



图练习题

杨君维

School of Computer Science, Peking University

2022.11.02

图练习题/19普通 t2/6

描述

作为一名海军提督，Pachi将指挥一支舰队向既定海域出击！

Pachi已经得到了海域的地图，地图上标识了一些既定目标和它们之间的一些单向航线。如果我们把既定目标看作点、航线看作边，那么海域就是一张有向图。不幸的是，Pachi是一个会迷路的提督QAQ，所以他在包含环(圈)的海域中必须小心谨慎，而在无环的海域中则可以大展身手。

受限于战时的消息传递方式，海域的地图只能以若干整数构成的数据的形式给出。作为舰队的通讯员，在出击之前，请你告诉提督海域中是否包含环。

输入

每个测试点包含多组数据，每组数据代表一片海域，各组数据之间无关。

第一行是数据组数T。

每组数据的第一行两个整数N，M，表示海域中既定目标数、航线数。

接下来M行每行2个不相等的整数x,y，表示从既定目标x到y有一条单向航线（所有既定目标使用1~N的整数表示）。

描述中的图片仅供参考，其顶点标记方式与本题数据无关。

$1 \leq N \leq 100000$ ， $1 \leq M \leq 500000$ ， $1 \leq T \leq 5$

注意：输入的有向图不一定是连通的。

图练习题/19普通 t2/6

- 简单的判环题
- 深搜
- used标记已访问的节点（线性复杂度）
- stack标记还在深搜栈中的节点（判环）

图练习题/19普通 t5/6

眸林匹克越野滑雪项目可以用一个 $M \times N$ 的数组表示($1 \leq m, n \leq 500$), 数组元素的范围为0到1000000000, 表示该点的海拔高度。

这个数组中的一些格子被指定为比赛的路径点。一头牛可以从一个格点滑到上下左右的四个相邻个点, 如果这些点的高度差不超过 D 。滑雪路径的难度等级是使得所有的路径点都可以以这种方式连通的 D 的最小值。

输入

第一行: M 和 N

第二行到第 $M+1$ 行: 每行包括 N 个数字, 代表海拔高度。

$M+2$ 到 $2M+1$ 行: 每行 N 个数字, 0或1, 表示这个点是不是路径点

图练习题/19普通 t5/6

- 最大的最小，直接往二分上想！
- 二分D
- 每次向周围搜索时，判断高度差和D的关系即可
- 二分的边界判定搞不清楚？

```
while (l <= r)
{
    int mid = (l + r) >> 1;
    if (check(mid)) r = mid - 1;
    else l = mid + 1;
}
printf("%d\n", l);
```

- 无向边：最小生成树——从小到大枚举边，第一次全联通时

图练习题/20实验 t3/5

这个世界有 N 个国家，编号为 $1 \dots N$ ，为了让这 N 个国家之间建立尽可能多的友好关系。你制定了一个计划，作出了一张当今国际关系示意图。

首先，你准备了一张非常大的画纸，先画下了代表每个国家的 N 个点。接下来，为了表示现在的国际关系，画下了 M 个连接两个国家的有向边。其中，从国家 a 连向国家 b 的有向边，表示现在国家 a 向国家 b 派遣了大使。这样就做出了 N 个点 M 条边的当今国际关系示意图。

作为两国友好关系的开端，两国之间需要进行友好条约缔结会议。如果某两个国家 p 和 q 要进行会议，那么需要一个向两国都派遣了大使的国家 x ($x \neq p$ 且 $x \neq q$) 作为中介。会议结束后，会议的双方相互向对方的国家派遣大使。换句话说，为了让国家 p 和国家 q 进行会议，必须存在一个国家 x 满足边 (x,p) 和边 (x,q) 都存在，并且在会议后添加两条边 (p,q) 和 (q,p) （如果需要添加的某条边已经存在则不添加）。

你对于可以进行会议的两国，选择会议的中介并促使会议进行。使用这张图进行工作的模拟的话，世界距离和平还有多远的一个重要的基准就是这张图上的边数。

现在给出国家的个数以及当今国际关系的情报，请你求出反复选择两个国家，促使它们其进行会议后，图上最多会有多少条边。

提示

对于20%的数据， $N \leq 100$;

对于40%的数据， $N \leq 5000$;

对于100%的数据， $1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq M \leq 2 \times 10^5$, $1 \leq A_i, B_i \leq N$, $A_i \neq B_i$, $(A_i, B_i) \neq (A_j, B_j)$;

图练习题/20实验 t3/5

这个世界有 N 个国家，编号为 $1 \dots N$ ，为了让这 N 个国家之间建立尽可能多的友好关系。你制定了一个计划，作出了一张当今国际关系示意图。

首先，你准备了一张非常大的画纸，先画下了代表每个国家的 N 个点。接下来，为了表示现在的国际关系，画下了 M 个连接两个国家的有向边。其中，从国家 a 连向国家 b 的有向边，表示现在国家 a 向国家 b 派遣了大使。这样就做出了 N 个点 M 条边的当今国际关系示意图。

作为两国友好关系的开端，两国之间需要进行友好条约缔结会议。如果某两个国家 p 和 q 要进行会议，那么需要一个向两国都派遣了大使的国家 x ($x \neq p$ 且 $x \neq q$) 作为中介。会议结束后，会议的双方相互向对方的国家派遣大使。换句话说，为了让国家 p 和国家 q 进行会议，必须存在一个国家 x 满足边 (x,p) 和边 (x,q) 都存在，并且在会议后添加两条边 (p,q) 和 (q,p) （如果需要添加的某条边已经存在则不添加）。

你对于可以进行会议的两国，选择会议的中介并促使会议进行。使用这张图进行工作的模拟的话，世界距离和平还有多远的一个重要的基准就是这张图上的边数。

现在给出国家的个数以及当今国际关系的情报，请你求出反复选择两个国家，促使它们其进行会议后，图上最多会有多少条边。

- 只要一个点引出了两个及以上的树，那么树中所有节点就构成了一个等价类
- 同一等价类内部是全连接图
- Bfs + 并查集即可

图练习题/21普通 t5/5

negii在玩一个叫魔塔的游戏，这里我们的游戏略有不同。

这里的地图是一个由 n 个点， m 条边构成的无向连通图。negii现在在起点的位置，他需要到达每一个点之后才算游戏通关。

但是，每一条边上都有一个守卫，需要杀死他之后才能通过。

每个守卫都有一定的攻击力和防御力，negii需要保证的是他的攻击力不小于对方的防御力，并且他的防御力不小于对方的攻击力，这样他才能打败当前的守卫。

游戏最开始，negii的攻击力和防御力都为0，他需要通过金币购买来提升能力，negii每提升一点攻击力需要花费 A 个金币，每提升一点防御力需要 B 个金币，现在他想知道最少他需要花费多少金币才能通关。

提示

对于前40%: $n \leq 100$, $m \leq 1500$

对于前70%: 数据保证没有重边

对于100%: $2 \leq n \leq 200$, $1 \leq m \leq 50000$, $A, B, v, w \leq 10^9$

图练习题/21普通 t5/5

negii在玩一个叫魔塔的游戏，这里我们的游戏略有不同。

这里的地图是一个由 n 个点， m 条边构成的无向连通图。negii现在在起点的位置，他需要到达每一个点之后才算游戏通关。

但是，每一条边上都有一个守卫，需要杀死他之后才能通过。

每个守卫都有一定的攻击力和防御力，negii需要保证的是他的攻击力不小于对方的防御力，并且他的防御力不小于对方的攻击力，这样他才能打败当前的守卫。

游戏最开始，negii的攻击力和防御力都为0，他需要通过金币购买来提升能力，negii每提升一点攻击力需要花费 A 个金币，每提升一点防御力需要 B 个金币，现在他想知道最少他需要花费多少金币才能通关。

- 枚举最终答案中最大的 v ，对所有 $v[i] < v$ 的边做关于 w 的最小生成树
- 每次都重新求最小生成树复杂度太高

图练习题/21普通 t5/5

negii在玩一个叫魔塔的游戏，这里我们的游戏略有不同。

这里的地图是一个由 n 个点， m 条边构成的无向连通图。negii现在在起点的位置，他需要到达每一个点之后才算游戏通关。

但是，每一条边上都有一个守卫，需要杀死他之后才能通过。

每个守卫都有一定的攻击力和防御力，negii需要保证的是他的攻击力不小于对方的防御力，并且他的防御力不小于对方的攻击力，这样他才能打败当前的守卫。

游戏最开始，negii的攻击力和防御力都为0，他需要通过金币购买来提升能力，negii每提升一点攻击力需要花费 A 个金币，每提升一点防御力需要 B 个金币，现在他想知道最少他需要花费多少金币才能通关。

- 破坏法！
- 从小到大枚举 $v[i]$ ，若其对应的 $w[i]$ 小于环上最大的 $w[j]$ ，则替换，并在新的生成树上统计答案即可

图练习题/21实验 t2

忙碌了一学期的 HQ 计划在考试周结束后出去旅行，他决定在 n 个城市中来规划旅行路线，这 n 个城市由 m 条双向道路连接，由于隔离政策各不相同的原因，对于双向道路 (x, y) ， $x \rightarrow y$ 的长度为 c_i ， $y \rightarrow x$ 的长度为 d_i ， HQ 居住的城市为 1 号城市。

现在 HQ 想要从 1 号城市出发，经过一些城市，最后回到 1 号城市，并且由于重复的风景总是乏味的，因此 HQ 要求每条双向道路至多被经过一次，然而 HQ 还有会议的 DDL 要赶，因此不能在旅行中花费太多时间，于是他决定在所有的可能路线中选择最短的那一条路线。

由于 HQ 正忙于出期末考试题，所以他拜托你帮他计算一下最短的可能路线的长度。

注意， HQ 并不要求经过所有的城市，但至少经过除了 1 号城市外的一个城市

数据范围

对于 20% 的数据， $n \leq 20, m \leq 100$

对于 50% 的数据， $n \leq 1500, m \leq 15000$

对于所有数据，保证 $n \leq 5 \times 10^4, m \leq 2 \times 10^5, 0 \leq d_i \leq 10^4$ ，保证图中不存在重边和自环，保证一定有解

图练习题/21实验 t2

忙碌了一学期的 HQ 计划在考试周结束后出去旅行，他决定在 n 个城市中来规划旅行路线，这 n 个城市由 m 条双向道路连接，由于隔离政策各不相同的原因，对于双向道路 (x, y) ， $x \rightarrow y$ 的长度为 c_i ， $y \rightarrow x$ 的长度为 d_i ， HQ 居住的城市为 1 号城市。

现在 HQ 想要从 1 号城市出发，经过一些城市，最后回到 1 号城市，并且由于重复的风景总是乏味的，因此 HQ 要求每条双向道路至多被经过一次，然而 HQ 还有会议的 DDL 要赶，因此不能在旅行中花费太多时间，于是他决定在所有的可能路线中选择最短的那一条路线。

由于 HQ 正忙于出期末考试题，所以他拜托你帮他计算一下最短的可能路线的长度。

注意， HQ 并不要求经过所有的城市，但至少经过除了 1 号城市外的一个城市

- 求节点数大于等于3的通过定点的环
- 1的出点和入点不同即可
- 枚举出点和入点？

图练习题/21实验 t2

忙碌了一学期的 HQ 计划在考试周结束后出去旅行，他决定在 n 个城市中来规划旅行路线，这 n 个城市由 m 条双向道路连接，由于隔离政策各不相同的原因，对于双向道路 (x, y) ， $x \rightarrow y$ 的长度为 c_i ， $y \rightarrow x$ 的长度为 d_i ， HQ 居住的城市为 1 号城市。

现在 HQ 想要从 1 号城市出发，经过一些城市，最后回到 1 号城市，并且由于重复的风景总是乏味的，因此 HQ 要求每条双向道路至多被经过一次，然而 HQ 还有会议的 DDL 要赶，因此不能在旅行中花费太多时间，于是他决定在所有的可能路线中选择最短的那一条路线。

由于 HQ 正忙于出期末考试题，所以他拜托你帮他计算一下最短的可能路线的长度。

注意， HQ 并不要求经过所有的城市，但至少经过除了 1 号城市外的一个城市

- 求节点数大于等于3的通过定点的环
- 1的出点和入点不同即可
- 枚举出点和入点？
- 枚举出点和入点在二进制的哪一位不同即可！