическое моделирование” [1] [@mm:lab7].

Мальтузианская модель роста (англ. Malthusian growth model), также называемая моделью Мальтуса отражает экспоненциальный рост с постоянным темпом. В мальтузианских моделях наиболее важными являются параметры исходной численности, темп прироста и время [2] [@mm:malthus].

Логистическая функция или логистическая кривая - самая общая сигмоидальная (S-образная) кривая. Она моделирует кривую роста вероятности некоего события, по мере изменения управляющих параметров (факторов риска). Вероятность P можно также трактовать как заселенность. Начальная стадия роста логистической кривой приблизительно соответствует экспоненте (показательная функция). Затем, по мере насыщения, рост замедляется, проходит линейную фазу и, наконец, и в зрелом периоде практически останавливается [3] [@mm:logistic].

4 Выполнение лабораторной работы

1. Написала код задач для всех моделей:

- 1 - модель распространения рекламы с высокой интенсивностью рекламной кампании и низким распространением рекламы потребителями;
- 2 - модель распространения рекламы с низкой интенсивностью рекламной кампании и высоким распространением рекламы потребителями с нахождением момента времени, в который скорость распространения рекламы максимальна;
- 3 - модель распространения рекламы с высокой интенсивностью рекламной кампании, высоким распространением рекламы потребителями и постоянно изменяющимися коэффициентами. Подготовила результаты для представления на Julia. (рис. fig. 4.1)

```
using Plots
using DifferentialEquations

N0 = 11
N = 1682
p1 = [0.812, 0.000012, 1, 1]
p2 = [0.0000581, 0.21, 1, 2]
p3 = [0.51, 0.32, 0, 3]

maxdu = -10000
maxN = 0
maxt = 0

function F(du, u, p, t)
    n = u
    tt = p[3]
    if p[3] == 0
       tt = t
    end
    du[1] = (p[1] * tt + p[2] * tt * tt * u[1]) * (N - u[1])
    if p[4] == 2
        if du[1] > maxdu
            global maxdu = du[1]
            global maxN = u[1]
            global maxt = t
        end
    end
end

prob1 = ODEProblem(F, [N0], (0.0, 1.0), p1)
prob2 = ODEProblem(F, [N0], (0.0, 1.0), p2)
prob3 = ODEProblem(F, [N0], (0.0, 1.0), p3)

sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.01)
sol3 = solve(prob3, dtmax=0.01)

NN1 = [u[1] for u in sol1.u]
NN2 = [u[1] for u in sol2.u]
NN3 = [u[1] for u in sol3.u]
```

Figure 4.1: Задачи моделей Julia

2. Создала график для модели 1. (рис. fig. 4.2)

```
plt1 = plot(
  dpi=300,
  legend=true)

plot!(
  plt1,
  sol1.t,
  NN1,
  label="1",
  color=:green)

plt1
```

Figure 4.2: Код график 1 Julia

3. Сам график для модели распространения рекламы с высокой интенсивностью рекламной кампании и низким распространением рекламы потребителями. (рис. fig. 4.3)

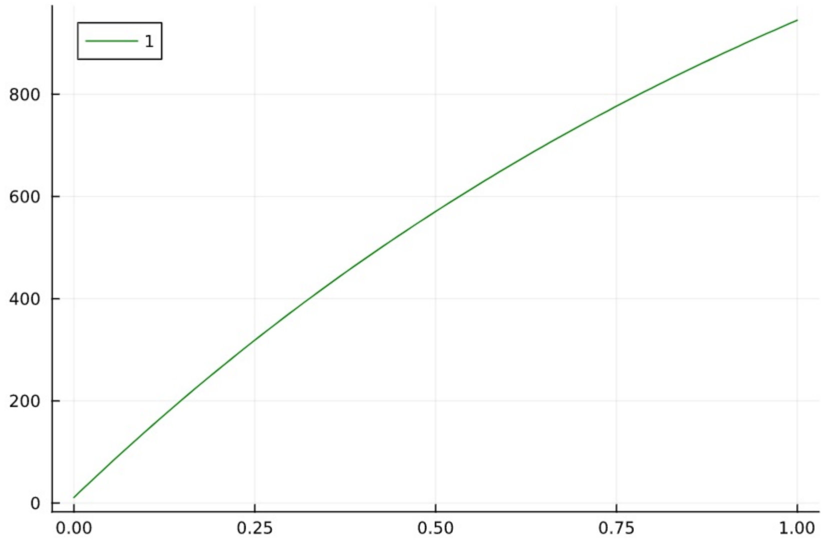

Figure 4.3: График 1 Julia

4. Создала график для модели 2 с указанием момента времени, в который скорость распространения рекламы максимальна. (рис. fig. 4.4)

```
plt2 = plot(
  dpi=300,
  legend=true)

plot!(
  plt2,
  sol2.t,
  NN2,
  label="2",
  color=:blue)

plot!(
  plt2,
  [maxt],
  [maxN],
  seriestype = :scatter,
  label="Max",
  color=:black)

plt2
```

Figure 4.4: Код график 2 решение Julia

5. Сам график для модели распространения рекламы с низкой интенсивностью рекламной кампании и высоким распространением рекламы потре-

бителями с указанным моментом времени. (рис. fig. 4.5)

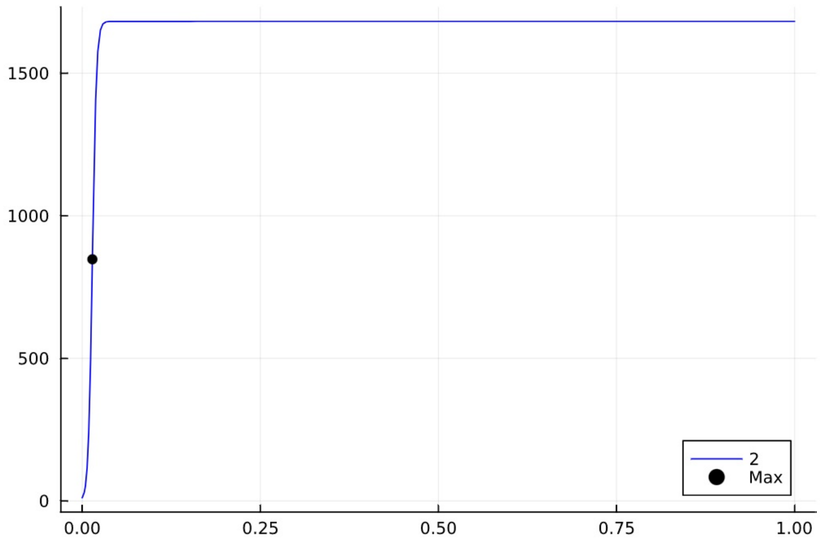

Figure 4.5: График 2 Julia

6. Создала график для модели 3. (рис. fig. 4.6)

```
plt3 = plot(
  dpi=300,
  legend=true)

plot!(
  plt3,
  sol3.t,
  NN3,
  label="3",
  color=:red)

plt3
```

Figure 4.6: Код график 3 Julia

7. Сам график для модели распространения рекламы с высокой интенсивно-

стью рекламной кампании, высоким распространением рекламы потребителями и постоянно изменяющимися коэффициентами. (рис. fig. 4.7)

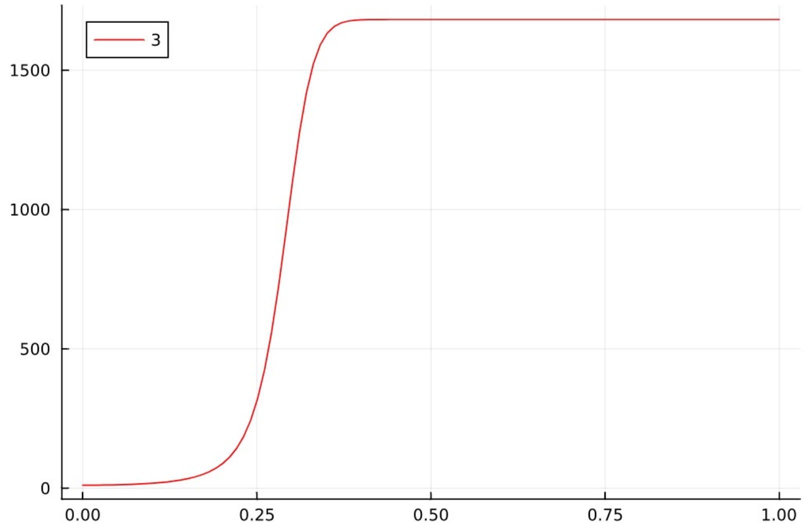

Figure 4.7: График 3 Julia

8. Написала код модели 1 на OpenModelica. (рис. fig. 4.8)

```
model lab71
Real n;
Real N = 1682;
Real a = 0.812;
Real b = 0.000012;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (a + b * n) * (N - n);
end lab71;
```

Figure 4.8: Задача модель 1 OpenModelica

9. Создала график распространения рекламы для модели 1. (рис. fig. 4.9)

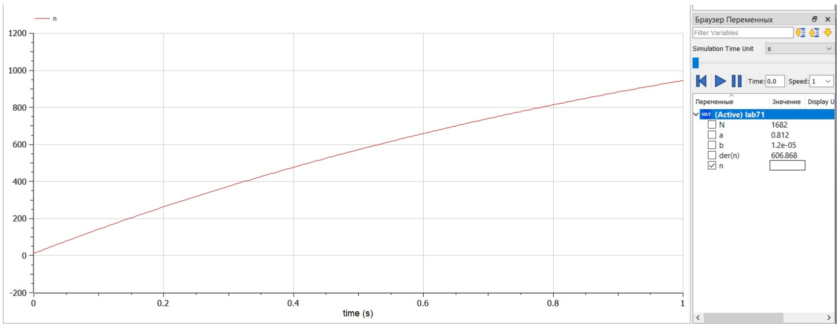

Figure 4.9: График модель 1 OpenModelica

10. Написала код модели 2 на OpenModelica. (рис. fig. 4.10)

```
model lab72
Real n;
Real N = 1682;
Real a = 0.0000581;
Real b = 0.21;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (a + b * n) * (N - n);
end lab72;
```

Figure 4.10: Задача модель 2 OpenModelica

11. Создала график распространения рекламы для модели 2. (рис. fig. 4.11)

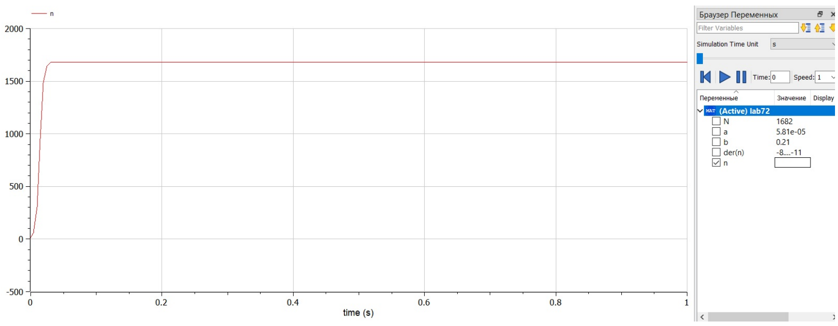

Figure 4.11: График модель 2 OpenModelica

12. Написала код модели 3 на OpenModelica. (рис. fig. 4.12)

```
model lab73
Real n;
Real N = 1682;
Real a = 0.51;
Real b = 0.32;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (a * time + b * time * time * n) * (N - n);
end lab73;
```

Figure 4.12: Задача модель 3 OpenModelica

13. Создала график распространения рекламы для модели 3. (рис. fig. 4.13)

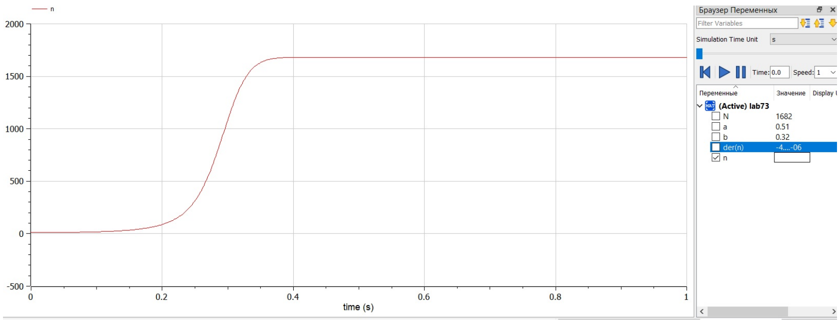

Figure 4.13: График модель 3 OpenModelica

5 Сравнение Julia и OpenModelica

Результаты получились одинаковые, однако на Julia можно было строить одновременно 3 модели, в то время как на OpenModelica их необходимо было создавать в отдельных файлах. Также в Julia необходимо было в формате кода задать начальные параметры и создать графики, тогда как на OpenModelica для этого используется графический интерфейс. В связи с этим, код на OpenModelica намного короче, чем на Julia.

6 Выводы

В результате работы удалось создать 3 модели распространения рекламы: с высокой интенсивностью рекламной кампании и низким распространением рекламы потребителями, с низкой интенсивностью рекламной кампании и высоким распространением рекламы потребителями, с высокой интенсивностью рекламной кампании, высоким распространением рекламы потребителями и постоянно изменяющимися коэффициентами; для 2 модели также был найден момент времени, в который скорость распространения рекламы максимальна; удалось построить графики распространения рекламы на Julia и OpenModelica. Также в результате работы удалось улучшить навыки решения научных задач на Julia и OpenModelica.

Список литературы

[1] Справочная информация для лабораторной работы 3 в ТУИС на курсе "Математическое моделирование", дата обращения: 25.03.2023, [@mm:lab7] (https://github.com/vvsattarova/study_2022-2023_mathmod/blob/master/labs/lab07/report/bib/cite.

URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971668/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%

[2] Мальтузианская модель роста, дата обращения: 25.03.2023, [@mm:malthus] (https://github.com/vvsattarova/study_2022-2023_mathmod/blob/master/labs/lab07/report/bib/cite.

URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%82%D1%83%D0%B7

[3] Логистическая функция, дата обращения: 25.03.2023, [@mm:logistic] (https://github.com/vvsattarova/study_2022-2023_mathmod/blob/master/labs/lab07/report/bib/cite.

URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B8%I