

随机算法

Las Vegas型随机算法

问题	算法	期望运行时间
排序问题	随机快速排序	$T(n) \leq 2n \ln n$
选择问题	RandSelect	$T(n) \leq cn$
n皇后问题	BoolQueen -> QueenLV + 回溯	$t = s + e \frac{1-p}{p}$

Monte Carlo型随机算法

问题	算法	正确概率	时间复杂度	错误类型
主元素测试	Majority -> BoolMajority -> MCMajority	$> \frac{1}{2}$ $> \frac{3}{4}$ $> 1 - \epsilon$		弃真型单侧错误
串相等测试	StringEqualityTest -> StringTest	$> 1 - \frac{1}{n}$ $\geq 1 - \frac{1}{n^k}$		
模式匹配	PatternMatching	$> 1 - \frac{1}{n}$	$O(m + n)$	
素数测试	PremalityTest	$\geq 1 - \frac{1}{n}$	$O(\log^4 n)$	取伪型单侧错误

两种算法的比较

- **Las Vegas型随机算法**

- 如果得到解，总是给出**正确**的结果，区别只在于运行时间的长短。
不一定每次都给出答案
- 拉斯维加斯型随机算法的运行时间本身是一个随机变量
- 期望运行时间是输入规模的多项式且总是给出**正确答案**的随机算法称为**有效的拉斯维加斯型算法**。

- **Monte Carlo型随机算法**

- 这种算法有时会给出错误的答案。
总是给出解，但不一定对。
- 其运行时间和出错概率都是随机变量，通常需要分析算法的出错概率。
△ Las Vegas 没有
- 多项式时间内运行且出错概率不超过 $1/3$ 的随机算法称为**有效的蒙特卡洛型算法**

随机算法的分类与局限性

- **拉斯维加斯型随机算法** *了解*

- 零错误概率多项式时间算法(有效的), **ZPP**

- **蒙特卡洛型随机算法**

- 错误概率有界的有效算法(多项式时间), **BPP**
- 弃真型单侧错误概率有界的有效算法, **RP**
- 取伪型单侧错误概率有界的有效算法, **coRP**

- **随机算法的局限性**

- 错误概率有界的多项式时间随机算法不太可能解决**NP完全问题**
快, 简单, 可应用