第3章.

5. 解: (1) 正确 (2) 不正确 (3) 不正确 (4) 不正确.

12. 证: (1) $\forall y \in f(A\cap B)$

$\Rightarrow \exists x \in A\cap B,\ \langle x,y\rangle \in f$

$\Rightarrow x\in A \wedge x\in B \wedge \langle x,y\rangle \in f.$

$\Rightarrow y\in f(A) \wedge y \in f(B)$

$\Rightarrow y \in f(A)\cap f(B)$

$\Rightarrow f(A\cap B) \subseteq f(A)\cap f(B).$

(2) $S=\{1,2,3,4\}$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{2,3,4\}$

$T=\{1,2,3,4\}.$

$f=\{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 4,1\rangle\}.$

$f(A\cap B)=\{2,3\}$

$f(A)\cap f(B)=\{1,2,3\}.$

(3) 当 f 是单射时 $\forall A,B\subseteq S$ 上述等式成立.

14. 解: 依题知:

$S=\{a,b,c,d\}$

$A=\{a,b\},\ B=\{b,d\}.$

$\Rightarrow A\cap B=\{b\}.$

$\Rightarrow \chi_{A\cap B}=\{\langle a,0\rangle, \langle b,1\rangle, \langle c,0\rangle, \langle d,0\rangle\}$

20. 解: (1) $f\circ g(x)=g(f(x))=\begin{cases} 3, & x=0 \vee x=2 \vee (x\geq 5 \wedge x\text{为奇数}) \\ \frac{x+1}{2}, & x=1 \vee x=3 \\ 0, & x=4 \\ \frac{x}{2}, & x\geq 5 \wedge x\text{为偶数}. \end{cases}$

(2) $f\circ g$ 不是单射, 是满射, 不是双射.

23. 解: E_1: $\forall x,y\in \mathbb{R},\ \langle x,y\rangle \in E_1 \Leftrightarrow f_1(x)=f_1(y)$

又 $f_1(x)=\begin{cases} 1, & x\geq 0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$

$\therefore \mathbb{R}/E_1=\{\mathbb{R}_-,\ \mathbb{R}-\mathbb{R}_-\}$

同理可得:

$\mathbb{R}/E_2=\{\{x\} \mid x\in \mathbb{R}\}$

$\mathbb{R}/E_3=\{\mathbb{Z},\ \mathbb{R}-\mathbb{Z}\}$

$\mathbb{R}/E_4=\{\mathbb{R}\}.$

38. 解: (1) $\mathrm{card}A=3$

(2) B 是无穷集. 故 $\mathrm{card}B\geq \aleph_0.$

又 $B\subseteq \mathbb{N}$ 故 B 是可数集

故 $\mathrm{card}B\leq \aleph_0.$

$\Rightarrow \mathrm{card}B=\aleph_0.$

(3) $\mathrm{card}C=\aleph_0$, 原理同(2)

(4)(5) $B\cap C$, $B\cup C$ 均为无穷可数集. 故

$\mathrm{card}\,B\cap C=\mathrm{card}\,B\cup C=\aleph_0.$

$\therefore \mathrm{card}\,O=\mathrm{card}\,\mathbb{R}=\aleph.$

(6) 设集合为 O. 显然 O 中每个单位圆圆心坐标与 $x\ (x\in\mathbb{R})$ 一一对应.