

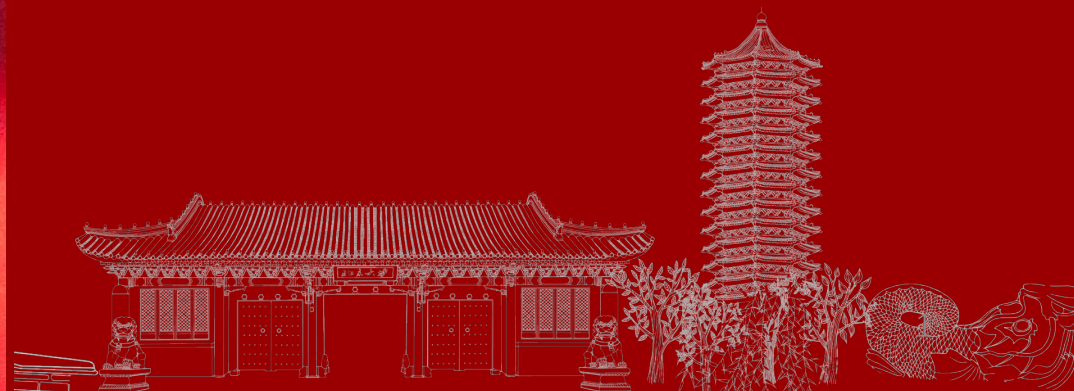
人工智能引论

24. 多智能体 – 博弈论

授课教师

连宙辉

2023年6月1日



本章内容

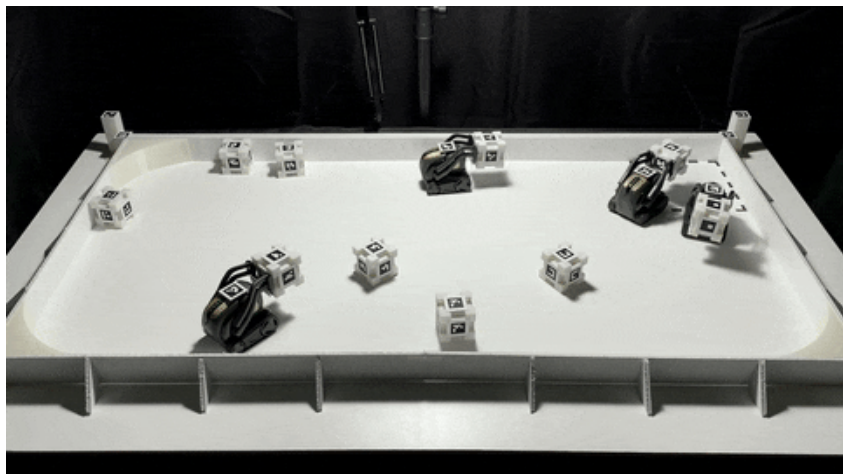
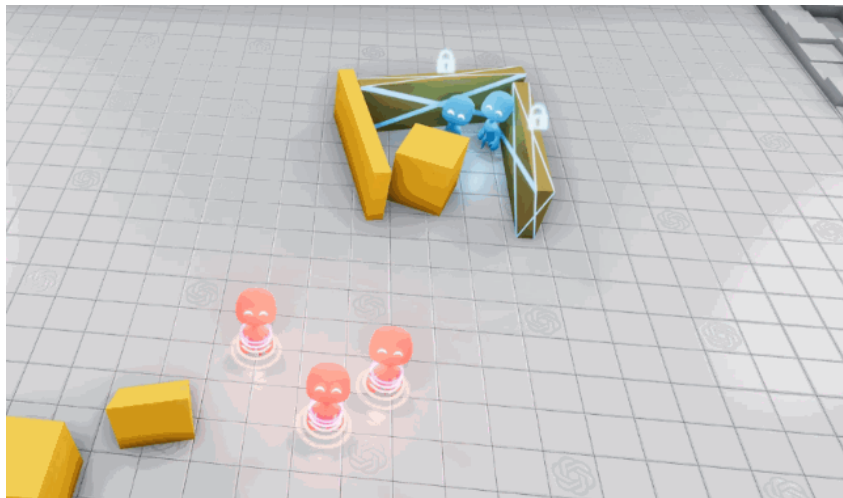
- 多智能体概览
- 博弈论基础
 - 非合作博弈：纳什均衡
 - 合作博弈：公平性公理与沙普利值
 - 机制设计：拍卖

多智能体系统 (Multi-Agent System, MAS)



北京大学
PEKING UNIVERSITY

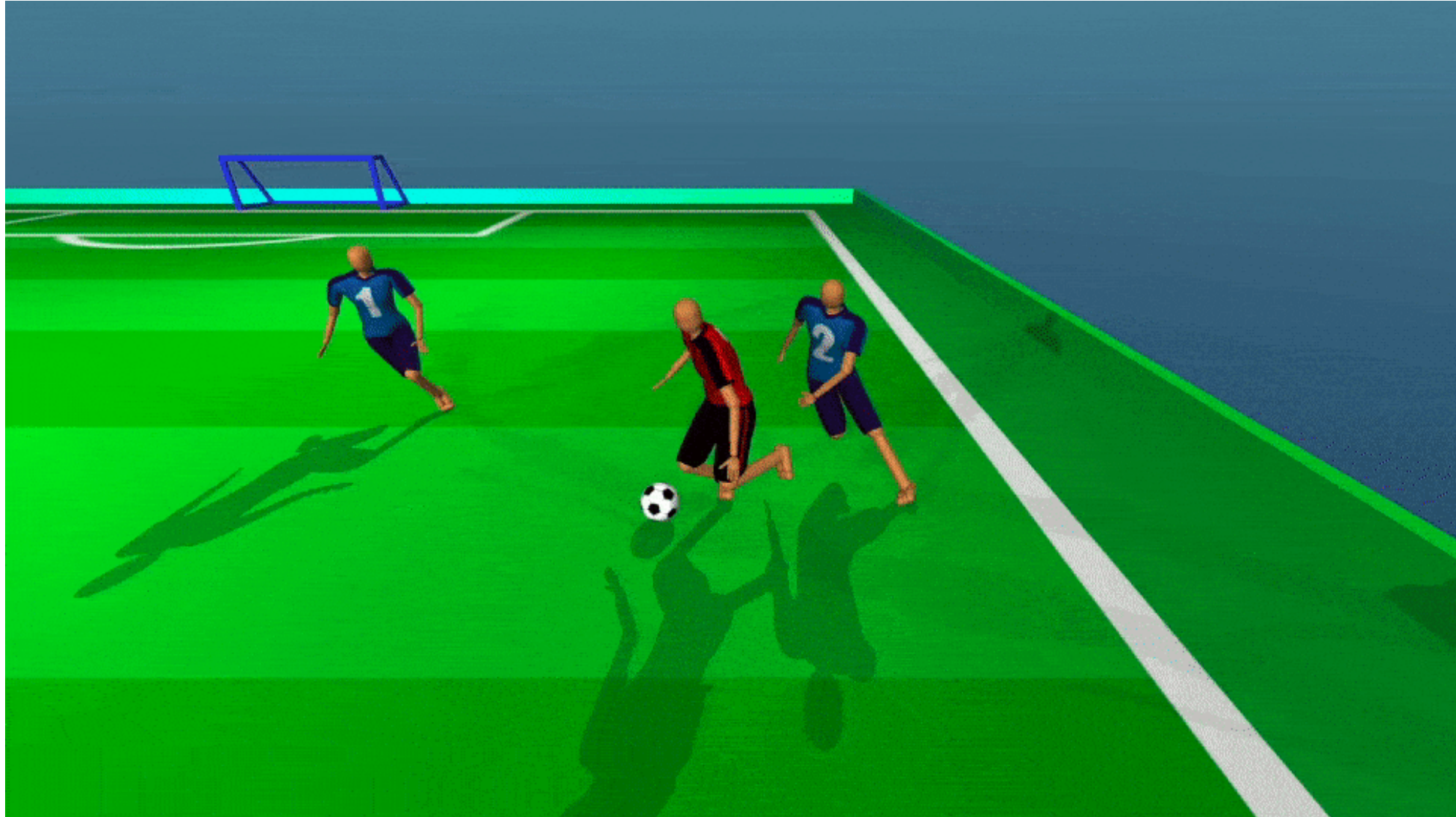
- 一个环境中交互的多个智能体组成的计算系统
 - 每个智能体既是行动者，同时也是决策者
 - 每个智能体都在尝试获得最大的收益
 - 多个智能体可以追求一个共同目标
 - 每个智能体可以有自己的目标，这些目标可能不同甚至冲突



多智能体系统 (Multi-Agent System, MAS)



北京大学
PEKING UNIVERSITY



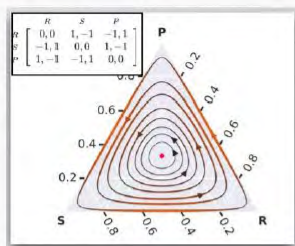
[From motor control to team play in simulated humanoid football]

多智能体任务



北京大学
PEKING UNIVERSITY

多领域交叉



多智能体学习



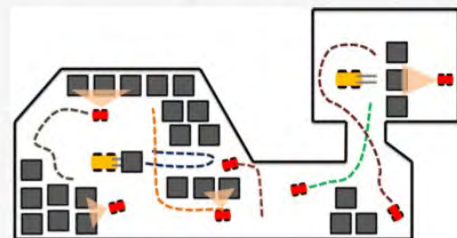
合作与竞争



心智理论



感知与通讯



多智能体任务规划

广泛应用场景



棋牌AI



智能电网



智能交通



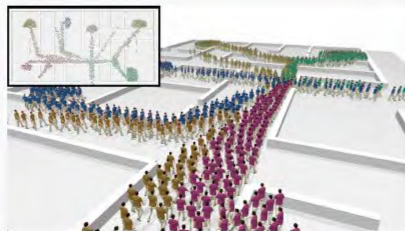
多机器人协作



无人机编队



游戏AI



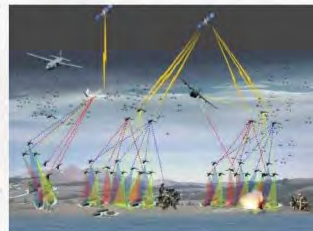
社会模拟与治理



智慧城市



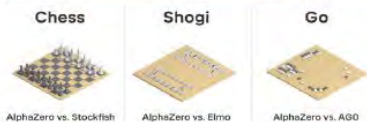
人机协作



国防军事

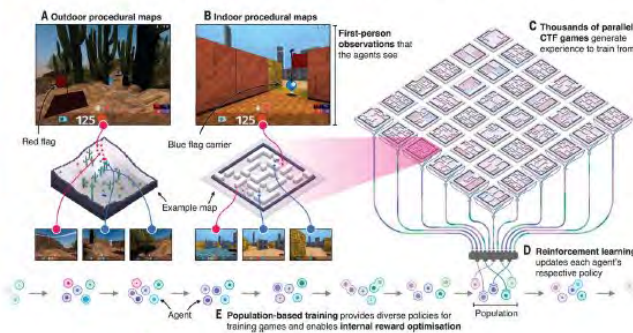
多智能体任务

AlphaGo系列工作



2016年1月

Capture-the-flag



2018年7月

OpenAI Five: Dota 2 5V5



2019年4月

2019年7月

绝悟王者荣耀AI



2020年11月



AlphaStar: 星际争霸全局游戏



Pluribus德州扑克

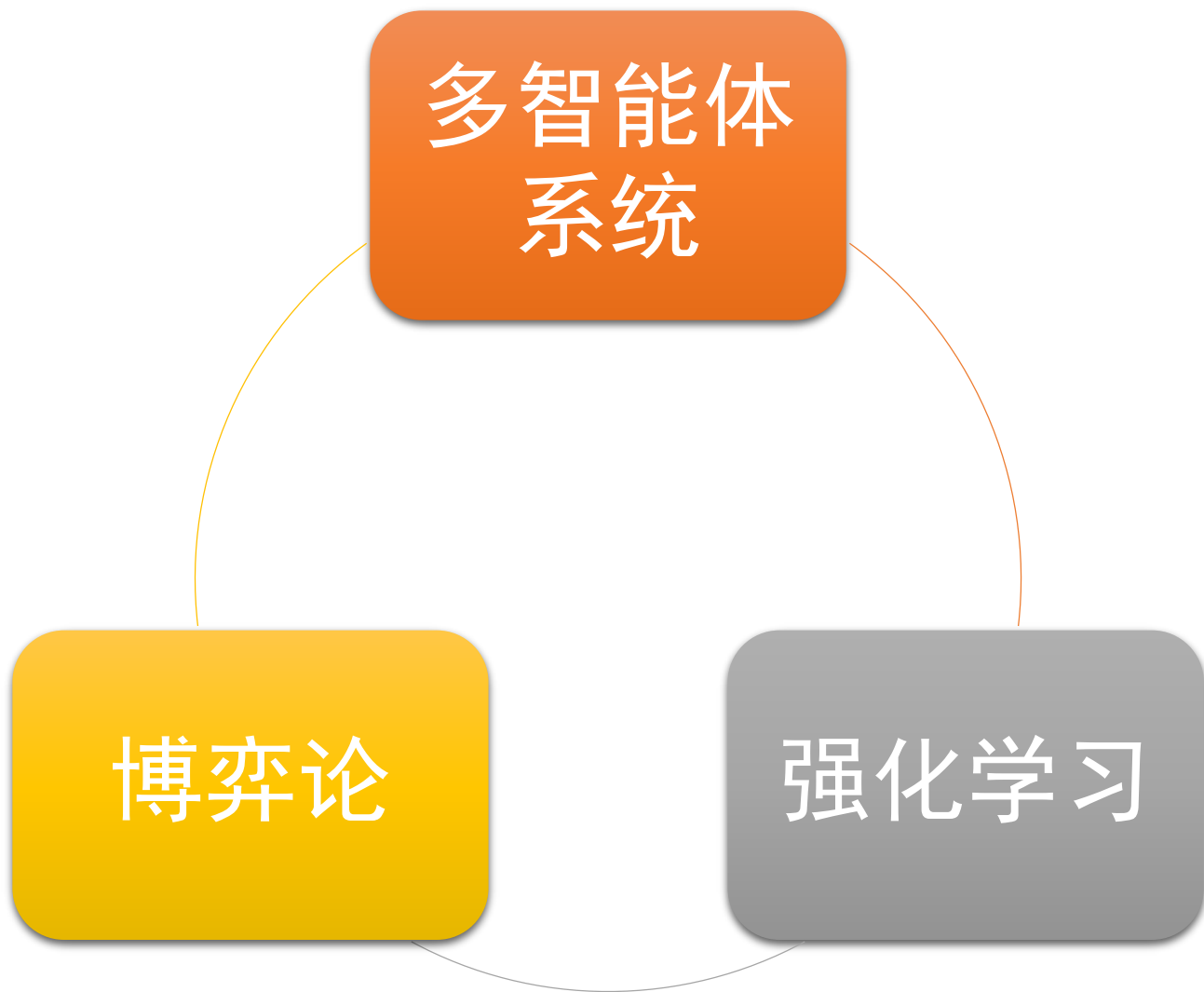


Hide and Seek

多智能体系统的三大要素



北京大学
PEKING UNIVERSITY



博弈论 (Game Theory)



北京大学
PEKING UNIVERSITY

- 研究多个参与者（决策主体）间如何进行交互决策，以及这种决策的均衡问题
 - 参与者之间决策与行为形成相互影响的关系
 - 每个参与者都是理性的，且对收益有充分的认识
 - 每个参与者的决策过程需要考虑其他主体的行动策略
 - 每个参与者都希望其偏好获得最大的满足



博弈论 (Game Theory)



北京大学
PEKING UNIVERSITY

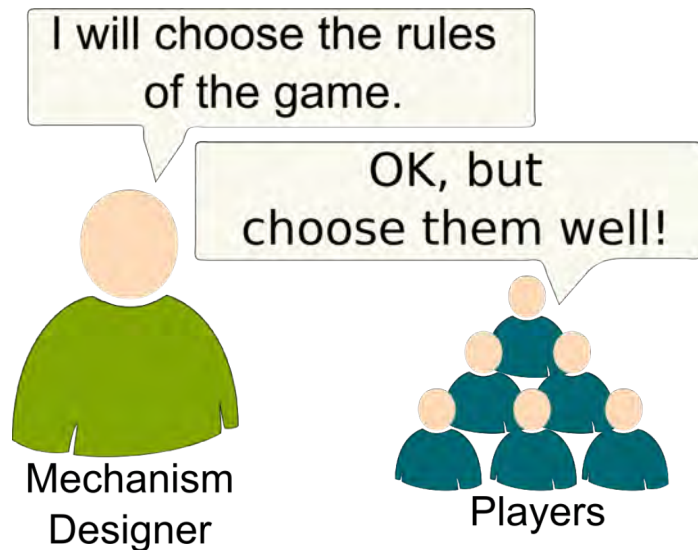
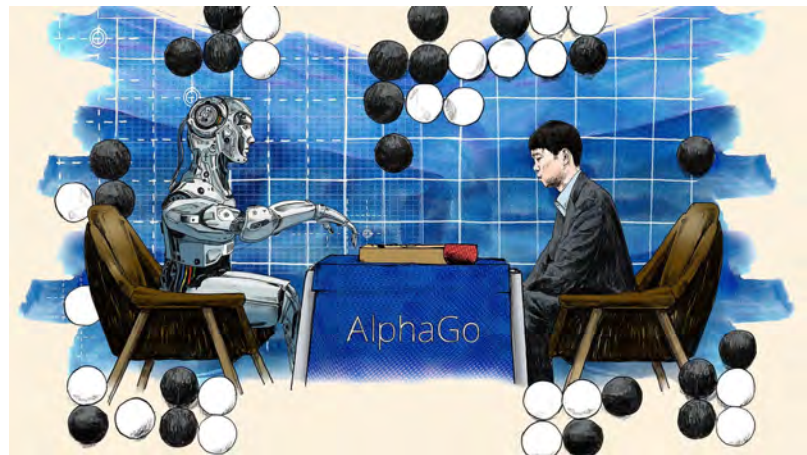
- 博弈论的应用

- 智能体设计 (Agent Design)

- 使用博弈论来构建构建智能体的决策，并计算决策效用

- 机制设计 (Mechanism Design)

- 定义环境的规则，在每个智能体都在做理性决策时，最大化所有智能体整体的收益



合作博弈与非合作博弈

- 参与者行为交互过程中，是否能够达成一个具有约束力的协议
- 非合作博弈 (Non-cooperative Game)
 - 零和博弈或负和博弈
 - 强调参与者个人行为，智能体之间互相独立，
 - 不假定存在有约束力的协议，每个智能体自行决定是否与其他智能体竞争或合作，以满足个体利益最大化

合作博弈与非合作博弈

- 参与者行为交互过程中，是否能够达成一个具有约束力的协议
- 非合作博弈 (Non-cooperative Game)
- 合作博弈 (Cooperative Game)
 - 正和博弈
 - 强调参与者集体或联盟，研究参与者如何形成联盟，以及如何分配收益
 - 假定存在有约束力的协议，并保证协议能够实施

静态博弈与动态博弈

- 参与者行动是否有先后顺序
- 静态博弈 (Static Game)
 - 同时决策, 同时行动
 - 或者不同时行动, 但是后行动者不知道先行动者的行动
- 动态博弈 (Dynamic Game)
 - 行动有先后, 后行动者可以观察到先行动者的动作

完全信息博弈与不完全信息博弈



- 参与者是否获取参与者的特征，策略空间及回报函数等信息
- 完全信息博弈 (Complete Information Game)
 - 不存在不确定因素
- 不完全信息博弈 (Incomplete Information Game)
 - 存在不确定因素

零和博弈与一般和博弈



- 博弈双方的决策损失与收益是否对应
- 零和博弈
 - 一方获益，另一方必受损
- 一般和博弈（非零和博弈）
 - 双方可能同时获益或受损

单步博弈与重复博弈

- 整个博弈问题需要做多少次决策。
- 单步博弈
 - 每个智能体只做一次决策，最大化单次收益
- 重复博弈
 - 多个或多次单步博弈符合，最大化长期收益
 - 每个参与者会考虑当前行为对其他参与者决策的影响

博弈论

协议

- 合作博弈
- 非合作博弈

信息

- 完全信息博弈
- 不完全信息博弈

顺序

- 静态博弈
- 动态博弈

收益

- 零和博弈
- 一般和博弈

决策次数

- 单次博弈
- 重复博弈

博弈问题的要素

- 参与者 (player) 或智能体
- 策略 (strategy) 和策略集 (strategy set)
 - 策略: 参与者选择行动 (action)
 - 策略集: 参与者所有策略的集合, 或行动空间
 - **纯策略** (pure strategy): 确定性的选择一个动作
 - **混合策略** (mixed strategy): 随机性的策略, 按给定概率选择某个动作 (纯策略)
 - 策略组合 (strategy profile): 所有参与者选择的策略的总和
- 收益函数 (payoff function)
 - 每个参与者在每种行动组合下各自的效用
 - 对于混合策略, 需要计算期望收益

正则形式博弈 (Normal-Form Game)

- 描述博弈的一种方式
- 参与者集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$
- 策略集合 $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$
- 收益函数 $u_i: S \rightarrow \mathbb{R}$
 - 对于双人博弈, 收益函数通常写成矩阵 (payoff matrix)

正则形式博弈 (Normal-Form Game)

- 收益矩阵
 - 行/列对应两个参与者的行为
 - 矩阵元素代表相关参与者的收益

	A: 剪刀	A: 石头	A: 布
B: 剪刀	A=0, B=0	A=1, B=-1	A=-1, B=1
B: 石头	A=-1, B=1	A=0, B=0	A=1, B=-1
B: 布	A=1, B=-1	A=-1, B=1	A=0, B=0

例子：猜拳

囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

- 两个嫌犯 A 和 B 被抓获，并被单独审问，互相无法交流。
- 检查官对两个人分别提出了一个建议：如果一方检举另一方为主犯，则他可以被释放，而被指为主犯的人获刑10年；但是如果双方同时检举对方为主犯，则他们都将获刑5年。
- 同时AB知道：如果双方都保持沉默，目前检察官的证据只够让他们获刑1年
- 是否检举？

	A: 检举	A: 沉默
B: 检举	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: 沉默	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

- 囚徒困境是一种**完全信息静态非合作博弈**
 - 对不对?

	A: 检举	A: 沉默
B: 检举	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: 沉默	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

- **占优策略** (Dominant Strategy)

- 对某参与者来说, 如果对于其他参与者的每个策略选择, 策略 s 总是好于策略 s' , 此时对于该参与者, s **强占优** (strong dominate) 于 s'
- 如果 s 在至少1个策略组合上占优, 其他组合上**不弱于** s' , 则 s **弱占优** (weak dominate) 于 s'

- 理性参与者: 总是选择占优策略, 避免占劣策略

	A: 检举	A: 沉默
B: 检举	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: 沉默	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

- 占优策略均衡 (Dominant Strategy Equilibrium): 所有参与者都选择了占优策略的情况
 - 对A和B来说, 检举是该博弈的占优策略
 - **均衡**, 表示没有参与者想改变自己的策略, 因为任意改变都会降低收益
- 囚徒困境: 双方都选择了占优策略, 但是结果并不是最优

	A: 检举	A: 沉默
B: 检举	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: 沉默	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

帕累托最优 (Pareto Optimality)

- 如果没有其他结果可以在不损害他人利益的情况下，使一个参与者变得更好，那么这个结果是帕累托最优
- 囚徒困境：
 - A、B同时选择“沉默”是帕累托最优
 - 占优策略均衡不是帕累托最优

	A: 检举	A: 沉默
B: 检举	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: 沉默	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

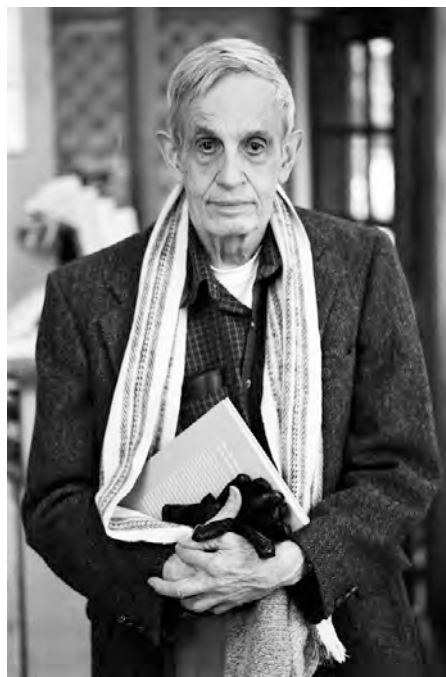
囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

- 现实例子：
 - 军备竞赛
 - 气候政策
 - 公地悲剧 (Tragedy of Commons)
 - 内卷
 -



纳什均衡 (Nash Equilibrium)

- 在某个**策略组合**下，如果**其他参与者保持不变**，任何一个参与者都无法通过**单方面改变自己的策略**来而**获得更高的收益**，那么这个策略组合为**纳什均衡点**
- 纳什均衡是博弈中的一个**局部稳定点**
- 一个博弈中可能包括多个纳什均衡点，也可能一个也没有
- 占优策略均衡一定是纳什均衡



约翰·福布斯·纳什
诺贝尔经济学奖 (1994)

纳什均衡 (Nash Equilibrium)

- 占优策略?
- 帕累托最优?
- 纳什均衡?

	A: x	A: y
B: u	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: v	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$

纳什均衡 (Nash Equilibrium)

- 占优策略?
- 帕累托最优?
- 纳什均衡?

	A: x	A: y
B: u	$A = 10, B = 10$	$A = 0, B = 0$
B: v	$A = 0, B = 0$	$A = 1, B = 1$

纳什均衡 (Nash Equilibrium)

- 占优策略?
- 帕累托最优?
- 纳什均衡?

	A: x	A: y
B: u	$A = 1, B = -1$	$A = -1, B = 1$
B: v	$A = -1, B = 1$	$A = 1, B = -1$

纳什均衡的存在性

- 定理（纳什，1950）：
 - 在任何有限博弈（即参与者和策略集合均有限的博弈问题）中，都存在至少一个纳什均衡
 - 下面例子的纳什均衡点：A、B都以0.5的概率选择一个动作
 - 思考：为什么这个是纳什均衡点？是否可能有其他的纳什均衡点？

	A: x	A: y
B: u	$A = 1, B = -1$	$A = -1, B = 1$
B: v	$A = -1, B = 1$	$A = 1, B = -1$

如何计算纳什均衡？

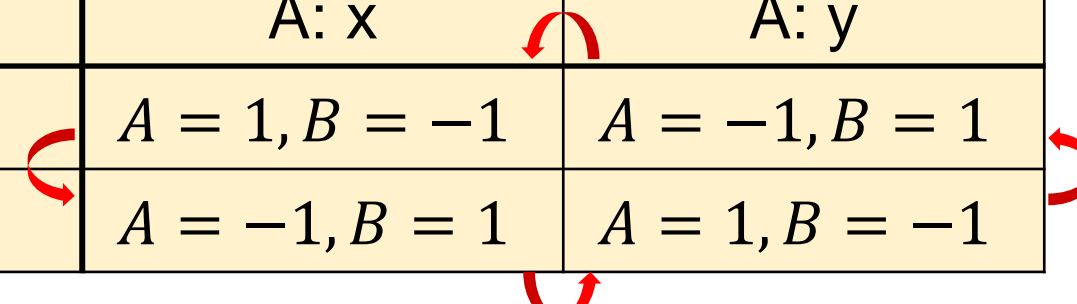
- 遍历检查所有可能策略组合？
 - 穷举法，通常不可行
- 短视最佳反应 (Myopic Best Response)
迭代最佳反应 (Iterative Best Response)
 - 从随机组合出发
 - 如果某个参与者没有处于最优选择，则调整他的选择为最优选择
 - 重复上述过程
 - 类比：循环坐标下降
 - 注意：可能不收敛

	A: x	A: y
B: u	$A = -5, B = -5$	$A = -10, B = 0$
B: v	$A = 0, B = -10$	$A = -1, B = -1$


如何计算纳什均衡？

- 遍历检查所有可能策略组合？
 - 穷举法，通常不可行
- 短视最佳反应 (Myopic Best Response)
迭代最佳反应 (Iterative Best Response)
 - 从随机组合出发
 - 如果某个参与者没有处于最优选择，则调整他的选择为最优选择
 - 重复上述过程
 - 类比：循环坐标下降
 - 注意：可能不收敛

	A: x	A: y
B: u	$A = 1, B = -1$	$A = -1, B = 1$
B: v	$A = -1, B = 1$	$A = 1, B = -1$



双人零和博弈 (Zero-Sum Game)

- 所有参与者的效用之和为 0 (或为一常数)
- 例子：双指猜拳
 - 两个人 (O, E) 同时出1或2根手指，如果总数是奇数，则O获胜，否则E获胜，胜者获得等于手指数的奖励，败者得到相同数量的惩罚
- 只考虑纯策略下的纳什均衡点？ 

	<i>O: one</i>	<i>O: two</i>
<i>E: one</i>	$E = +2, O = -2$	$E = -3, O = +3$
<i>E: two</i>	$E = -3, O = +3$	$E = +4, O = -4$

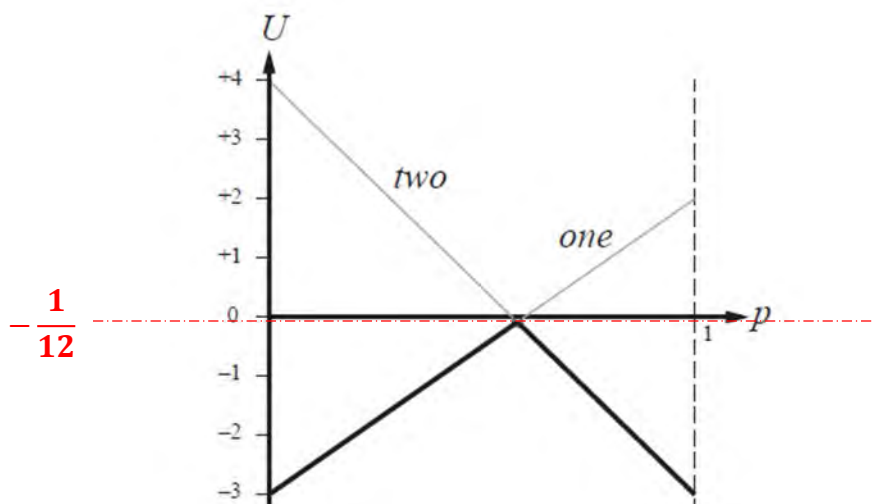
双人零和博弈 (Zero-Sum Game)

- 所有参与者的效用之和为 0
- 例子：双指猜拳
 - 两个人 (O, E) 同时出1或2根手指，如果总数是奇数，则O获胜，否则E获胜，胜者获得等于手指数的奖励，败者得到相同数量的惩罚
- 混合策略下的纳什均衡点？

	<i>O: one</i>	<i>O: two</i>
<i>E: one</i>	$E = +2, O = -2$	$E = -3, O = +3$
<i>E: two</i>	$E = -3, O = +3$	$E = +4, O = -4$

双人零和博弈 (Zero-Sum Game)

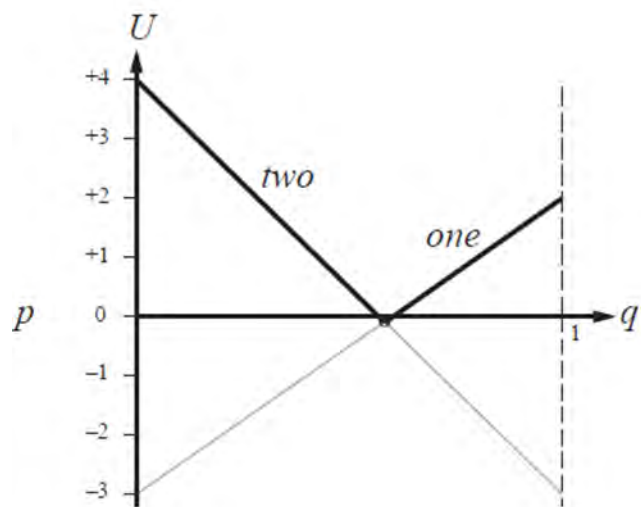
- 求双指猜拳问题在混合策略下的纳什均衡点
 - 假设 E 选择 one 的概率是 p , O 选择 one 的概率是 q
 - 对于 **O**, 在已知 E 的策略参数 p 的情况下, 使得 E 收益最小的选择为
 $\arg \min(2p - 3(1 - p), -3p + 4(1 - p))$
 - p 的选择应使上式最大, 如下图, 可有 $p = 7/12$, 收益为 $-1/12$



	<i>O: one</i>	<i>O: two</i>
<i>E: one</i>	$E = +2, O = -2$	$E = -3, O = +3$
<i>E: two</i>	$E = -3, O = +3$	$E = +4, O = -4$

双人零和博弈 (Zero-Sum Game)

- 求双指猜拳问题在混合策略下的纳什均衡点
 - 假设 E 选择 one 的概率是 p , O 选择 one 的概率是 q
 - 对于 E, 在已知 O 的策略参数 q 的情况下, 使得 E 收益最大的选择为 $\arg \max(2q - 3(1 - q), -3q + 4(1 - q))$
 - q 的选择应使上式最小, 如下图, 同样可有 $q = 7/12$, E 的收益为 $-1/12$



- $p = 7/12, q = 7/12$ 是一个纳什均衡
- 此时 O 的收益是多少?

	O: one	O: two
E: one	$E = +2, O = -2$	$E = -3, O = +3$
E: two	$E = -3, O = +3$	$E = +4, O = -4$

双人零和博弈 (Zero-Sum Game)

- 求双指猜拳问题在混合策略下的纳什均衡点
 - 假设 E 选择 one 的概率是 p , O 选择 one 的概率是 q
 - 记 $\mathbf{p} = [p, 1 - p]^T$, $\mathbf{q} = [q, 1 - q]^T$ 为一组混合策略, 定义

$$V_{\maximin} = \max_p \min_q \mathbf{p}^T M \mathbf{q}$$

$$V_{\minimax} = \min_q \max_p \mathbf{p}^T M \mathbf{q}$$

- 从 E 的视角看:
 - V_{\maximin} 代表最好的最差情况, V_{\minimax} 代表最差的最佳情况
 - $V_{\maximin} \leq V_{\minimax}$

	<i>O: one</i>	<i>O: two</i>
<i>E: one</i>	$E = +2, O = -2$	$E = -3, O = +3$
<i>E: two</i>	$E = -3, O = +3$	$E = +4, O = -4$

极小化极大理论 (Minimax Theorem)

- 定理 (冯诺伊曼, 1928) : 对任意双人零和博弈, 记 M 为收益矩阵, p_1 为玩家 1 的混合策略, p_2 为玩家 2 的混合策略。若记

$$V_{\maximin} = \max_{p_1} \min_{p_2} p_1^T M p_2 \quad (1)$$

$$V_{\minimax} = \min_{p_2} \max_{p_1} p_1^T M p_2 \quad (2)$$

则有: $V_{\maximin} = V_{\minimax}$

此时(1)的解 p_1^* 和 (2) 的解 p_2^* 构成纳什均衡



约翰·冯·诺伊曼

- 问题关注的基本单元是参与者的组合，以及组合整体的收益
 - 非合作博弈关注对象是每个参与者本身
- 每个参与者仍然是理性的，并且试图最大化自己的收益

合作博弈例子

- 某公司四个股东 A, B, C, D 各有 45%, 25%, 15%, 15% 的股份, 他们需要投票决定是否以及如何对今年公司的100万收益进行分红。要通过分配方案至少需要 51% 的股份。如果未能通过, 则每个人的分红都是 0 。
- 什么样的分配方案可能获得通过?

具有可转移效用的合作博弈

- 可转移效用 (transferable utility)
 - 所有参加者都认同某种收益形式 (例如现金) , 收益可以在参加者之间自由转移
- 具有可转移效用的合作博弈, 可定义为 $G = (N, v)$
 - 参加者集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$
 - 特征函数 (characteristic function) v
 - 对 N 的每个子集 $C \subseteq N$
 - $v(C)$ 给出 C 如果一起工作所能获得的总收益
 - $v(\emptyset) = 0$

合作博弈例子

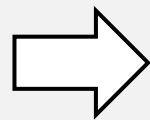
- 某公司四个股东 A, B, C, D 各有 45%, 25%, 15%, 15% 的股份, 他们需要投票决定是否以及如何对今年公司的100万收益进行分红。要通过分配方案至少需要 51% 的股份。如果未能通过, 则每个人的分红都是 0。
- 合作博弈问题: $G = (N, v)$

- $N = \{A, B, C, D\}$
- $v(\{A\}) = v(\{B\}) = v(\{C\}) = v(\{D\}) = 0$
- $v(\{A, B\}) = 100, v(\{A, C\}) = 100, v(\{A, D\}) = 100$
- $v(\{B, C, D\}) = 100, v(\{A, B, C, D\}) = 100$

合作博弈的关键概念

- $C \subseteq N$ 一般被称为**联盟** (coalition)
 - N 本身也是联盟 \rightarrow 大联盟 (Grand coalition)
- **划分** (partition): 每个参加者必须且仅加入一个联盟, 构成的组合
- 每种划分构成一个**联盟结构** (coalition structure)

$$N = \{1, 2, 3\}$$



可能的联盟: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

可能的联盟结构: $(\{1\}, \{2\}, \{3\}), (\{1, 2, 3\})$

$(\{1\}, \{2, 3\}), (\{2\}, \{1, 3\}), (\{3\}, \{1, 2\})$

合作博弈的关键概念

- 给出合作博弈问题: $G = (N, v)$, 参与者需要决定
 - 选择加入哪个联盟
 - 选择如何分配联盟整体获得的 $v(C)$
 - 结果表示为 (CS, x)
 - CS : 联盟结构, x : 收益向量 (payoff vector), $x = (x_1, \dots, x_n)$

例如: $(\{\{1\}, \{2,3\}\}, (4, 5, 5))$

1 选择不结盟, 获益4

2,3 选择组成联盟, 总获益10, 且他们选择平分

合作博弈的分类

- 超可加性博弈 (Superadditive Games)
 - $v(C \cup D) \geq v(C) + v(D)$ 对任意 $C, D \subseteq N$ 成立
 - 合作的收益不低于单干的收益
- 是否超可加性 \rightarrow 参加大联盟 N 总是最优决策?

合作博弈的分类

- 凸博弈 (Convex Games)
 - $v(C \cup D) \geq v(C) + v(D) - v(C \cap D)$ 对任意 $C, D \subseteq N$ 成立
 - 超可加性博弈的特例
- 简单博弈 (Simple Games)
 - $v(C) \in \{0, 1\}$, 对任意 $C \subseteq N$ 成立
 - 常用于投票问题

合作博弈的目标

- 合作博弈主要需要解决的问题是如何**分配**可能的收益使得组成的联盟的每个人收益最大化
- 收益向量 (payoff vector) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
- 理想的收益向量应满足以下条件
 - $\sum_{i=1}^n x_i = v(N)$: 联盟的所有收益都必须分配
 - $x_i \geq v(\{i\})$: 符合**个体理性** (individual rationality), 即每个参与者参与合作的收益必须不低于不参与合作的收益

合作博弈的目标

- 什么是一个好的分配方案？
- 稳定：每个成员的收益足够好，从而不会离开而加入其他的联盟
- 公平：每个成员的收益反应了他们的贡献



关于分配方案

- 合作博弈 (N, v) 的核 (core)
 - 由收益向量 $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ 构成的集合
 - 对每个可能的联盟 $C \subseteq N$, x 必须满足

$$x(C) := \sum_{i \in C} x_i \geq v(C)$$

关于分配方案

$$x(C) := \sum_{i \in C} x_i \geq v(C), \quad \forall C \subseteq N$$

- 博弈问题的核体现了分配方案的稳定性
 - 对于核以外的向量 x' , 存在 $C \subseteq N$ 使得 $x(C) < v(C)$
 - 此时 C 的成员将倾向于不加入大联盟
- 博弈问题的核非空, 表示大联盟可以成立
 - 检查核非空性可能是一个NP完全问题
 - 凸博弈问题一定有非空核

合作博弈例子

- 某公司四个股东 A, B, C, D 各有 45%, 25%, 15%, 15% 的股份, 他们需要投票决定是否以及如何对今年公司的100万收益进行分红。要通过分配方案至少需要 51% 的股份。如果未能通过, 则每个人的分红都是 0。
- 合作博弈问题: $G = (N, v)$

- $N = \{A, B, C, D\}$
- $v(\{A\}) = v(\{B\}) = v(\{C\}) = v(\{D\}) = 0$
- $v(\{A, B\}) = 100, v(\{A, C\}) = 100, v(\{A, D\}) = 100$
- $v(\{B, C, D\}) = 100, v(\{A, B, C, D\}) = 100$

收益向量 $x = (??)$ 属于核

合作博弈例子

- 博弈问题 $G = (N, v)$

$$N = \{1, 2\}$$

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = 5$$

$$v(\{1, 2\}) = 20$$

收益向量 $x = (??)$ 属于核

合作博弈例子

- 博弈问题 $G = (N, v)$

$$N = \{1, 2\}$$

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = 5$$

$$v(\{1, 2\}) = 20$$

- $x = (6, 14)$ 是核中的收益向量，所以大联盟能够成立
- 但是这种分配明显不公平
- 核的概念只能表明什么时候可以形成大联盟，但是不处理分配公平性问题

分配方案的公平性

- 边际贡献 (marginal contribution)

$$mc_i(C) = v(C \cup \{i\}) - v(C)$$

- 即参与者 i 加入联盟 C ($i \notin C$) 带来的额外收益
- 直觉上, 边际贡献更大的参与者应该获得更多收益分配

分配方案的公平性

- 无效参与者 (dummy player) : 对联盟没有贡献的参与者
 - 对任意 $C \subseteq N - \{i\}$, $mc_i(C) = 0$
- 对称参与者 (symmetric players): 对任意联盟做出相同贡献的参与者
 - 对任意 $C \subseteq N - \{i, j\}$, $mc_i(C) = mc_j(C)$

- 假设 $\phi_i(G)$ 是问题 $G = (N, v)$ 的一个分配方案, 公平性公理要求:
 - 所有收益必须得到分配 $\sum_{i \in N} \phi_i(G) = v(N)$
 - 无贡献者不分配收益: $\phi_i(G) = 0, \forall i \in \text{dummy}$
 - 对称参与者应得到相同收益: $\phi_i(G) = \phi_j(G), \forall \text{ symmetric } (i, j)$
 - 分配方案是线性可加的:
 - 对博弈问题 $G = (N, v), G' = (N, v')$, 定义 $G'' = G + G' = (N, v + v')$
 - 则 $\phi_i(G + G') = \phi_i(G) + \phi_i(G'), \forall i \in N$

沙普利值 (Shapley Value)

- 直接按照 $mc_i(N)$ 比例进行分配可能是不合理的
 - 每个参与者的贡献可能跟加入联盟的顺序有关
 - “压垮骆驼的最后一根稻草”
- 沙普利值 (Shapley Value)
 - 考察所有可能的入顺序，对应边际贡献的平均值
 - 记收益向量为 $\phi(G) = (\phi_1(G), \phi_2(G), \dots, \phi_n(G))$

$$\phi_i(G) = \sum_{C \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{|C|! (n - |C| - 1)!}{n!} mc_i(C)$$

- 沙普利值 (Shapley Value) 是满足公平性公理的唯一解



劳埃德·沙普利

- 通过设计合适的规则，使一组智能体自发的完成特定的目标
 - 如何评估一个规则的实际效果？
 - 如何某个目标自动的设计规则？
- 例子：
 - 通过设计拍卖规则，使每个参与者在过程中暴露自己对标的真实估价（真值暴露）
 - 使标的价格能够达到所有参与者对其估价的最高值
 - 避免参与者合谋达到不公平的协约
 - 在某些情况下，避免参与者随意报价

重要机制举例：拍卖

- 拍卖 (Auction)
 - 竞标人 (bidder)
 - 私有价值 (private value) : 竞拍人对标的的估价
 - 竞标人依次出价, 每个参与者出价不会高于私有价值
- 增价拍卖 (ascending-bid auction)
 - 也叫英式拍卖 (English auction)
 - 从最低出价 b_{\min} 开始, 每轮出价不低于增量 d
 - 最后出价者胜出

重要机制举例：拍卖

- 增价拍卖的问题
 - 不能完全暴露真值
 - 特定情况下，不能保证最终价格是最优
 - 例如增量过大情况，可能导致估价最高的人无法参与最后一轮竞标
 - 特定情况下，参加者可能会合谋
 - 1999年德国拍卖手机频段的问题

重要机制举例：拍卖

- 密封投标拍卖 (Sealed-bid auction)
 - 不公开每个参与者的竞标价格
 - 每个参与者的占优策略是猜测其他参与者的报价，并报一个稍高的价格
 - 需要花费成本去猜测其他参与者的报价
- 次价密封投标拍卖 (sealed-bid second-price auction)
 - 维克里拍卖(Vickrey auction)
 - 中标者支付第二高的价格，而非自己的价格
 - 真值暴露，占优策略是直接按私有价值出价，避免猜测成本
 - 广泛应用于分布式人工智能系统

重要机制举例：拍卖

- 学校要给宿舍安装空调，但是数量有限，同时有希望给最需要的宿舍安装。
为此让每个宿舍给空调报价，价高者得到空调。
- VCG拍卖：
 - 每个宿舍上报价格 v_i
 - 按照空调数量分配给报价最高的宿舍
 - 学校根据报价和分配情况，计算胜者的损失

重要机制举例：拍卖

- VCG (Vickrey-Clarke-Groves) 拍卖
 - 按照获胜者给失败者带来的损失进行计费
 - 最大化社会效用
- 例如：学校要给宿舍安装空调，但是数量有限，同时有希望给最需要的宿舍安装。为此让每个宿舍给空调报价，价高者得到空调。
 - 有什么问题？
 - 参与者有动机随意报高价
 - 无法衡量真实需求

本章内容

- 多智能体概览
- 博弈论基础
 - 非合作博弈：纳什均衡
 - 合作博弈：公平性公理与沙普利值
 - 机制设计：拍卖

谢谢



北京大学
PEKING UNIVERSITY

