第十章

6. 解：设第一组数为 x 个，第二组数为 y 个.

令 $m=x+y$.

原问题等价于从 n 个数中取 m 个数，按大小排序后

以某个数为界划分为2部分，共有 $m-1$ 种分法.

故总方法数为

$$\sum_{m=2}^{n}(m-1)C_n^m = n\cdot 2^{n-1}-2^n+1,$$

11. 解：① 每个朋友寄1张，有 $k\cdot k\cdot\cdots\cdot k=k^n$ 种寄法.

② 每个朋友寄1张且每个人的明信片不同，有 $k\cdot(k-1)\cdot\cdots$

$(k-n+1)=\dfrac{k!}{(k-n)!}=P(k,n)$ 种寄法.

③ 每个朋友寄2张不同的，有 $C^n(k,2)=\dfrac{k^n(k-1)^n}{2}$ 种寄法.

14. 解：(1) 原问题等价于在 b、c、d、e 之间插入 a.

b,c,d,e 共有 $4!=24$ 种排列

当 b,c,d,e 位置确定，序列也就确定了.

故共有24个符合条件的序列.

(2) 原问题等价于在序列"aaaaa"中插入 b、c、d、e.

显然有 $P(6,4)=6\times5\times4\times3=360$ 个符合条件的

序列.

17. 解：由二项式定理：

$x^{12}y^{13}$ 的系数为

$$C_{25}^{12}\,2^{12}\cdot(-3)^{13}$$

$$=\frac{25!}{12!\,13!}\times 2^{13}\cdot 3^{13}\cdot(-1)$$

$$=-\frac{25!}{12!\,13!}\times 6^{13}.$$

28. 解：令 $S=\underbrace{\{1\cdot a_1,1\cdot a_2,\cdots,1\cdot a_t\}}_{A}\cup\underbrace{\{+\infty\cdot a_{t+1},\cdots,+\infty\cdot a_k\}}_{B}.$

S的一个 r 组合可看作从 A 中取 m 个，再从 B 中

取 $r-m$ 个，$m=0,1,\cdots,r$.

故 S 的 r 组合数为

$$\sum_{m=0}^{r}C(t,m)\,C(k-(t+1)+1+(r-m)-1,\ r-m)$$

$$=\sum_{m=0}^{r}C(t,m)\,C(k-t+r-m-1,\ r-m).$$