

装
订
线
内

不
要
答
题

北京大学信息科学技术学院考试试卷

考试科目： 算法设计与分析 姓名： _____ 学号： _____

考试时间： 2016 年 4 月 13 日 大班教师： _____ 小班教师： _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								
阅卷人								

北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

答题要求：解答算法设计题目时，请先用一段话描述算法思想。若用动态规划算法，请写出递推方程、边界条件、标记函数等设计要素；贪心法需给出证明；回溯法需给出解向量、搜索树等、约束条件；各种算法需分析时间复杂度。阅卷时会根据算法的正确性和效率评分。

得分

一、（15 分）在下表中填入“是”或者“否”，其中 $k>0$ 和 $c>1$ 是常数。

$f(n)$	$g(n)$	$f(n)=O(g(n))$	$f(n)=o(g(n))$	$f(n)=\Theta(g(n))$
n^k	c^n			
\sqrt{n}	$n^{\sin n}$			
2^n	$2^{n/2}$			
$n^{\log c}$	$c^{\log n}$			
$\log(n!)$	$\log(n^n)$			

得分

二、（10 分）求解递推方程。要求给出求解过程或依据。

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$$

$$T(1) = 1$$

得分

三、(15 分) 下面是算法 **Determine** 的伪码，输入 S 是 n 个不等的递增排好序的正整数的数组， a 是一个给定的正整数。请说明该算法的输出是什么？该算法在最坏情况下做多少次比较运算？

Determine(S, a)

1. $i \leftarrow n$
2. $y \leftarrow S[i]$
3. while $i \geq 2$ do
4. $x \leftarrow a - y$
5. 在 $S[1..i-1]$ 中二分检索 x
6. if 存在 x
7. then return x, y
8. else $\{i \leftarrow i-1; \text{ goto } 2; \}$
9. return "No"

得分

四、(15 分) 设 S 是 n 个不等的正整数构成的数组, n 是奇数, k 是偶数, 且 $2 \leq k \leq (n-1)/2$ 。设计一个算法从 S 中删除排序后位置最接近中位数的 k 个数 (不包括中位数)。

得分

五、(15 分) 考虑 0-1 背包问题。设背包重量限制为 b , 物品标号为 $1, 2, \dots, n$ 。物品 i 的重量和价值分别为 $w_i, v_i, i=1, 2, \dots, n$ 。假设 b, w_i, v_i 都是正整数, 且满足

$$v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_n, \quad w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$$

设计一个算法求解上述 0-1 背包问题。

得分

六、(15 分) 设一条街道上有 m 家店面，计划开设 n 种类型的商铺，已知第 i 种商铺开设 k ($k \geq 0$) 家店面的总收益为 $f(i,k) > 0$ ($k > 0$), $f(i,0)=0$, $f(i,k)$ 是关于 k 的非降函数。问如何规划使最终收益最大化？

- 1) 设 x_i 表示第 i 种商铺的个数, $i=1, \dots, n$, 用组合最优化对该问题建模, 给出目标函数和约束条件;
- 2) 设计算法求解上述问题。

得分

七、(15 分) 给定某只股票连续 m 天的收盘价 p_1, p_2, \dots, p_m (假设任意两天的收盘价均不相同), 对于给定的 $n (n < m)$, 给出算法找到所有 n 天收盘价严格上升的收盘价序列

$$p_{x_1}, p_{x_2}, \dots, p_{x_n}$$

使得

$$p_{x_1} < p_{x_2} < \dots < p_{x_n} \quad \text{and} \quad 1 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq m$$