平时作业四

2022-2023 学年第二学期

一. 选择题（共 20 分）

1. 一个二元关系被称为一个等价关系，当且仅当它同时具备若干性质. 下列哪一项不是等价关系所要求的性质?

   A. 自反性; B. 对称性; C. 完备性; D. 传递性; E. 以上性质均要求

2. 十二平均律下，我们将相差若干个八度音程的音（即不同音组的音）和不同音名的等音均视为“等价”的，则得到的全部十二个等价类构成音类空间. 请选出下列说法中错误的一项.

   A. 在音类空间上，音类序列 $\overline{\flat\,\mathrm{B}}$, $\overline{\natural\,\mathrm{B}}$, $\overline{\sharp\,\mathrm{G}}$, $\overline{\mathrm{A}}$ 可以由著名的“巴赫动机”（$\overline{\flat\,\mathrm{B}}$, $\overline{\mathrm{A}}$, $\overline{\mathrm{C}}$, $\overline{\natural\,\mathrm{B}}$）经过$T_4 * I$变换得到.

   B. 在某个自然小调内的一段旋律经过严格移调后，一定存在某个自然小调调式，使移调后的所有音都落在其中.

   C. 在音类空间上，移调和倒影变换生成的群 $\langle T, I\rangle$ 中的元素满足结合律，但不满足交换律.

   D. 音类空间可以与整数模 12 的同余类集合 $\mathbb{Z}_{12}$ 建立 1-1 对应，$\overline{\mathrm{C}}$ 对应 0，$\overline{\sharp\,\mathrm{C}}$ 对应 1，$\cdots\cdots$，$\overline{\mathrm{B}}$ 对应 11.

   E. 上述说法都是正确的.

3. 利用音类空间 $\mathscr{PC}$ 与整数模 12 的同余类集合 $\mathbb{Z}_{12}$之间的 1-1 对应, 保持音类 $\overline{\mathrm{C}}$不变的倒影变换 I 可以描述为 $I : x \mapsto -x \pmod{12}$. 请在下列选项中选出保持音类 $\overline{\flat\,\mathrm{E}}$ 不变的倒影变换J的表达式.

   A. $J : x \mapsto 3 - x \pmod{12}$;

   B. $J : x \mapsto 6 - x \pmod{12}$;

   C. $J : x \mapsto 9 - x \pmod{12}$;

   D. $J : x \mapsto 12 - x \pmod{12}$.

4. 下列关于音类空间 $\mathscr{PC}$ 上的变换群的说法中，正确的有（　　）项.
   i) 由移调变换 T 和倒影变换 I 生成的群 $\mathscr{D} = \langle I, T\rangle$ 同构于正十二边形的变换群，即二面体群 D_{24}.
   ii) 群 $\mathscr{D}$ 不是阿贝尔群，但是由移调变换 T 生成的子群 $\mathscr{T} = \langle T\rangle$ 是阿贝尔群.
   iii) 利用音类空间 $\mathscr{PC}$ 与整数模 12 的同余类集合 $\mathbb{Z}_{12}$ 之间的 1-1 对应, 群 $\mathscr{D}$ 中的元素 $T^k * I$ 可以表示为 $T^k * I : x \mapsto k - x \pmod{12}, 0 \le x \le 11$.

   A. 0; B. 1; C. 2; D. 3

5. 根据勋伯格十二音技术, 给定初始音列的数字形式

$$P_0 = 0, a_1, \cdots, a_{11},$$

其中 $a_1, \cdots, a_{11}$ 是 $1, \cdots, 11$ 的一个排列, 则对正整数 $k : 1 \le k \le 11$, 移调音列 P_k 可以写成

$$P_k = k, a_1 + k, \cdots, a_{11} + k, \quad \pmod{12}.$$

请在下列选项中选出倒影音列 I_k 的一般表达式.

A. $I_k = -k, a_1 - k, \cdots, a_{11} - k \pmod{12}$;

B. $I_k = 2k, 2k - a_1, \cdots, 2k - a_{11} \pmod{12}$;

C. $I_k = -k, -a_1 - k, \cdots, -a_{11} - k \pmod{12}$;

D. $I_k = k, k - a_1, \cdots, k - a_{11} \pmod{12}$.

6. 根据勋伯格十二音技术，由一个初始音列出发生成的音列矩阵中，共有（　　）条互不相同的音列.

A. 48

B. 48 或 24

C. 48 或 24 或 12

D. 48 或 24 或 18 或 12

7. 现代和弦理论中，下列哪一项不可能是某一和弦的距离向量?

A. (0, 0, 1, 1, 1, 0)

B. (1, 1, 1, 1, 1, 1)

C. (0, 0, 4, 0, 0, 2)

D. (5, 4, 3, 2, 1, 0)

E. (0, 1, 1, 0, 2, 0)

8. 五声音阶 [♯C, ♯D, ♯F, ♯G, ♯A] 的距离向量为 (0, 3, 2, 1, 4, 0)，则作为其补集的七声音阶 [C, D, E, F, G, A, B] 的距离向量为:

A. (2, 5, 4, 3, 6, 1)

B. (2, 4, 5, 3, 6, 1)

C. (2, 4, 3, 6, 5, 1)

D. (2, 5, 3, 6, 4, 1)

9. 下列有关新黎曼群 $\mathscr{N}$ 的说法中，哪一项是错误的?

A. 新黎曼群中共有 24 个不同的变换.

B. 可以通过平行变化 P 相互转换的一对大、小三和弦一定不会同时出现在同一条自然大调音阶中.

C. 存在某个大三和弦，在被 $R*(P*L)^3*P$ 作用后得到 c 小三和弦.

D. 新黎曼群中，$L*R*P=P*R*L$.

E. 以上说法都是正确的.

*10. 下图为勋伯格的无调性音乐“*Nacht*”的乐谱开头部分. 请选出下列分析中错误的一项.

图 1: 选择题第 10 题图

A. 乐曲以二分音符为一拍，每小节有三拍.

B. 乐曲开头五拍中，每拍的最高音依次上行三个半音，音类依次为 $\overline{\mathrm{E}}$, $\overline{\mathrm{G}}$, $\overline{\flat\mathrm{B}}$, $\overline{\flat\mathrm{D}}$, $\overline{\mathrm{E}}$.

C. 乐曲前两小节将开头的 $\overline{\mathrm{E}}$, $\overline{\mathrm{G}}$, $\overline{\flat\mathrm{E}}$ 旋律动机连续三次作了上行三个半音的严格移调变换，所得的三音级构成 pc 集的距离向量均为 $\sigma=(1,0,1,1,0,0)$.

D. 乐曲前两小节包含的音类构成 pc 集的距离向量为 $\sigma=(2,1,2,1,0,0)$.

E. 以上分析都是正确的.

二. 计算题（共 80 分）

在以下各题中，均省略表示等价类的上划线.

1. 给定初始音列 $P_0 = a_0, a_1, \cdots, a_{11}$. 已知 $a_0 = \mathrm{D}$, $a_{11} = \mathrm{C}$.
   (1) 分别写出音列 P_7, R_7, I_4 和 RI_4 的第 1 项的音名;
   (2) 共有几个以 ♭ B 开始的音列? 分别写出它们的名字 (如 P_3, RI_7 等等).
2. 求下列 $\mathfrak{p}$ 集的距离向量 δ, 并写出其对应的和弦名称 (如: 大三和弦, 减小七和弦等).

$$\{\mathrm{A}, \mathrm{C}, \flat\mathrm{E}\}, \quad \{0, 5, 9\}, \quad \{\mathrm{D}, \sharp\mathrm{F}, \sharp\mathrm{A}\}, \quad \{2, 5, 7, 11\}.$$

3. 在音类圆周上画出 G 大三和弦、C 小三和弦、♭ E 大三和弦、A 小三和弦的图形. 问: 它们在倒影变换 I 的作用下分别变成哪个三和弦?
4. 考虑 C 大调音阶. 在群 $\mathscr{N}$ 中找出分别与和弦进行

$$\mathrm{IV} \to \mathrm{I}, \ \mathrm{V} \to \mathrm{I}, \ \mathrm{IV} \to \mathrm{V}$$

所对应的、长度最短的字. (可以参考下图的音网图，尝试画出相应的路径.) .

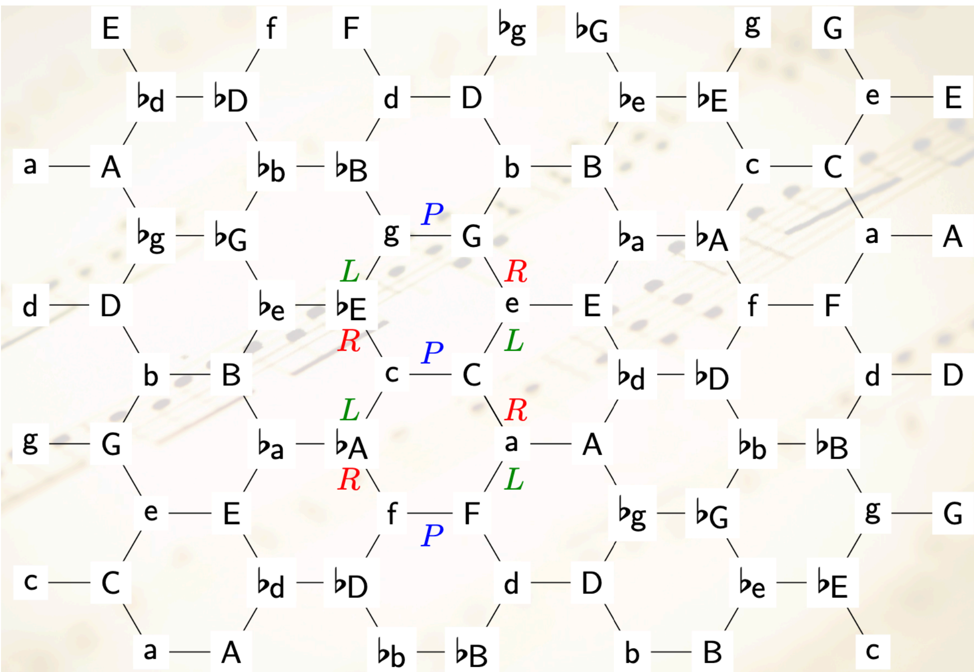

图 2: 计算题第 4 题图

5. 杰苏阿尔多的牧歌 (madrigal) 结尾部分如下图所示. 试分析其和弦进行 (明确写出依次出现的和弦名称，如 C 大三和弦，g 小三和弦)，并找出 $\mathscr{N}$ 中相应的变换.

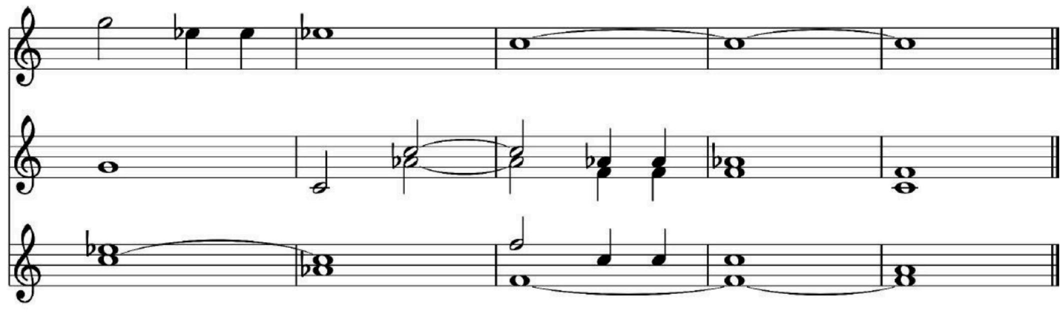

图 3: 计算题第 5 题图

参考答案

一、

1 - 5: C A B D D;　　6 - 10: B E A C D.

二、

1.

(1) P_7: A; R_7: G; I_4: $\sharp$F/$\flat$G; RI_4: $\sharp$G/$\flat$A.

(2) 共有 4 个以 $\flat$B 开始的音列: P_8, I_8, R_{10}, RI_6.

2. pc 集的距离向量分别为

(0, 0, 2, 0, 0, 1); (0, 0, 1, 1, 1, 0); (0, 0, 0, 3, 0, 0); (0, 1, 2, 1, 1, 1).

对应的和弦分别为: 减三和弦, 大三和弦, 增三和弦, 大小七和弦 (属七和弦).

3. $\flat$B 小三和弦、F 大三和弦、D 小三和弦、$\flat$A 大三和弦.

4. $\mathrm{IV} \to \mathrm{I} : R * L$;　　$\mathrm{V} \to \mathrm{I} : L * R$;

$\mathrm{IV} \to \mathrm{V} : R * L * R * L$, 或者 $P * R * L * R$, 或者 $L * R * P * R$.

5. 和弦进行及相应的变换为

$$\mathrm{c} \xrightarrow{L} \flat\mathrm{A} \xrightarrow{R} \mathrm{f} \xrightarrow{P} \mathrm{F}.$$