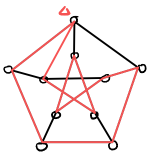
第6章

5. 答：至少要加k条新边.

11. 解：彼得松图如图



G是连通图,

G是欧拉图 $\Leftrightarrow$ G中无奇度顶点,

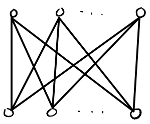
注意到彼得松图中任意顶点均为奇度顶点，故需在奇度顶点间两两加边.

故至少需要加5条边.

如图，只需加1条边即可成为哈密顿图.

证：

13. 设 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_{2k}\}$, $E=\{(v_i,v_j) \mid v_i,v_j\in V \wedge v_i\neq v_j \wedge v_i$与$v_j$有共同熟悉的任务$\}$，则 $G=<V,E> = K_{k,k}$



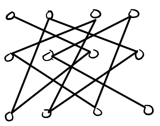
显然 $\forall u,v\in G$, $d(u)+d(v)=2k$

$\Rightarrow$ G为哈密顿图，存在哈密顿回路

$T = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_{2k}} v_{i_1}$

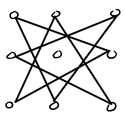
将 $v_{i_j}, v_{i_{j+1}}$ $(j=1,3,\cdots,2k-1)$ 组成k个小组即满足题目要求.

17. 证：(1) 建模如下：将棋盘中每个格子视作图中的一个顶点，若马可以从一个格子走到另一个格子，则在两格子对应顶点间加边.



左图给出一条哈密顿通路，故存在马的周游.

(2) 建模方式同(1)



左图不连通，故一定不是半哈密顿图，故不存在马的周游.

19. 解：不成立.

考虑彼得松图 $G=<V,E>$

$\forall V_1\subset V$, $p(V-V_1) \leq |V_1|$，但G不是哈密顿图.

第7章

5. 解：设 $T=<V,E>$, $|E|=m$,

$$\Rightarrow \begin{cases} n=m+1 \\ 2m=\sum_{i=1}^{n} d(v_i) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2n-2=\sum_{i=1}^{n} d(v_i) \leq n\Delta(T)$$

$$\Rightarrow \Delta(T) \geq 2-\frac{2}{n} \quad (n\geq 3)$$

故$\Delta(T)$至少为2.

当T为星形图时，$\Delta(T)$最大，为$n-1$

故$\Delta(T)$至多为$n-1$.

10. 解：T是欧拉图 $\Rightarrow$ T无叶子节点.

故T为平凡树

此时T也是哈密顿图.

13. 解：(1) $1+1+1+1+2+3+3+4=16=2m$

$\Rightarrow m=8=n$.

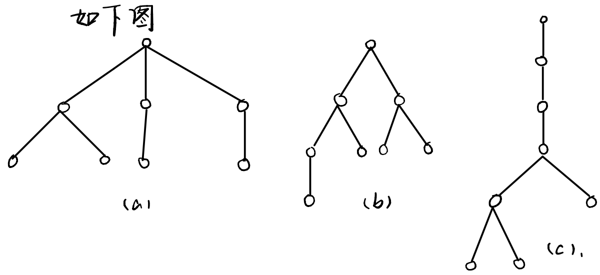
不能充当无向树的度数列.

(2) $1+1+1+1+2+2+3+3=14=2m$

$\Rightarrow m=7=n-1$.

显然可以构造出连通图，故可以充当无向树的度数列

如下图



(a) (b) (c).