

二元关系

有序对与卡氏积

- 有序对 — 定义
- 卡氏积
  - 定义 — 本质上是集合
  - 性质
    - 非交换 — 可交换的条件
    - 非结合 — 可结合的条件
    - 分配律
    - 子集与卡氏积 — 逆命题不一定成立

二元关系

- 定义
- 一些特殊的关系
  - 全域关系
  - 恒等关系
  - 小于等于关系
  - 整除关系
  - 包含关系
- 表示
  - 集合表达式
  - 关系矩阵
  - 关系图

关系的运算

- 运算
  - 定义域/值域/域
  - 逆关系
  - 复合
  - 限制
  - 像
  - 幂运算

关系运算的性质

- 逆关系
  - 逆关系的逆
  - 逆关系的定义域与值域
- 复合
  - 复合可结合
  - 复合的逆
  - 复合对并交是否有分配律
    - 并有
    - 交没有
- 限制 — 限制对并交的分配律
- 像 — 像对并交是否有分配律
  - 并有
  - 交没有
- 幂运算 — 周期重复定理 — 推论

关系的性质

- 定义
  - 自反/反自反 — 等价条件
  - 对称/反对称 — 等价条件
  - 传递 — 等价条件

关系的性质与关系矩阵、关系图

表示	性质				
	自反性	反自反性	对称性	反对称性	传递性
集合表达式	$I_A \subseteq R$	$R \cap I_A = \emptyset$	$R = R^{-1}$	$R \cap R^{-1} \subseteq I_A$	$R \circ R \subseteq R$
关系矩阵	主对角线元素全是 1	主对角线元素全是 0	矩阵是对称矩阵	若 $r_{ij} = 1$ 且 $i \neq j$ , 则 $r_{ji} = 0$	对 $M^2$ 中 1 所在的位置, $M$ 中相应的位置都是 1
关系图	每个顶点都有环	每个顶点都没有环	如果两个顶点之间有边, 那么一定是一对方向相反的边(无单边)	如果两个顶点之间有边, 那么一定是一条有向边(无双向边)	如果顶点 $x_i$ 到 $x_j$ 有边, $x_j$ 到 $x_k$ 有边, 那么从 $x_i$ 到 $x_k$ 也有边

关系的性质和运算之间的关系

运算	原有性质				
	自反性	反自反性	对称性	反对称性	传递性
$R_1^{-1}$	✓	✓	✓	✓	✓
$R_1 \cap R_2$	✓	✓	✓	✓	✓
$R_1 \cup R_2$	✓	✓	✓	×	×
$R_1 - R_2$	×	✓	✓	✓	×
$R_1 \circ R_2$	✓	×	×	×	×

关系的闭包

- 定义
- 构造给定关系的闭包
- 闭包的性质
  - 自反/对称/传递的等价条件
  - 子集与闭包
  - 关系的闭包是否保持关系的性质

等价关系与划分

- 等价关系 — 定义
- 等价类
  - 定义
  - 性质
  - 商集
- 划分 — 定义
- 等价类与划分的——对应
  - 由等价类确定划分
  - 由划分确定等价类

偏序关系

- 定义
  - 可比的定义
  - 全/线序关系
  - 偏序集
- 哈斯图
- 偏序集中的特殊元素
  - 极大元
  - 极小元
  - 最大元
  - 最小元
  - 上界
  - 下界
  - 上确界
  - 下确界
- 拓扑排序 — 有向无环图