

平时作业四

2023 — 2024 学年第一学期

一. 选择题

1. 一个二元关系被称为一个等价关系, 当且仅当它同时具备若干性质. 下列哪一项不是等价关系所要求的性质?
A. 自反性; B. 对称性; C. 完备性; D. 传递性; E. 以上性质均要求
2. 十二平均律下, 我们将相差若干个八度音程的音 (即不同音组的音) 和不同音名的等音均视为“等价”的, 则得到的全部十二个等价类构成音类空间. 请选出下列说法中错误的一项.
A. 在音类空间上, 音类序列 $\overline{bB}, \overline{B}, \overline{\sharp G}, \overline{A}$ 可以由著名的“巴赫动机” ($\overline{bB}, \overline{A}, \overline{C}, \overline{bB}$) 经过 $T_4 * I$ 变换得到.
B. 在某个自然小调内的一段旋律经过严格移调后, 一定存在某个自然小调调式, 使移调后的所有音都落在其中.
C. 在音类空间上, 移调和倒影变换生成的群 $\langle T, I \rangle$ 中的元素满足结合律, 但不满足交换律.
D. 音类空间可以与整数模 12 的同余类集合 \mathbb{Z}_{12} 建立 1-1 对应, \overline{C} 对应 0, $\overline{\sharp C}$ 对应 1, \dots , \overline{B} 对应 11.
E. 上述说法都是正确的.
3. 利用音类空间 \mathcal{SC} 与整数模 12 的同余类集合 \mathbb{Z}_{12} 之间的 1-1 对应, 保持音类 \overline{C} 不变的倒影变换 I 可以描述为 $I: x \mapsto -x \pmod{12}$. 请在下列选项中选出保持音类 \overline{bE} 不变的倒影变换 J 的表达式.
A. $J: x \mapsto 3 - x \pmod{12}$;
B. $J: x \mapsto 6 - x \pmod{12}$;
C. $J: x \mapsto 9 - x \pmod{12}$;
D. $J: x \mapsto 12 - x \pmod{12}$.
4. 下列关于音类空间 \mathcal{SC} 上的变换群的说法中, 正确的有 () 项.
i) 由移调变换 T 和倒影变换 I 生成的群 $\mathcal{D} = \langle I, T \rangle$ 同构于正十二边形的变换群, 即二面体群 D_{24} .
ii) 群 \mathcal{D} 不是阿贝尔群, 但是由移调变换 T 生成的子群 $\mathcal{T} = \langle T \rangle$ 是阿贝尔群.
iii) 利用音类空间 \mathcal{SC} 与整数模 12 的同余类集合 \mathbb{Z}_{12} 之间的 1-1 对应, 群 \mathcal{D} 中的元素 $T^k * I$ 可以表示为 $T^k * I: x \mapsto k - x \pmod{12}, 0 \leq x \leq 11$.
A. 0; B. 1; C. 2; D. 3

5. 根据勋伯格十二音技术, 给定初始音列的数字形式

$$P_0 = 0, a_1, \dots, a_{11},$$

其中 a_1, \dots, a_{11} 是 $1, \dots, 11$ 的一个排列, 则对正整数 $k: 1 \leq k \leq 11$, 移调音列 P_k 可以写成

$$P_k = k, a_1 + k, \dots, a_{11} + k, \pmod{12}.$$

请在下列选项中选出倒影音列 I_k 的一般表达式.

- A. $I_k = -k, a_1 - k, \dots, a_{11} - k \pmod{12}$;
B. $I_k = 2k, 2k - a_1, \dots, 2k - a_{11} \pmod{12}$;
C. $I_k = -k, -a_1 - k, \dots, -a_{11} - k \pmod{12}$;
D. $I_k = k, k - a_1, \dots, k - a_{11} \pmod{12}$.
6. 根据勋伯格十二音技术, 由一个初始音列出发生成的音列矩阵中, 共有 () 条互不相同的音列.
- A. 48
B. 48 或 24
C. 48 或 24 或 12
D. 48 或 24 或 18 或 12
7. 现代和弦理论中, 下列哪一项不可能是某一和弦的距离向量?
- A. (0, 0, 1, 1, 1, 0)
B. (1, 1, 1, 1, 1, 1)
C. (0, 0, 4, 0, 0, 2)
D. (5, 4, 3, 2, 1, 0)
E. (0, 1, 1, 0, 2, 0)
8. 五声音阶 $[\sharp C, \sharp D, \sharp F, \sharp G, \sharp A]$ 的距离向量为 (0, 3, 2, 1, 4, 0), 则作为其补集的七声音阶 $[C, D, E, F, G, A, B]$ 的距离向量为:
- A. (2, 5, 4, 3, 6, 1)
B. (2, 4, 5, 3, 6, 1)
C. (2, 4, 3, 6, 5, 1)
D. (2, 5, 3, 6, 4, 1)
9. 下列有关新黎曼群 \mathcal{N} 的说法中, 哪一项是错误的?
- A. 新黎曼群中共有 24 个不同的变换.

- B. 可以通过平行变化 P 相互转换的一对大、小三和弦一定不会同时出现在同一条自然大调音阶中.
- C. 存在某个大三和弦, 在被 $R * (P * L)^3 * P$ 作用后得到 c 小三和弦.
- D. 新黎曼群中, $L * R * P = P * R * L$.
- E. 以上说法都是正确的.

*10. 下图为勋伯格的无调性音乐 “Nacht” 的乐谱开头部分. 请选出下列分析中错误的一项.

Gehende ♩ = 80

The image shows the beginning of a musical score for 'Nacht' by Arnold Schoenberg. The score is in 3/2 time and consists of four staves: Clarinetto basso, Violoncello, Voce, and Piano. The tempo is marked 'Gehende' with a quarter note equal to 80 beats. The key signature is one flat (B-flat). The first two staves (Clarinetto basso and Violoncello) have a melodic line starting on a whole note, followed by a half note and a quarter note. The third staff (Voce) is mostly silent. The fourth staff (Piano) has a complex accompaniment with many beamed sixteenth and thirty-second notes. The first two staves have a 'pp' (pianissimo) marking.

图 1: 选择题第 10 题图

- A. 乐曲以二分音符为一拍, 每小节有三拍.
- B. 乐曲开头五拍中, 每拍的最高音依次上行三个半音, 音类依次为 \bar{E} , \bar{G} , \bar{bB} , \bar{bD} , \bar{E} .
- C. 乐曲前两小节将开头的 \bar{E} , \bar{G} , \bar{bE} 旋律动机连续三次作了上行三个半音的严格移调变换, 所得的三音级构成 pc 集的距离向量均为 $\sigma = (1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
- D. 乐曲前两小节包含的音类构成 pc 集的距离向量为 $\sigma = (2, 1, 2, 1, 0, 0)$.
- E. 以上分析都是正确的.

二. 计算题

在以下各题中, 均省略表示等价类的上划线.

- 给定初始音列 $P_0 = a_0, a_1, \dots, a_{11}$. 已知 $a_0 = D, a_{11} = C$.
 (1) 分别写出音列 P_7, R_7, I_4 和 RI_4 的第 1 项的音名;
 (2) 共有几个以 $\flat B$ 开始的音列? 分别写出它们的名字 (如 P_3, RI_7 等等).
- 求下列 pc 集的距离向量 δ , 并写出其对应的和弦名称 (如: 大三和弦, 减小七和弦等).

$$\{A, C, \flat E\}, \{0, 5, 9\}, \{D, \sharp F, \sharp A\}, \{2, 5, 7, 11\}.$$

- 在音类圆周上画出 G 大三和弦、C 小三和弦、 $\flat E$ 大三和弦、A 小三和弦的图形. 问: 它们在倒影变换 I 的作用下分别变成哪个三和弦?
- 考虑 C 大调音阶. 在群 \mathcal{N} 中找出分别与和弦进行

$$IV \rightarrow I, V \rightarrow I, IV \rightarrow V$$

所对应的、长度最短的字. (可以参考下图的音网图, 尝试画出相应的路径.)

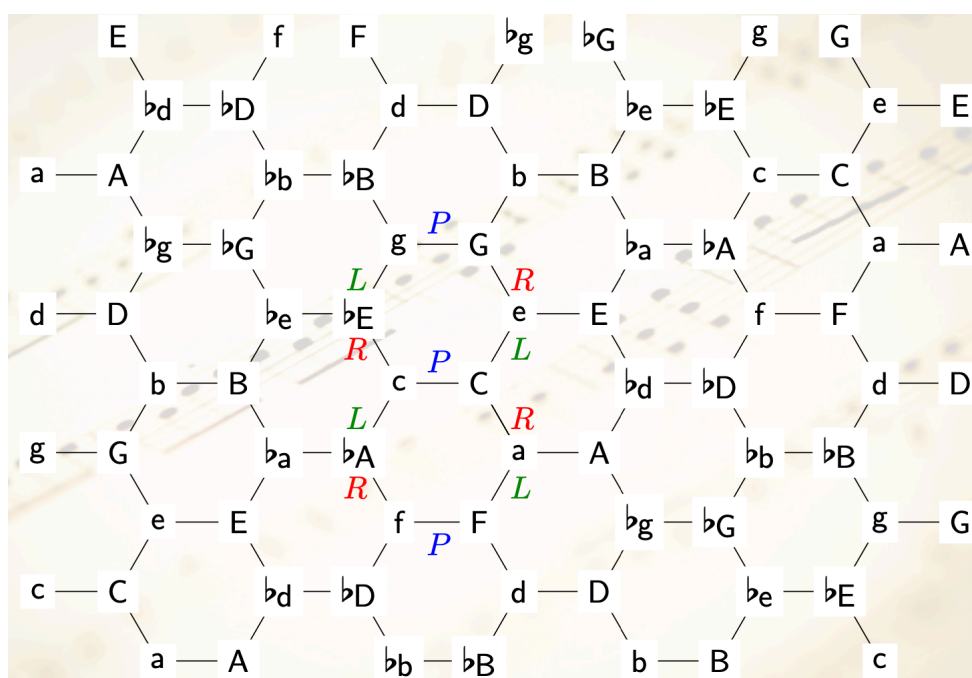


图 2: 计算题第 4 题图

5. 杰苏阿尔多的牧歌 (madrigal) 结尾部分如下图所示. 试分析其和弦进行 (明确写出依次出现的和弦名称, 如 C 大三和弦, g 小三和弦), 并找出 \mathcal{N} 中相应的变换. (本题不计分)



图 3: 计算题第 5 题图

2023 秋“音乐与数学”第四次作业答题纸

学号: _____ 姓名: _____ 院系: _____

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ ;
 _____ , _____ , _____ , _____ , _____ .

二、1. (1)P₇: _____; R₇: _____; I₄: _____; RI₄: _____;

(2)

2. (1) _____, (2) _____, _____

(3) _____, (4) _____,

3.

G 大三和弦： 在 I 作用下变为： _____	C 小三和弦： 在 I 作用下变为： _____
bE 大三和弦： 在 I 作用下变为： _____	A 小三和弦： 在 I 作用下变为： _____

4. IV \rightarrow I: _____ ;

V → I: _____ ;

$$\text{IV} \rightarrow \text{V} \quad .$$

(音网中的路径在草稿中画出即可，不必画在答题纸上。)

5. 和弦进行: _____ ;

对应变换: _____.