WSTĘP DO TEORII OBLICZALNOŚCI

ZADANIA DLA CHĘTNYCH
Zestaw 1. Wersja 1.0.0

VIKTAR ZHDANOVICH LB6

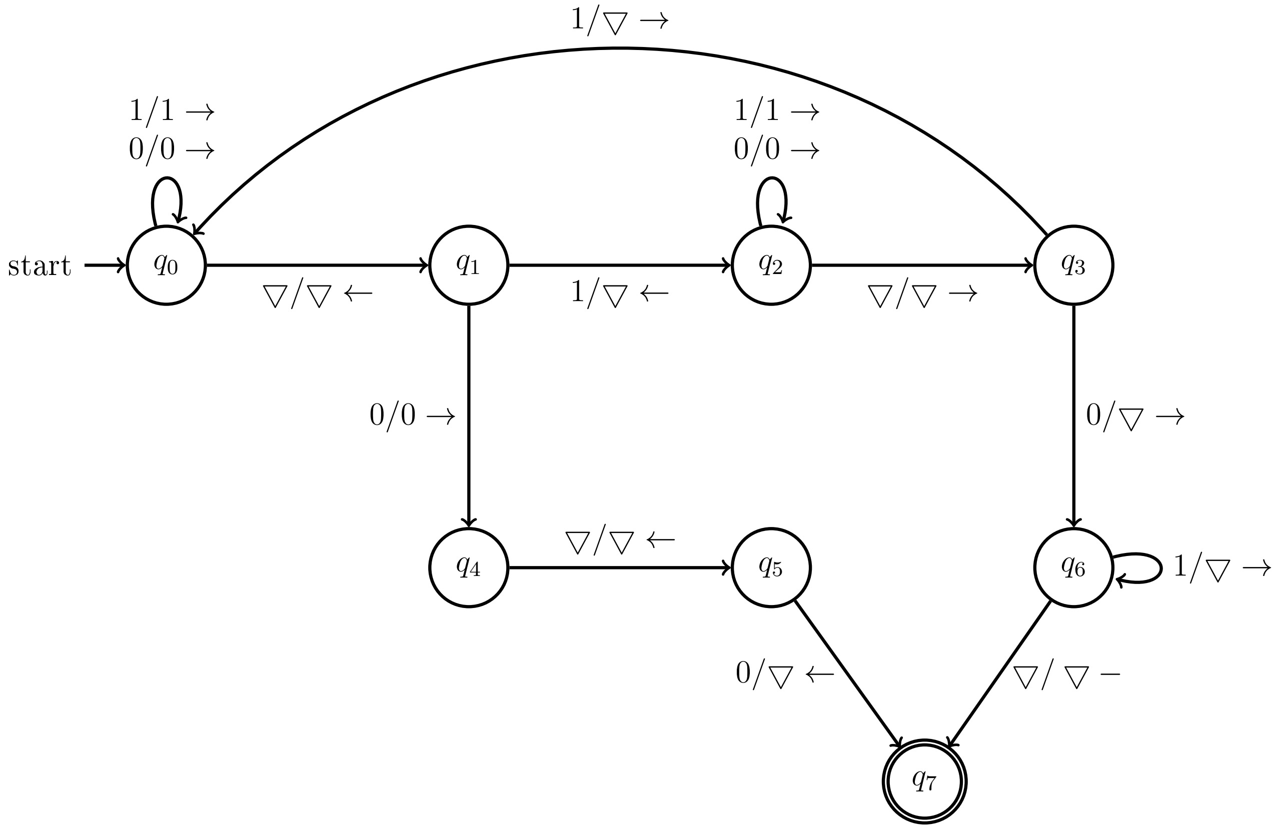
Zad 1.1. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję odejmowania ograniczonego f dla liczb naturalnych m i n w reprezentacji unarnej, czyli

$$f(m,n) = m \dot{-} n = \begin{cases} m-n, & \text{jeżeli } m \geq n, \\ 0, & \text{jezeli } m < n \end{cases}$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_7\}, \{1, 0\}, \{1, 0, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_7\}).$$



Obliczenia m = 2 , n = 1

$\triangledown$	**1**	1	0	1	$\triangledown$		K_0	$q_0 1101 \vdash$
$\triangledown$	1	**1**	0	1	$\triangledown$		K_1	$1 q_0 101 \vdash$
$\triangledown$	1	1	**0**	1	$\triangledown$		K_2	$11 q_0 01 \vdash$
$\triangledown$	1	1	0	**1**	$\triangledown$		K_3	$110 q_0 1 \vdash$
$\triangledown$	1	1	0	1	**$\triangledown$**		K_4	$1101 q_0 \vdash$
$\triangledown$	1	1	0	**1**	$\triangledown$		K_5	$110 q_1 1 \vdash$
$\triangledown$	1	1	**0**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_6	$11 q_2 0 \vdash$
$\triangledown$	1	**1**	0	$\triangledown$	$\triangledown$		K_7	$1 q_2 10 \vdash$
$\triangledown$	**1**	1	0	$\triangledown$	$\triangledown$		K_8	$q_2 110 \vdash$
$\triangledown$	1	1	0	$\triangledown$	$\triangledown$		K_9	$q_2 \triangledown 110 \vdash$
$\triangledown$	**1**	1	0	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{10}	$q_3 110 \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	0	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{11}	$q_0 10 \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	**0**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{12}	$1 q_0 0 \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	0	**$\triangledown$**	$\triangledown$		K_{13}	$10 q_0 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	**0**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{14}	$1 q_1 0 \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	0	**$\triangledown$**	$\triangledown$		K_{15}	$10 q_4 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	**0**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{16}	$1 q_5 0 \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{17}	$q_7 1$

Obliczenia m = 1 , n = 1

	$\bigtriangledown$	**1**	0	1	$\bigtriangledown$		K_0 $q_0101 \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	**0**	1	$\bigtriangledown$		K_1 $1q_001 \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	0	**1**	$\bigtriangledown$		K_2 $10q_01 \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	0	1	**$\bigtriangledown$**		K_3 $101q_0\bigtriangledown \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	0	**1**	$\bigtriangledown$		K_4 $10q_11 \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	**0**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_5 $1q_20 \vdash$
	$\bigtriangledown$	**1**	0	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_6 $q_210 \vdash$
	$\bigtriangledown$	1	0	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_7 $q_2 \bigtriangledown 10 \vdash$
	$\bigtriangledown$	**1**	0	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_8 $q_310 \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	**0**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_9 $q_00 \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	0	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$		K_{10} $0q_0\bigtriangledown \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	**0**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_{11} $q_10 \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	0	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$		K_{12} $0q_4\bigtriangledown \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	**0**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_{13} $q_50 \vdash$
	$\bigtriangledown$	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_{14} $q_7\bigtriangledown$

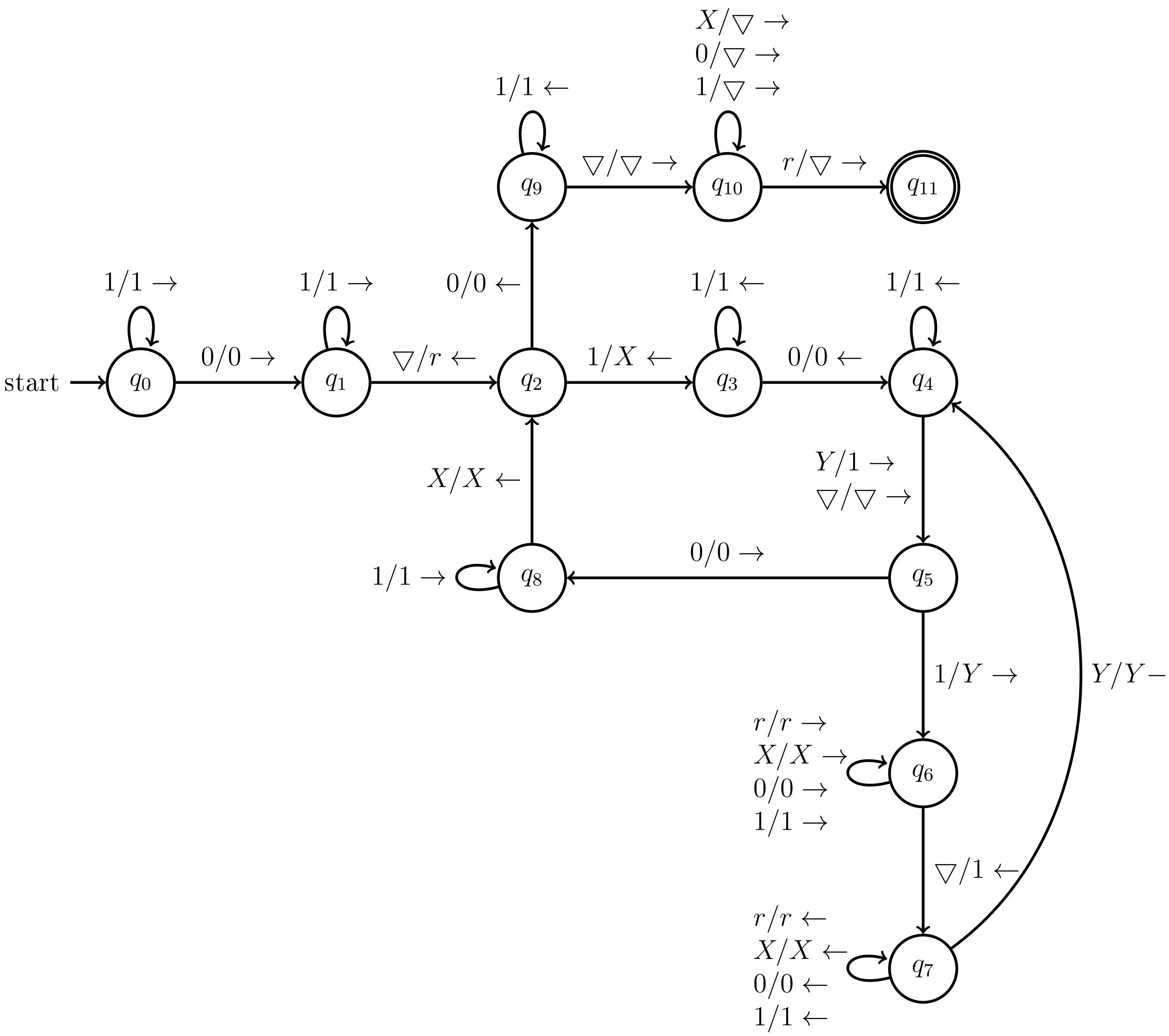
Zad 1.2. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję mnożenia f dla liczb naturalnych m i n w reprezentacji unarnej, czyli

$$f(m,n) = m \cdot n$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia, w tym pomnóż 3·2 lub 2·3 (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_{11}\}, \{1, 0\}, \{1, 0, r, X, Y, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_{11}\}).$$



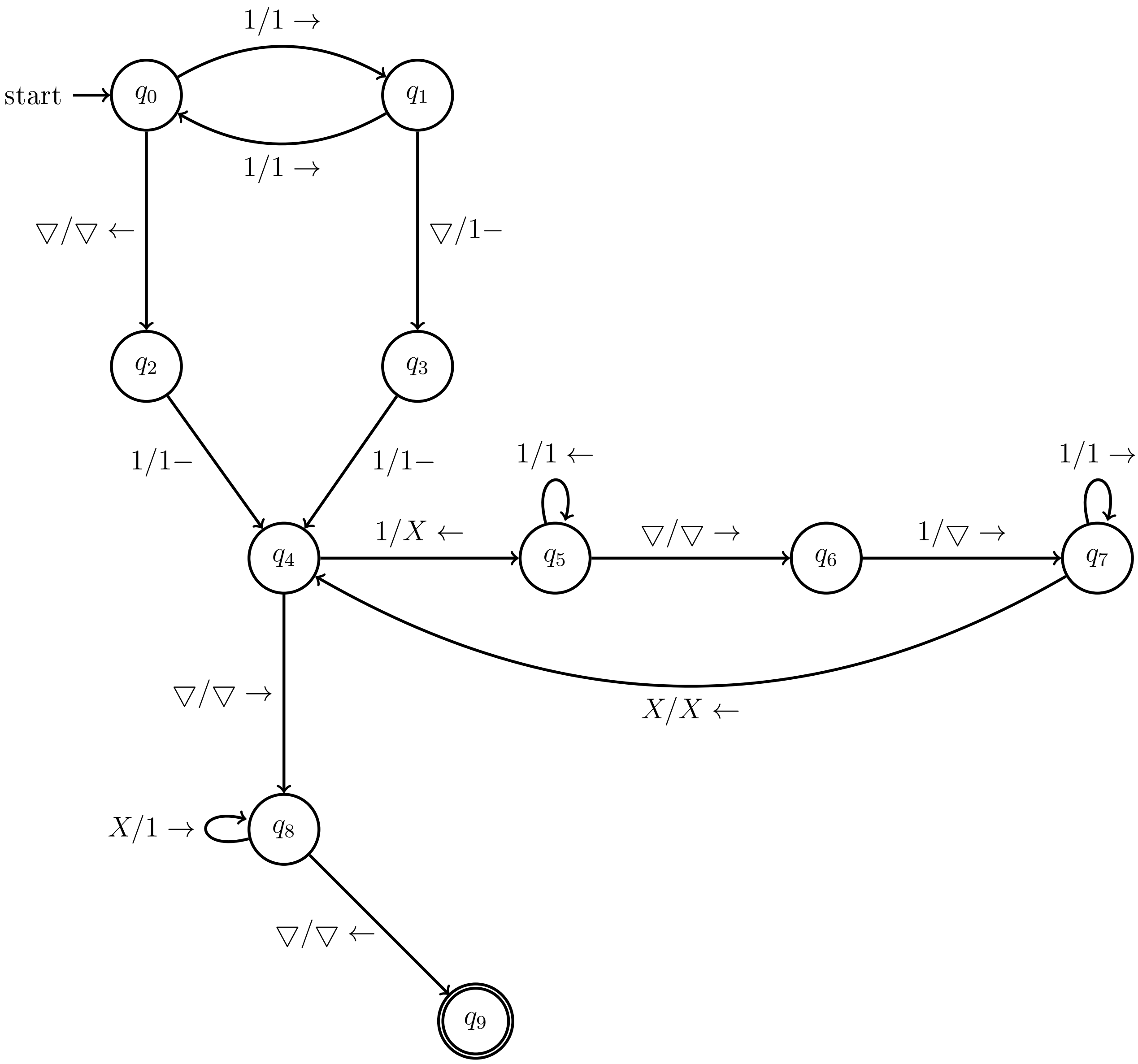
Zad 1.3. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję f dla liczbynaturalnej n w reprezentacji unarnej, gdzie

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{jeżeli } n \text{ jest parzysta,} \\ \frac{n+1}{2}, & \text{jezeli } n \text{ jest niparzysta.} \end{cases}$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, ..., q_9\}, \{1\}, \{1, X, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_9\}).$$



Obliczenia n = 1

	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_0	$\triangledown\, q_0 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_1	$1 q_1 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$		K_2	$1 q_3 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$		K_3	$1 q_4 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$		K_4	$q_5 1 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$		K_5	$q_5 \triangledown 1 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$		K_6	$q_6 1 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$		K_7	$q_7 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$		K_8	$q_4 \triangledown X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$		K_8	$q_8 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$		K_9	$1 q_8 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$		K_{10}	$q_9 1$

Obliczenia n = 2

	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_0	$q_0 11 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_1	$1 q_1 1 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_2	$11 q_0 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_3	$1 q_2 1 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_4	$1 q_4 1 \vdash$
	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_5	$q_5 1 X \vdash$
	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_6	$q_5 \triangledown 1 X \vdash$
	$\triangledown$	1	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_7	$q_6 1 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_8	$q_7 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_8	$q_4 \triangledown X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	X	$\triangledown$	$\triangledown$		K_9	$q_8 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{10}	$1 q_8 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_{11}	$q_9 1$

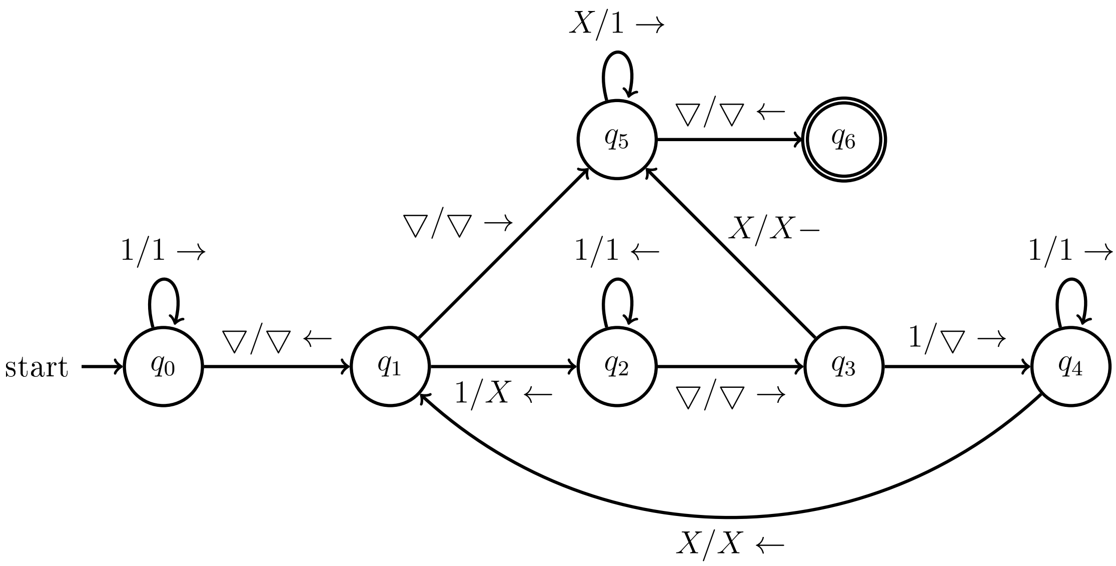
Zad 1.5. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję f dla liczby naturalnej n w reprezentacji unarnej, gdzie

$$f(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, ..., q_6\}, \{1\}, \{1, X, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_6\}).$$



Obliczenia n = 0

$\triangledown$	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_0	$\triangledown q_0 1 \vdash$
$\triangledown$	1	**$\triangledown$**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_1	$1 q_0 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_2	$\triangledown q_1 1 \vdash$
$\triangledown$	X	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_3	$q_2 \triangledown X \vdash$
$\triangledown$	**X**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_4	$q_3 X \vdash$
$\triangledown$	**X**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_5	$q_5 X \vdash$
$\triangledown$	1	**$\triangledown$**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_6	$1 q_5 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_7	$q_6 1$

Obliczenia n = 1

$\triangledown$	**1**	1	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_0	$q_0 11 \vdash$
$\triangledown$	1	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_1	$1 q_0 1 \vdash$
$\triangledown$	1	1	**$\triangledown$**	$\triangledown$	$\triangledown$	K_2	$11 q_0 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	1	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_3	$1 q_1 1 \vdash$
$\triangledown$	**1**	X	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_4	$q_2 1 X \vdash$
$\triangledown$	1	X	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_5	$q_2 \triangledown 1 X \vdash$
$\triangledown$	**1**	X	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_6	$q_3 1 X \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	**X**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_7	$q_4 X \vdash$
$\triangledown$	**$\triangledown$**	X	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_8	$q_1 \triangledown X \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	**X**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_9	$q_5 X \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	1	**$\triangledown$**	$\triangledown$	$\triangledown$	K_{10}	$1 q_5 \triangledown \vdash$
$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	K_{11}	$q_6 1$

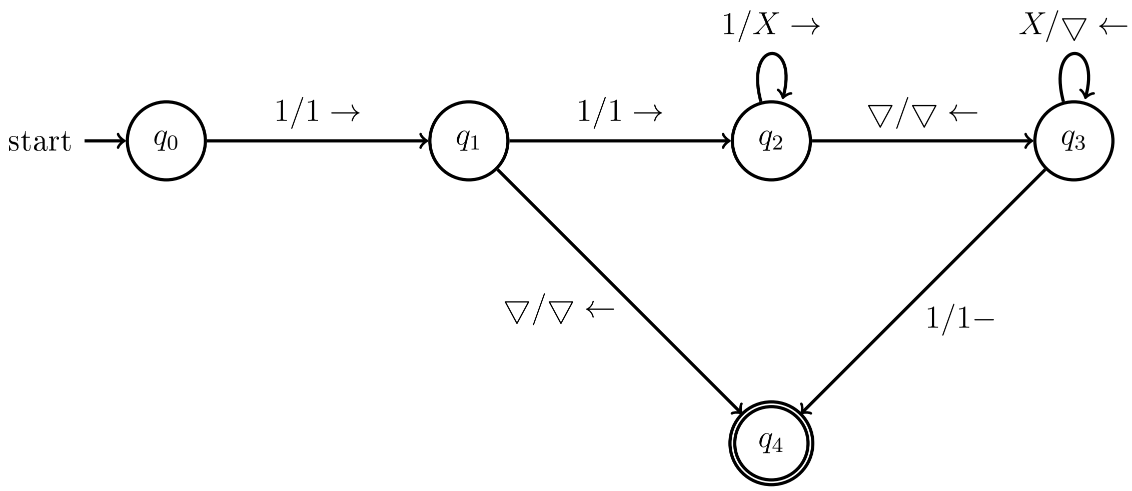
Zad 1.7. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję signum (znaku)

$$sgn(n) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } n > 0, \\ 0, & \text{jeżeli } n = 0 \end{cases}$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{1\}, \{1, X, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_4\}).$$



Obliczenia n = 0

	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	

K_0 $\quad \bigtriangledown q_0 1 \vdash$

K_1 $\quad 1 q_1 \bigtriangledown \vdash$

K_2 $\quad q_4 1$

Obliczenia n = 2

	$\bigtriangledown$	1	1	1	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	1	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	1	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	X	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	X	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	
	$\bigtriangledown$	1	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	

K_0 $\quad q_0 111 \vdash$

K_1 $\quad 1 q_1 11 \vdash$

K_2 $\quad 11 q_2 1 \vdash$

K_3 $\quad 11 X q_2 \bigtriangledown \vdash$

K_4 $\quad 11 q_3 X \vdash$

K_5 $\quad 1 q_3 1 \vdash$

K_6 $\quad 1 q_4 1$

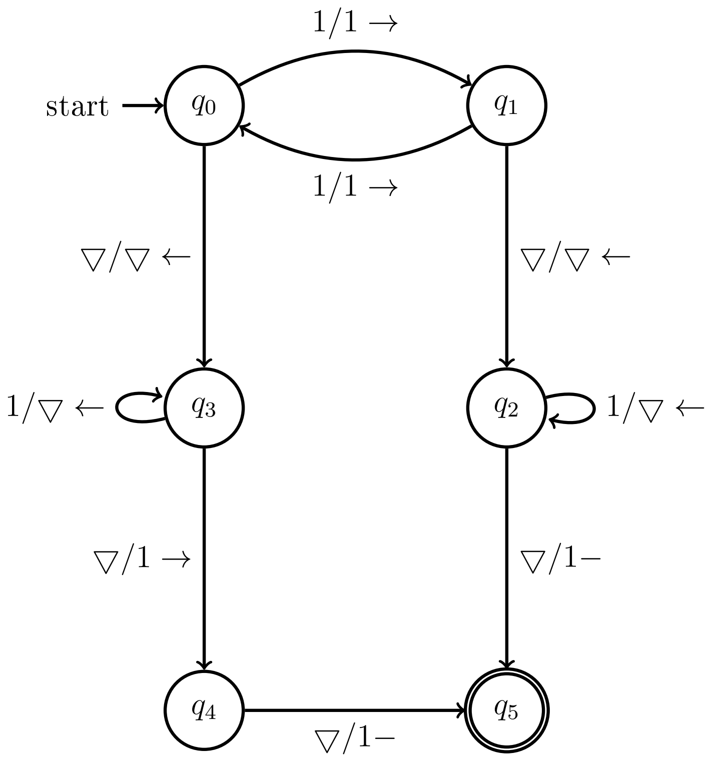
Zad 1.9. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{jeżeli } n \text{ jest parzysta,} \\ 1, & \text{jeżeli } n \text{ jest nieparzysta.} \end{cases}$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{1\}, \{1, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_5\}).$$



Obliczenia n = 1

$\bigtriangledown$	**1**	1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_0	$q_0 11 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_1	$1 q_1 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	1	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$	K_2	$11 q_0 \bigtriangledown \vdash$
$\bigtriangledown$	1	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_3	$1 q_3 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_4	$\bigtriangledown q_3 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_5	$\bigtriangledown q_3 \bigtriangledown \vdash$
1	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_6	$1 q_4 \bigtriangledown \vdash$
1	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_7	$1 q_5 1$

Obliczenia n = 2

$\bigtriangledown$	**1**	1	1	$\bigtriangledown$	K_0	$q_0 111 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	**1**	1	$\bigtriangledown$	K_1	$1 q_1 11 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	1	**1**	$\bigtriangledown$	K_2	$11 q_0 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	1	1	**$\bigtriangledown$**	K_3	$111 q_1 \bigtriangledown \vdash$
$\bigtriangledown$	1	1	**1**	$\bigtriangledown$	K_4	$11 q_2 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	1	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_5	$1 q_2 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	**1**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_6	$\bigtriangledown q_2 1 \vdash$
$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_7	$\bigtriangledown q_2 \bigtriangledown \vdash$
1	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	K_8	$q_5 1$

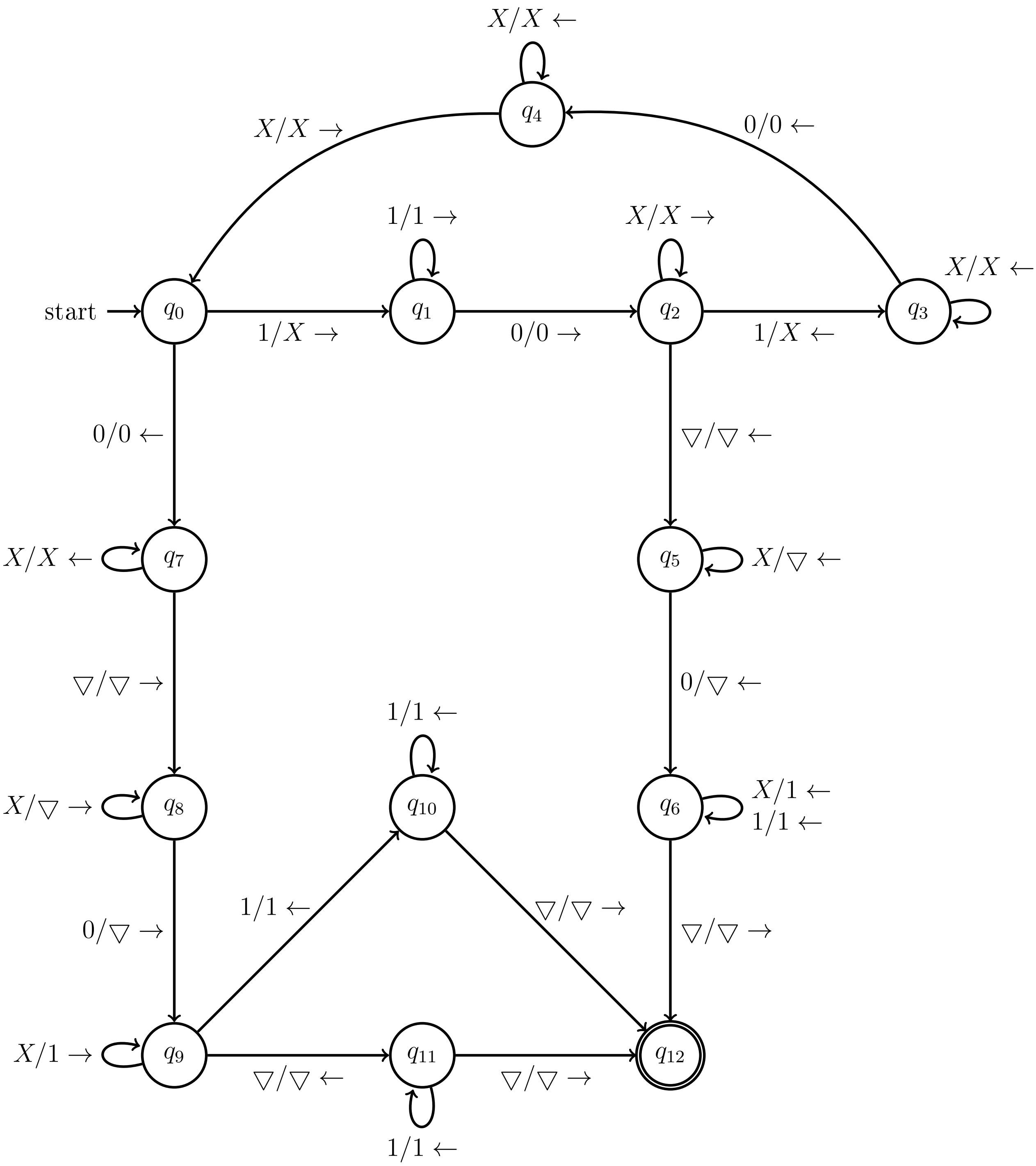
Zad 1.11. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję maksimum dla liczb naturalnych m i n w reprezentacji unarnej, czyli

$$f(n) = max(m, n).$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_{12}\}, \{1, 0\}, \{1, 0, X, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_{12}\}).$$



Obliczenia $m = 1$ $n = 2$

	$\triangledown$	**1**	0	1	1	$\triangledown$		K_0	$q_0 1011 \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	1	1	$\triangledown$		K_1	$X q_1 011 \vdash$
	$\triangledown$	X	0	**1**	1	$\triangledown$		K_2	$X 0 q_2 11 \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	X	1	$\triangledown$		K_3	$X q_3 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	1	$\triangledown$		K_4	$q_4 X 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	X	1	$\triangledown$		K_5	$X q_0 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	1	$\triangledown$		K_6	$q_7 X 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	X	0	X	1	$\triangledown$		K_7	$q_7 \triangledown X 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	1	$\triangledown$		K_8	$q_8 X 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	**0**	X	1	$\triangledown$		K_9	$q_8 0 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**X**	1	$\triangledown$		K_{10}	$q_9 X 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	1	**1**	$\triangledown$		K_{11}	$1 q_9 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	1	$\triangledown$		K_{12}	$q_{10} 11 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	**$\triangledown$**	1	1	$\triangledown$		K_{13}	$q_{10} \triangledown 11 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	1	$\triangledown$		K_{14}	$q_{12} 11$

Obliczenia $m = 1$ $n = 1$

	$\triangledown$	**1**	0	1	$\triangledown$		K_0	$q_0 101 \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	1	$\triangledown$		K_1	$X q_1 01 \vdash$
	$\triangledown$	X	0	**1**	$\triangledown$		K_2	$X 0 q_2 1 \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	X	$\triangledown$		K_3	$X q_3 0 X \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	$\triangledown$		K_4	$q_4 X 0 X \vdash$
	$\triangledown$	X	**0**	X	$\triangledown$		K_5	$X q_0 0 X \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	$\triangledown$		K_6	$q_7 X 0 X \vdash$
	$\triangledown$	X	0	X	$\triangledown$		K_7	$q_7 \triangledown X 0 X \vdash$
	$\triangledown$	**X**	0	X	$\triangledown$		K_8	$q_8 X 0 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	**0**	X	$\triangledown$		K_9	$q_8 0 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**X**	$\triangledown$		K_{10}	$q_9 X \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	1	**$\triangledown$**		K_{11}	$1 q_9 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	$\triangledown$		K_{12}	$q_9 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	**$\triangledown$**	1	$\triangledown$		K_{13}	$q_{11} \triangledown 1 \vdash$
	$\triangledown$	$\triangledown$	$\triangledown$	**1**	$\triangledown$		K_{14}	$q_{12} 1$

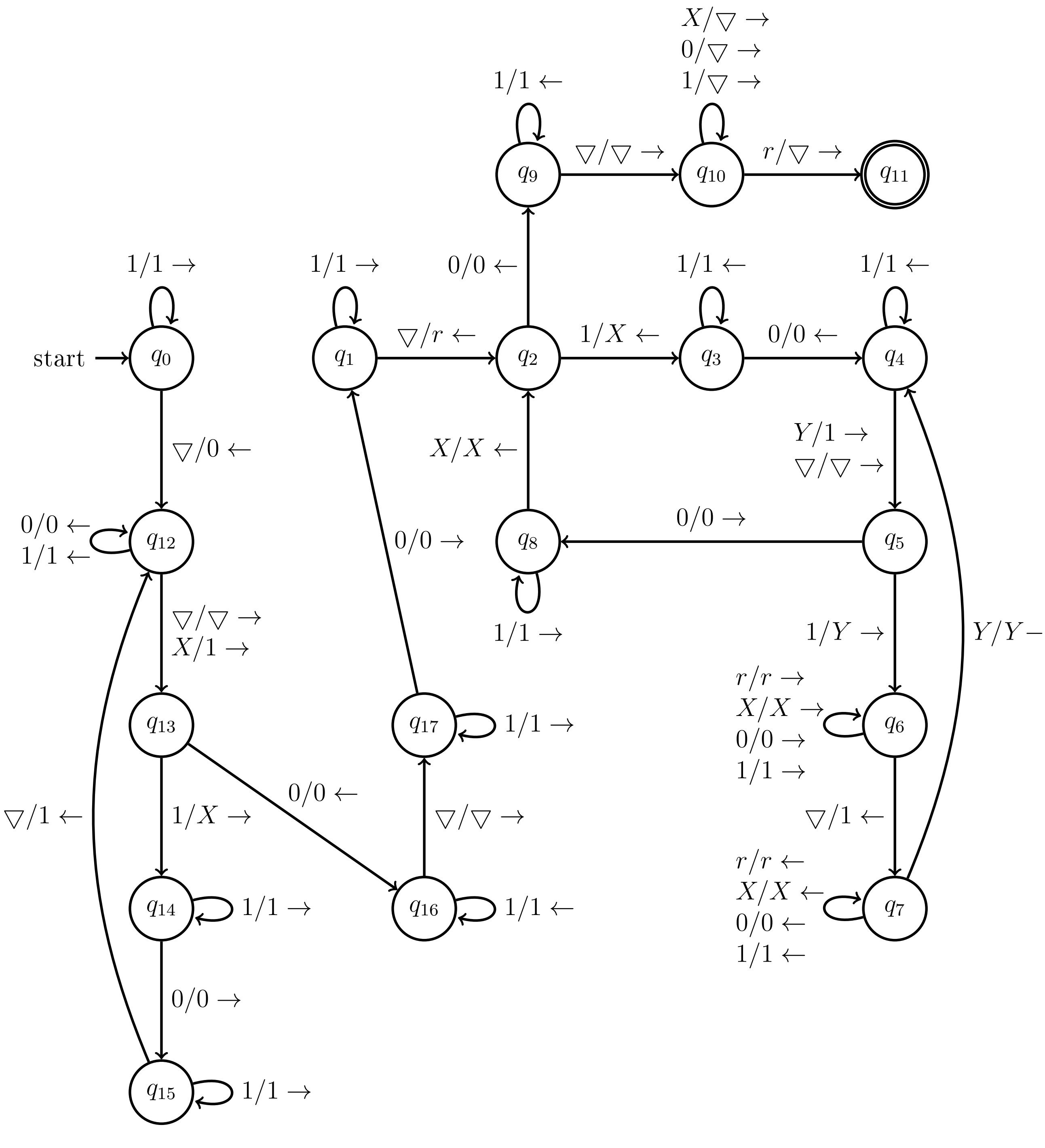
Zad 1.13. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza funkcję

$$f(m, n) = n^2$$

dla liczby naturalnej n w reprezentacji unarnej. Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_{17}\}, \{1\}, \{1, 0, X, Y, r, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_{11}\}).$$



Zad 1.19. Zaprojektuj maszynę Turinga, która kopiuje wejściowy łańcuch w dla alfabetu $\Sigma = \{a, b\}$. Rozwiązanie może nie zawierać separatora

$$q_0 w \overset{*}{\vdash} q_f ww$$

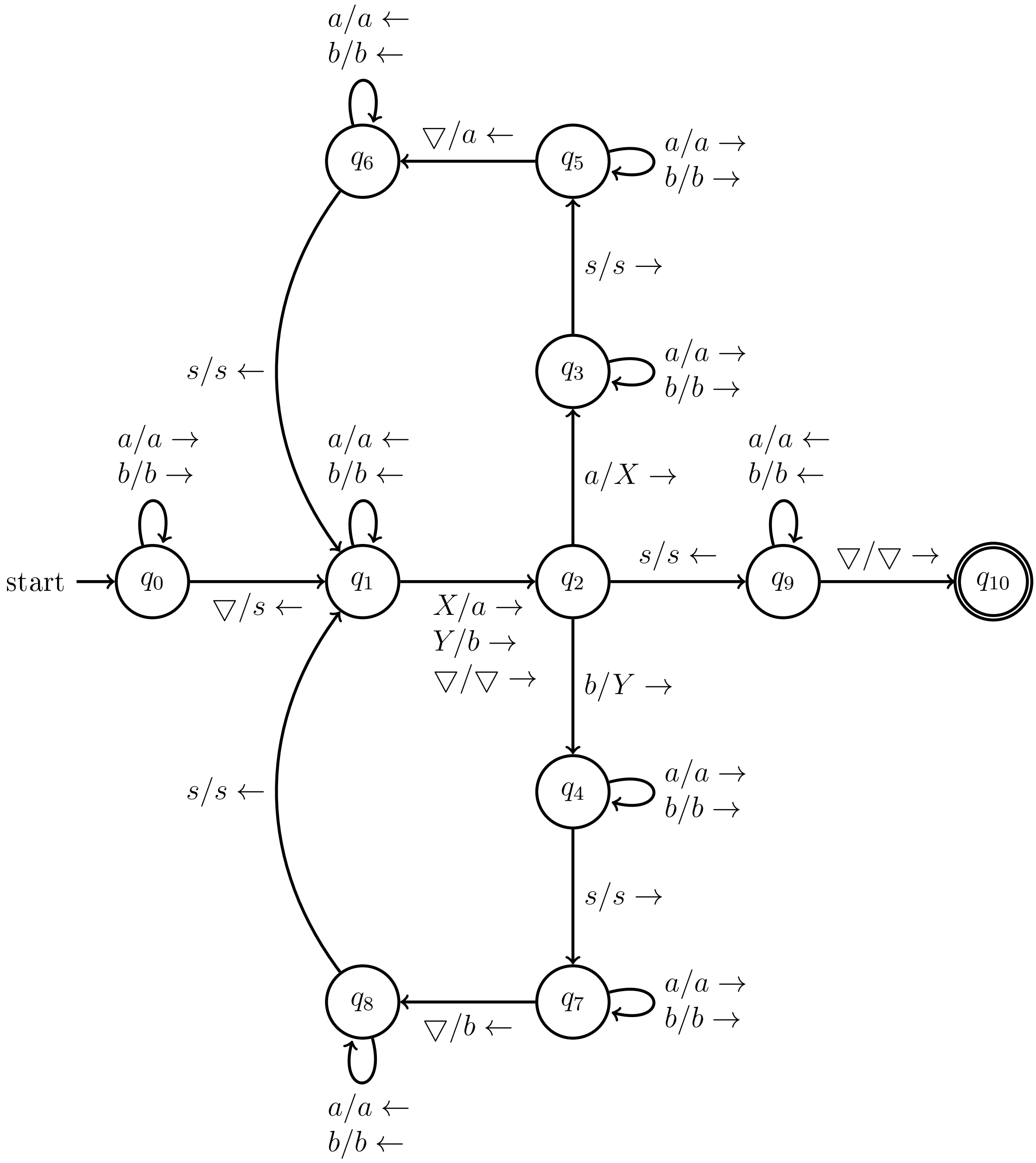
lub może zawierać dowolny separator, na przykład separatorem może być blank, czyli

$$q_0 w \overset{*}{\vdash} q_f w \bigtriangledown w.$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_{10}\}, \{a, b\}, \{a, b, s, X, Y, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_{10}\}).$$



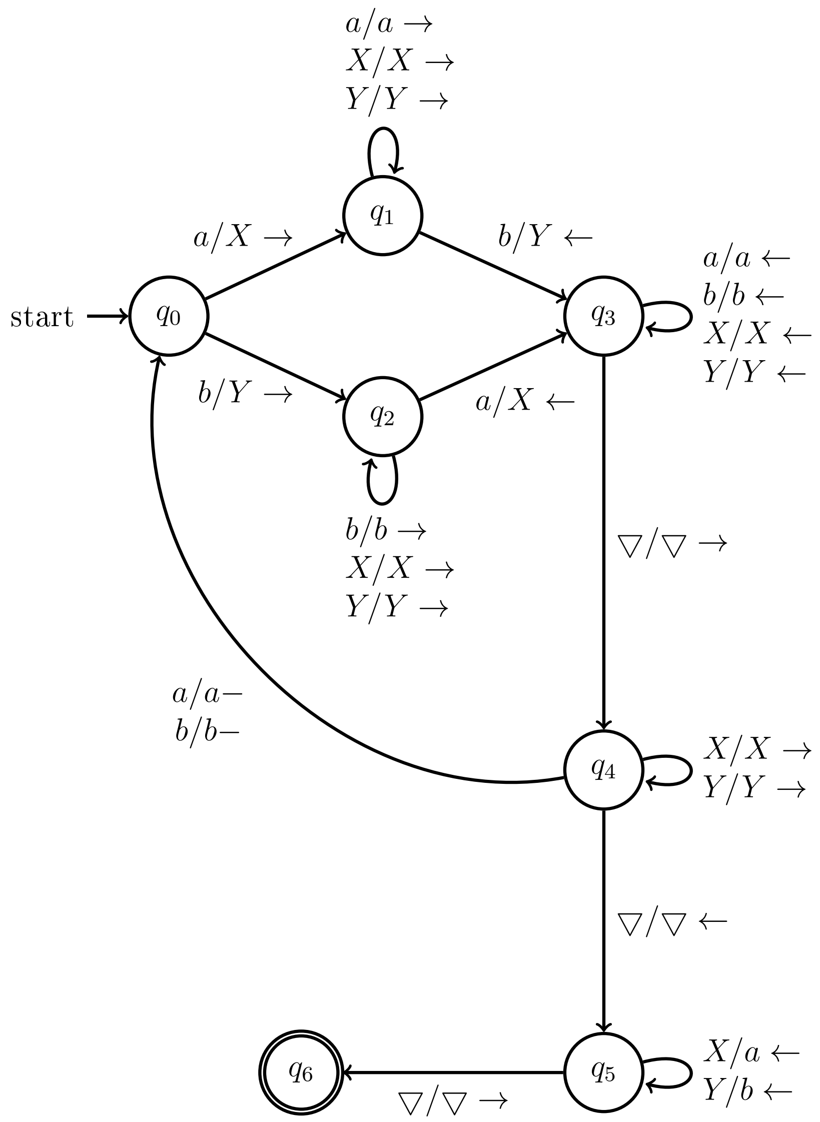
Zad 1.22. Zaprojektuj maszynę Turinga nad alfabetem $\Sigma = \{a, b\}$, która akceptuje język

$$L = \{w \colon\ w \text{ zawiera równą liczbę symboli } a \text{ i } b\}.$$

Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, ..., q_6\}, \{a, b\}, \{a, b, X, Y, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_6\}).$$



Obliczenia w = ab

▽	**a**	b	▽		K_0	$q_0ab \vdash$
▽	X	**b**	▽		K_1	$Xq_1b \vdash$
▽	**X**	Y	▽		K_2	$q_3XY \vdash$
▽	X	Y	▽		K_3	$q_3 \bigtriangledown XY \vdash$
▽	**X**	Y	▽		K_4	$q_4XY \vdash$
▽	X	**Y**	▽		K_5	$Xq_4Y \vdash$
▽	X	Y	**▽**		K_6	$XYq_4\bigtriangledown \vdash$
▽	X	**Y**	▽		K_7	$Xq_5Y \vdash$
▽	**X**	b	▽		K_8	$q_5Xb \vdash$
▽	a	b	▽		K_9	$q_5 \bigtriangledown ab \vdash$
▽	**a**	b	▽		K_{10}	q_6ab

Obliczenia w = abab

▽	**a**	b	a	b	▽	K_0	$q_0abab \vdash$
▽	X	**b**	a	b	▽	K_1	$Xq_1bab \vdash$
▽	**X**	Y	a	b	▽	K_2	$q_3XYab \vdash$
▽	X	Y	a	b	▽	K_3	$q_3 \bigtriangledown XYab \vdash$
▽	**X**	Y	a	b	▽	K_4	$q_4XYab \vdash$
▽	X	**Y**	a	b	▽	K_5	$Xq_4Yab \vdash$

——————13 kroków——————

▽	X	Y	X	**Y**	▽	K_{18}	$XYXq_5Y \vdash$
▽	X	Y	**X**	b	▽	K_{19}	$XYq_5Xb \vdash$
▽	X	**Y**	a	b	▽	K_{20}	$Xq_5Yab \vdash$
▽	**X**	b	a	b	▽	K_{21}	$q_5Xbab \vdash$
▽	a	b	a	b	▽	K_{22}	$q_5 \bigtriangledown abab \vdash$
▽	**a**	b	a	b	▽	K_{23}	$q_6abab \vdash$

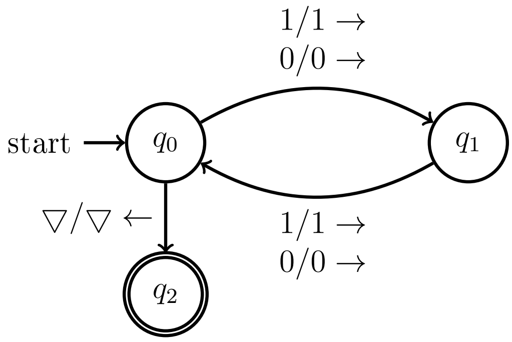
Zad 1.23. Zaprojektuj maszynę Turinga, która akceptuje język

$$L = \{w\colon |w| \text{ jest parzysta}\}$$

nad alfabetem $\Sigma = \{0, 1\}$. Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{1, 0\}, \{1, 0, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_2\}).$$



Obliczenia $w = 1011$

	▽	**1**	0	1	1	▽		K_0	$q_0 1011 \vdash$
	▽	1	**0**	1	1	▽		K_1	$1 q_1 011 \vdash$
	▽	1	0	**1**	1	▽		K_2	$10 q_0 11 \vdash$
	▽	1	0	1	**1**	▽		K_3	$101 q_1 1 \vdash$
	▽	1	0	1	1	**▽**		K_4	$1011 q_0 \triangledown \vdash$
	▽	1	0	1	**1**	▽		K_5	$101 q_2 1$

Obliczenia $w = 00$

	▽	**0**	0	▽	▽	▽		K_0	$q_0 00 \vdash$
	▽	0	**0**	▽	▽	▽		K_1	$0 q_1 0 \vdash$
	▽	0	0	**▽**	▽	▽		K_2	$00 q_0 \triangledown \vdash$
	▽	0	**0**	▽	▽	▽		K_3	$0 q_2 0$

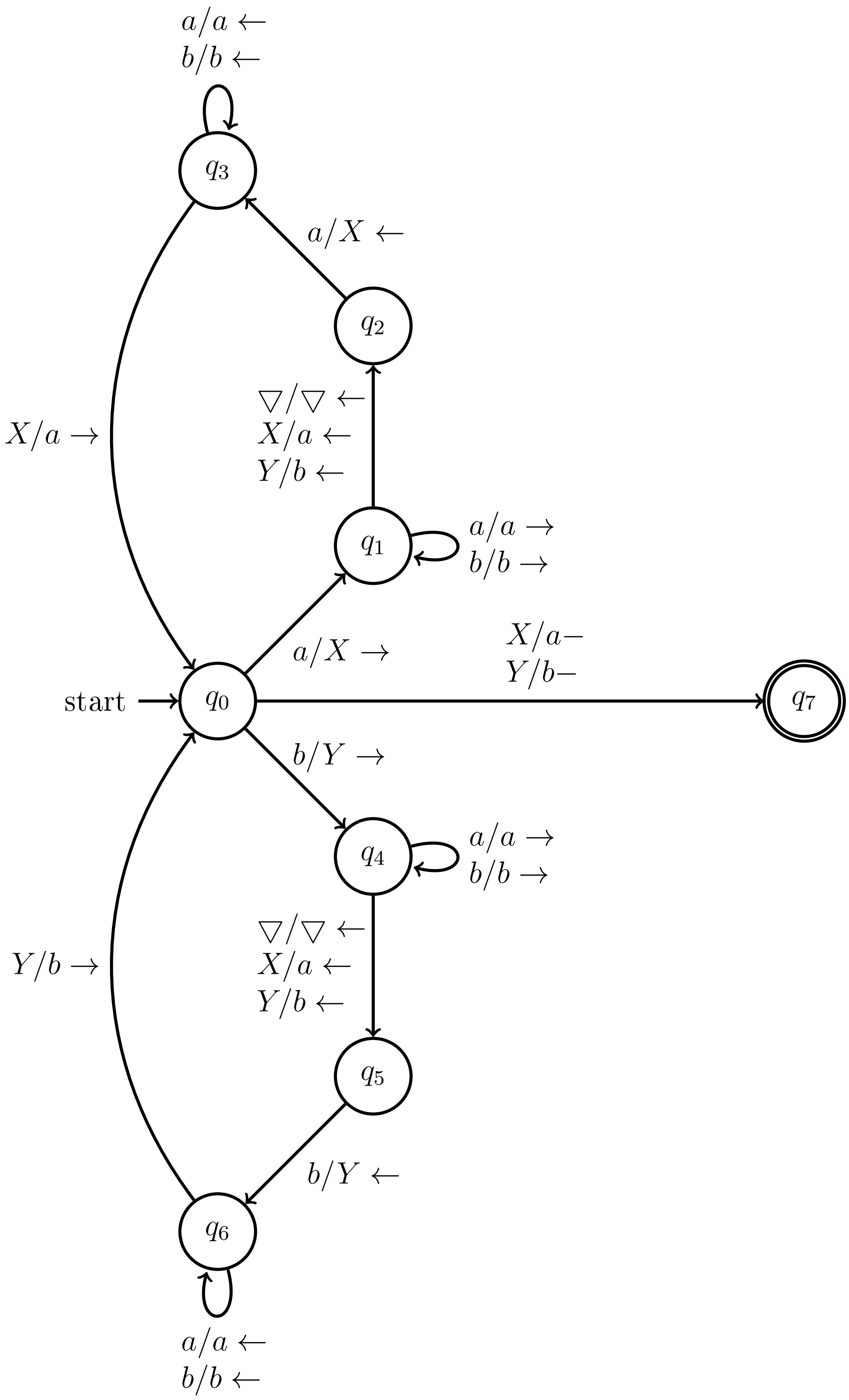
Zad 1.25. Niech $\Sigma = \{a, b\}$. Zaprojektuj maszynę Turinga, która akceptuje język

$$L = \{ww^R\colon\ w \in \{a, b\}^*\},$$

gdzie w^R oznacza **odwrócenie** w, a więc jeśli $w = a_1a_2...a_k$, to $w^R = a_ka_{k-1}...a_1$. Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, ..., q_7\}, \{a, b\}, \{a, b, X, Y, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_7\}).$$



Obliczenia q = abba

	$\triangledown$	a	b	b	a	$\triangledown$		K_0	$q_0abba \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	a	$\triangledown$		K_1	$Xq_1bba \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	a	$\triangledown$		K_2	$Xbq_1ba \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	a	$\triangledown$		K_3	$Xbbq_1a \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	a	$\triangledown$		K_4	$Xbbaq_1\triangledown \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	a	$\triangledown$		K_5	$Xbbq_2a \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	X	$\triangledown$		K_6	$Xbq_3bX \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	X	$\triangledown$		K_7	$Xq_3bbX \vdash$
	$\triangledown$	X	b	b	X	$\triangledown$		K_8	$q_3XbbX \vdash$
	$\triangledown$	a	b	b	X	$\triangledown$		K_9	$aq_0bbX \vdash$
	$\triangledown$	a	Y	b	X	$\triangledown$		K_{10}	$aYq_4bX \vdash$
	$\triangledown$	a	Y	b	X	$\triangledown$		K_{11}	$aYbq_4X \vdash$
	$\triangledown$	a	Y	b	a	$\triangledown$		K_{12}	$aYq_5ba \vdash$
	$\triangledown$	a	Y	Y	a	$\triangledown$		K_{13}	$aq_6YYa \vdash$
	$\triangledown$	a	b	Y	a	$\triangledown$		K_{14}	$abq_0Ya \vdash$
	$\triangledown$	a	b	b	a	$\triangledown$		K_{15}	abq_7ba

Obliczenia q = aa

	$\triangledown$	a	a	$\triangledown$		K_0	$q_0aa \vdash$
	$\triangledown$	X	a	$\triangledown$		K_1	$Xq_1a \vdash$
	$\triangledown$	X	a	$\triangledown$		K_2	$Xaq_1\triangledown \vdash$
	$\triangledown$	X	a	$\triangledown$		K_3	$Xq_2a \vdash$
	$\triangledown$	X	X	$\triangledown$		K_4	$q_3XX \vdash$
	$\triangledown$	a	X	$\triangledown$		K_5	$aq_0X \vdash$
	$\triangledown$	a	a	$\triangledown$		K_6	aq_7a

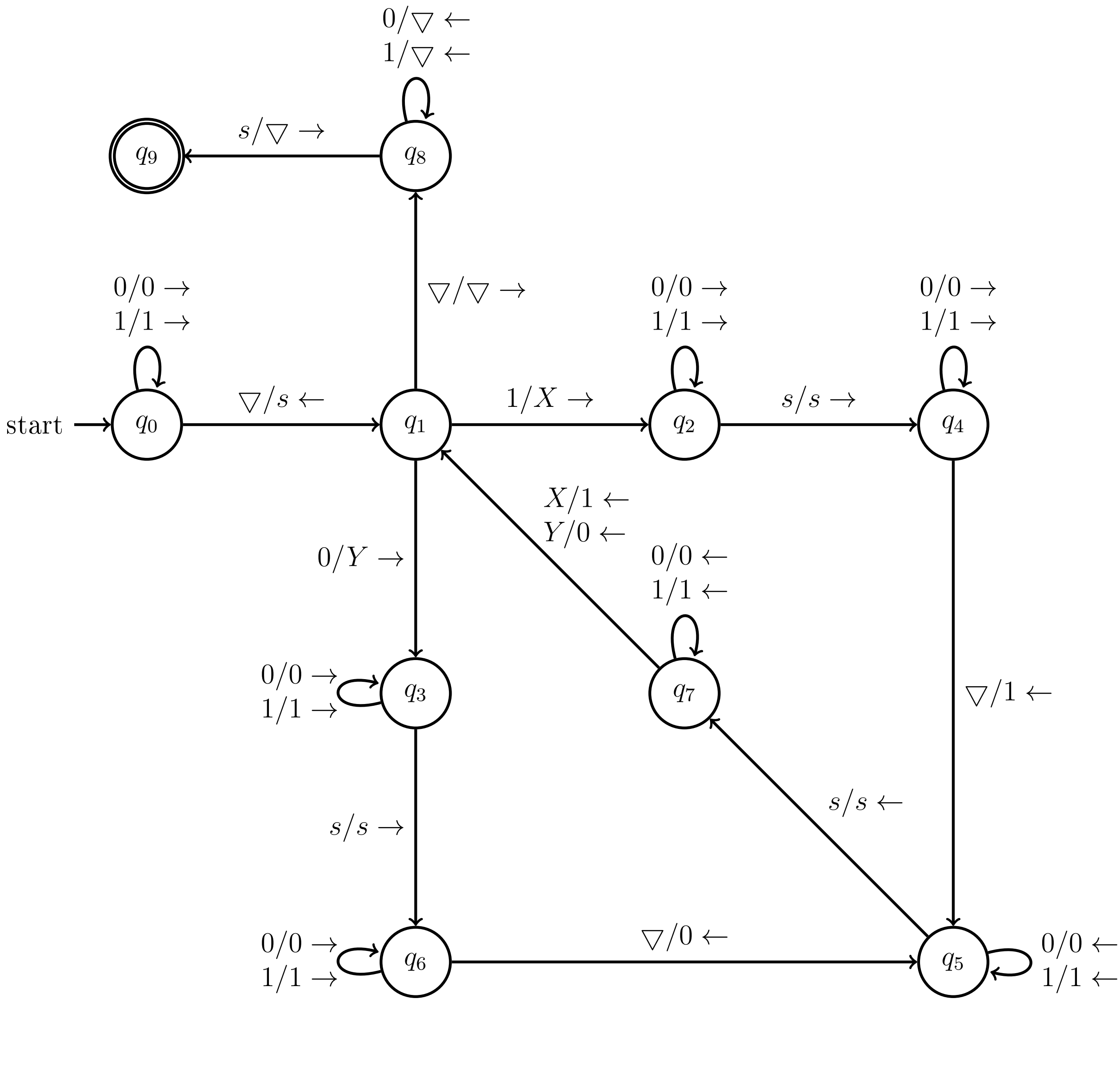
Zad 1.27. Niech $\Sigma = \{0, 1\}$. Zaprojektuj maszynę Turinga, która oblicza odwrócenie łańcucha, czyli funkcję

$$f(w) = w^R$$

gdzie $w \in \{0, 1\}^+$ oraz w^R oznacza **odwrócenie** w, a więc jeśli $w = a_1a_2...a_k$, to $w^R = a_ka_{k-1}...a_1$. Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_9\}, \{1, 0\}, \{1, 0, s, X, Y, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_9\}).$$



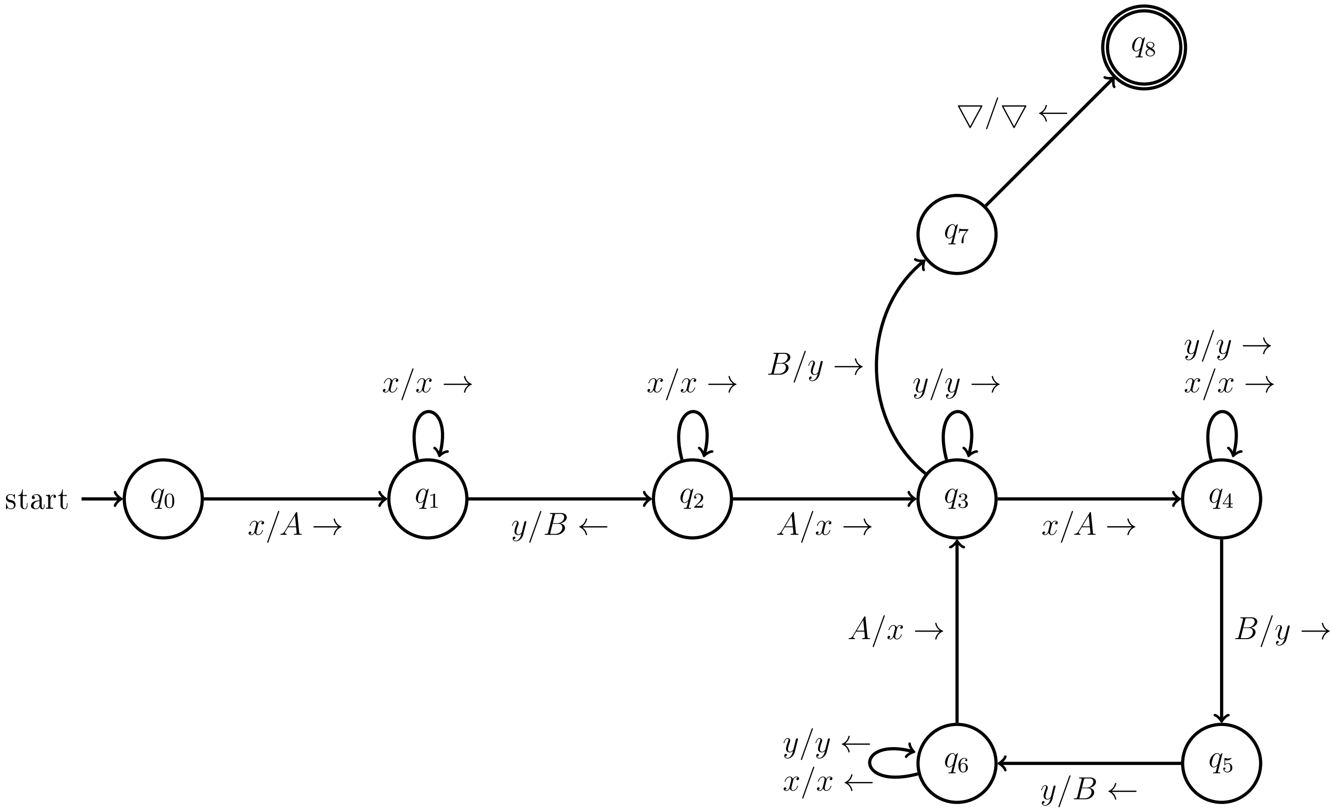
Zad 1.30. Zaprojektuj maszynę Turinga, która akceptuje język

$$L = \{x^n y^n \colon\ n \geq 1\}$$

nad alfabetem $\Sigma = \{x, y\}$. Narysuj diagram przejść. Dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \bigtriangledown, F) = (\{q_0, ..., q_8\}, \{x, y\}, \{x, y, A, B, \bigtriangledown\}, \delta, q_0, \bigtriangledown, \{q_8\}).$$



Obliczenia $w = xy$

	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	**x**	y	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_0	$q_0xy \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	A	**y**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_1	$Aq_1y \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	**A**	B	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_2	$q_2AB \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	x	**B**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_3	$xq_3B \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	x	y	**$\bigtriangledown$**	$\bigtriangledown$		K_4	$xyq_7\bigtriangledown \vdash$
	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$	x	**y**	$\bigtriangledown$	$\bigtriangledown$		K_5	xq_8y

Obliczenia $w = xxyy$

	$\triangledown$	**x**	x	y	y	$\triangledown$		K_0	$q_0xxyy \vdash$
	$\triangledown$	A	**x**	y	y	$\triangledown$		K_1	$Aq_1xyy \vdash$
	$\triangledown$	A	x	**y**	y	$\triangledown$		K_2	$Axq_1yy \vdash$
	$\triangledown$	A	**x**	B	y	$\triangledown$		K_3	$Aq_2xBy \vdash$
	$\triangledown$	**A**	x	B	y	$\triangledown$		K_4	$q_2AxBy \vdash$
	$\triangledown$	x	**x**	B	y	$\triangledown$		K_5	$xq_3xBy \vdash$
	$\triangledown$	x	A	**B**	y	$\triangledown$		K_6	$xAq_4By \vdash$
	$\triangledown$	x	A	y	**y**	$\triangledown$		K_7	$xAyq_5y \vdash$
	$\triangledown$	x	A	**y**	B	$\triangledown$		K_8	$xAq_6yB \vdash$
	$\triangledown$	x	**A**	y	B	$\triangledown$		K_9	$xq_6AyB \vdash$
	$\triangledown$	x	x	**y**	B	$\triangledown$		K_{10}	$xxq_3yB \vdash$
	$\triangledown$	x	x	y	**B**	$\triangledown$		K_{11}	$xxyq_3B \vdash$
	$\triangledown$	x	x	y	y	**$\triangledown$**		K_{12}	$xxyyq_7\triangledown \vdash$
	$\triangledown$	x	x	y	**y**	$\triangledown$		K_{13}	$xxyq_8y$

Zad 1.46. Wypisz cztery przykładowe łańcuchy opisywane przez wyrażenie $\mathbf{a}(\mathbf{a}+\mathbf{b})^*\mathbf{bb}$. Czy można skonstruować (deterministyczną) maszynę Turinga,która akceptuje język

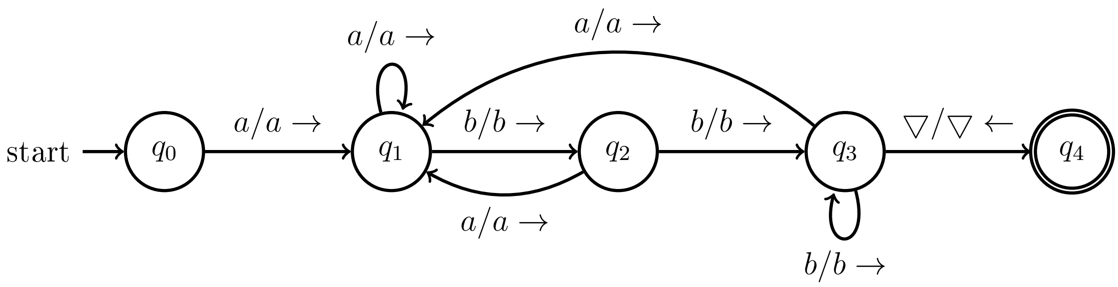
$$L = L(\mathbf{a}(\mathbf{a}+\mathbf{b})^*\mathbf{bb})?$$

Jeżeli można, to narysuj diagram przejść i dla zaprojektowanej maszyny wykonaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

1. abb
2. aaaabbb
3. ababaaabbbb
4. aaabbaabbabb

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \{a, b, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_4\}).$$



Obliczenia w = abb

	$\triangledown$	**a**	b	b	$\triangledown$	$\triangledown$		K_0	$q_0abb \vdash$
	$\triangledown$	a	**b**	b	$\triangledown$	$\triangledown$		K_1	$aq_1bb \vdash$
	$\triangledown$	a	b	**b**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_2	$abq_2b \vdash$
	$\triangledown$	a	b	b	**$\triangledown$**	$\triangledown$		K_3	$abbq_3\triangledown \vdash$
	$\triangledown$	a	b	**b**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_4	abq_4b

Obliczenia w = aabb

	$\triangledown$	**a**	a	b	b	$\triangledown$		K_0	$q_0aabb \vdash$
	$\triangledown$	a	**a**	b	b	$\triangledown$		K_1	$aq_1abb \vdash$
	$\triangledown$	a	a	**b**	b	$\triangledown$		K_2	$aaq_1bb \vdash$
	$\triangledown$	a	a	b	**b**	$\triangledown$		K_3	$aabq_2b \vdash$
	$\triangledown$	a	a	b	b	**$\triangledown$**		K_4	$aabbq_3 \vdash$
	$\triangledown$	a	a	b	**b**	$\triangledown$		K_5	$aabq_4b$

Zad 1.47. Wypisz cztery przykładowe łańcuchy opisywane przez wyrażenie $\mathbf{10+(0+11)0^*1}$. Czy można skonstruować (deterministyczną) maszynę Turinga, która akceptuje język

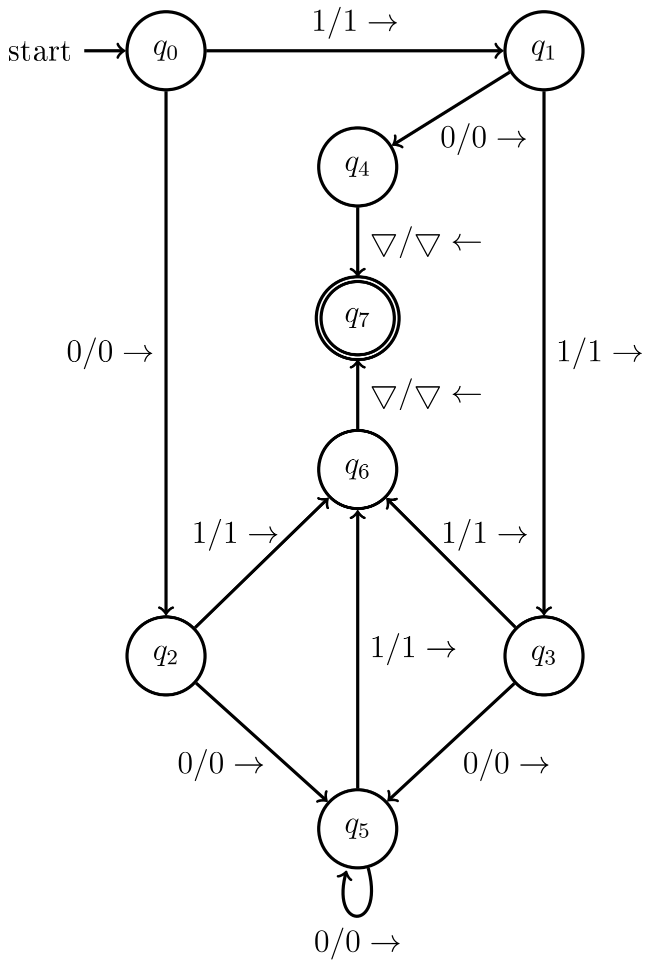
$$L = L(\mathbf{10+(0+11)0^*1})?$$

Jeżeli można, to narysuj diagram przejść i dla zaprojektowanej maszyny wy-konaj dwa obliczenia (wykonaj rysunki taśmy i zapisz konfiguracje).

Rozwiązanie.

1. 10
2. 000001
3. 110001
4. 111

$$M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \triangledown, F) = (\{q_0, ..., q_7\}, \{1, 0\}, \{1, 0, \triangledown\}, \delta, q_0, \triangledown, \{q_7\}).$$



Obliczenia $w = 1101$

	$\triangledown$	**1**	1	0	1	$\triangledown$		K_0	$q_0 1101 \vdash$
	$\triangledown$	1	**1**	0	1	$\triangledown$		K_1	$1 q_1 101 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	**0**	1	$\triangledown$		K_2	$11 q_3 01 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	0	**1**	$\triangledown$		K_3	$110 q_5 1 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	0	1	**$\triangledown$**		K_4	$1101 q_6 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	1	1	0	**1**	$\triangledown$		K_5	$110 q_7 1$

Obliczenia $w = 111$

	$\triangledown$	**1**	1	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_0	$q_0 111 \vdash$
	$\triangledown$	1	**1**	1	$\triangledown$	$\triangledown$		K_1	$1 q_1 11 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_2	$11 q_3 1 \vdash$
	$\triangledown$	1	1	1	**$\triangledown$**	$\triangledown$		K_3	$111 q_6 \triangledown \vdash$
	$\triangledown$	1	1	**1**	$\triangledown$	$\triangledown$		K_4	$11 q_7 1$