



Testes de Hipótese

Luciano Barbosa

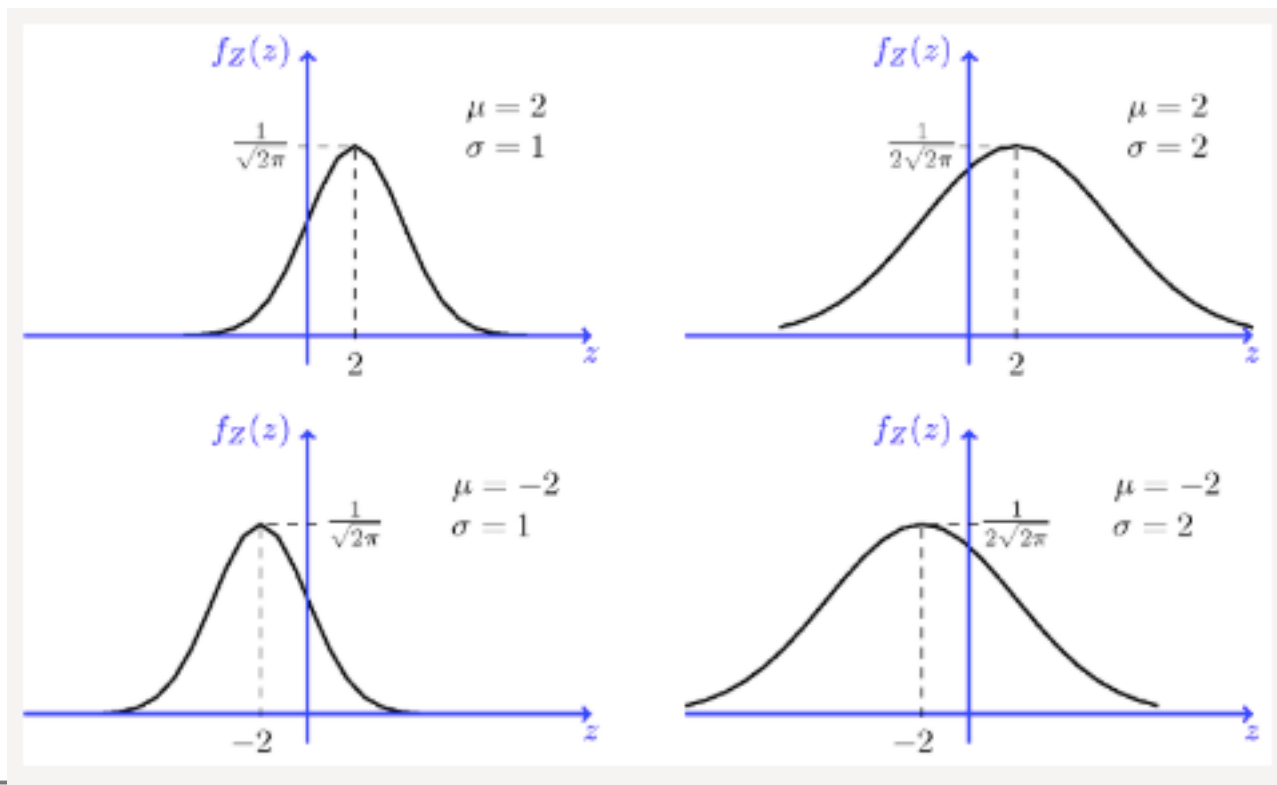


UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO



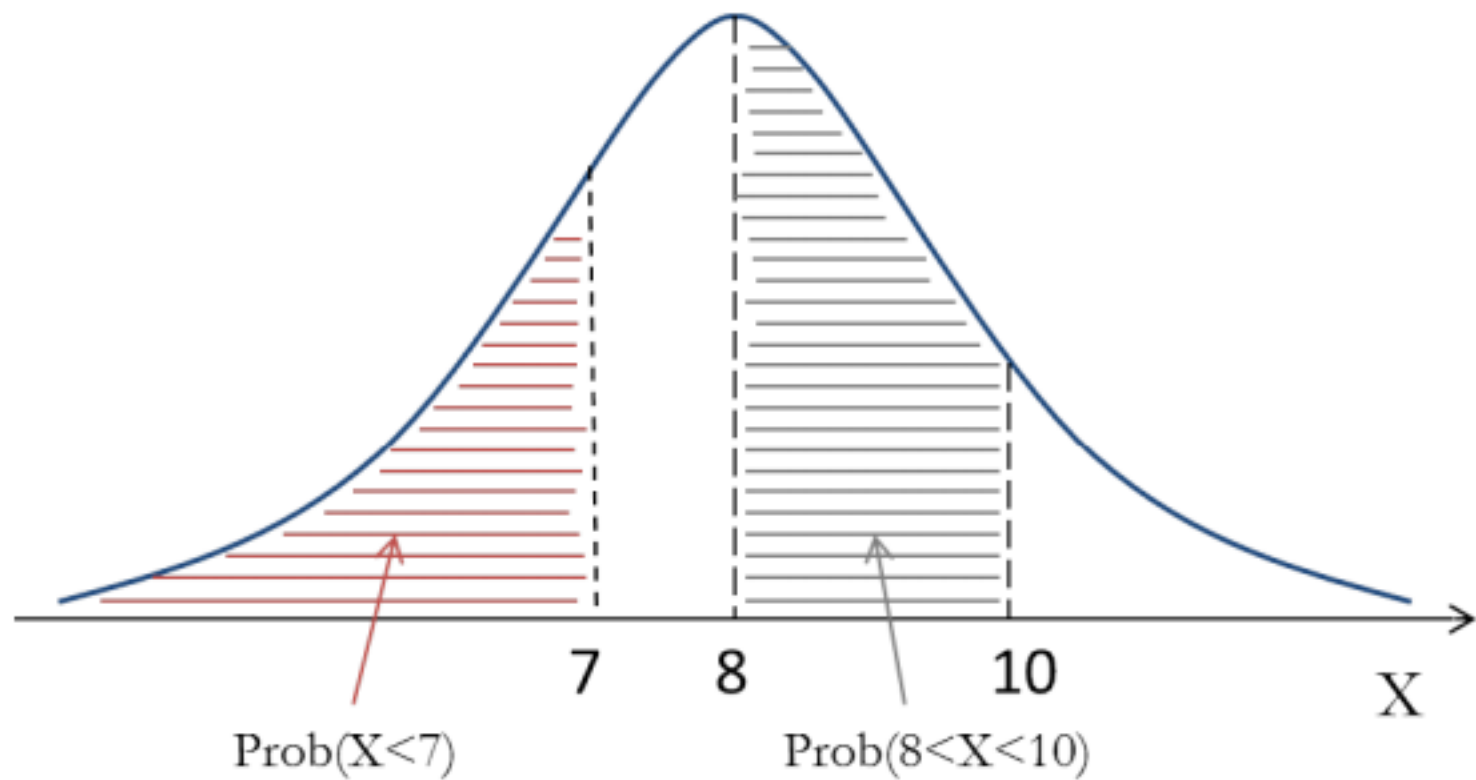
Distribuição Normal ou Gaussiana

- Distribuição mais importante
- Definida pela média e desvio padrão





Probabilidade de Intervalos





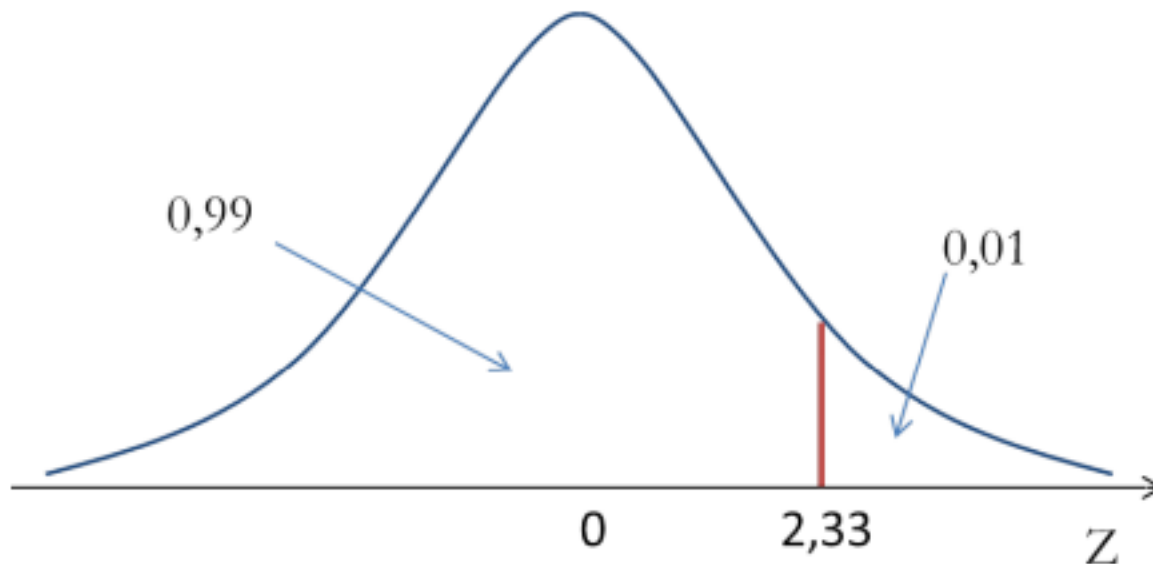
Normalizando para Gaussiana Padrão

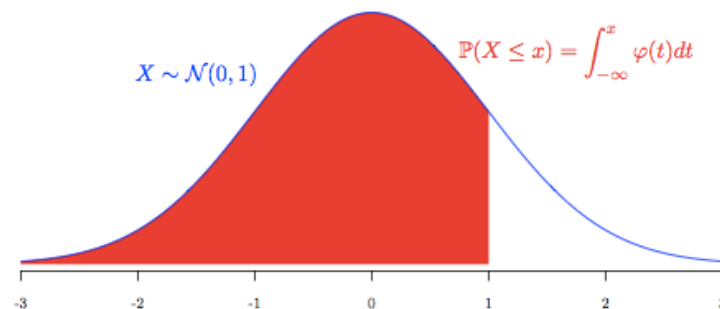
- z: z-score $z = (X - \mu) / \sigma$
- Número de desvio padrões com relação à média
- Valor 0: X é igual a média
- Valor 1: 1 desvio padrão maior que a média



Normal ou Gaussiana Padrão

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1) = Z$$





	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



Teste de Hipótese: Conceitos

- Aceita ou rejeita hipótese sobre uma população a partir de uma amostra de dados
 - Ex: Diferença de peso entre recém-nascidos de alta e baixa renda é significativa?
- Hipóteses nula (não há diferença) e alternativa (há diferença)



Teste Bilateral

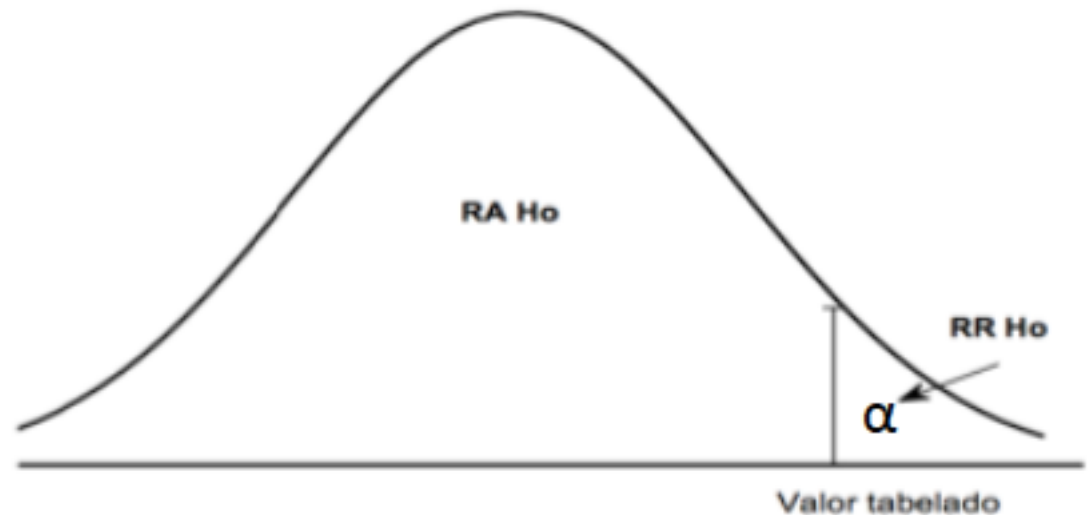
- O índice de homicídio em Pernambuco é diferente da média nacional de 50 por 100 mil habitantes?
- $H_0: \mu = 50$
- $H_1: \mu \neq 50$





Teste Unilateral

- O índice de homicídio em Pernambuco é maior que a média nacional de 50 por 100 mil habitantes?
- $H_0: \mu = 50$
- $H_1: \mu > 50$





Teste Unilateral

- O índice de homicídio em Pernambuco é menor que a média nacional de 50 por 100 mil habitantes?
- $H_0: \mu = 50$
- $H_1: \mu < 50$





Nível de Significância

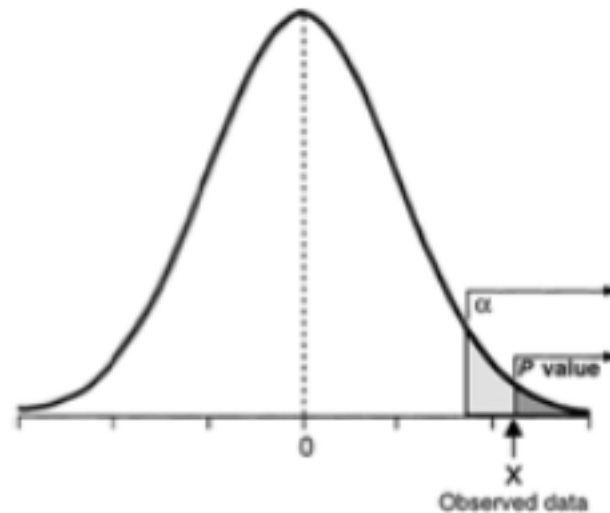
- Também chamado de valor crítico
- Probabilidade máxima para se rejeitar a hipótese nula
- Usalmente 1% ou 5%





P-Value

- Probabilidade da hipótese nula ser verdadeira
- Um valor pequeno (menor que **valor crítico**) indica evidência forte contra a hipótese nula (rejeitada)





Grupos Pariados vs Não-Pariados

- Pariados: mesmos indivíduos em diferentes situações
 - Ex: efeito de medicamento num mesmo grupo
- Não-pariados: indivíduos diferentes
 - Ex: efeito de medicamento em grupos diferentes



Testes Paramétricos vs Não-Paramétricos

- Paramétricos: assumem distribuição normal dos dados
- Não-paramétricos: não assumem uma distribuição a priori



Tabela de Teste de Hipótese

GOAL	TYPE OF DATA		
	Measurement (with normal distribution)	Rank, Score, or Measurement (from non-normal distribution)	Binomial (two possible outcomes)
Describe 1 group	Mean, SD	Median, interquartile range	Proportion
Compare 1 group to a hypothetical value	One-sample <i>t</i> test	Wilcoxon test	Chi-square or Binomial test **
Compare 2 unpaired groups	Unpaired <i>t</i> test	Mann-Whitney test	Fisher's test (chi-square for large samples)
Compare 2 paired groups	Paired <i>t</i> test	Wilcoxon test	McNemar's test
Compare 3 or more unmatched groups	One-way ANOVA	Kruskal-Wallis test	Chi-square test
Compare 3 or more matched groups	Repeated-measures ANOVA	Friedman test	Cochrane Q**
Quantify association between 2 variables	Pearson correlation	Spearman correlation	Contingency coefficients**



One-Sample t-Test

- Verificar se há diferença significativa entre a média de uma população e uma amostra
- Média da população conhecida mas desvio padrão não
- Etapas:
 - Definir hipótese nula e alternativa
 - Definir valor crítico
 - Comparar o resultado com o valor crítico



One-Sample t-Test: Exemplo

- Média de QI da população é 100
- Testar o efeito de uma nova medicação no QI
- Amostra de 30 pessoas tomaram medicamento:
 - Média de QI = 140
 - Desvio padrão = 20



One-Sample t-Test: Etapas

- Definir hipótese nula e alternativa

$$H_0; \mu = 100$$

$$H_1; \mu \neq 100$$

- Definir valor crítico: 0.05
- Comparar o resultado com o valor crítico



One-Sample t-Test: Etapas

- Comparar o resultado com o valor crítico

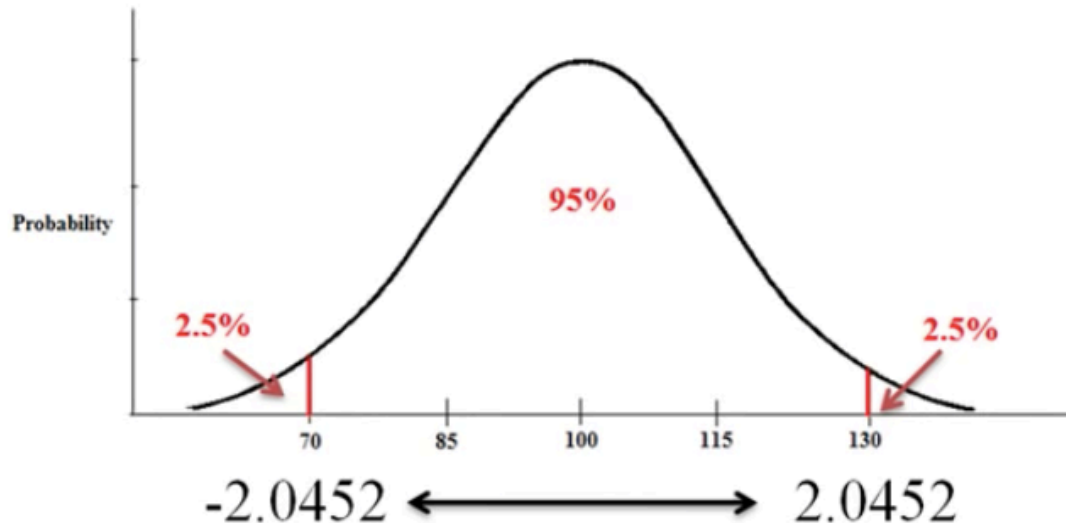
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 140$$

$$\mu = 100$$

$$s = 20$$

$$n = 30$$



$$t = \frac{140 - 100}{20 / \sqrt{30}} = \frac{40}{3.65} = 10.96$$



One-Sample t-Test: Etapas

- Comparar o resultado com o valor crítico

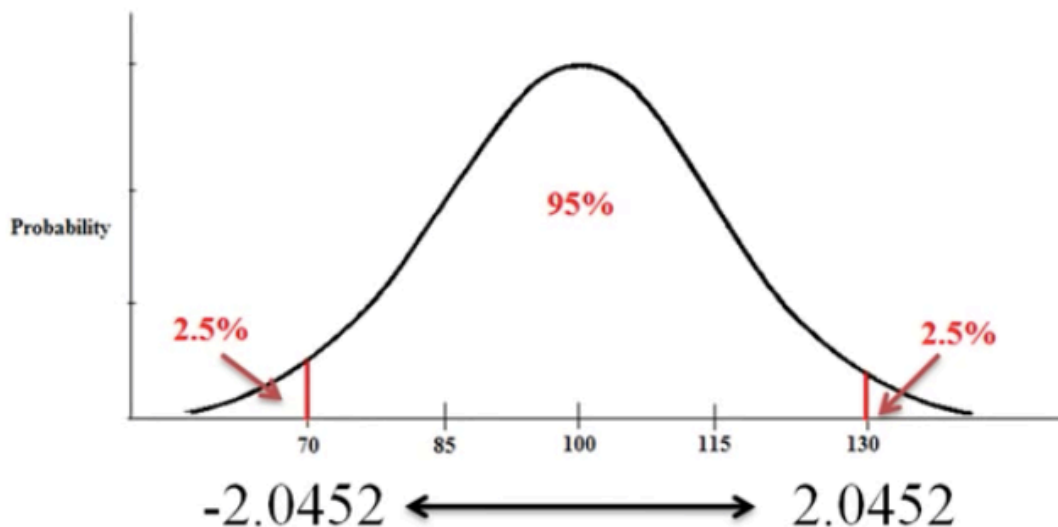
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 140$$

$$\mu = 100$$

$$s = 20$$

$$n = 30$$



$$t = \frac{140 - 100}{20 / \sqrt{30}} = \frac{40}{3.65} = 10.96$$

Hipótese nula rejeitada!



Comparar 2 Grupos Pareados: t-Test Pariado

- Hipótese nula: não há diferença entre a média das amostras
- Suposições
 - Diferença entre as amostras é gaussiana (ou próxima dela)
 - Não pode conter outliers
 - Mesma população



Comparar 2 Grupos Pareados: Wilcoxon signed-rank Test

- Hipótese nula: não há diferença entre as amostras
- Suposições
 - Não paramétrica: diferença não corresponde à gaussiana
 - Diferença segue uma distribuição simétrica
 - Mesma população



Comparar 2 Grupos Não-Pareados: t-Test Não-Pariado

- Hipótese nula: não há diferença entre a média das amostras
- Suposições
 - Observações de um grupo são independentes do outro grupo
 - Grupos seguem a normal
 - Variâncias dos dois grupos são iguais



Comparar 2 Grupos Não-Pareados: Mann–Whitney U test

- Hipótese nula: amostras vêm de populações com mesma distribuição
- Suposições
 - Não paramétrica: amostras não correspondem à gaussiana
 - Observações de um grupo são independentes do outro grupo



Tabela de Teste de Hipótese

GOAL	TYPE OF DATA		
	Measurement (with normal distribution)	Rank, Score, or Measurement (from non-normal distribution)	Binomial (two possible outcomes)
Describe 1 group	Mean, SD	Median, interquartile range	Proportion
Compare 1 group to a hypothetical value	One-sample t test	Wilcoxon test	Chi-square or Binomial test **
Compare 2 unpaired groups	Unpaired t test	Mann-Whitney test	Fisher's test (chi-square for large samples)
Compare 2 paired groups	Paired t test	Wilcoxon test	McNemar's test
Compare 3 or more unmatched groups	One-way ANOVA	Kruskal-Wallis test	Chi-square test
Compare 3 or more matched groups	Repeated-measures ANOVA	Friedman test	Cochrane Q**
Quantify association between 2 variables	Pearson correlation	Spearman correlation	Contingency coefficients**