

# 代数系统

二元运算: 函数  $f: S \times S \rightarrow S$

$\forall x, y \in S$ , 都能  
进行运算, 且  
结果唯一.

封闭

一元运算: 函数  $f: S \rightarrow S$

$\circ$  为  $S$  上的二元运算:

交换律:  $\forall x, y \in S, x \circ y = y \circ x$

结合律:  $\forall x, y, z \in S, (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$

幂等律:  $\forall x \in S, x \circ x = x$

↓  
幂等元

分配律:  $\forall x, y, z \in S,$

$x * (y \circ z) = x * y \circ x * z$  左分配律

$\wedge (y \circ z) * x = y * x \circ z * x$  右分配律

吸收律:  $\circ, *$  可交换

$\forall x, y \in S, x \circ (x * y) = x$

$x * (x \circ y) = x$

满足结合律则唯一.

不满足结合律  $\Rightarrow$  逆元可能不唯一.

(左、右逆元都可能不等)

单位元  $e$ , 零元  $\theta$ , 逆元

唯一性

$e = \theta \Leftrightarrow S$  中只有 1 个元素

消去律:  $\forall x, y, z \in S$

$x \circ y = x \circ z \wedge x \neq \theta \Rightarrow y = z$  左消去律

$\wedge y \circ x = z \circ x \wedge x \neq \theta \Rightarrow y = z$  右消去律